Fisica 1 per Chimica (Canali A-E ed P-Z)
Esame scritto di Laboratorio/Statistica 24/1/2019
docenti: Francesco Santanastasio, Paolo Gauzzi

Nome: Cognome:

Matricola Aula:

Canale: Docente:

La durata del compito è 3 ore. I cellulari devono essere spenti. Non è possibile consultare libri di testo o appunti personali. È possibile utilizzare una calcolatrice ed il formulario fornito insieme al compito.
Riportare a penna (non matita) sul presente foglio i risultati numerici finali (con unità di misura ed incertezze di misura). Nell'elaborato riportare sia lo svolgimento dettagliato degli esercizi (indicando tutte le formule utilizzate ed i passaggi) che i risultati numerici.

Esercizio 1

In un account di posta elettronica arrivano in media 36 e-mail al giorno.

a) Qual è il numero (intero) più probabile di e-mail trovate in un'ora?

$n =$ ____________

b) Qual è la probabilità di trovare 3 o più e-mail in un'ora ?

$P(n \geq 3) =$ ____________

c) Controllando l'account dopo 16 ore, qual è la probabilità di trovare più di 38 nuove e-mail ?

$P(n > 38) =$ ____________

Esercizio 2

Una ditta fornisce resistenze di valore nominale dichiarato $R_\mu = 470\,\Omega$. Il valore delle resistenze è distribuito secondo una gaussiana centrata in R_μ e con deviazione standard nota $\sigma = 20\,\Omega$. Un sistema di controllo esclude dalla vendita tutte le resistenze prodotte superiori a 520 Ω ed inferiori a 420 Ω.

a) Determinare il numero N di resistenze che vengono in media scartate dalla procedura di controllo ogni 10000 resistenze prodotte.

$N =$ ____________

Uno studente misura un campione di 25 resistenze e ne calcola la media ottenendo $\overline{R} = 490\,\Omega$. Si assuma che la deviazione standard della gaussiana σ fornita dalla ditta sia una stima corretta.

b) Determinare la miglior stima del valore nominale delle resistenze e la sua incertezza.

$R_{\mu,mis.} =$ ____________

c) Determinare se il valore misurato $R_{\mu,mis.}$ è in buon accordo con il valore R_μ dichiarato dalla ditta.
ACCORDO □ DISACCORDO □

Esercizio 3

Un astronauta esegue un esperimento di fisica sulla superficie della Luna. La tabella riporta le sue misure di allungamento di una molla ΔL (misurato in cm) in funzione della massa m (misurata in kg) dei pesi applicati. L'incertezza sulla misura di ΔL è uguale per tutte le misure e pari a 0.05 cm, mentre l'incertezza sulle misure di massa è trascurabile. La costante elastica della molla è pari a $k = (11.6 \pm 0.1)$ N/m. E' noto che esiste una relazione lineare tra l'allungamento e la massa, $\Delta L = B \cdot m$, con $B = \frac{g_L}{k}$ dove g_L è l'accelerazione di gravità sulla Luna.

ΔL (cm)	m (kg)
0.4	0.0264
1.2	0.0794
1.6	0.105
2.0	0.138

a) Assumendo la relazione lineare, calcolare la miglior stima del parametro B e la sua incertezza riportando il risultato finale con le unità di misura del sistema internazionale.

$B =$ ________________

b) Determinare la miglior stima dell'accelerazione di gravità sulla Luna e la sua incertezza.

$g_L =$ ________________

c) Determinare la miglior stima del raggio della Luna r_L e la sua incertezza, sapendo che $g_L = \frac{M_L \cdot G}{r_L^2}$ dove la massa della Luna vale $M_L = 7.348 \cdot 10^{22}$ kg e la costante di gravitazione universale vale $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$ (entrambe note con incertezze trascurabili).

NOTA:
Metodo dei minimi quadrati non pesati per una relazione lineare del tipo $y = Bx$
$B = \frac{\sum xy}{\sum x^2}$
$\sigma_B = \frac{\sigma_y}{\sqrt{\sum x^2}}$

-1 punto ogni 3 errori di questo tipo:
- unità di misura non riportate o riportate incorrettamente
- errori di calcolo (procedimento e formule ok ma risultato numerico significativamente sbagliato)

Soluzione Esercizio 1. **(10 punti)**

a) **(4 punti)**

$\mu = \frac{36}{24} = 1.5$ e-mail/h. **(1)**

$P_{1.5}(\nu) = e^{-1.5} \frac{1.5^\nu}{\nu!}$.

$P_{1.5}(0) = e^{-1.5} = 22.3\%$.

$P_{1.5}(1) = 1.5e^{-1.5} = 33.5\%$

$P_{1.5}(2) = \frac{1.5^2 e^{-1.5}}{2} = 25.1\%$ **(2)**

Il valore più probabile in un'ora è $n = 1$ **(1)**

b) **(2 punti)**

$P_{1.5}(n \geq 3) = 1 - P_{1.5}(0) - P_{1.5}(1) - P_{1.5}(2) = 19.1\%$ **(2)**

c) **(4 punti)**

Il numero aspettato di e-mail in 16 ore è $1.5 \times 16 = 24$.

Si può usare l'approssimazione gaussiana con $\mu = 24$ e $\sigma = sqrt(\mu) = 4.9$ **(1)**

$\frac{38-24}{4.9} = 2.86$ deviazioni standard. **(1)**

$P(n \geq 38) = 50\% - P(t \geq 2.86) = 0.2\%$**(2)**

Soluzione Esercizio 2. **(10 punti)**

a) **(5 punti)**

$t = \frac{|520-470|}{20} = \frac{|420-470|}{20} = 2.5$ **(2)**

$p(R > 520\,\Omega\, o\, R < 420\,\Omega) = 2 \cdot (50\% - Q(2.5)) = 1.24\%$ **(1.5)**

$N = 10000 * 1.24\% = 124$ **(1.5)**

b) **(2.5 punti)**

$R_{\mu,mis} = \overline{R} \pm \frac{\sigma}{\sqrt{25}} = (490 \pm 4)\,\Omega$ **(2.5)**

c) **(2.5 punti)**

$t = \frac{|490-470|}{4} = 5$ **(1.5)**

Il valore misurato è lontano 5 deviazioni standard dal valore atteso. Quindi i due valori non sono in accordo. **(1)**

Soluzione Esercizio 3. **(10 punti)**

a) **(4 punti)**

$Y = \Delta L$, $X = m$, $Y = BX$ **(1)**

$B = \sum m\Delta L / \sum m^2 = 14.83$ cm/kg **(1)**

$\sigma_B = \sigma_{\Delta L} / \sqrt{\sum m^2} = 0.26$ cm/kg **(1)**

$B = (14.83 \pm 0.26)10^{-2}$ m/kg **(1)**

b) **(3 punti)**

$g_L = B \cdot k$

$\sigma_{g_L}/g_L = \sqrt{(\sigma_B/B)^2 + (\sigma_k/k)^2} = 2\%$ **(1.5)**

$g_L = (1.720 \pm 0.034)\text{m/s}^2$ **(1.5)**

c) **(3 punti)**

$r_L = g_L^{-1/2}\sqrt{M_L G}$

$\sigma_{r_L}/r_L = \frac{1}{2}\sigma_{g_L}/g_L = 1\%$ **(1.5)**

$r_L = (16.88 \pm 0.17)10^5$ m$= 1688 \pm 17$ km **(1.5)**