

**Viện Toán ứng dụng và Tin học, Trường ĐHBKHN**  
**Bài tập tuần 3 Section 1 môn các mô hình ngẫu nhiên và ứng dụng**

♣ ( Ngày 21 tháng 03 năm 2019)

**Câu 1** Một con chuột có ba trạng thái  $I = \{sleep, eat, exercise\}$  và ma trận xác suất chuyển sau mỗi bước thời gian

$$\mathbb{P} = \begin{bmatrix} 0.9 & 0.05 & 0.05 \\ 0.7 & 0 & 0.3 \\ 0.8 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}$$

- (a) Phân phối ban đầu  $\lambda = (1, 0, 0)$ . Tìm phân phối xác suất ở bước thời gian thứ ba.
- (b) Tìm phân phối giới hạn của xích Markov.

**Câu 2** Một hạt vật lý chuyển động trên một đường tròn qua các điểm 0, 1, 2, 3, 4 theo thứ tự chiều kim đồng hồ. Tại mỗi bước hạt chuyển sang phải với xác suất  $\alpha \in (0, 1)$  và chuyển sang trái (ngược chiều kim đồng hồ) với xác suất  $1 - \alpha$ . Ký hiệu  $X_n$  là vị trí của hạt tại bước thứ  $n$ .

- (a)  $(X_n)_{n \geq 0}$  có phải là xích Markov không? Tại sao?
- (b) Nếu là xích Markov tìm phân phối giới hạn.

**Câu 3** Giả sử  $(X_n)_{n \geq 0}$  là xích Markov Ergodic. Đặt  $Y_n = (X_{n-1}, X_n), n = 1, 2, \dots$

- (a)  $(Y_n)_{n \geq 0}$  có phải là xích Markov không? Tại sao?
- (b) Nếu  $(Y_n)_{n \geq 0}$  là xích Markov thì tìm ma trận xác suất chuyển  $\mathbb{Q}$ .
- (c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} P[Y_n = (i, j)]$

**Câu 4** Dùng Jupyter python để viết thuật toán kiểm tra ma trận chính quy của xích Markov nếu cho trước không gian trạng thái  $\mathbb{I}$  và ma trận xác suất chuyển  $\mathbb{P}$ .

**Câu 5** Dùng Jupyter python để viết thuật toán tìm phân phối Ergodic của xích Markov nếu cho trước không gian trạng thái  $\mathbb{I}$  và ma trận xác suất chuyển  $\mathbb{P}$ .