

Pertemuan6

November 6, 2018

1 Pemodelan Matematika dari Sistem Kontrol

Setelah menyelesaikan materi anda diharapkan bisa: 1. Memahami bahwa persamaan differensial bisa digunakan untuk mendeskripsikan perilaku dinamis dari sistem 2. Mengetahui jenis-jenis representasi pemodelan sistem 3. Mengetahui pentingnya peran pemodelan dalam proses desain sistem kontrol

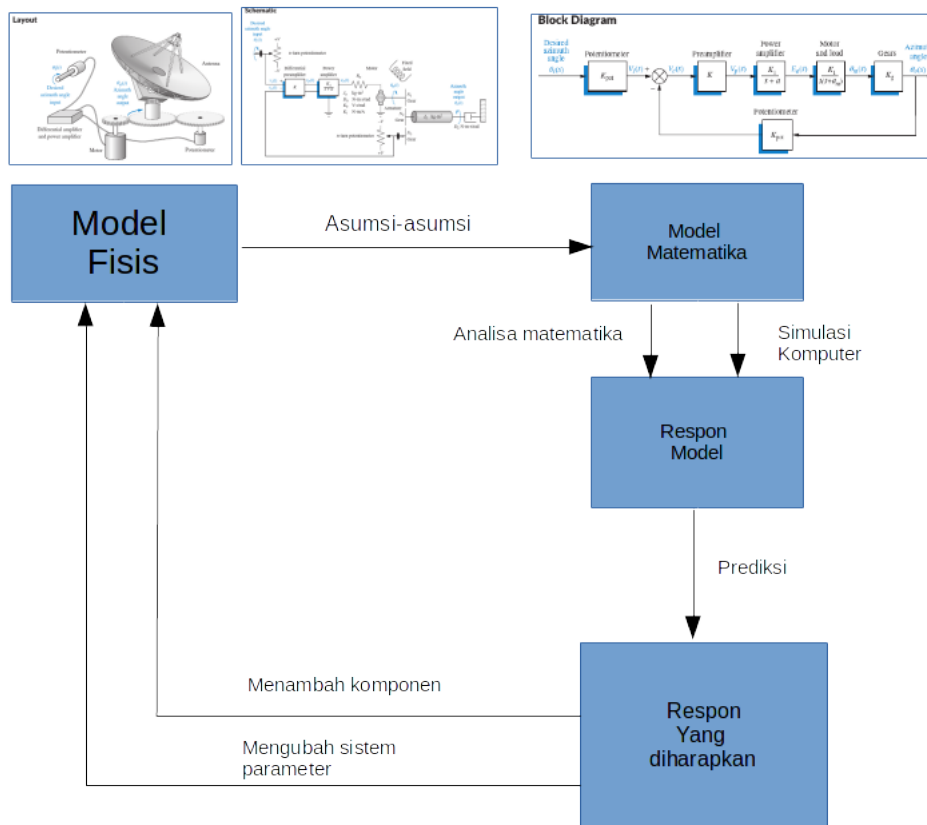
4. Memahami peran blok diagram (dan diagram aliran sinyal) dalam analisa sistem kontrol
5. Mengerti peran transformasi Laplace untuk mendapatkan fungsi alih (transfer function)
6. Memahami peran fungsi alih pemodelan sistem
7. Bisa menggunakan pendekatan linearisasi menggunakan ekspansi Taylor

1.1 Pengantar

- Untuk analisa dan desain sistem kontrol, sistem fisis (bentuk sistem real) harus dibuat model.
- Model tersebut harus bisa menggambarkan sistem dinamis dan bisa digunakan untuk menganalisa karakteristik dinamisnya secara matematis.
- Model matematika dari sistem dinamis didefinisikan sebagai sejumlah formula matematika yang merepresentasikan sifat dinamik dari sistem secara akurat, atau setidaknya cukup memadai.
- Sistem bisa digambarkan dalam model matematika yang berbeda-beda, tergantung dari sudut pandang kita terhadap sistem.
- Sistem dengan bentuk fisik berbeda, bisa mempunyai model matematika yang sama, jika mempunyai karakter yang sama

1.2 Transformasi Model Fisik ke Model Matematika

- Sifat dinamis dari banyak sistem bisa digambarkan ke dalam model matematika berupa persamaan differensial
- Model matematika ini diturunkan dari hukum-hukum fisik yang berlaku pada sistem sesuai pada domainnya, misal:
 - Sistem mekanik, dimodelkan dengan hukum-hukum Newton
 - Sistem elektrik dimodelkan dengan hukum-hukum Kirchoff, Ohm
 - Fluida dimodelkan dengan hukum-hukum mekanika fluida
 - Thermal dengan rumus-rumus thermal
 - Sistem ekonomi dengan hukum-hukum perekonomian



proses desain

1.2.1 Akurasi vs Kesederhanaan

- Model yang sederhana memudahkan untuk memahami sistem secara keseluruhan
 - Membuat asumsi-asumsi dengan mengabaikan beberapa faktor
- Model yang akurat lebih bisa menggambarkan sistem mendekati sistem real
 - perlu pemodelan lebih matematika lebih lengkap
 - meminimalisir pengabaian
 - membuat pemodelan lebih kompleks
- Perlu kompromi antara membuat model sederhana dan membuat model yang akurat
- Representasi Sistem dalam model matematika
 - Persamaan differensial
 - Representasi Domain Frekuensi (Fungsi Alih/Transfer Function)
 - Representasi State-Space
- Pendekatan untuk analisa sistem dilakukan dengan menggambarkan sistem dalam persamaan differensial, lalu memilih representasi sistem:
 - Fungsi Alih, merupakan pendekatan analisis klasik untuk sistem Single Input Single Output (SISO)
 - State space, merupakan pendekatan sistem modern, untuk sistem Multiple Input Multiple Output (MIMO)

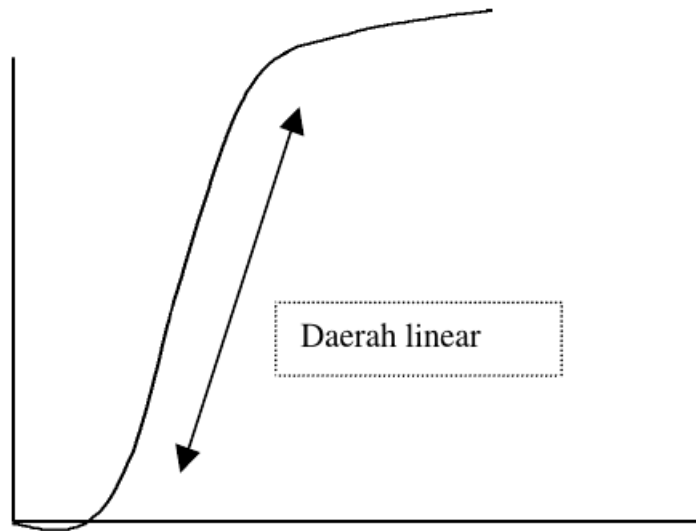
1.3 Klasifikasi Sistem

- Linear vs NonLinear
- Time-invariant vs Time-varying
- Continuous-Time vs Discrete-Time
- Deterministic vs Stochastic
- Lumped-Parameters vs Distributed-Parameters

1.3.1 Linear vs Non-Linear

- Sistem dianggap linear jika berlaku hukum superposisi:
 - hukum superposisi: respons yang dihasilkan input berbeda yang terjadi secara bersamaan adalah sama dengan jumlah masing-masing respon terhadap setiap input jika terjadi secara sendiri-sendiri
 - Sistem linear akan memungkinkan untuk menghitung respon, dengan menghitung setiap input dan menjumlahkan hasilnya.
 - Hal ini akan memudahkan penyederhanaan sistem, sehingga bisa dilakukan linearisasi terhadap sistem dengan piece-wise linearisation (linearisasi sebagian)
- Sistem fisis umumnya bersifat nonlinear dalam tingkat tertentu

- Untuk daerah kerja yang kecil, sistem nonlinear dapat dianggap linear (linearisasi sebagian)



1.3.2 Sistem Time-invariant vs Time-Varying

- Sistem time-invariant memiliki parameter-parameter yang konstan, tidak tergantung terhadap waktu
 - Respon sistem tidak tergantung pada saat kapan input diberikan
- Sistem time-varying memiliki satu atau lebih parameter yang berubah terhadap waktu
 - respon sistem tergantung pada waktu diberikan input
 - Contoh: sistem kendali ruang angkasa: bobot berkurang akibat konsumsi bahan bakar

1.3.3 Sistem Continuous vs Sistem Discrete

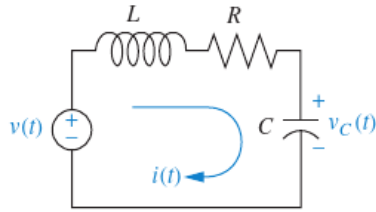
- Sistem kontinyu: memiliki semua variabel / sinyal yang kontinyu terhadap waktu
- Sistem diskrit: memiliki satu atau lebih variabel / sinyal yang diskret terhadap waktu

1.3.4 Sistem deterministic vs Sistem Stochastic

- Sistem deterministik memiliki respons yang dapat ditebak dan konsisten terhadap input yang sama
- Sistem stokastik: sistem menghasilkan respons yang berbeda terhadap input yang sama

1.3.5 Sistem Lumped-Parameters vs Distributed-Parameters

- Lumped-parameters: parameter-parameter komponen bisa dimodelkan secara terkumpul dalam satu titik
 - dicirikan dengan persamaan differensial biasa
- Terdistribusi : Parameter-parameter tidak terkumpul pada satu titik
 - dicirikan dengan persamaan differensial parsial
 - pemodelan parameter terdistribusi misalnya cocok pada sistem transmisi



$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau = v(t)$$

$$i(t) = dq(t)/dt$$

$$L \frac{d^2 q(t)}{dt^2} + R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C} q(t) = v(t)$$

$$q(t) = Cv_C(t)$$

Maka persamaan diferensial akhir = $LC \frac{d^2 v_C(t)}{dt^2} + RC \frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) = v(t)$

Contoh Pembentukan Persamaan Diferensial dari Rangkaian Elektronik

System	Variable Through Element	Integrated Through-Variable	Variable Across Element	Integrated Across-Variable
Electrical	Current, i	Charge, q	Voltage difference, v_{21}	Flux linkage, λ_{21}
Mechanical translational	Force, F	Translational momentum, P	Velocity difference, v_{21}	Displacement difference, y_{21}
Mechanical rotational	Torque, T	Angular momentum, h	Angular velocity difference, ω_{21}	Angular displacement difference, θ_{21}
Fluid	Fluid volumetric rate of flow, Q	Volume, V	Pressure difference, P_{21}	Pressure momentum, γ_{21}
Thermal	Heat flow rate, q	Heat energy, H	Temperature difference, \mathcal{T}_{21}	


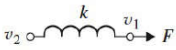
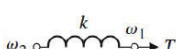
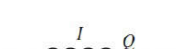
Variabel

1.3.6 Representasi Domain Frekuensi (Transfer Function / Fungsi Alih) vs State-space

- Analisis sistem sederhana, SISO yang bersifat linear, kontinyu, time-invarieant, lumped-parameters, deterministik dapat dilakukan melalui pendekatan tradisional (klasik) dengan fungsi alih yang merupakan representasi sistem pada domain frekuensi.
- Untuk sistem yang kompleks (MIMO, non-linear, time-varying) dan pemodelan dengan akurasi yang tinggi digunakan pendekatan analisis representasi state-space yang merupakan representasi pada domain waktu

1.4 Persamaan Diferensial dari Sistem Fisis


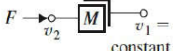

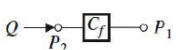
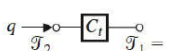
- Persamaan differensial dari sistem fisis diturunkan dari hukum-hukum fisik yang berlaku pada sistem

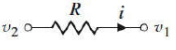
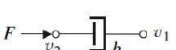

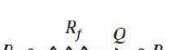
Type of Element	Physical Element	Governing Equation	Energy E or Power \mathcal{P}	Symbol
Inductive storage	Electrical inductance	$v_{21} = L \frac{di}{dt}$	$E = \frac{1}{2} Li^2$	
	Translational spring	$v_{21} = \frac{1}{k} \frac{dF}{dt}$	$E = \frac{1}{2} \frac{F^2}{k}$	
	Rotational spring	$\omega_{21} = \frac{1}{k} \frac{dT}{dt}$	$E = \frac{1}{2} \frac{T^2}{k}$	
	Fluid inertia	$P_{21} = I \frac{dQ}{dt}$	$E = \frac{1}{2} IQ^2$	

Rumus Persamaan Diferensial pada Beberapa Tipe Elemen

1.4.1 Variabel pada sistem fisik

1.4.2 Persamaan Diferensial Pada Elemen Fisik ideal

Type of Element	Physical Element	Governing Equation	Energy E or Power \mathcal{P}	Symbol
Capacitive storage	Electrical capacitance	$i = C \frac{dv_{21}}{dt}$	$E = \frac{1}{2} C v_{21}^2$	
	Translational mass	$F = M \frac{dv_2}{dt}$	$E = \frac{1}{2} M v_2^2$	
	Rotational mass	$T = J \frac{d\omega_2}{dt}$	$E = \frac{1}{2} J \omega_2^2$	
	Fluid capacitance	$Q = C_f \frac{dP_{21}}{dt}$	$E = \frac{1}{2} C_f P_{21}^2$	
	Thermal capacitance	$q = C_t \frac{dT_2}{dt}$	$E = C_t T_2$	

Type of Element	Physical Element	Governing Equation	Energy E or Power \mathcal{P}	Symbol
Energy dissipators	Electrical resistance	$i = \frac{1}{R} v_{21}$	$\mathcal{P} = \frac{1}{R} v_{21}^2$	
	Translational damper	$F = b v_{21}$	$\mathcal{P} = b v_{21}^2$	
	Rotational damper	$T = b \omega_{21}$	$\mathcal{P} = b \omega_{21}^2$	
	Fluid resistance	$Q = \frac{1}{R_f} P_{21}$	$\mathcal{P} = \frac{1}{R_f} P_{21}^2$	
	Thermal resistance	$q = \frac{1}{R_t} T_{21}$	$\mathcal{P} = \frac{1}{R_t} T_{21}$	