සංයුක්ත ගණිතය සංයුක්ත ගණිතය සංයුක්ත ගණිතය සංයුක්ත ගණිතය සංයුක්ත ගණිතය සංයුක්ත ගණිතය සංයුක්ත ගණිතය
Combined Mathematics Combined Mathematics Combined Mathematics Combined Mathematics Combined
සංයුක්ත ගණිතය සංයුක්ත ගණිතය සංයුක්ත ගණිතය සංයුක්ත ගණිතය සංයුක්ත ගණිතය සංයුක්ත ගණිතය සංයුක්ත ගණිතය
Combined Mathematics Combined Mathematics Combined Mathematics Combined Mathematics Combined

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2024
General Certificate of Education (Adv. Level) Eamination - 2024

48

Paper Class

සංයුක්ත ගණිතය

දුෂ්‍යන්ත මහබදුගේ

10 S

කාලය :- පැය 3යි.

ශිෂ්‍යයාගේ නම :-..

පාසල :-..

උපදෙස්

- ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකි.
  (**A** කොටස ප්‍රශ්න 10 ක් හා **B** කොටස ප්‍රශ්න 7 ක්)
- **A** කොටසේ සියළුම ප්‍රශ්න සඳහා පිළිතුරු ලිවිය යුතු අතර එම පිළිතුරු මෙම පත්‍රයේ ම සැපයිය යුතුය.
- **B** කොටසේ ප්‍රශ්න හතෙන් පහකට පමණක් පිළිතුරු සැපයිය යුතු අතර ඒ සඳහා ලියන කඩදාසි භාවිත කළ යුතුය.

උත්තරපත්‍ර පරීක්ෂක සටහන්

A කොටසේ ලකුණු විස්තරය	
01	
02	
03	
04	
05	
06	
07	
08	
09	
10	
එකතුව(A)	

B කොටසේ ලකුණු විස්තරය	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
එකතුව(B)	
එකතුව(A)	
මුළු එකතුව	
100%	
සංකේතය	

A කොටස

- **ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.**

01. a යනු ධන තාත්ත්වික නියතයක් වේ. $|x + 2a| > 3|x - a|$ අසමානතාවය තෘප්ත කරන x වල අගය කුලකය a ඇසුරෙන් සොයන්න.

02. $\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x^5 - 243}$ අගය සොයන්න.

03. y වක්‍රයක් සැලකුවිට, එය මත $(1,4)$ ලක්ෂ්‍ය පවතී. තවද $\frac{dy}{dx} = \frac{16}{x^3}$ වේ.

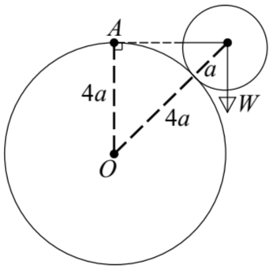
    i. y වක්‍රයේ සමීකරණය සොයන්න.

    ii. වක්‍රයට අඳින අභිලම්බයේ අණුක්‍රමණය $-\frac{1}{2}$ වන විට, අභිලම්බයේ සමීකණය සොයන්න.

04. ත්‍රිකෝණයක පාද තුනේ සමීකරණ පිළිවෙලින් $x - 3y = 0, 4x + 3y = 5$ සහ $3x + y = 0$ වේ. පරිවෘත්ත කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

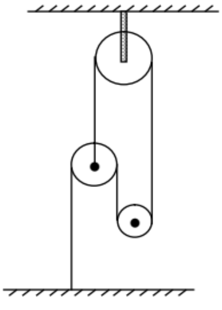
05. $\sin x - 3\sin 2x + \sin 3x = \cos x - 3\cos 2x + \cos 3x$ සමීකරණය x සඳහා විසඳන්න.

06. අරය $4a$ සහ කේන්ද්‍රය O වන සුමට ගෝලයක් අචලව සවි කර ඇත. අරය a සහ බර W වන ඒකාකාර සුමට ගෝලයක පෘෂ්ඨය මත ලක්ෂ්‍යයකට දිග $2a$ වන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක කෙළවරක් සම්බන්ධ කර, තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර අචල ගෝලයේ උච්චතම ලක්ෂ්‍යය වන A ට සම්බන්ධ කර ඇත. අරය a වන ගෝලය, අචල ගෝලය මත සමතුලිතව පවතී. තන්තුව තිරස්ව පිහිටයි. අරය a වන ගෝලය මත ක්‍රියාත්මක වන බල නිරූපණය වනසේ බල ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කරන්න. එමගින්, තන්තුවේ ආතතියත් අචල ගෝලය මගින් ඇති වන ප්‍රතික්‍රියාවත් W ඇසුරෙන් සොයන්න.



07. u කිමි./පැ වේගයකින් චලනය වන ලොරියක චලිතයට ප්‍රතිරෝධය නිව්ටන් $(k + 0.15u^2)g$ වේ. ලොරියේ ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් 4 ක් වන අතර ක්ෂමතාව කිලෝ වොට් 25 කි. 1 ට 100 ක ආනතියක් ඔස්සේ ඉහළට ලොරියේ උපරිම වේගය 36 කිමි/පැ. නම් k සොයන්න. ගුරුත්වජ ත්වරණය $g = 10ms^{-2}$ වෙයි.

08. තිරස් බිමක් සහ සිවිලිමක් අතර අටවා ඇති, අචල සුමට කප්පියකින් සහ සචල සුමට කප්පි දෙකකින් සමන්විත වන පද්ධතියක් රූප සටහනේ දැක්වේ. සචල කප්පිවල ස්කන්ධ m බැගින් වේ. ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් සටහනේ පරිදි කප්පි වටා යොදා ඇත. පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හල විට තන්තුවේ ආතතිය $\frac{mg}{5}$ බව පෙන්වන්න.



09. සුපුරුදු අංකනයෙන් $\underline{a} = \underline{i} + \underline{j},\ \underline{b} = -2\underline{i} + 5\underline{j}\ ,\ c = 2\lambda\underline{i} + (\lambda - 3)\underline{j}$ යයි ගනිමු. මෙහි λ යනු අදිශයකි. $\underline{i}$ සහ $\underline{j}$ සුපුරුදු අර්ථ ගනී. $\underline{a}.\underline{c} = 2\underline{b}.\underline{c}$ බව දී ඇත්නම් λ හි අගය සොයා $|\underline{c}| = 6\sqrt{106}$ බව පෙන්වන්න.

10. බර W වන ඒකාකාර AB දණ්ඩක A කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියක් ස්පර්ශ කරයි. දණ්ඩ හරහා වූ සිරස් තලය බිත්තියට ලම්බක වේ. දණ්ඩේ B කෙළවර සමඟ එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි බිත්තියේ ලක්ෂ්‍යය C වන අතර C ට සහ දණ්ඩේ වූ D ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසන ලද ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් දණ්ඩ සමතුලිතව පවත්වා ගනී. දණ්ඩ සහ තන්තුව තිරස සමග පිළිවෙලින් α සහ β කෝණ සාදයි. A කෙළවර වටා බල සූර්ණය සැලකීමෙන් තන්තුවේ ආතතිය $\frac{W\cot\alpha}{2\cos\beta}$ බව පෙන්වන්න. ඒනයින් $\tan\beta = 2\tan\alpha$ බව පෙන්වන්න.

B- කොටස

- ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

11. a) $\alpha > 0, \beta > 0$ වේ. $x^2 - bx + c = 0$ සමීකරණයේ මූල α, β වේ. $\alpha^{\frac{1}{4}}, \beta^{\frac{1}{4}}$ මූල වන සමීකරණය, $x^2 - \left[b + 6\sqrt{c} + 4C^{\frac{1}{4}}\sqrt{b + 2\sqrt{c}}\right]^{\frac{1}{4}} x + C^{\frac{1}{4}} = 0$ බව පෙන්වන්න.

b) $f(x)$ යනු මාත්‍රය 3 හෝ ඊට වඩා වැඩි බහුපදයකි. a, b, c තාත්ත්වික ප්‍රභින්න නියත වේ. $f(x), (x-a)(x-b)(x-c)$ මගින් බෙදූ විට ශේෂය, $\left[\frac{f(a)(x-b)(x-c)}{(a-b)(a-c)} + \frac{f(b)(x-a)(x-c)}{(b-c)(b-a)} + \frac{f(c)(x-a)(x-b)}{(c-b)(c-a)}\right]$ බව පෙන්වන්න.

$g(x) = x^3 - kx^2 + kx + 1$ වේ. $(k \in \mathbb{R})$
$g(x), x(x-1)(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂයේ x^2 පද නොමැති නම් k හි අගය සොයන්න.

c) $f(x) = (\lambda^2 + \lambda - 2)x^2 + (\lambda + 2)x - 1$ වේ. λ තාත්ත්වික නියතයක් වේ.
i. $f(x) < 0$ වන λ හි අඩුතම නිඛිලමය අගය සොයන්න.
ii. $f(x) = 0$ හි මූල තාත්ත්වික වන λ හි අගය පරාසය සොයන්න.

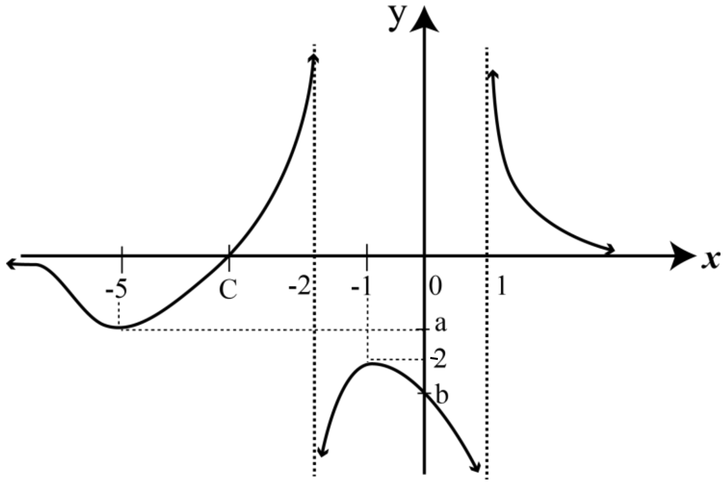
12. a) $y = f(u)$ සහ $u = g(x)$ නම්,

i. $\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy}{du}.\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2y}{du^2}.\left(\frac{du}{dx}\right)^2$ සහ

ii. $\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{dy}{du}.\frac{d^3u}{dx^3} + 3\frac{d^2y}{du^2}.\frac{d^2u}{dx^2}.\frac{du}{dx^2}.\frac{du}{dx} + \frac{d^3y}{du^3}\left(\frac{du}{dx}\right)^3$ බව පෙන්වන්න.

$b)$ සමචතුරස්‍ර 2 ක පරිමිති වල ඓක්‍යය නියතයක් බව දී ඇත. ඒවායේ වර්ගඵල වල ඓක්‍යය අවම වන්නේ එම සමචතුරස්‍ර වල විශාලත්ව එක හා සමාන වන විට බව පෙන්වන්න.

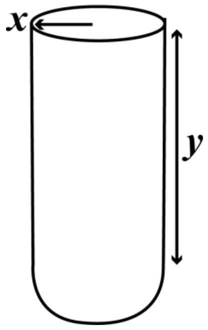
c)



$y = f(x)$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඉහත පරිදි වේ. $f(x)$ ශ්‍රිතයේ හරයේ මාත්‍රය 2 බව දී ඇත. $f(x)$ සොයන්න. a, b, c ද නිර්ණය කරන්න.

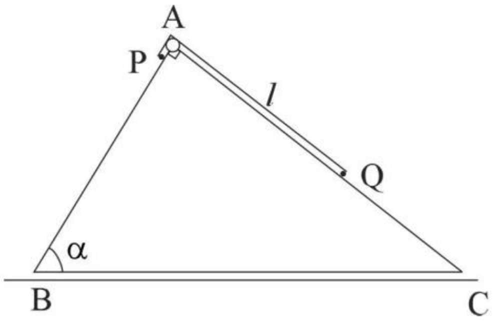
$x^2 + 10x + 25 = 0$ සමීකරණයට තාත්ත්වික සමපාත මූල ඇති බව ඉහත ප්‍රස්තාරය මගින් අපෝහනය කරන්න.

d) රූපයේ පරිදි වූ සංවෘත බඳුනක් අරය $x\,m$ සහ උස $y\,m$ වන සිලින්ඩරාකාර භාජනයකින් සහ අරය xm වන අර්ධ ගෝලීය පාත්තරයක් සමන්විත වේ. මෙම බඳුනෙහි පරිමාව 45π නම්, y හි අගය x වලින් ප්‍රකාශ කර, මුළු පෘෂ්ඨීක වර්ගඵලය $A(x) = \frac{5}{3}\pi x^2 + \frac{90\pi}{x}$ මගින් ලබාදෙන බව පෙන්වන්න. මෙම පෘෂ්ඨීක වර්ගඵලය අවම වන පරිදි වූ භාජනයෙහි අරය සොයන්න.



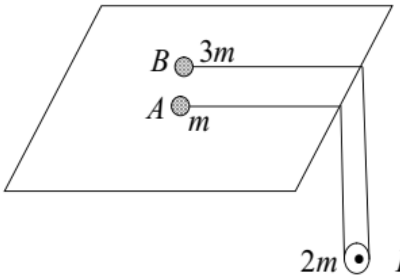
---

13. a) ස්කන්ධය m වන සුමට කුඤ්ඤයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන ABC ත්‍රිකෝණාකාර සිරස් හරස්කඩෙහි A ශීර්ෂයේ දී අචල කුඩා සුමට කප්පියක් සවිකර BC ඔස්සේ යන මුහුණත තිරස් අචල සුමට මේසයක් මත තබා ඇත. AB හා AC යනු අදාළ මුහුණත්වල වැඩිතම බෑවුම් රේඛා යැයි ද, $B\hat{A}C = \frac{\pi}{2}, A\hat{B}C = \alpha \left(> \frac{\pi}{4}\right)$ හා $BC = a$ යැයි ද දී ඇත.



එක එකක ස්කන්ධය m වූ P හා Q සුමට අංශු දෙකක් කප්පිය මතින් a යන දිග $l\,(a\cos\alpha < l < a\sin\alpha)$ වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක කෙළවරවලට සම්බන්ධ කර ඇත. A ආසන්නයේ P අංශුව පිහිටන සේ හා තන්තුව නොබුරුල්ව පවතින සේ P හා Q අංශු දෙක රූප සටහනෙහි පෙන්වා ඇති ආකාරයට පිළිවෙළින් AB හා AC මත තබා ඇත. පද්ධතිය නිශ්චලතාවෙන් මුදා හැරේ. P අංශුව AB දිගේ පහළට චලනය වේ යැයි උපකල්පනය කරමින්, පිළිවෙළින් AB හා CA දිගේ P හා Q අංශු සඳහා ද, තිරසට පද්ධතිය සඳහා ද චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

b) ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m සහ $3m$ වන A සහ B අංශු දෙකක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවර A සහ B ට සම්බන්ධ කර, තන්තුව මේස දාරය මතින් දමා තන්තුවෙන් සෑදෙන පුඩුවේ ස්කන්ධය $2m$ වන සුමට P කප්පියක් රඳවා ඇත. නිදහස් තන්තු කොටස් තදව සහ එකිනෙකට සමාන්තරව, එමෙන්ම මේස දාරයට ලම්බව සටහනේ පරිදි ආරම්භයේ තබා පද්ධතිය සීරුවෙන් මුදා හැරේ. පසුව සිදුවන චලිතයේ දී තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.



---

14. a) A සහ B යනු සරල රේඛාවක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. P අංශුවක් A සිට නිශ්චලතාවයෙන් චලිතය අරඹා B දෙසට චලනය වේ. එවිටම Q අංශුවක් B සිට නිශ්චලතාවයෙන් චලිතය අරඹා A දෙසට චලනය වේ. P අංශුව $4\,kmh^{-2}$ නියත ත්වරණයෙන් $\frac{1}{2}km$ දුර චලිත වී ඉන්පසු නියත ප්‍රවේගයෙන් $1\,km$ දුරක් චලිත වී ඉන්පසු $2\,kmh^{-2}$ නියත මන්දනයක් යටතේ චලිත වී B හිදී නිශ්චල වේ. Q අංශුව දිගටම $2\,kmh^{-2}$ නිය. ත්වරණයෙන් චලිත වේ. P සහ Q ගේ චලිත නිරූපණය වනසේ එකම සටහනක ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාර නිර්මාණය කරන්න. $AB = \frac{5}{2}km$ බව පෙන්වන්න. අංශු චලිතය අරඹා පැය $\frac{1}{2} + t$ කාලයකට පසු අංශු එකිනෙක පසුකරන බව දී ඇත. මෙහි $t \le \frac{1}{2}$ බව දී ඇත. $4t^2 + 12t - 7 = 0$ බව පෙන්වා t හි අගය සොයන්න.

b) P බෝට්ටුවක් ගිණිකොණ දිශාවට නියත u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වේ. P ට a දුරක් දකුණු දිශාවෙන් Q බෝට්ටුවක් පැවතුනි. Q ට ලබා ගත හැකි උපරිම ප්‍රවේගය v වේ. $u > v > \frac{u}{\sqrt{2}}$ බව දී ඇත. P හමුවනසේ Q ට සරල රේඛීයව චලිත විය හැකි දිශා දෙකක් පවතින බව පෙන්වා, එම දිශා දෙක අතර කෝණය $2\cos^{-1}\frac{u}{\sqrt{2}v}$ බව පෙන්වන්න.

වඩා ඉක්මනින් P හමුවන්නේ නම්, එම චලිතවට ගත වන කාලය $\frac{\sqrt{2}a\left(u-\sqrt{2v^2-u^2}\right)}{2(u^2-v^2)}$ බව පෙන්වා වඩාත් ප්‍රමාද වී P හමුවන්නේ නම්, $\frac{a\sqrt{4v^2-2u^2}}{u^2-v^2}$ කාලයක් වැඩිපුර ගත වන බව පෙන්වන්න.

15. a) A හා B යනු O ලක්ෂ්‍යක් සමඟ ඒක රේඛීය නොවන ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක් යැයි ගනිමු. O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ යැයි ගනිමු. D යනු $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}$ වන පරිදි දික්කළ AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය නම්, O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් D ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය $2\underline{b}-\underline{a}$ බව පෙන්වන්න.

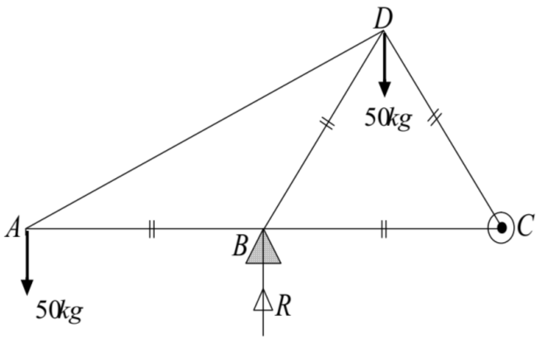
OD මත E ලක්ෂ්‍යයක් පිහිටා ඇත්තේ $\overrightarrow{OE}=k\,(2\underline{b}-\underline{a})$ වන අන්දමිනි. මෙහි $k<1$ වේ. දික්කළ OA මත F ලක්ෂ්‍යයක් පිහිටා ඇත්තේ $\overrightarrow{OF}=\lambda\underline{a}$ වන අන්දමිනි. මෙහි $\lambda>1$ වේ. $\underline{a},\underline{b},\lambda$ ඇසුරින් $\overrightarrow{BF}$ ද ප්‍රකාශ කරන්න. $\overrightarrow{BF}=3\overrightarrow{EB}$ වන බව දී ඇත්නම්, λ සහ k සොයන්න. $OD=\frac{3}{2}OE$ බව පෙන්වන්න.

b) $ABCD$ යනු පැත්තක දිග මීටර a වූ රොම්බසයක් යැයි ගනිමු. $B\hat{A}D=60^0$ යැයි ද ගනිමු. විශාලත්ව නිව්ටන $4, X, Y, 2\sqrt{3}, 6$ වූ බල පිළිවෙලින් DA, DC, CB, AC, BD දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියාකරයි. පද්ධතිය $\overrightarrow{FE}$ දිගේ ක්‍රියාකරන තනි සම්ප්‍රයුක්තයකට ඌනනය වේ. මෙහි E සහ F යනු පිළිවෙලින් AB සහ BC වල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වේ. X සහ Y හි අගයන් සොයා, සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය නිව්ටන $4\sqrt{3}$ බව පෙන්වන්න. G යනු $EFGB$ සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. BG, FG, BE ඔස්සේ නිව්ටන P, Q, S යනුවෙන් අමතර බල තුනක් පද්ධතියට එක් කරනු ලබන්නේ පද්ධතිය සමතුලිත වන පරිදි යැයි සිතමු. P, Q, S හි අගයයන් සොයන්න.

16. a) සම දිග ඇති සහ W බැගින් වන සම බර ඇති ඒකාකාර දඬු පහක් කෙළවරවලදී සුමටව සන්ධි කර $ABCDE$ නම් වන පංචාස්‍ර හැඩැති රාමු සැකිල්ලක් තනා ඇත. එය AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයෙන් නිදහසේ එල්ලා ඇත. C සහ E සන්ධි සම්බන්ධ කරන ලුහු දණ්ඩක් මගින් හැඩය සවිධි පංචාස්‍රයක් ලෙස පවත්වා ගැනේ. D ශීර්ෂය පහළින් ම පිහිටයි. D සන්ධියේ දී DE දණ්ඩ මත ප්‍රතික්‍රියාවේත්, A සන්ධියේ දී EA දණ්ඩ මත ප්‍රතික්‍රියාවේත් තිරස් සහ සිරස් සංරචක සොයන්න.

ඒනයින් ලුහු දණ්ඩෙහි $\frac{W}{2}\left(3\cot\frac{2\pi}{5}+\cot\frac{\pi}{5}\right)$ ට සමාන තෙරපුම් බලයක් ඇති වන බව පෙන්වන්න.

b) සටහනෙන් නිරූපණය වන්නේ AB, BC, CD, DA, BD යන ලුහු දඬු පහක් A, B, C, D හිදී සුමටව සන්ධි කර තැනූ රාමු සැකිල්ලකි. එහි AB, BC, CD, BD දඬු දිගින් සමාන වේ. C හිදී අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුචලව අසවු කර ඇති සැකිල්ල B හිදී සුමට ආධාරකයක් තබා ඇති අතර A හිදී සහ D හිදී $50kg$ භාර දරයි. සැකිල්ලේ තලය සිරස් වේ. B හි ආධාරකය ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාවත් C හි අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවත් සොයන්න. ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් භාවිතා කරමින් සියලු දඬු වල ප්‍රත්‍යාබලයන්හි විශාලත්ව සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන වග නිශ්චය කරන්න.



---

17. a) $E = \tan x + \tan^2 x + \tan^3 x$ වේ.

i. $E = \frac{\sin x}{\cos x}\left[\frac{\sin 2x + 2}{1+\cos 2x}\right]$ බව පෙන්වන්න.

ii. E අර්ථ විරහිත වන විට x සොයන්න.

iii. $E\cot x$ අර්ථ ප්‍රකාශනය සෑම විටම $\frac{3}{4}$ ට වඩා විශාල බව පෙන්වන්න.

b) θ හි සියළු තාත්ත්වික අගය සඳහා, $(4 + 3\cos\theta)\, cosec\,\theta$ ප්‍රකාශනයට $-\sqrt{7}$ සහ $\sqrt{7}$ අතර කිසිම අගයක් ගත නොහැකි බව පෙන්වන්න.

c) ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා sin නියමය සුපුරුදු අංකනයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. ABC ත්‍රිකෝණයක A ඔස්සේ යන මධ්‍යස්ථයේ දිග m වන අතර AB හා AC සමඟ පිළිවෙළින් θ සහ $\emptyset$ කෝණ සාදයි.

i. $2m\,(\sin\theta - \sin\phi) = a(\sin B - \sin C)$

ii. $2m\sin\left(\frac{\theta-\phi}{2}\right) = (b-c)\sin\left(\frac{A}{2}\right)$ බව සාධනය කරන්න.