



Practica 1: Familiarización con el sistema de medición

Escobar , Santiago¹; Cortes, Sebastian²; Barbosa Rafael³

Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogota, Colombia

10 de Febrero del 2025

54/60

1. Introducción

Para la práctica de calibración del detector centellador. El centellador empleado es de yoduro de sodio (NaI), un material ampliamente utilizado en la detección de radiación debido a su alta eficiencia en la conversión de fotones incidentes en señales luminosas. Estas señales luminosas son posteriormente convertidas en señales electrónicas mediante un fotomultiplicador.

En el esquema experimental, la radiación incide sobre el cristal de NaI y, al atravesarlo, llega a un fotocátodo que absorbe la energía de los fotones y emite fotoelectrones hacia los dinodos (ánodos) del fotomultiplicador. En este proceso, se incrementa la cantidad de electrones mientras se reduce su energía, lo que permite generar una señal electrónica a partir de los fotones incidentes. Esta señal debe ser convertida en información analizable por un computador.

La señal proveniente del fotomultiplicador es recibida por un preamplificador, que la amplifica para que pueda ser procesada por el amplificador. Este último genera picos cuya altura es proporcional a la señal de entrada y cuya duración es adecuada para evitar la superposición de datos. Las señales de salida del amplificador, que suelen tener forma de gaussianas o triángulos, son discretizadas por el ADC (convertidor analógico-digital) para transformarlas en una señal digital. Estos datos son luego clasificados en forma de histograma por el MCA (analizador multicanal) y finalmente se visualizan en la computadora [Cristancho, 2025].

2. Procedimiento

Los espectros analizados en este estudio fueron obtenidos utilizando instrumentación NIM, siguiendo el procedimiento descrito en los experimentos demostrativos.

Para ello, se emplearon fuentes de rayos gamma de ^{137}Cs , ^{60}Co y ^{22}Na , las cuales se posicionaron individualmente sobre la nariz de un detector de NaI ($3'' \times 3''$). Cada fuente fue medida durante un tiempo determinado Δt , cuyos valores específicos se detallan en la Tabla Tabla 1. En la misma tabla, se incluyen los nombres de los archivos correspondientes a cada espectro registrado.

Tabla 1. Tiempos de toma de datos para cada una de las fuentes usadas y nombre del archivo con el espectro resultante.

fuelle γ	Δt (min)	archivo
^{137}Cs	5	Cs137_5minNaI.csv
^{60}Co	10	Co60_10minNaI.csv
^{22}Na	10	Na22_10minNaI.csv

3. Análisis

3.1. Determinación de cantidades espectroscópicas experimentales

Los tres espectros obtenidos se muestran en la Figura 1, donde se resalta la presencia de dos fotopicos en cada una de las muestras. Inicialmente, se realiza el ajuste mediante funciones gaussianas superpuestas sobre un fondo lineal para cada fotopico.

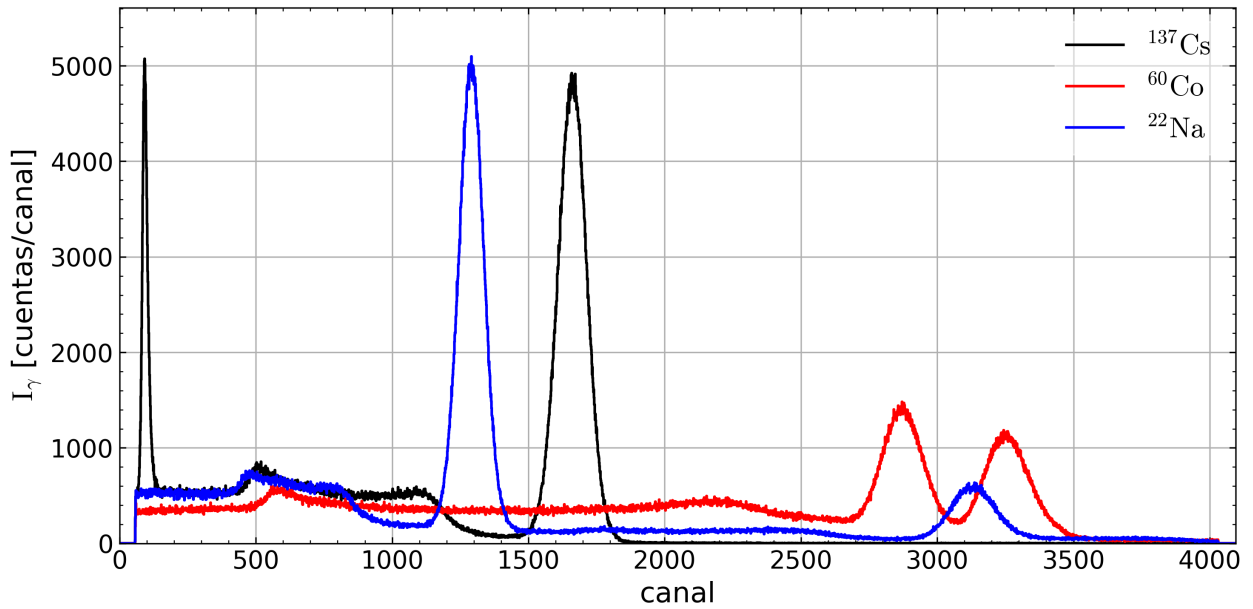


Figura 1. Número de cuentas por canal registrados por el detector centellador NaI para muestras de ^{137}Cs , ^{60}Co y ^{22}Na .

Y la gráfica del ajuste con dos gaussianas

La Figura 2 muestra el ajuste realizado a los fotopicos del ^{137}Cs . En este caso, cabe destacar que el primer fotopico se ajusta mejor al considerar la suma de dos curvas gaussianas. Esto se atribuye principalmente a la contribución del rayo X $\text{K}\alpha$, con una menor participación del rayo X $\text{K}\beta$, ambos generados por conversión interna.

En el análisis posterior, se tomará como centro de este pico el valor de la curva gaussiana de mayor intensidad, es decir $\mu = 90.87(8)$ canal. Los valores asociados a este ajuste se presentan en la Tabla 2.

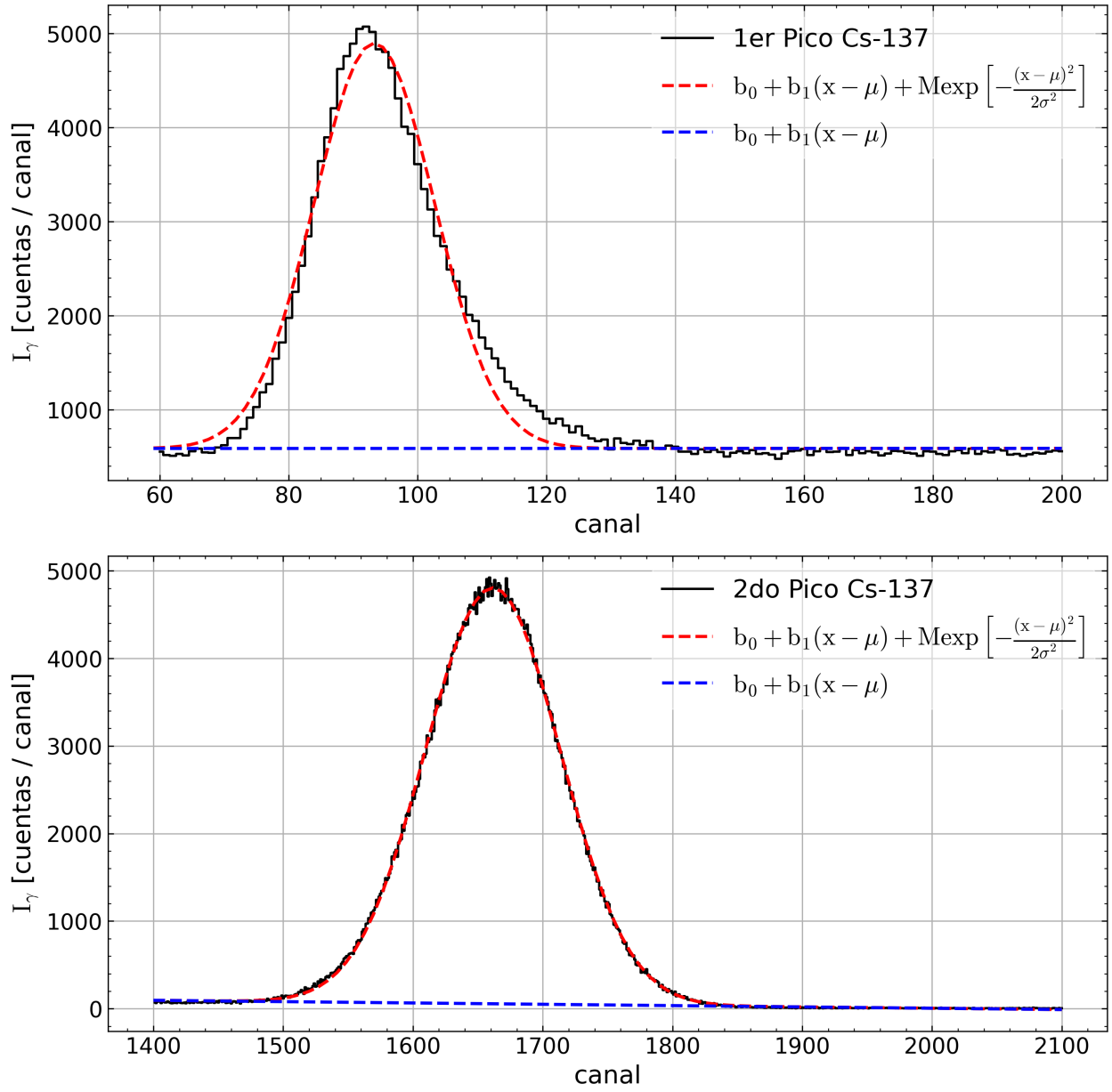


Figura 2. Ajuste para los fotopicos del ^{137}Cs .

Y la figura con el ajuste? No la muestran porque no la pedí?

Tabla 2. Parámetros de ajuste para los picos del ^{137}Cs con intensidades

	M [cuentas]	μ [canal]	σ [canales]	FWHM [canales]	Intensidad [cuentas]
1er Pico Cs-137	3297(172)	90.87(8)	7.21(15)	16.99(34)	106614(7311)
	1583(125)	100.21(9)	11.84(36)	27.89(84)	
2do Pico Cs-137	4750(5)	1661.57(6)	52.24(7)	123.02(15)	1292826(2071)

En cuanto a los ajustes realizados para el ^{60}Co (ver Figura 3), el ajuste se lleva a cabo de manera simultánea sobre ambos fotopicos, ya que estos se encuentran próximos entre sí y comparten un fondo lineal similar. Los datos correspondientes a este ajuste se presentan en la Tabla 3.

Para el espectro del ^{22}Na (ver Figura 4), el ajuste se realiza de manera individual para cada pico, y los valores obtenidos se muestran en la Tabla 4.

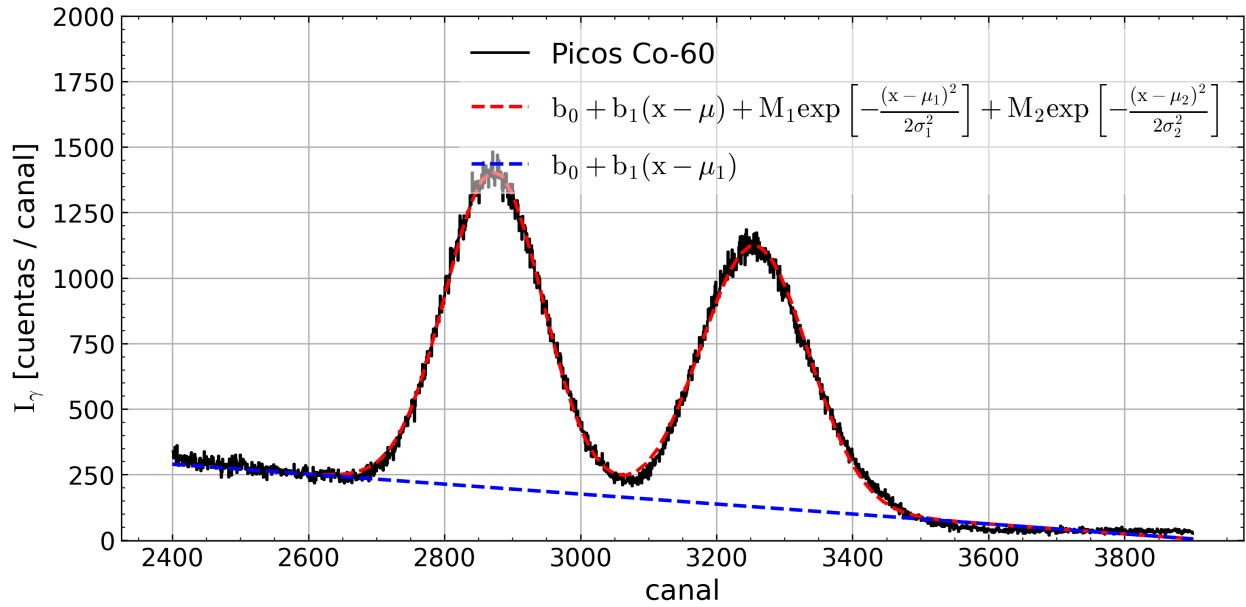


Figura 3. Ajuste a los fotopicos del ^{60}Co .

Tabla 3. Parámetros de ajuste para los picos del ^{60}Co con intensidades

	M [cuentas]	μ [canal]	σ [canales]	FWHM [canales]	Intensidad [cuentas]
Picos Co-60	1208(3)	2873.02(19)	71.25(21)	167.78(49)	412366(1667)
	998(3)	3256.48(24)	78.61(26)	185.11(61)	

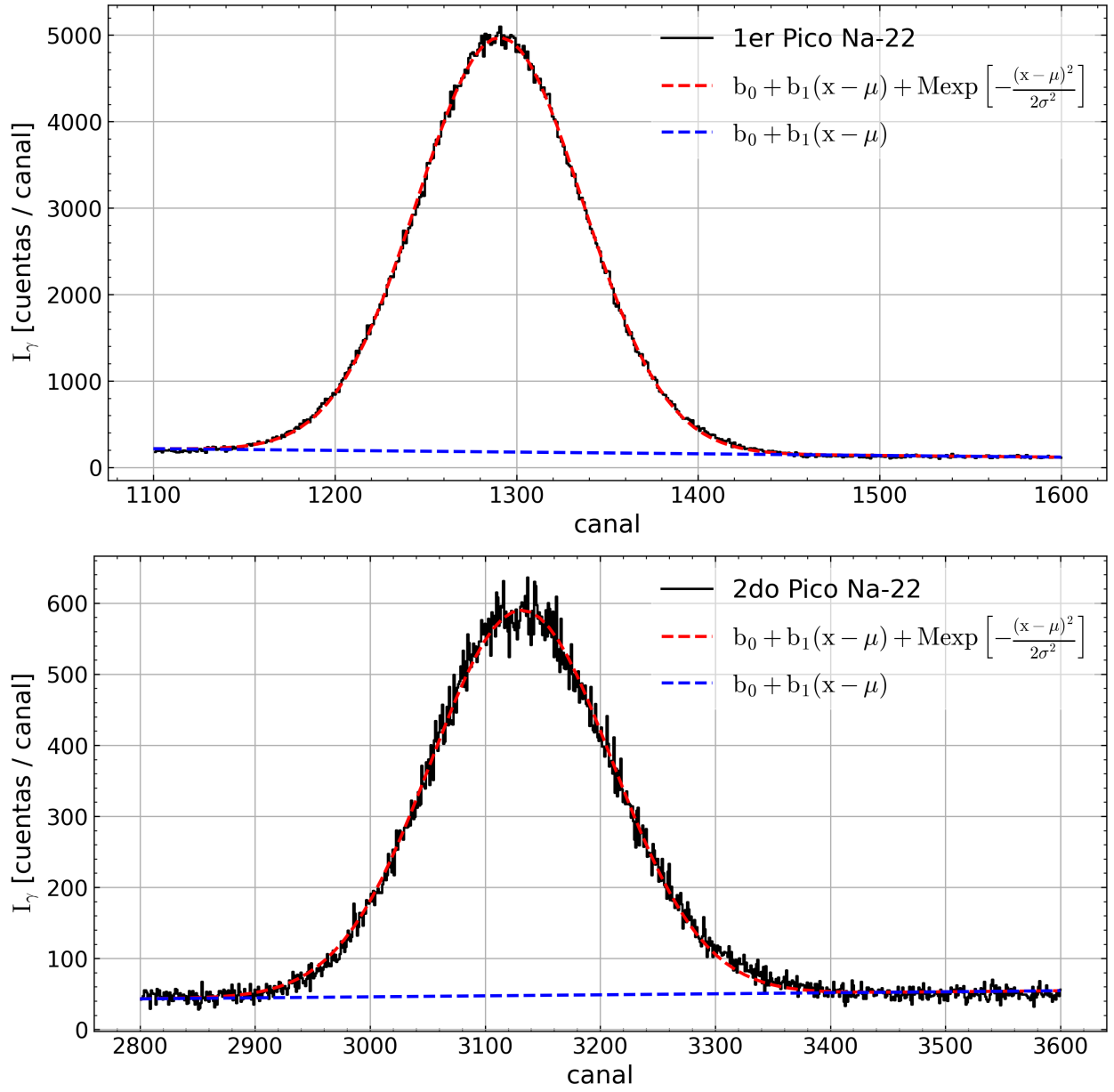


Figura 4. Ajuste a los fotopicos del ^{22}Na .

Tabla 4. Parámetros de ajuste para los picos del ^{22}Na con intensidades

	M [cuentas]	μ [canal]	σ [canales]	FWHM [canales]	Intensidad [cuentas]
1er Pico Na-22	4793(6)	1290.90(6)	45.55(7)	107.26(16)	547286(1048)
2do Pico Na-22	542(2)	3131.53(26)	78.91(30)	185.81(70)	107239(507)

3.2. Calibración en energía.

Utilizando los datos de los centros de las curvas gaussianas, es posible determinar el canal principal correspondiente a cada pico presente en los espectros. Tomando los valores de energía atribuidos a cada pico, tabla C.1 de [Cristancho, 2025], se puede realizar el ajuste de canal a energía para la calibración del detector centellador. El ajuste realizado se muestra en la Figura 5, y las constantes de ajuste se presentan en la Tabla 5.

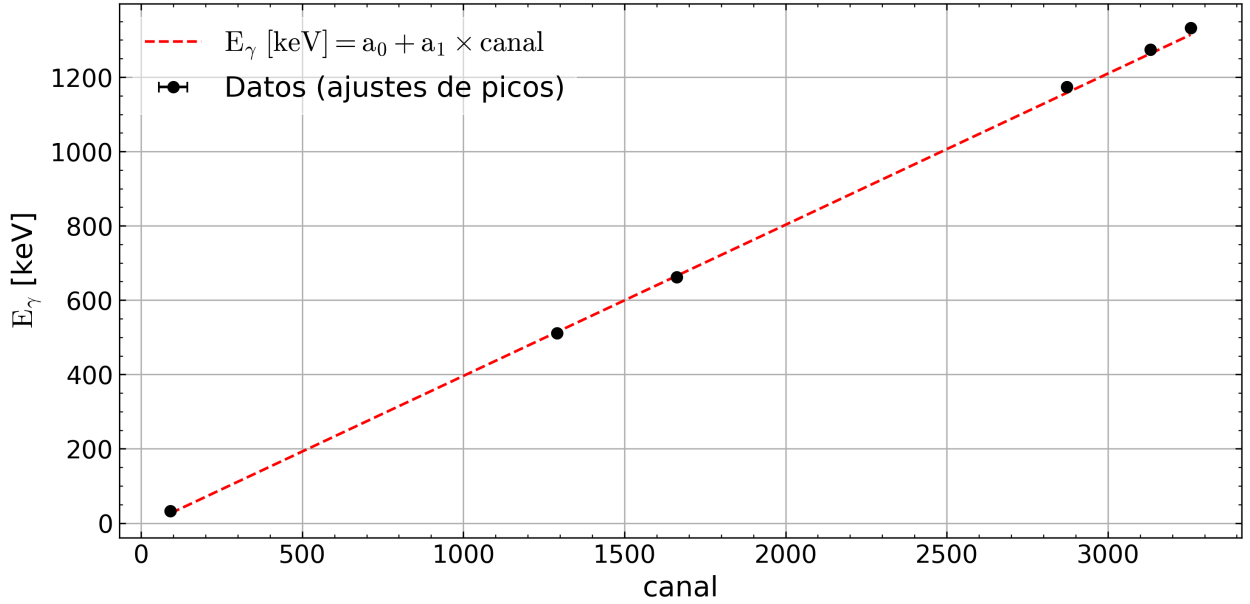


Figura 5. Ajuste para la calibración de canal a E_γ

Tabla 5. Constantes relacionadas al ajuste de la Figura 5.

a_0 [keV]	a_1 [keV/canal]
-10.75(7)	0.406*

* La incertidumbre de este valor es despreciable.

A partir de los datos de calibración, es posible evaluar la fidelidad del ajuste comparando los valores de energía teóricos y ajustados para cada pico. Esta información se resume en la Tabla 6. Se observa que todos los valores presentan errores relativos por debajo del 2 %, a excepción del primer valor de 32.8 keV, que muestra un error cercano al 20 %. Esto se debe a la alta sensibilidad del cálculo del error relativo cuando se trabaja con valores pequeños.

Tabla 6. Datos de energía gamma, canal (obtenidos por ajuste a los picos), ajuste y sus diferencias con incertidumbres.

E_γ [keV]	Canal	E_γ ajuste [keV]	$\Delta(E_\gamma - E_\gamma \text{ ajuste})$ [keV]	% Δ/E_γ
32.8	90.87(8)	26.22(7)	6.58(7)	20.06(22)
511.0	1290.90(6)	514.43(9)	-3.43(9)	-0.67(2)
661.7	1661.57(6)	665.23(11)	-3.53(11)	-0.53(2)
1173.2	2873.02(19)	1158.08(15)	15.12(15)	1.29(1)
1274.5	3131.53(26)	1263.25(16)	11.25(16)	0.88(1)
1332.5	3256.48(24)	1314.09(17)	18.41(17)	1.38(1)

3.3. Borde Compton y pico de retrodispersión para el ^{60}Co

Considerando el patrón del ^{60}Co , es posible hacer una estimación aproximada de la posición del borde Compton. En este caso, dicha estimación solo puede realizarse para el primer fotopico, ya que el borde del segundo pico se superpone al primer fotopico. La Figura 6 muestra la estimación en canal para cada caso.

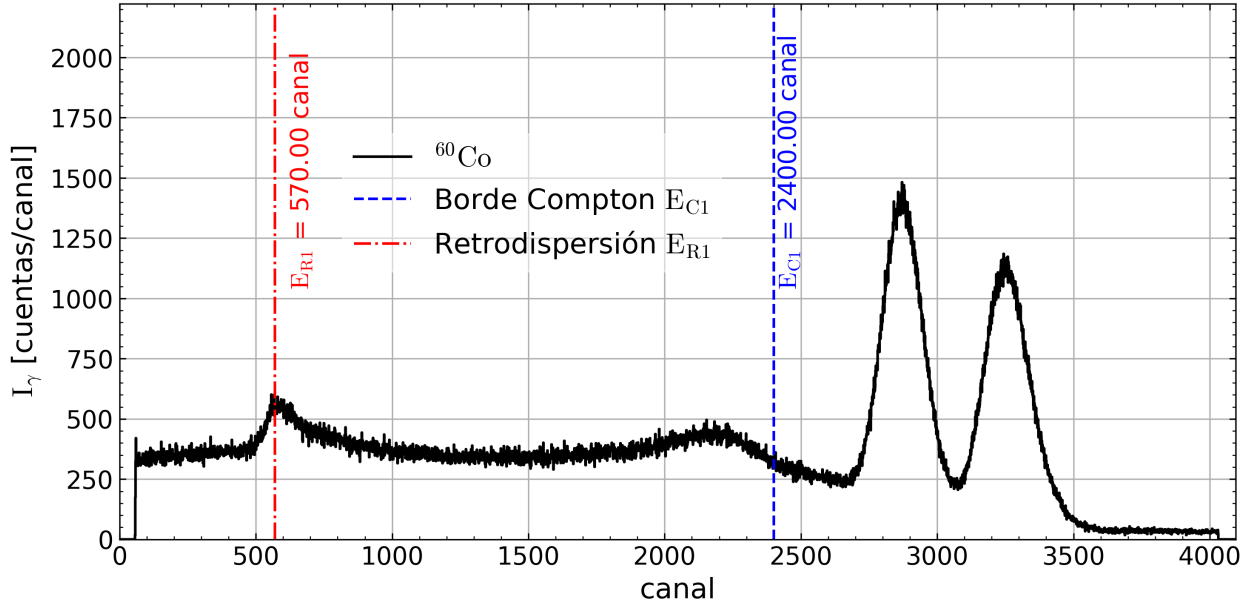


Figura 6. Posición estimada del borde Compton y pico de retrodispersión en canal.

Ahora, realizando la conversión de canal a energía y considerando el ajuste de los dos fotopicos, es posible determinar los valores esperados o teóricos del borde Compton y del pico de retrodispersión mediante las ecuaciones 1 y 2. La Figura 7 muestra el cálculo realizado para la posición del pico de retrodispersión y el borde Compton, tanto para los picos hallados experimentalmente como para los valores tomados de la referencia [Cristancho, 2025].

$$E_C = \frac{2E_\gamma^2}{2E_\gamma + m_e} \quad (1)$$

$$E_R = E_\gamma - E_C \quad (2)$$

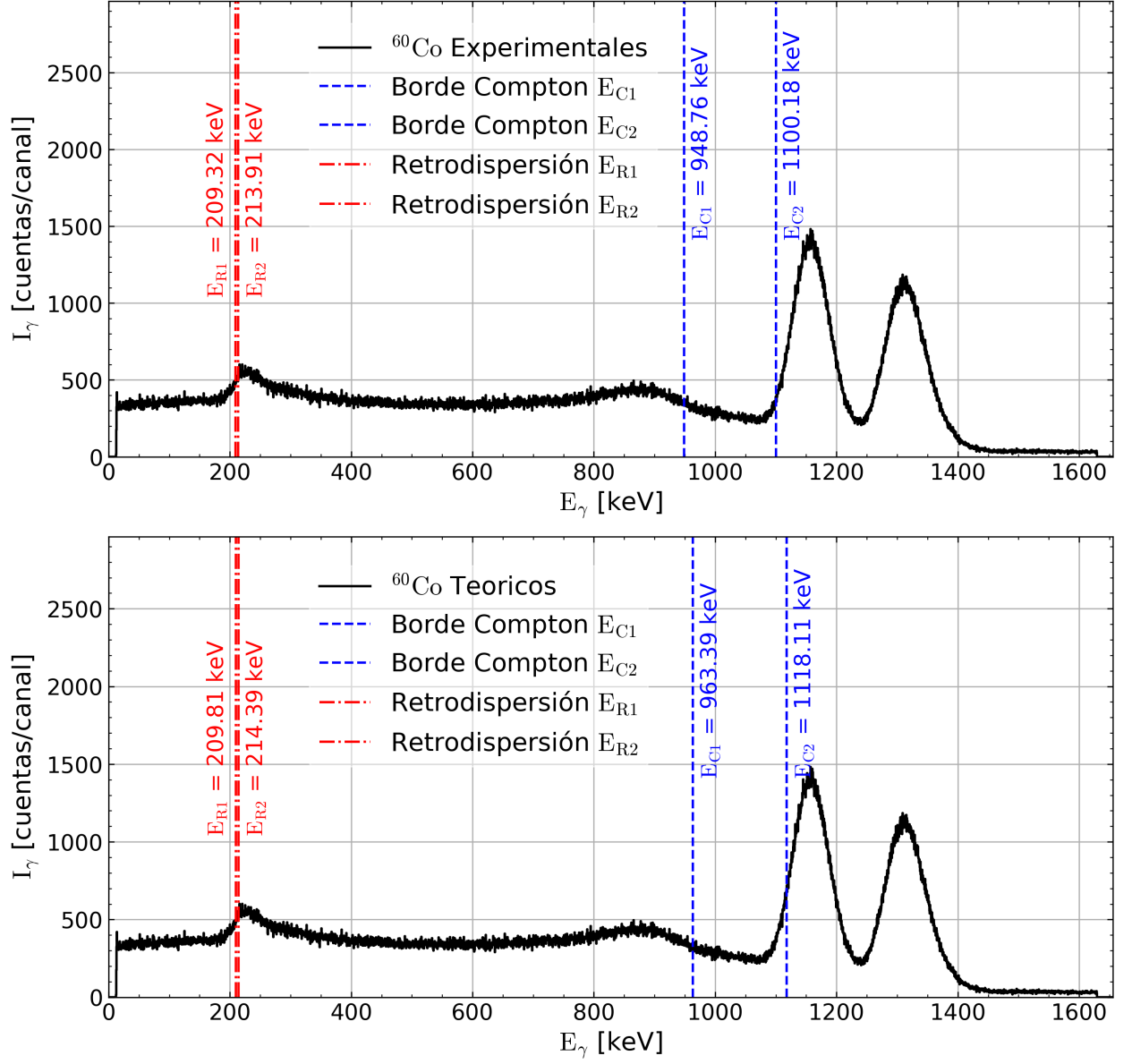


Figura 7. Posición teórica del borde Compton y pico de retrodispersión.

Tabla 7. Comparación entre datos experimentales y teóricos con errores absolutos y relativos.

Parámetro	E_{exp} [keV]	E_{teo} [keV]	$ E_{exp} - E_{teo} $ [keV]	Δ/E_{teo} [%]
E_{C1}	948.76(27)	963.39	14.63(27)	1.52(6)
E_{C2}	1100.18(32)	1118.11	17.93(32)	1.60(3)
E_{R1}	209.32(42)	209.81	0.49(42)	0.23(19)
E_{R2}	213.91(49)	214.39	0.48(49)	0.22(22)

3.4. Efecto fotoeléctrico y región Compton para el ^{137}Cs

Para determinar el número de cuentas debidas al efecto fotoeléctrico (N_f), consideramos que el primer fotopico del ^{137}Cs se ajusta mejor con la suma de dos distribuciones gaussianas, debido a la contribución de los rayos X K_α y K_β , generados por conversión interna. El número total de cuentas en el fotopico se obtiene integrando ambas funciones gaussianas:

$$G_i(x) = A_i e^{-\frac{(x-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}}, \quad (3)$$

cuyo número total de cuentas está dado por la integral:

$$N_i = \int_{-\infty}^{\infty} A_i e^{-\frac{(x-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}} dx. \quad (4)$$

Usando la propiedad de integración de una distribución gaussiana:

$$\int_{-\infty}^{\infty} A e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = A\sigma\sqrt{2\pi}, \quad (5)$$

el número total de cuentas se obtiene sumando ambas contribuciones:

$$N_f = \sqrt{2\pi}(A_1\sigma_1 + A_2\sigma_2). \quad (6)$$

De acuerdo con los valores de la tabla Tabla 2:

$$A_1 = 3297 \pm 172, \quad \sigma_1 = 7.21 \pm 0.15,$$

$$A_2 = 1583 \pm 125, \quad \sigma_2 = 11.84 \pm 0.36.$$

Sustituyendo:

$$N_f = \sqrt{2\pi}(3297 \times 7.21 + 1583 \times 11.84),$$

$$N_f = \sqrt{2\pi}(23776.37 + 18755.52),$$

$$N_f = \sqrt{2\pi}(42531.89).$$

Evaluando:

$$N_f \approx 106614$$

Propagación de incertidumbre: Aplicamos la propagación de incertidumbres usando la expresión general:

$$\sigma(N_f) = \sqrt{\left(\frac{\partial N_f}{\partial A_1} \sigma(A_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial N_f}{\partial \sigma_1} \sigma(\sigma_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial N_f}{\partial A_2} \sigma(A_2)\right)^2 + \left(\frac{\partial N_f}{\partial \sigma_2} \sigma(\sigma_2)\right)^2}. \quad (7)$$

Las derivadas parciales son:

$$\frac{\partial N_f}{\partial A_1} = \sqrt{2\pi} \sigma_1, \quad \frac{\partial N_f}{\partial \sigma_1} = \sqrt{2\pi} A_1, \quad (8)$$

$$\frac{\partial N_f}{\partial A_2} = \sqrt{2\pi} \sigma_2, \quad \frac{\partial N_f}{\partial \sigma_2} = \sqrt{2\pi} A_2. \quad (9)$$

Sustituyendo los valores de la tabla Tabla 2:

$$\sigma(N_f) = \sqrt{(\sqrt{2\pi} \cdot 7.21 \cdot 172)^2 + (\sqrt{2\pi} \cdot 3297 \cdot 0.15)^2 + (\sqrt{2\pi} \cdot 11.84 \cdot 125)^2 + (\sqrt{2\pi} \cdot 1583 \cdot 0.36)^2}.$$

Evaluyendo:

$$\sigma(N_f) \approx 7311$$

El número de cuentas debido al efecto fotoeléctrico es:

$$N_f = (106614 \pm 7311) \text{ cuentas}. \quad (10)$$

Cálculo de N_C y su incertidumbre: Para determinar el número de cuentas en la región Compton (N_C), consideramos que esta región se encuentra entre los valores de energía definidos hasta el borde Compton:

$$E_C = \frac{2E_\gamma^2}{2E_\gamma + m_e}, \quad (11)$$

donde E_γ es la energía del fotón incidente (en este caso el fotón gamma del ^{137}Cs) y m_e es la masa del electrón.

Cálculo numérico: Con los valores del espectro del ^{137}Cs :

$$E_\gamma = 665.23(11) \text{ keV}, \quad m_e = 511 \text{ keV},$$

De dónde tomaron este valor? La energía del rayo gam

sustituyendo en las ecuaciones anteriores, obtenemos:

$$E_C = 480.63(8) \text{ keV}$$

Estos valores corresponden a los límites de la región Compton.

Método para determinar N_C :

Qué es E_0?

1. Convertimos los valores de energía (E_C y E_0) a ****canales del espectro**** mediante la relación de calibración del detector.

2. Definimos la región Compton entre los canales obtenidos y sumamos las cuentas en este intervalo:

$$N_C = \sum_{i=\text{canal}_{\text{mín}}}^{\text{canal}_{\text{máx}}} N_i \quad (12)$$

donde N_i es el número de cuentas en el canal i .

Propagación de incertidumbre en los límites de la región Compton: Dado que los límites de integración (E_C y E_R) dependen de E_γ y m_e , su incertidumbre se obtiene usando la propagación de errores. Para E_C :

$$\sigma(E_C) = \sqrt{\left(\frac{\partial E_C}{\partial E_\gamma} \sigma(E_\gamma)\right)^2 + \left(\frac{\partial E_C}{\partial m_e} \sigma(m_e)\right)^2} \quad (13)$$

Calculamos las derivadas parciales:

$$\frac{\partial E_C}{\partial E_\gamma} = \frac{4E_\gamma m_e}{(2E_\gamma + m_e)^2} \quad (14)$$

$$\frac{\partial E_C}{\partial m_e} = \frac{-2E_\gamma^2}{(2E_\gamma + m_e)^2} \quad (15)$$

Sustituyendo valores:

$$\sigma(E_C) = 0.08 \text{ keV}.$$

Incetidumbre en N_C : La incertidumbre en el número de cuentas dentro de la región Compton se determina como la diferencia absoluta entre el número de cuentas en la región nominal ($0, E_C$) y el número de cuentas considerando la variación en los límites debida a la incertidumbre:

$$\sigma(N_C) = |N_C(0, E_C + \sigma(E_C)) - N_C(0, E_C)| \quad (16)$$

Esta expresión refleja cómo la variación en los límites de integración afecta la cantidad total de cuentas en la región Compton.

La zona sombreada menos la del pico de 33 keV es el Compton

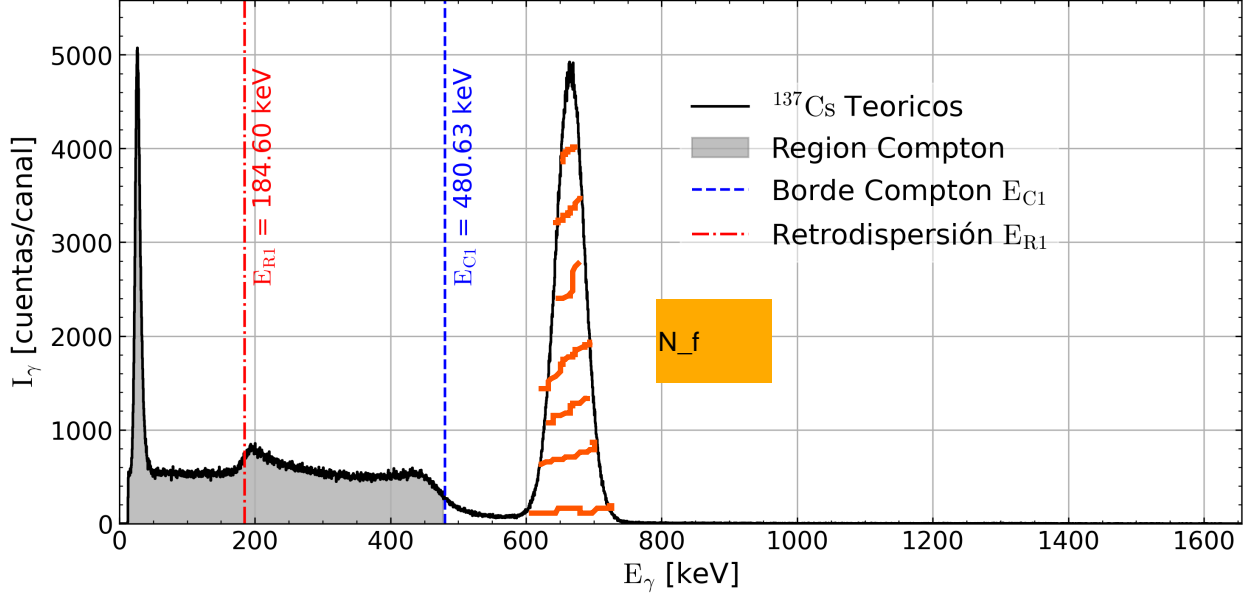


Figura 8. Posición del borde, region Compton y pico de retrodispersión.

Realizando el conteo tenemos la razón:

$$r = \frac{N_C}{N_f} = \frac{738789(1406)}{106614(7311)} = 6.93(48) \quad (17)$$

su incertidumbre se obtiene aplicando la regla de propagación de errores para una razón de dos variables independientes:

$$\sigma(r) = r \sqrt{\left(\frac{\sigma(N_C)}{N_C}\right)^2 + \left(\frac{\sigma(N_f)}{N_f}\right)^2}. \quad (18)$$

Sustituyendo los valores dados:

$$\sigma(r) = 6.93 \sqrt{\left(\frac{1406}{738789}\right)^2 + \left(\frac{7311}{106614}\right)^2}.$$

Evalutando:

$$\sigma(r) \approx 0.48.$$

Se debe tener en cuenta como N_C toma en cuenta la cantidad de cuentas del pico foto-eléctrico, podemos hallar la cantidad de cuentas del Fondo Compton si restamos cantidades:

$$F_C = N_C - N_f = 738789(1406) - 106614(7311) = 632175(8717) \text{ [cuentas]} \quad (19)$$

Obteniendo finalmente los siguientes resultados

No pueden escribir "los siguientes resultados". TIENEN que escribir "lo

Tabla 8. Valores experimentales y sus incertidumbres para la región Compton en el espectro del ^{137}Cs .

Parámetro	Valor	Incertidumbre
Canales límite región Compton	(0, 480.63)	Por 0.08
N_C	738789	1406
N_f	106614	7311
$r = \frac{N_C}{N_f}$	6.93	0.48
$F_C = N_C - N_f$	632175	8717

3.5. Decaimiento del ^{22}Na y detección de 511, 1275 keV

Relación entre los fotones de 1274.5 keV y 511 keV: Del esquema de decaimiento dado:

- Por cada 100 desintegraciones de ^{22}Na , se emiten 100 rayos gamma de 1274 keV.
- El decaimiento β^+ produce un positrón, que al aniquilarse genera dos fotones de 511 keV.
- Dado que hay 90 desintegraciones que resultan en β^+ , se generan $90 \times 2 = 180$ fotones de 511 keV.

Por lo tanto, por cada rayo γ de 1275 keV de deben de producir dos rayos γ de 511 keV siempre y cuando el decaimiento se genere por decaimiento β^+ .

Cálculo de R_{teo} : Dado que el detector cubre 4π estereorradianes y tiene eficiencia absoluta 1, todas las emisiones son detectadas sin pérdidas, esto incluye los rayos γ producidos por decaimiento β^+ y captura electrónica. Así que:

$$R_{\text{teo}} = \frac{I_\gamma(511 \text{ keV})}{I_\gamma(1275 \text{ keV})} = 1.8 \quad (20)$$

Cálculo de R_{exp} : A partir de los datos experimentales:

$$\begin{aligned} I_\gamma(511 \text{ keV}) &= 547286(1048) \\ I_\gamma(1275 \text{ keV}) &= 107239(507) \end{aligned}$$

La razón experimental es:

$$R_{\text{exp}} = \frac{547286(1048)}{107239(507)} = 5.10 \quad (21)$$

Cálculo de $\sigma(R_{\text{exp}})$

La incertidumbre en la razón R_{exp} se obtiene mediante propagación de errores:

$$\sigma(R) = R \sqrt{\left(\frac{\sigma_{511}}{I_\gamma(511 \text{ keV})}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{1275}}{I_\gamma(1275 \text{ keV})}\right)^2} \quad (22)$$

Asumiendo que la incertidumbre en cada intensidad es la raíz cuadrada de la cantidad de cuentas ($\sigma_N = \sqrt{N}$):

$$\begin{aligned} \sigma_{511} &= 1048 \\ \sigma_{1275} &= 507 \end{aligned}$$

Sustituyendo:

$$\sigma(R_{\text{exp}}) = 5.1 \times \sqrt{\left(\frac{1048}{547286}\right)^2 + \left(\frac{507}{107239}\right)^2} \quad (23)$$

$$= 0.03 \quad (24)$$

$$= 5.1 \times 3.33 \times 10^{-3} = 0.017 \quad (25)$$

Por lo tanto:

$$R_{\text{exp}} = 5.10(3) \quad (26)$$

Razones por las cuales R_{teo} y R_{exp} son diferentes: En la práctica, los detectores no tienen una eficiencia perfecta de 1 para todas las energías, por lo que es posible que detecten mejor los fotones de 511 keV que los de 1275 keV. Además, los fotones de 511 keV pueden sufrir más dispersión o absorción en el material circundante. El proceso de aniquilación de positrones genera dos fotones de 511 keV en direcciones opuestas, y si el detector es sensible a coincidencias, podría registrar más eventos de 511 keV de lo esperado. También es posible que haya contribuciones del ruido de fondo u otras fuentes de radiación que influyan en la cantidad de cuentas registradas. Efectos como la dispersión Compton pueden hacer que algunos fotones de 1275 keV sean detectados con energías más bajas. En un análisis experimental, se aplican correcciones por eficiencia, resolución y atenuación; si estas no se consideran, pueden aparecer discrepancias entre R_{teo} y R_{exp} .

4. Conclusiones

Los resultados obtenidos en este estudio confirman la presencia de diversos efectos físicos asociados a la interacción de la radiación con la materia. Los espectros mostraron evidencias claras del efecto fotoeléctrico, la dispersión Compton y la producción de pares, lo que concuerda con los principios teóricos esperados para un detector de radiación.

La calibración energética del sistema presentó errores relativos menores al 2 % en la mayoría de los casos, aunque en energías bajas la incertidumbre relativa se incrementó hasta un 20 % en 32.8 keV, lo que resalta la dificultad de medir con precisión en este rango de energías. Además, la presencia del segundo fotopico del ^{60}Co generó una superposición con

el borde Compton del primer pico, complicando su identificación y análisis.

En cuanto a la relación entre las emisiones de 511 keV y 1275 keV, se obtuvo un valor experimental de $R_{\text{exp}} = 5.1 \pm 0.017$, significativamente mayor a la razón teórica esperada de 1.8. Esta discrepancia

Referencias

Cristancho, Fernando (28 de ene. de 2025). *Instrumentación Nuclear: Prácticas Experimentales*. Universidad Nacional de Colombia.