

# **Rinnakkainen reitinhaku**

Santeri Martikainen

Kandidaatintutkielma  
HELSINGIN YLIOPISTO  
Tietojenkäsittelytieteen laitos

Helsinki, 7. tammikuuta 2017

Tiedekunta — Fakultet — Faculty	Laitos — Institution — Department			
Matemaattis-luonnontieteellinen	Tietojenkäsittelytieteen laitos			
Tekijä — Författare — Author				
Santeri Martikainen				
Työn nimi — Arbetets titel — Title				
Rinnakkainen reitinhaku				
Oppiaine — Läroämne — Subject				
Tietojenkäsittelytiede				
Työn laji — Arbetets art — Level	Aika — Datum — Month and year	Sivumäärä — Sidoantal — Number of pages		
Kandidaatintutkielma	7. tammikuuta 2017	15		
Tiivistelmä — Referat — Abstract				
Tiivistelmä.				
Avainsanat — Nyckelord — Keywords				
avainsana 1, avainsana 2, avainsana 3				
Säilytyspaikka — Förvaringsställe — Where deposited				
Muita tietoja — Övriga uppgifter — Additional information				

# Sisältö

<b>1 Johdanto</b>	<b>1</b>
<b>2 Reitinhaku</b>	<b>1</b>
2.1 Dijkstran algoritmi . . . . .	2
2.2 A*-algoritmi . . . . .	3
2.3 Hierarchical Pathfinding A* (HPA*) . . . . .	4
<b>3 Rinnakkainen reitinhaku</b>	<b>6</b>
<b>4 A*-pohjaiset rinnakkaisen reitinhaun algoritmit</b>	<b>8</b>
4.1 Local Repair A* (LRA*) . . . . .	8
4.2 Cooperative A* (CA*) . . . . .	9
4.3 Hierarchical Cooperative A* (HCA*) . . . . .	9
4.4 Windowed Hierarchical Cooperative A* (WHCA*) . . . . .	11
4.5 Conflict-Based Search (CBS) . . . . .	12
<b>5 Muut rinnakkaisen reitinhaun algoritmit</b>	<b>12</b>
5.1 Multi-agent Rapidly-exploring Random Tree (MA-RRT*) . .	12
5.2 Increasing Cost Tree Search . . . . .	12
<b>6 Yhteenveto</b>	<b>12</b>
<b>Lähteet</b>	<b>14</b>

## 1 Johdanto

Tässä tutkielmana keskitytään tarkastelemaan monen yhtäkaisen toimijan (agent) reitinhakuongelmaa ja sen ratkaisemiseksi kehitettyjä algoritmeja. Reitinhauissa on pohjimmiltaan kyse mahdollisimman suoran ja nopean polun löytämisestä kahden pisteen välillä jossakin topologiassa. Topologia, eli kenttä tai alue, voi olla reaalimaailmassa, kuten tieverkosto autonavigaattorin reitinhauissa tai vaikkapa kokoonpanolinjan robotin käytettävissä oleva liikkumitala. Topologia voi myös olla täysin virtuaalinen, kuten tietokonepelien pelimaailmat. Muita käyttökohteita ovat muun muassa liikenteen ja väkijoukkojen mallintaminen, poliisin ja pelastustoimen tehtävät, sekä tietoliikenneverkot. Käyttökohteesta riippumatta topologia, jossa reittejä etsitään, on mallinnettava tietorakenteiksi sen läpikäyntiä varten.

Oli reitinhauun sovelluskohde mikä hyvänsä, on selvää että mikäli varsinaista reitinhakua tarvitaan, ei reitin löytäminen ainakaan jokaisella suorituskerralla voi olla täysin suoraviivaista ja triviaalia. Jos se olisi, asia voitaisiin ratkaista yksinkertaisesti laskemalla lyhin etäisyys mitä pitkin liikkua suojaan kohteeseen ja toimia sen mukaan. Kysymys on siis reittien löytämisestä tietyn reunaehdoin. Jos ajattelemme esimerkiksi navigaattoria käyttävää autoilijaa, tämä haluaa kaikella todennäköisyydellä ajaa määränpäähäänsä lyhintä reittiä teitä pitkin oikaisematta yhdenkään metsän tai järven lävitse.

## 2 Reitinhaku

Reitinhauun toteuttaminen jakaantuu kahteen vaiheeseen: Toimintaympäristöstä tai topologiasta muodostetaan ensin yksinkertaistettu malli, minkä jälkeen sitä käydään läpi jollakin algoritmillä halutun reitin löytämiseksi. Algoritmia ohjaa heuristiikkafunktio jolla arvioidaan etäisyyttä kohteeseen ja voidaan siten vertailla eri reittivaihtoehtojen keskinäistä paremuutta. Jonkin reitin paremuuteen muihin nähden voi vaikuttaa pituuden lisäksi myös sen nopeus.

Mallinnettavasta ympäristöstä riippumatta kyseessä on käytännössä verkon  $G=(V,E)$ , missä  $V$  (vertex) on joukko solmuja ja  $E$  (edge) joukko solmuja yhdistäviä kaaria. Liikkuminen voi esimerkiksi tapahtua solmusta toiseen, tai sitten solmut voivat edustaa kiintopisteitä joiden läheisyydessä voidaan liikkua ilman erillistä reitinhakua. Solmut voivat myös toimia esteinä, jolloin niihin liikkuminen on estetty. Tämä voi myös olla vain solmun väliaikainen tila esimerkiksi jonkin toisen toimijan ollessa liikkumisen tiellä. Verkko voi siis olla dynaaminen, eli sen rakenne saattaa muuttua kesken reittien läpikäymisen, mikä asettaa omat haasteensa reitinhaulle [1, 2].

Edellämainittujen esteiden ja muuttuvan toimintaympäristön lisäksi reitinhauun keskeisiä ongelmia on resurssien käyttö. Mitä laajemmassa topologiassa reitinhaku suoritetaan, sitä enemmän laskentaresursseja (muistia,

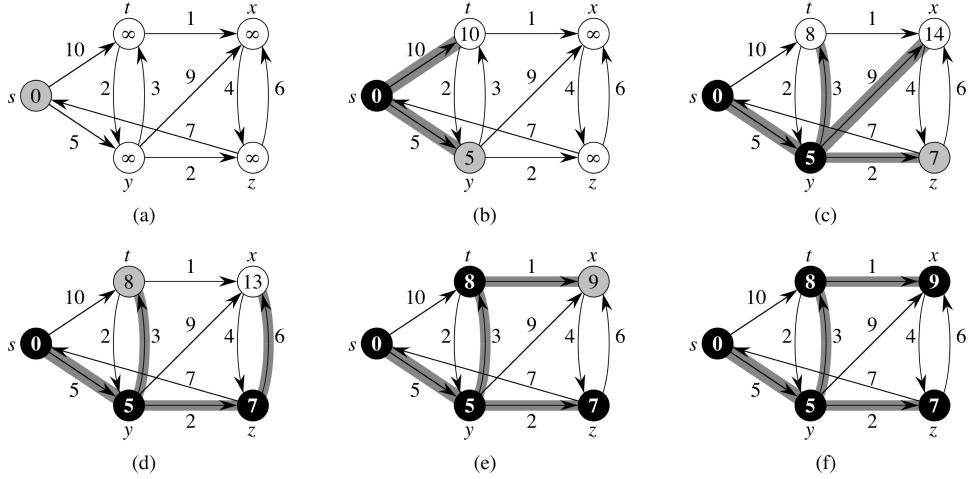
prosessoriaikaa) siihen menee. Joissakin tilanteissa voidaan tyytyä osittaiseen reitinhakuun, eli reittiä ei lasketa loppuun asti, vaan ainoastaan johonkin tiettyyn ennaltamäärittyyn pisteeseen ja uusi reitinhaku tehdään kun jokin välietappi on saavutettu. Tässä on luonnollisesti varmistuttava siitä, että valittuun suuntaan lähteminen todella mahdollistaa perille pääsemisen. Toinen lähestymistapa on kaikkien mahdollisten reittien laskeminen ennakkoon, jolloin haluttu reitti kahden sijainnin välillä yksinkertaisesti haetaan taulukosta tarvittaessa. Tämän menetelmän heikkoutena on, että kyseisestä taulukosta saattaa tulla niin suuri, että varsinaisen reitinhaku on nopeampi toteuttaa. Niinkään se vaatii käytännössä mainitun taulukon pitämistä jatkuvasti muistissa.

Reitinhaun standardialgoritmi on jo pitkään ollut Dijkstran algoritmiin perustuva A\* (eli A-star tai A-tähti), josta on kehitetty lukuisia eri variantteja eri toimintaympäristöjä ja tarpeita silmälläpitäen. Sen etuja on, että se pystyy varmuudella löytämään reitin kohteeseen, jos sellainen on ylipäätään olemassa. Niinkään se antaa parhaan mahdollisen reitin useista vaihtoehtoista, mikäli sen heuristiikkafunktio ei yliarvioi etäisyyttä kohteeseen [3, 4, 5]. Tärkeisiin heuristisiin algoritmeihin kuuluvat myös iteratiivinen syvyys-A\* (iterative-deepening-A\*, IDA\*) ja syvyyssuuntainen-haarautuva-rajattu (depth-first branch-and-bound, DFBnB) [6]. Resurssitarpeiden kurissapitämiseksi on kehitetty myös erilaisia hierarkiamalleja soveltavia algoritmeja.

## 2.1 Dijkstran algoritmi

Edsger Dijkstra esitti 1959 algoritmin, joka etsii lyhimmat reitit kaikkien graafissa esiintyvien solmujen välillä [7]. Kyseessä on leveyssuuntaista hakua toteuttava algoritmi. Tämä tarkoittaa, että ensin tutkitaan kaikki lähtösolmun naapurit, sitten naapureiden naapurit ja niin edelleen, kunnes joko kaikki solmut on käyty läpi, tai jokin algoritmilelle asetettu pysähtymisehdo on täyttynyt. Tällainen ehto voi olla esimerkiksi reitin löytyminen kahden määritellyn solmun välillä.

Kuvassa 1 nähdään miten viisisolmuisessa graafissa löydetään lyhyimät reitit solmujen (ympyrät) välillä. Solmuja yhdistää joukko suunnattuja kaaria, joiden vieressä oleva luku kuvailee painoa, eli sen kuljemisen hintaa. Ainoastaan lähtösolmu  $s$  on tässä vaiheessa saanut numeroarvon, joka kuvailee sen etäisyyttä lähtösolmuun. Kohdassa  $b$  on tutkittu ne solmut joihin edellisestä solmusta pääsee, sekä asetettu niille etäisyysarvot. C-kohdassa on jälleen jatkettu yksi askel eteenpäin, mutta on huomattava kuinka solmun  $t$  arvo on nyt muuttunut b-kohtaan verrattuna. Tämä johtuu siitä, että  $y$ -solmun kautta kulkeva reitti on havaittu lyhyemmäksi kuin suora yhteys  $s$ -ja  $t$ -solmujen välillä. Tätä jatketaan niin kauan kunnes koko graafi on käyty läpi [7, 8]. Dijkstran algoritmia käytetään edelleen muun muassa joissakin tietoliikenneverkkojen reititysprotokollissa.



Kuva 1: Graafin läpikäynti Dijkstran algoritilla

## 2.2 A\*-algoritmi

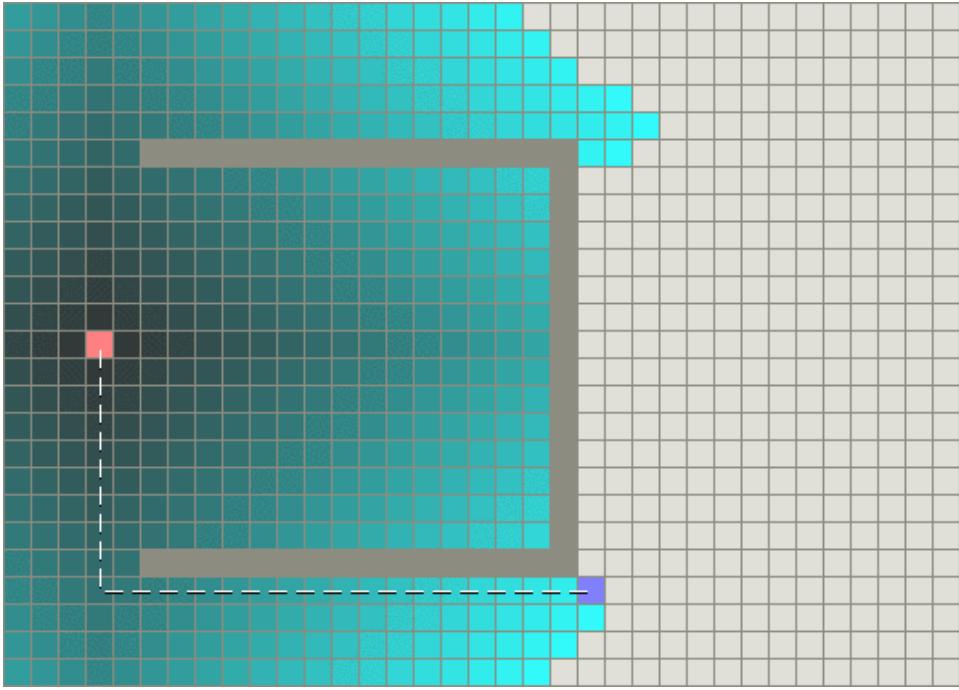
Dijkstran algoritmiin perustuva A\* toteuttaa niin sanottua paras ensityyliä, jossa jokaisen solmun tai solun kohdalla pyritään ensiksi etenemään suoraan kohti maalia. Jos tiellä on jokin este, algoritmi pyrkii kiertämään sen. Tämä tapahtuu etenemällä valitsemalla tähänastisen reitin viereisistä soluista ne joista arviodaan olevan lyhin etäisyys maaliin. Tätä jatketaan kunnes joko päästään kohteeseen, tai selviää että reittiä ei ole. A\* poikkeaa siis Dijkstran algoritmista hakeutumalla koko ajan maalin suuntaan, mikä tapahtuu heuristiikkafunktion avulla (algoritmi 1:n rivi 13).

Kaikille algoritmin käsittelemille solmuille lasketaan arvo kaavalla

$$f(n) = g(n) + h(n) \quad (1)$$

missä  $g(n)$  on lyhin tunnettu reitti lähtösolmesta solmuun  $n$  ja  $h(n)$  on heuristinen arvio etäisyydestä maalisolmuun [4, 9]. Näin jokaisen läpikäydyn solmun kohdalla tiedetään sillä lasketusta arvosta kuinka suoralla reitillä kohteeseen ollaan. Solmuille voidaan myös asettaa edellämainittuun kaavaan lisättävä arvo tekemään siihen siirtymisestä hintavampaa ja näin mallintaa hitaampaa kulkuyhteyttä kahden paikan välillä.

Kuvassa 2 on havainnollistettu Dijkstran algoritmin löytämä reitti yksinkertaisessa ruudukossa. Liikkuminen on rajoitettu niin sanottuun Manhattan-tyyliin, missä sallitut kulkusuunnat ovat neljä pääilmansuuntaa. Esteenä toimivat solmut on väritetty tummanharmaalla ja algoritmin läpikäymät solmut turkoosilla. Jälkimmäisen värisävyt kuvaavat laskennallista etäisyyttä vaaleanpunaiseen lähtösolmuun. Kuten kuvasta nähdään, Dijkstra käy läpi varsin suuren osan kentän solmuista, mutta löytää suorimman reitin violetilla merkityyn kohteeseen.



*Kuva 2: Esteen kiertäminen Dijkstran algoritilla*

Kuvassa 3 voidaan nähdä ero A\*-algoritmin toimintaperiaatteessa. Nyt tutkittuja solmuja on paljon vähemmän heuristiikan ohjatessa läpikäynnin suuntaa. Vaikka reitit hieman poikkeavatkin toisistaan, ne ovat annettujen ennakkoehtojen valossa yhtä pitkiä.

### 2.3 Hierarchical Pathfinding A\* (HPA\*)

Tämä algoritmi poikkeaa A\*:stä siinä, että reitinhaun apuna käytetään yhtä tai useampaa abstraktiotasoa. HPA\*:n kehittäjät A.Botea ja M.Müller käyttävät autovertausta havainnollistamaan algoritmin toimintaa: Kaupungista toiseen ajava autoilija ei ole kiinnostunut kaikista mahdollisista yksityiskohdista matkansa varrella, vaan häntä lähinnä kiinnostaa reitti lähtöpisteestä oikeaan suuntaan vievälle valtatielle, ja kohdekaupunkiin saavuttaessa reitti valtatieltä varsinaiseen määränpäähän. Itse valtatiien ajamisen voidaan tässä esimerkissä siis nähdä olevan jokseenkin triviaalia toimintaa, joka ei vaadi sen kummempia toimenpiteitä. Tarkoitus on siis pyrkiä reitinhaun tehokkuuteen eliminoimalla sellaista laskentaa, joka liittyy esteettömien alueiden ylittämiseen [5]. Kuvassa refhpä nähdään abstraktion vaiheet testiruudukossa. Ruudut  $S$  ja  $G$  merkitsevät lähtö- ja maaliruutuja, ja mustaksi väritetyt ruudut esteitä. Kohdassa b on alkuperäiseen ruudukkoon merkitty kapeilla mustilla viivoilla alueen jako klustereihin, ja alimpana nähdään vasemman yläneljänneksen klusterit harmaalla merkittyine siirtymineen. Tässä esimer-

---

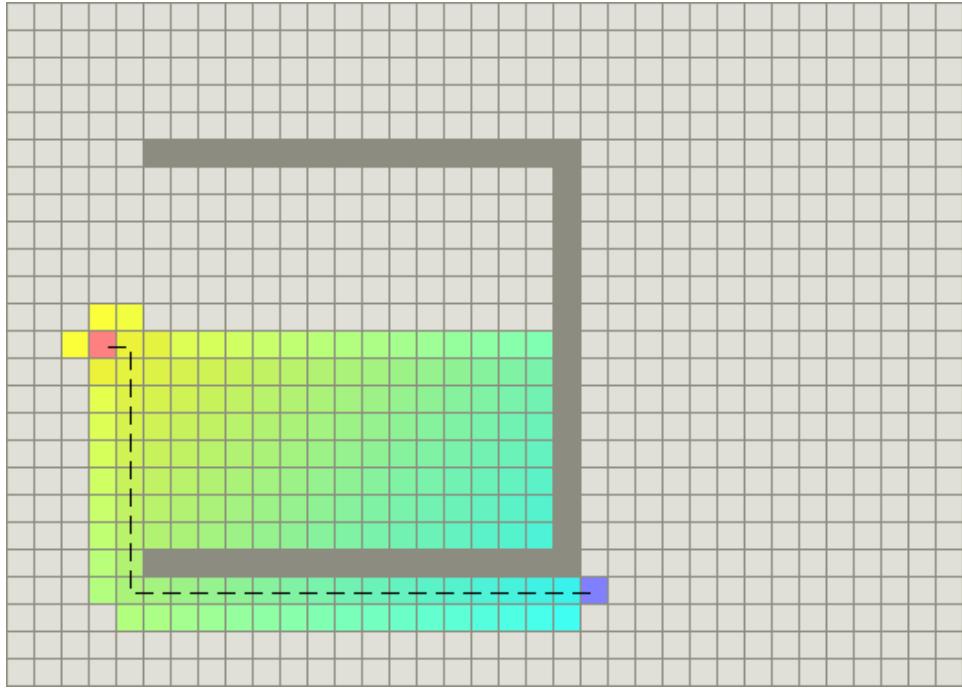
**Algorithm 1** A\*-algoritmin pseudokoodi

---

```
1: procedure ASTAR(startnode, goalnode)
2:   initialize the open list
3:   initialize the closed list
4:   put the starting node on the open list (you can leave its f at zero)

5:   while the open list is not empty do
6:     find the node with the least f on the open list, call it 'q'
7:     pop q off the open list
8:     generate q's 8 successors and set their parents to q
9:     for each successor do
10:       if successor is the goal then
11:         stop search
12:         successor.g = q.g + distance between successor and q
13:         successor.h = distance from goal to successor
14:         successor.f = successor.g + successor.h
15:         if a node with the same position as successor is in the OPEN
           list which has a lower f than successor then
             skip this successor
17:         if a node with the same position as successor is in the CLOSED
           list which has a lower f than successor then
             skip this successor
19:         otherwise, add the node to the open list
20:     end for
21:     push q on the closed list
22:   end while
23: end procedure
```

---

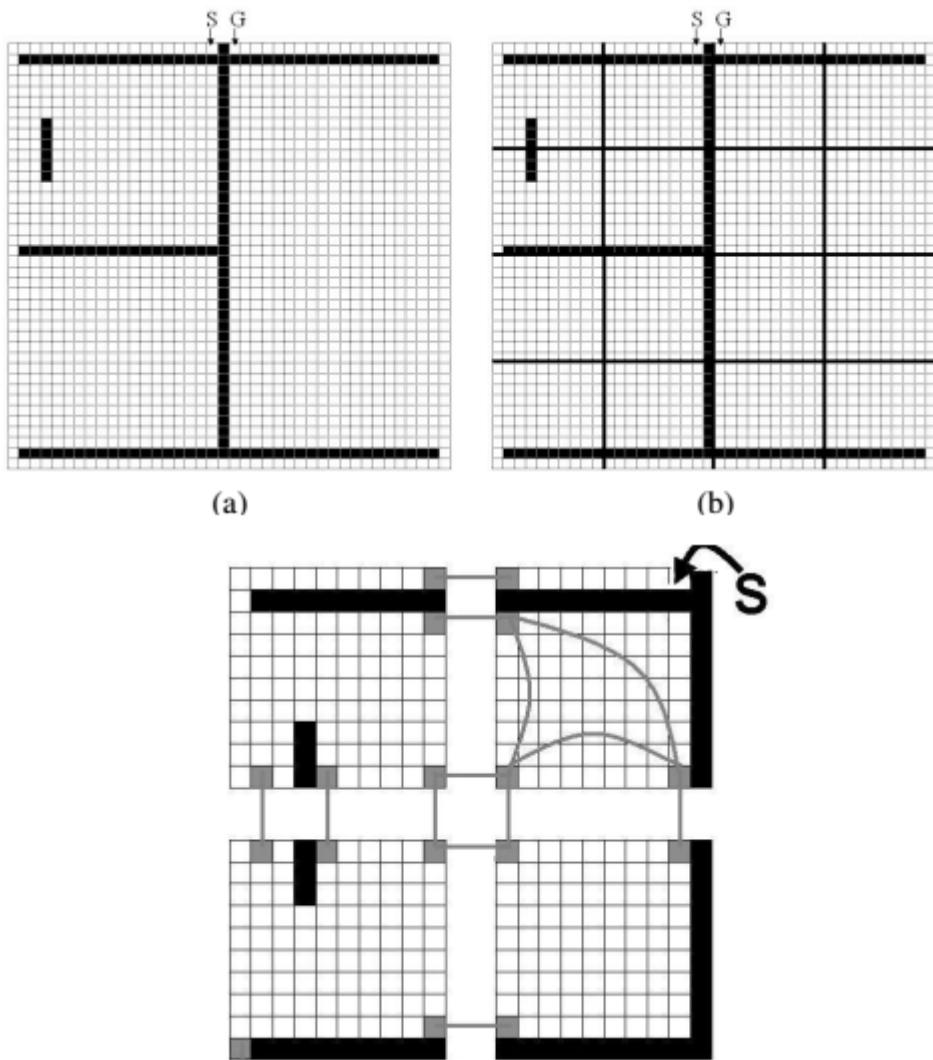


*Kuva 3: Esteen kiertäminen A\*-algoritmillä*

kissä on käytetty raja-arvona kuutta ruutua, jolloin alle raja-arvon levyiset avoimet ruutualueet kahden klusterin välillä saavat yhden siirtymän ja muualla siirtymiksi merkitään avoimien ruutualueiden reunat. Kun kentästä on näin muodostettu abstraktiomalli, sitä käytetään reitinhaussa ohjaamaan A\*-algoritmia oikeaan suuntaan. Kyseessä on kolmivaiheinen menettely: Ensin abstraktiomalliin liitetään aloitus- ja lähtösolmut  $S$  ja  $G$ . Tämän jälkeen abstraktiomallia käydään läpi A\*:llä saamaan selville ne klustereita yhdistävät siirtymät, joiden kautta maaliin tulee kulkea. Tämä tuottaa joukon välietappeja, joita käytetään varsinaisen reitin selvittämiseen. Välietapidit pitävät huolen siitä, että reitinhaku etenee koko ajan oikeaan suuntaan, jolloin voidaan välttää turhaa työtä. Algoritmin toimintaa voidaan tietyissä tilanteissa parantaa lisäämällä abstraktiotasoja, jolloin jokainen uusi abstraktiotaso on edellistä karkeampi esitys kentän topologiasta.

### 3 Rinnakkainen reitinhaku

Rinnakkaisessa reitinhauassa on yleensä useita, joskus jopa satoja tai tuhansia, eri toimijoita. Kaikille näille on löydetävä reitit kohteisiinsa. Tällainen monen toimijan rinnakkainen reitinhaku (multi-agent pathfinding, MAPF) tuo yksittäisen toimijan reitinhakuun verrattuna uusia ongelmia. On ratkaisava muun muassa sallitaanko reittien risteäminen, voiko kaksi tai useampi



Kuva 4: Ylärivillä  $40 \times 40$ -ruudukon jakaminen 16:een klusteriin HPA\*-algoritmin esiprosessoinnissa, alla vaseman yläneljänneksen klustereiden siirtymät [5].

toimijaa olla samaan aikaan samassa paikassa, tuleeko liikkumista porrastaa odottamalla että reitti edessä vapautuu ja tuleeko toimijan väistää ollessaan toisen tiellä [10]. Näiden ongelmien ratkaisemiseen kehitetyistä algoritmeja useimmat hyödyntävät A\*-algoritmia jollakin tapaa [4].

Mitä enemmän toimijoita tutkittavalla alueella on, sitä oleellisemmaksi muodostuu yhteen törmäyksien ja tahattoman reittien suljemisen välttäminen. Yksi oleellinen ero lähestymistavoissa on käsitelläänkö toimijoita yhdistettyinä (coupled) toimijana, vai toisistaan erotettuna (decoupled) toimijoina. Erotetussa menetelmässä reitit lasketaan jokaiselle toimijalle erikseen ja mahdolliset yhteen törmäykset ratkaistaan valitulla menettelyllä sikäli kuin niitä tapahtuu. Tämä menetelmä on tyypillinen tilanteille, joissa toimijoita on verrataen paljon [11]. Yhdistetyssä menetelmässä kaikkia toimijoita käsitellään sen sijaan kokonaisuutena. Tämä voidaan toteuttaa esimerkiksi varamalla graafin solmuja toimijoiden käyttöön siksi aikaa kun näiden odotetaan oman reitinhakunsa perusteella niissä olevan. Lukuisen toimijoiden yhtäaikainen huomioon ottaminen luonnollisesti lisää ongelman monimutkaisuutta.

Yksi graafien ominaisuuksia on *haarautuvuus* (branching). Tällä tarkoitetaan keskimääräistä lukumäärääna naapurisolmuja, joihin jostakin graafin solmesta voidaan liikkua. Jos meillä on graafi, jonka haarautuvuus on  $b$ , niin erotetussa menetelmässä jokaisella toimijalla on  $O(b + 1)$  mahdollista liikkettä, eli siirtymät toisiin solmuihin ja paikallaan odottaminen. Yhdistetyssä menetelmässä on sen sijaan joka askeleella otettava myös huomioon  $k$  toimijaa, jolloin mahdollisia liikkeitä on  $O(b + 1)^k$ . Tämä hidastaa reittien laskemista [11].

Kuten edellä todettiin, useimmat rinnakkaisen reitinhaun ratkaisemiseen kehitetyt menetelmät ovat A\*-pohjaisia. On myös kokonaan toisenlaisia lähestymistapoja, joilla pyritään pitämään alati kasvava laskentaresurssien tarve kurissa.

## 4 A\*-pohjaiset rinnakkaisen reitinhaun algoritmit

kuvaukset:

Pattern Databases

Independence detection (ID)

Operator decomposition (OD)

Enhanced partial expansion (EPE)

### 4.1 Local Repair A\* (LRA\*)

LRA\* on yleistermi joukolle A\*-pohjaisia algoritmeja, jotka jakavat saman toimintaperiaatteen: Jokainen toimija etsii reitin A\*:lla ja seuraa sitä siihen asti kunnes siirtyminen seuraavaan solmuun saisi aikaa yhteen törmäyksen jonkun toisen toimijan kanssa, eli solmu johon pitäisi siirtyä on varattu.

Tällöin tehdään uusi A\*-haku ja jatketaan niin kauan kunnes on tultu maaliin.

Syklit ovat tässä menetelmässä sekä mahdollisia että yleisiä, joten ongelmaa on pyritty ratkaisemaan lisäämällä niin kutsuttua kohinaa etäisyyshesuriikkaan joka kerta kun yhteen törmäys havaitaan [12]. Jos siis jatkuvasti kohdataan esteitä jossakin solmussa tai jollakin alueella, niin algoritmin laskeman kustannuksen sinne etenemisestä pitäisi ennen pitkää nousta niin suureksi, että toimija hakeutuu ongelma-alueen ympäri tai etsii kokonaan uuden reitin.

Tällainen lähestymistapa johtaa ruuhkatilanteissa helposti oudolta näytävään poukkoiluun, ja sen myötä prosessoriajan hävikkiin kun jokaisen yhteen törmäyksen yhteydessä reitti pitää laskea uudestaan.

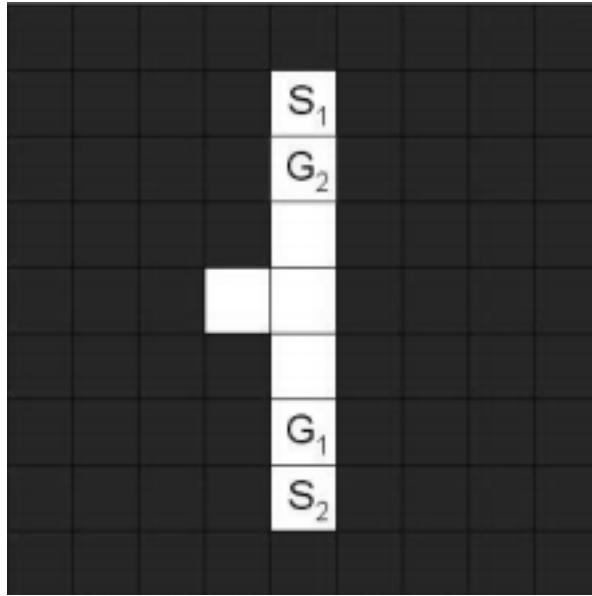
## 4.2 Cooperative A\* (CA\*)

CA\* pyrkii estämään yhteen törmäykset ennalta ottamalla aikauottuvuuden huomioon reittejä suunniteltaessa. Jokaiselle toimijalle lasketaan reitti A\*-algoritilla ja suunnitellun reitin solut merkitään taulukkoon, esimerkiksi kolmiulotteiseen hajautustauluun, jossa kaksi ensimmäistä alkiota merkitsevät x- ja y-koordinaatteja, ja kolmas alkio aikaa milloin kyseinen solmu on tämän toimijan käytössä. Nyt seuraavien toimijoiden reittejä laskettaessa voidaan verrata suunniteltuja askeleita edellämainittuun taulukkoon ja odottamalla havaituissa törmäystilanteissa halutun reittisolmun vapautumista.

Tämän algoritmin heikkoutena on kyyttömyys ratkaista joitakin verrattaen yksinkertaisia tilanteita. Kuvassa 5 nähdään tilanne, missä toimijat S1 ja S2 pyrkivät vastaavasti maaleihin G1 ja G2. Intuitiivisesti nähdään, että jommankumman toimijan olisi mahdollista joko väistää sivulle tai nämä voisivat vaihtaa paikkoja kohdateensa ja jatkaa sitten määränpäihinsä. Perusmuotoinen CA\* ei kuitenkaan pysty tällaiseen ratkaisuun, sillä algoritmista ei ole tällaista toiminnallisuutta.

## 4.3 Hierarchical Cooperative A\* (HCA\*)

R.C.Holte ja kumpanit esittelivät vuonna 1996 hierarkkisen A\*-reitinetsintä-algoritmin HA\* [13] ratkaisemaan CA\*-algoritmin ongelmia. Siinä varsinaisen topologian rinnalla käytetään toista, abstraktia, topologiaa auttamaan A\*-algoritmia löytämään kohteeseen. Alkuperäisen topologian solmut ryhmitetään halutun abstraktioetäisyyden perusteella isomiksiksi abstraktiosolmuiksi, ja tästä jatketaan rekursiivisesti niin kauan, kunnes koko topologiasta on muodostettu yksittäinen abstraktiosolmu. Varsinaisen topologian rinnalla on nyt siis monitasoinen abstraktiohierarkia, jonka alimalla tasolla on alkuperäinen topologia. Tätä monitasoista hierarkiaa käytetään heuristiikan apuna ja liikkumalla siinä tasolta toiselle sen mukaan miten tarkkaa jakoa

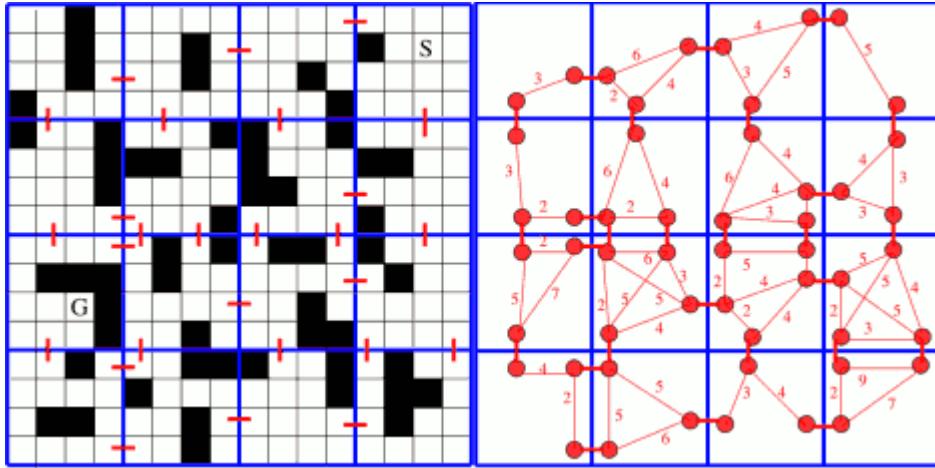


*Kuva 5: Esimerkki kohtaamis-ongelmasta, jossa toimijat  $S_1$  ja  $S_2$  voivat päästää maalisolmuihin  $G_1$  ja  $G_2$  vain jos jompikumpi väistää sivulle.*

esimerkiksi esteiden ympäriillä tarvitaan, ja käyttämällä sen antamia etäisyksiä reitinhakualgoritmin apuna. Etäisyydet kohteseen lasketaan vain tarvittaessa [12]. [aukaisu]

HCA\* eli hierarkkinen yhteistoiminnallinen A\*-reitinetsintäalgoritmi puolestaan käyttää yksinkertaistettua hierarkiaa, joka koostuu vain yhdestä topologian kaksiulotteisesta abstraktiosta jättäen huomiotta niin aikauoluttuvuuden, solmujen varaustaulun, kuin muut toimijat. Kuvassa 2 nähdään esimerkki topologian abstraktiosta, missä vasemmalla oleva ruudukko on mallinnettu graafiksi jakamalla se isommiksi abstraktiosolmuiksi (siniset kehykset). Kirjaimet S ja G viittaavat lähtö- ja maalisolmuihin. Oikeanpuoleisessa kuvan on puolestaan merkity punaisella jokaisen abstraktiosolmun sisällä olevat solmut ja niitä yhdistävät kaaret. Kaaren vierellä oleva luku tarkoittaa kaaren painoa, eli kuinka suuri hinta kaaren kulkemisella on.

Kun reitti on laskettava uudelleen esimerkiksi jonkin toisen toimijan tullessa eteen, pyritään säätämään resursseja käyttämällä käänteistä jatkettavaa A\*-hakua RRA\* (Reverse Resumable A\*) abstraktiotasolla. Siinä missä alkuperäinen reitti haettiin lähtöpisteestä maaliin, RRA\* etsii reitin maalista haluttuun solmuun, kuten toimijaa lähimpään abstraktiotason solmuun [12]. Mikäli tässä vaiheessa optimaalisen reitin varrella on muita toimijoita, tulee lasketusta reitistä näiden väistämisen vuoksi luonnollisesti



Kuva 6: Vasemmalla olevasta ruudukosta on muodostettu hierarkiamallin mukainen abstraktio.

pidempi, aivan kuten alkuperäisen reitinhaunkin suhteen.

Ongelmana tämän algoritmin käytössä on reitinhaun lopettamisen määritteleminen, sillä vaikka jokin toimija olisi jo tullut päämääränsä, sen täytyy mahdollisesti vielä väistää joitain toista toimijaa ja hakeutua tämän jälkeen uudestaan maaliin [1]. Niinkään toimijoiden vuorojärjestyksellä on väliä: Staattinen vuorottelu voi johtaa siihen, ettei reittiä maaliin koskaan löydetä joidenkin toimijoiden sulkiessa toisiltaan tien. Tämä voidaan välttää antamalla toimijoille erilaiset prioriteetit jo alun alkaen, tai sitten sitten korkeampi prioriteetti voidaan antaa halutuille toimijoille vuorotellen lyhyeksi aikaa [12]. Tässä, kuten aiemmissakin yhteistoiminnallisissa reitinhakualgoritmeissa, on resurssien käytön suhteen ongelmana potentiaalisesti turhaan tehty työ.

#### 4.4 Windowed Hierarchical Cooperative A\* (WHCA\*)

WHCA\* eroaa HCA\*:sta siinä, että konkreettisen topologian tasolla reittejä ei lasketa maaliin asti, vaan reitinhaku on rajoitettu johonkin ennaltamääriteltyyn syvyyteen. Jotta toimijat saadaan hakeutumaan varmasti oikeaan suuntaan, lasketaan reitti abstraktiotasolla sen sijaan maaliin asti [12, 1]. Kun reittiä on kuljettu johonkin ennaltamääriteltyyn raja-arvoon asti, kuten puolet aiemmin lasketusta reitistä, lasketaan uusi osittainen reitti ja niin edelleen. "Windowed" tarkoittaa tässä siis aikaikkunaa tai kehystää, mihin asti konkreettinen reitti on nähtävillä ja mitä siirretään aina tarpeen mukaan. Resurssien käyttöä voidaan myös tasata antamalla toimijoille erikokoiset ikkunat, niin että taakka reittien laskemisesta jakautuu mahdollisimman tasaisesti ajan suhteen. Kuten HCA\*, myös WHCA\* hyödyntää RRA\*:ta

ja hyödyntää edellisen ikkunan aikana tehtyä hakua, mikä luonnollisesti tarkoittaa toimijakohtaista kirjanpitoa läpikäydyistä solmuista.

#### 4.5 Conflict-Based Search (CBS)

Rinnakkaisen reitinhaun optimoimiseen pyrkivä CBS-algoritmi [4] käyttää kaksitasoista lähestymistapaa, missä ensin käydään läpi ylemmän tason binääristä rajoituspuuta (constraint tree). Rajoituspuun jokaisessa solmussa on joukko rajoitteita (tieto siitä milloin joku topologian solmu on jonkin toimijan varaama), jotka kuuluvat jollekin yksittäiselle toimijalle. Toiseksi rajoituspuun solmuihin on myös talletettu joukko alemmalta tasolta saatuja reittejä, yksi jokaista toimijaa kohti, joiden tulee olla vapaita tiedetyistä yhteentörmäyksistä. Kolmantena niissä on myös yhteenlaskettu solmun reittikustannus, joka koostuu yksittäisen toimijan koko siihenastisen polun kustannuksesta. Rajoituspuu on järjestetty reittikustannuksen mukaan.

Alemalla tasolla puolestaan voidaan käyttää tavanomaista yhden toimijan reitinhakualgoritmia kuten A\* käytäen samalla hyväksi ylemmältä tasolta saatua tietoa siitä, milloin ja missä on odotettavissa yhteentörmäys jonkin toisen toimijan kanssa. Mikäli kaikesta huolimatta alemalla tasolla havaitaan yhteentörmäyksiä, päivitetään ylemmän tason rajoituspuuta vastaavasti ja laajennetaan rajoituspuuta lisäämällä siihen solmuja uusin rajoittein. [selvensyys, solmujen lapset]

Meta-agent Conflict-Based Search (MA-CBS)  
Improved Conflict-Based Search (ICBS)

### 5 Muut rinnakkaisen reitinhaun algoritmit

#### 5.1 Multi-agent Rapidly-exploring Random Tree (MA-RRT\*)

#### 5.2 Increasing Cost Tree Search

Vuonna 2012 esitelly ICTS-algoritmi toteuttaa kaksitasoista hierarkiaa [11]. Ylemmällä abstraktiotasolla on puurakenne, jonka jokaisessa solmussa on yksiulotteinen taulukko kaikista mahdollisista reiteistä, missä

### 6 Yhteenveto

---

**Algorithm 2** ICBS-algoritmin ylempi taso

---

```
1: Main(MAPF problem instance)
2:   Init  $R$  with low-level paths for the individual agents
3:   insert  $R$  into OPEN
4:   while OPEN not empty do
5:      $N \leftarrow$  best node from OPEN // lowest solution cost
6:     Simulate the paths in  $N$  and find all conflicts
7:     if  $N$  has no conflict then
8:       return  $N.solution$  //  $N$  is goal
9:      $C \leftarrow$  find-cardinal/semi-cardinal-conflict( $N$ ) // (PC)
10:    if  $C$  is not cardinal then
11:      if Find-bypass( $N, C$ ) then // (BP)
12:        Continue
13:      if should-merge( $a_i, a_j$ ) then // Optional, MA-CBS:
14:         $a_{ij} = \text{merge}(a_i, a_j)$ 
15:        if MR active then // (MR)
16:          Restart search
17:        Update N.constraints()
18:        Update N.solution by invoking low-level( $a_{ij}$ )
19:        Insert N back into OPEN
20:        continue // go back to the while statement
21:    foreach agent  $a_i$  in  $C$  do
22:       $A \leftarrow \text{Generate Child}(N, (a_i, s, t))$ 
23:      Insert  $A$  into OPEN
24: Generate Child(Node  $N$ , Constraint  $C = (a_i, s, t)$ )
25:    $A.constraints \leftarrow N.constraints + (a_i, s, t)$ 
26:    $A.solution \leftarrow N.solution$ 
27:   Update  $A.solution$  by invoking low level( $a_i$ )
28:    $A.cost \leftarrow SIC(A.solution)$ 
29:   return  $A$ 
```

---

---

**Algorithm 3** Increasing Cost Tree

---

```
1: Input:  $(k, n)$  MAPF
2: Build the root of the ICT
3: foreach ICT node in a breadth-first manner do
4:   foreach agent  $a_i$  do
5:     Build the corresponding  $MDD_i$ 
6:     [ //optional
7:       foreach pair (triple) of agents do
8:         Perform node-pruning
9:         if node-pruning failed then
10:           Break //Conflict found. Next ICT node
11:     ]
12:     Search the  $k$ -agent MDD search space // low-level search
13:     if goal node was found then
14:       return Solution
```

---

## Lähteet

- [1] Adi Botea, Bruno Bouzy, Michael Buro, Christian Bauckhage, and Dana Nau. Pathfinding in games. *Dagstuhl Follow-Ups*, 6, 2013.
- [2] Zeyad Abd Algfoor, Mohd Shahrizal Sunar, and Hoshang Kolivand. A comprehensive study on pathfinding techniques for robotics and video games. *International Journal of Computer Games Technology*, 2015:7, 2015.
- [3] Xiao Cui and Hao Shi. A\*-based pathfinding in modern computer games. *International Journal of Computer Science and Network Security*, 11(1):125–130, 2011.
- [4] Guni Sharon, Roni Stern, Ariel Felner, and Nathan R Sturtevant. Conflict-based search for optimal multi-agent pathfinding. *Artificial Intelligence*, 219:40–66, 2015.
- [5] Adi Botea, Martin Müller, and Jonathan Schaeffer. Near optimal hierarchical path-finding. *Journal of game development*, 1(1):7–28, 2004.
- [6] Ariel Felner, Richard E Korf, and Sarit Hanan. Additive pattern database heuristics. *J. Artif. Intell. Res.(JAIR)*, 22:279–318, 2004.
- [7] EW Dijkstra. Numerische mathematik. *Numerische Mathematik*, 1(1):269–271, 1959.
- [8] S Skiena. Dijkstra's algorithm. *Implementing Discrete Mathematics: Combinatorics and Graph Theory with Mathematica*, Reading, MA: Addison-Wesley, pages 225–227, 1990.

- [9] Bryan Stout. Smart moves: Intelligent pathfinding. *Game developer magazine Vol. 10*, pages 28–35, 1996.
- [10] Esra Erdem, Doga Gizem Kisa, Umut Öztok, and Peter Schueller. A general formal framework for pathfinding problems with multiple agents. In *AAAI*, 2013.
- [11] Guni Sharon, Roni Stern, Meir Goldenberg, and Ariel Felner. The increasing cost tree search for optimal multi-agent pathfinding. *Artificial Intelligence*, 195:470–495, 2013.
- [12] David Silver. Cooperative pathfinding. *AIIDE*, 1:117–122, 2005.
- [13] Robert C Holte, Maria B Perez, Robert M Zimmer, and Alan J MacDonald. Hierarchical A\*: Searching abstraction hierarchies efficiently. In *AAAI/IAAI, Vol. 1*, pages 530–535. Citeseer, 1996.