

Viện Toán ứng dụng và Tin học, Trường ĐHBKHN
Bài tập môn các mô hình ngẫu nhiên và ứng dụng

♣ Ngày 13 tháng 3 năm 2020

TênNgày sinh $\alpha = \dots\dots\dots$ tháng sinh $\beta = \dots\dots\dots$

Yêu cầu sinh viên phải làm đúng theo giá trị α, β của mình.

Câu 1: Cho xích Markov $(X_n)_{n \geq 0}$ với không gian trạng thái

$\mathbb{I} = \{0, 1, 2\}$, phân phối ban đầu $\lambda = (1, 0, 0)$ và ma trận xác suất chuyển

$$\mathbb{P} = \begin{bmatrix} 3/7 & 3/7 & 1/7 \\ \alpha\% & 0.7 - \alpha\% & 0.3 \\ 1/11 & 2/11 & 8/11 \end{bmatrix}$$

Đặt $Y_n = \begin{cases} -1 & \text{nếu } X_n = 0 \\ 1 & \text{nếu } X_n \neq 0 \end{cases}$ Chứng tỏ rằng $(X_n)_{n \geq 0}$ là xích Markov, tìm ma trận xác suất chuyển \mathbb{Q} của $(Y_n)_{n \geq 0}$.

Câu 2: Cho xích Markov ma trận xác suất chuyển có các trạng thái $\mathbb{I} = \{0, 1, 2\}$ và phân phối ban đầu $\lambda = (0.3, 0.5, 0.2)$

$$\mathbb{P} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.6 & \alpha\% & 0.4 - \alpha\% \\ 0.6 & 0.2 & 0.2 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix}$$

(a) Tìm $\mathbb{P}^{(n)}, 2 \leq n \in \mathbb{N}$

(b) Tìm phân phối của xích sau n bước, $\lambda^{(n)}, 2 \leq n \in \mathbb{N}$

Câu 3: Phân lớp và kiểm tra tính tối giản của xích Markov bằng quan hệ liên thông với $\mathbb{I} = \{0, 1, 2, 3\}$ và ma trận xác suất chuyển

$$a, \mathbb{P}_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} b, \mathbb{P}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.25 & 0.25 & 0.25 & 0.25 \end{bmatrix}$$

Câu 4: Hãy code bằng Jupyter Python nhập không gian trạng thái \mathbb{I} , nhập ma trận xác suất chuyển \mathbb{P} của một xích Markov. Viết thuật toán nhập hai trạng thái $(i, j) \in \mathbb{I}$ đưa ra kết quả trả về là:

(a) Trạng thái i đến được trạng thái j

(b) Trạng thái i liên thông với trạng thái j

Câu 5: Hãy code bằng Jupyter Python nhập không gian trạng thái \mathbb{I} , nhập ma trận xác suất chuyển \mathbb{P} của một xích Markov. Viết thuật toán kiểm tra xem xích Markov trên có phải là chính quy hay không?

Kết thúc