

Viện Toán ứng dụng và Tin học, Trường ĐHBKHN
Bài tập tuần 3 Section 1 môn các mô hình ngẫu nhiên và ứng dụng

♣ (Ngày 28 tháng 03 năm 2019)

Câu 1 Một con châu chấu nhảy qua nhảy lại một cách ngẫu nhiên trên bốn đỉnh của một hình vuông. Giả sử tại một thời điểm con châu chấu sẽ nhảy đến một trong hai đỉnh kề với nó đang đứng với cùng xác suất $1/2$. Đánh số các đỉnh lần lượt là 0, 1, 2, 3 theo chiều kim đồng hồ. Gọi $(X_n)_{n \geq 0}$ là vị trí của con châu chấu đứng sau khi nhảy lần thứ n .

- (a) Xích trên có tối giản không, tìm chu kỳ các trạng thái .
- (b) Tìm xác suất để con châu chấu quay trở lại vị trí xuất phát sau 100 bước nhảy.

Câu 2 Tung một con xúc sắc có hai mặt sấp (S) và ngửa (N) với xác suất xảy ra đồng khả năng. Tìm số lần trung bình tung đồng xu cho tới khi mẫu NSN xuất hiện.

Câu 3 Người ta quan tâm tới việc phân luồng bệnh nhân được nhập vào bệnh viện, với mục tiêu là phân tích việc di chuyển loại phòng tương ứng với việc chăm sóc là: phòng chăm sóc thông thường, phòng chăm sóc đặc biệt và phòng chăm sóc tăng cường (ICU- Intensive care unit). Dựa vào lịch sử dữ liệu có 60% bệnh nhân tới được chăm sóc thông thường, 30% chăm sóc đặc biệt và 10% chăm sóc tăng cường. Trường hợp chăm sóc thông thường có 55% có hội sẽ rời khỏi bệnh viện sau một ngày, 30% sẽ tiếp tục ở lại phòng chăm sóc thông thường và 15% sẽ phải chuyển lên phòng đặc biệt. Những bệnh nhân ở phòng đặc biệt có 10% sẽ khỏi sau một ngày và ra viện không cần ở trong trạng thái chăm sóc của bệnh viện, 20% sẽ chuyển tới phòng chăm sóc thông thường, 10% sẽ chuyển lên phòng tăng cường và 5% sẽ bị chết. Với bệnh nhân ở phòng chăm sóc tăng cường thì sẽ không có trường hợp nào trực tiếp được khỏi bệnh sau một ngày mà sẽ chuyển sang việc chăm sóc khác là được chăm sóc thông thường, chăm sóc đặc biệt và chăm sóc tăng cường với xác suất là 5%, 30%, 55% tương ứng. Giả sử X_n là xích Markov chỉ trạng thái chăm sóc của một bệnh nhân vào viện ở ngày thứ n .

- (a) Tìm xác suất bệnh nhân ở phòng chăm sóc tăng cường (ICU) mà sau 2 ngày khỏi bệnh.
- (b) Tìm số ngày trung bình một bệnh nhân khi bắt đầu được chấp nhận vào viện thì được chăm sóc ICU và sẽ tiếp tục ở phải chăm sóc ICU
- (c) Tìm số ngày trung bình bệnh nhân ở trong bệnh viện được chăm sóc thông thường.
- (d) Xét một ngày cụ thể, có 100 bệnh nhân được chấp nhận nhập viện. Tìm số bệnh nhân trung bình sử dụng ICU.

Câu 4 Dùng Jupyter python để viết thuật toán tìm thời gian trung bình để xích lần đầu tiên chạm vào tập hấp thụ A của xích Markov cho trước không gian trạng thái \mathbb{I} có tập A là tập hấp thụ và ma trận xác suất chuyển

$\mathbb{P} = \begin{bmatrix} \mathbb{I} & \mathbb{O} \\ \mathbb{R} & \mathbb{Q} \end{bmatrix}$. trong đó \mathbb{I} là ma trận đơn vị có kích thước tương ứng với các trạng thái hấp thụ của A , và \mathbb{O} là ma trận không.