Fisica 1 per Chimica (Canali A-E ed P-Z)
Esame scritto di Laboratorio/Statistica 17/07/2018

docenti: Francesco Santanastasio, Paolo Gauzzi

Nome: Cognome:

Matricola Aula:

Canale: Docente:

La durata del compito è 3 ore. I cellulari devono essere spenti. Non è possibile consultare libri di testo o appunti personali. È possibile utilizzare una calcolatrice ed il formulario fornito insieme al compito.
Riportare a penna (non matita) sul presente foglio i risultati numerici finali (con unità di misura ed incertezze di misura). Nell'elaborato riportare sia lo svolgimento dettagliato degli esercizi (indicando tutte le formule utilizzate ed i passaggi) che i risultati numerici.

Esercizio 1

Uno studente vuole misurare il coefficiente di attrito dinamico μ_d tra un corpo ed un piano con il seguente esperimento. Il corpo viene lanciato su un piano orizzontale con una velocità iniziale v_0, misurata con incertezza trascurabile tramite uno strumento digitale. Si misura la distanza S percorsa dal corpo prima di fermarsi a seguito dell'attrito con il piano. L'incertezza su S e' pari a $\sigma_S = 0.005$m, uguale per tutte le misure. Si ripetono le misure per diversi valori di v_0 e si raccolgono i dati in tabella.

v_0 (m/s)	S (m)
1	0.094
2	0.412
3	0.914
4	1.623

Dai principi della dinamica, è nota la relazione lineare che lega la distanza S al quadrato della velocità v_0^2:

$$S = \frac{1}{2\mu_d g} v_0^2$$

dove l'accelerazione di gravità è pari a $g = 9.81$ m/s^2 con incertezza trascurabile.

a) Assumendo la relazione lineare tra S e v_0^2, determinare la migliore stima del coefficiente di attrito dinamico con la sua incertezza utilizzando il metodo dei minimi quadrati.

$\mu_d =$ ________________

b) Determinare la velocità iniziale di lancio, con la sua incertezza, tale che il corpo si fermi dopo una distanza $L = 1$ m .

$v =$ ________________

c) Un secondo studente ripete l'esperimento ottenendo $\mu_d = (0.5205 \pm 0.0015)$. Determinare se le due misure sono in accordo (entro 3 deviazioni standard).

ACCORDO □ DISACCORDO □

NOTA:

Metodo dei minimi quadrati non pesati per una relazione lineare del tipo $y = Bx$

$B = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$

$\sigma_B = \frac{\sigma_y}{\sqrt{\sum x^2}}$

Esercizio 2

Il numero di chiamate che arrivano ogni minuto al centralino telefonico dell'ufficio reclami del mio comune è una variabile casuale che segue una distribuzione poissoniana con valore atteso pari ad 1.

a) Calcolare la probabilità che in un determinato minuto non arrivi nessuna chiamata.

$p =$ __________________

b) Supponendo che il centralino possa gestire al massimo 2 chiamate al minuto, calcolare la probabilità di trovarlo occupato se provo a chiamare in un determinato momento della giornata.

$p =$ __________________

c) Se effettuo 3 chiamate in diverse ore della giornata, calcolare la probabilità di trovare sempre libero.

$p =$ __________________

Esercizio 3

Una ditta produttrice di stampanti sa che la durata di una macchina (in migliaia di pagine) segue una distribuzione normale con $\mu = 1600$ e $\sigma = 80$. La ditta restituisce 1000 € all'acquirente se la durata della macchina è inferiore a 1400 migliaia di pagine. Calcolare la probabilità che:

a) la ditta debba risarcire 1000 € $p =$ __________________

b) su 5 macchine vendute debba risarcire al massimo 1000 € $p =$ __________________

c) su 10000 macchine vendute debba risarcire più di 90000 € $p =$ __________________

-1 punto ogni 3 errori di questo tipo:
- unità di misura non riportate o riportate incorrettamente
- errori di calcolo (procedimento e formule ok ma risultato numerico significativamente sbagliato)

Soluzione Esercizio 1. **(10 punti)**

a) **(4 punti)**
$S = Y$, $v_0^2 = X$, $Y = BX$, $B = \frac{1}{2\mu_d g}$ **(1)**
$\sum XY = 35.936\, m^3/s^2$
$\sum X^2 = 354\, m^4/s^4$
$B = \frac{\sum XY}{\sum X^2}$
$\sigma_B = \frac{\sigma_Y}{\sqrt{\sum X^2}}$
$B = 0.1015 \pm 0.0003 \frac{s^2}{m}$ **(1)**
$\mu_d = \frac{1}{2Bg}$
$\sigma_{\mu_d}/\mu_d = \sigma_B/B = 0.003 = 0.3\%$ **(1)**
$\mu_d = (0.5021 \pm 0.0015)$ (adimensionale) **(1)**

b) **(3 punti)**
$v = \sqrt{2\mu_d g L}$ **(1)**
$\frac{\sigma_v}{v} = \frac{1}{2}\frac{\sigma_{\mu_d}}{\mu_d} = 0.0015 = 0.15\%$**(1)**
$v = (3.139 \pm 0.005)\, m/s$**(1)**

c) **(3 punti)**
$\mu_1 = (0.5021 \pm 0.0015)$
$\mu_2 = (0.5205 \pm 0.0015)$
$\Delta = |\mu_1 - \mu_2| = 0.0184$**(1)**
$\sigma_\Delta = \sqrt{2}\sigma_\mu = 0.0021$**(1)**
$t = \frac{\Delta}{\sigma_\Delta} = 8.8 >> 3 \rightarrow$ le due misure non sono in accordo. **(1)**

Soluzione Esercizio 2. **(10 punti)**

a) **(3 punti)**
n = numero di chiamate in un minuto, segue una distribuzione di Poisson con $\lambda = 1$. $P_\lambda(n) = \frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!}$ **(1)**
$P_\lambda(n=0) = \frac{1^0 e^{-1}}{0!} = 36.8\%$ **(2)**
b) **(4 punti)**
Trovo libero se sono in corso zero ($n = 0$) chiamate o una ($n = 1$) chiamata in quel dato minuto:
$p(libero) = P_\lambda(n=0) + P_\lambda(n=1)$ **(1)**
$P_\lambda(n=1) = \frac{1^1 e^{-1}}{1!} = 36.8\%$ **(1)**
$p(occupato) = 1 - p(libero) = 100\% - 36.8\% - 36.8\% = 26.4\%$ **(2)**
c) **(3 punti)**
Successo: centralino libero $\rightarrow$ probabilità $p(libero) = 1 - p(occupato) = 73.6\%$ **(1)**
n numero di successi in $N = 3$ prove indipendenti. **(1)**
$p(sempre\, libero) = B_{N,p}(n=3) = \frac{3!}{3!(3-3)!}(0.736)^3(1-0.736)^{3-3} = 0.736^3 = 39.9\%$**(1)**

Soluzione Esercizio 3. **(10 punti)**
a) **(3 punti)**
$1600 - 1400 = 200$; $\frac{200}{80} = 2.5$ dev. standard **(1)**
$P(t < 2.5\sigma) = 50\% - 49.38\% = 0.62\%$ **(2)**

b) **(4 punti)**

Binomiale con $N = 5$ e $p = 0.0062$ **(1)**
$B_{5;0.0062}(0) = (1 - 0.0062)^5 = 96.9\%$ **(1)**
$B_{5;0.0062}(1) = 5 \times 0.0062 \times (1 - 0.0062)^4 = 3.0\%$ **(1)**
$P = B_{5;0.0062}(0) + B_{5;0.0062}(1) = 99.9\%$ **(1)**
c) **(3 punti)**
La binomiale con $N = 10000$ si approssima con una gaussiana con: $\mu = Np = 62$ e $\sigma = \sqrt{Np(1-p)} = 7.85$ **(1)**
90000 € vuol dire almeno 90 macchine difettose, $\frac{90-62}{7.85} = 3.5$ **(1)**
$P(t > 3.5\sigma) = 50\% - 49.98\% = 2 \times 10^{-4}$ **(1)**