

Viện Toán ứng dụng và Tin học, Trường ĐHBKHN
Bài tập tuần 5 môn các mô hình ngẫu nhiên và ứng dụng

Câu 1: Xét tính hồi quy của các trạng thái của xích Markov có không gian trạng thái $I = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ và ma trận xác suất chuyển

$$\mathbb{P} = \begin{bmatrix} 1/3 & 0 & 1/3 & 0 & 0 & 1/3 \\ 1/2 & 1/4 & 1/4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 & 0 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Câu 2: Cho xích Markov ma trận xác suất chuyển có các trạng thái $I = \{0, 1, \dots\}$ và các xác suất chuyển

$$p_{i,i-1} = 1; i = 1, 2, \dots$$

$$p_{0,i} = p_i; i = 0, 1, \dots$$

- (a) Xích Markov có phải là tối giản hay không?
- (b) Các trạng thái i có hồi quy hay không?

Câu 3: Cho các biến ngẫu nhiên độc lập và có cùng phân phối X_1, X_2, \dots có

$$P(X_n = 1) = P(X_n = -1) = \frac{1}{2}.$$

Đặt $Y_0 = 0$ biến ngẫu nhiên du động đối xứng là $Y_n = X_1 + \dots + X_n$. Hãy tìm các xác suất sau:

- (a) $P(Y_n = k), \forall k,$
- (b) $P(Y_n \geq 0, \forall n = 1, 2, 3, 4),$
- (c) $P(Y_n \leq 2, \forall n = 1, 2, 3, 4).$

Câu 4: Cho các biến ngẫu nhiên độc lập và có cùng phân phối X_1, X_2, \dots có

$$P(X_n = 1) = p; P(X_n = -1) = q; (p + q = 1).$$

Đặt $Y_0 = 0$ biến ngẫu nhiên du động đối xứng là $Y_n = X_1 + \dots + X_n$. Đặt $Z_n = Y_{2n}; W_n = e^{S_n}$.

- (a) Chứng tỏ rằng $(Z_n)_{n \geq 0}, (W_n)_{n \geq 0}$ là xích Markov.
- (b) Tìm ma trận xác suất chuyển của mỗi xích.

Câu 5: Code bằng Jupyter Python để xác định trạng thái hồi quy hay chuyển của một xích Markov.

Kết thúc