

Apuntes de Física del Modelo Cosmológico Estandar

Santiago Arranz Sanz

Curso 2018 - 2019

Índice general

1. Modelo cosmológico estándar	9
1.0.1. Bases observacionales	9
1.0.2. Bases teóricas	11

Introducción

Estos apuntes es un resumen de las clases dadas en el curso 2018-2019 de la asignatura *Física del modelo cosmológico estandar* del máster de astrofísica impartido en la Universidad Complutense de Madrid. La estructura de estas notas respetará el índice marcado por el programa de la asignatura y los días en los que se ha impartido clase. La idea de estos apuntes es recoger las notas tomadas en clase y complementarlas con la bibliografía de la asignatura.

Capítulo 1

Modelo cosmológico estándar

1.0.1. Bases observacionales

Día 30-01-2019

Este día no pude asistir a clase porque tuve que ir a Barcelona por trabajo. Sacaremos la estructura de lo dado en el día del capítulo 4 de [2] y del capítulo 1 de [1].

La cosmología es un caso especial dentro del conjunto de las ciencias naturales. Para apreciar la singularidad de ésta con respecto al resto de sus compañeras podemos dibujar un sencillo ejemplo. Si cogemos una piedra del suelo, la dejamos caer y medimos la distancia h que ha recorrido en tiempo t podemos ver que cumple la siguiente simple relación $h = (g/2) \cdot t^2$. La constante de proporcionalidad $g/2$ podemos observar que se mantiene sea como sea la piedra, incluso, si lanzas otro tipo de objeto podemos observar que la distancia h cumple la misma relación para la constante $g/2$, si despreciamos la resistencia del aire claro. A esta relación se la llamo ley de caída libre, y se le añadió el calificativo de “Ley” ya que este experimento siempre cumplía las predicciones predichas por la relación, en cualquier lugar de la Tierra y con cualquier objeto.¹

Sin embargo, la ley no se cumple fuera de la Tierra, esta ley no es valida para Marte o la Luna, o por lo menos no con la constante de proporcionalidad $g/2$. A diferencia de esta ley la ley de Newton sí que se cumple fuera de la Tierra y contiene la ley de caída libre, puede explicar la caída de una piedra en la Luna como el movimiento de los planetas alrededor del Sol. Pero, ¿qué hubiese pasado si solo hubiésemos tenido una sola piedra en nuestro primer experimento? ¿cómo podríamos saber si la distancia recorrida h por la piedra era una propiedad intrínseca de la piedra o independiente de ella? Estas cuestiones son las que se nos plantean en la cosmología. Solo tenemos un único Universo que podemos observar por lo que no podemos diferenciar si las propiedades observadas en él son “típicas” o no. Esta diferencia en el método científico es la que hace a la cosmología tan peculiar con respecto a sus otras compañeras de las ciencias naturales. Con ello podemos analizar el significado de la cosmología con diferentes enfoques, como en palabras del personaje² de Stephen Hawking en la película de “La teoría del Todo”:

“La cosmología es una religión para ateos inteligentes”

La interpretación personal de la frase es que todo lo que se sale del método científico y pretende dar interpretación de la naturaleza se ha de considerar una religión si no se es capaz de diferenciar, en distintos escenarios y contextos posibles, lo que es una ley universal³ de una propiedad intrínseca del objeto estudiado. Sin embargo el análisis filosófico de esta rama de las ciencias no es el objetivo de esta introducción ni del curso completo, o por lo menos de manera directa.

Por otro lado, la cosmología nos ofrece otras muchas oportunidades que el resto de las ciencias no nos dan, como el caso de poder mirar de manera directa el pasado. La propiedad más importante de la luz es que su velocidad c viaja de manera finita en cualquier medio, por tanto, la luz que recibimos de objetos alejados a una distancia D la debemos recibir con un lapso de tiempo de $\Delta t = D/c$. De aquí podemos sacar la sencilla conclusión de que cuanto más lejos miremos en el universo más atrás en el tiempo estaremos viajando, pero existe un

¹En realidad, la constante g varía según el lugar en el que estemos debido a que la densidad de la Tierra no es homogénea y su forma no se corresponde a una esfera perfecta, pero estas diferencias en casos generales se pueden despreciar.

²Esta cita aparece en la película pero no hay evidencias de que el científico lo dijera de verdad.

³Curioso es el calificativo de universal, pues en este caso se ha de interpretar como valido en cualquier universo y no solo en el nuestro.

pequeño problema en mirar hacia atrás en el tiempo. La luz que recibimos b de los objetos se ve reducida por el cuadrado de la distancia D^2 , por lo que es muy tenue. Esto ha hecho que el avance de la cosmología estuviese ligado al progreso tecnológico en las observaciones astronómicas, no siendo hasta el siglo 20 donde sufriera su propio periodo de inflación. La velocidad finita de la luz también nos limita lo que podemos ver, de lo más cercano estaremos viendo un periodo en el tiempo del universo más actual y no podremos ver, por ejemplo, la formación de la galaxia de Andrómeda. Por el contrario, de lo más alejado estaremos viendo un periodo mucho más antiguo llegando la posibilidad de que lo que estemos viendo ya no exista en la actualidad del cosmos, esta limitación de lo que vemos y en el momento en que lo vemos se conoce como “*Cono de luz del pasado*”, que queda definida por la siguiente relación $D = c(t - t_0)$ por la finitud de la luz, donde t es el tiempo donde se emitió el fotón y t_0 la actualidad. Cualquier evento fuera de nuestro cono de luz sería imposible de advertir, pues la información no puede viajar a mayor velocidad de la luz. Esto quiere decir que el universo no observable podría ser totalmente distinto de lo que vemos y no llegar a saberlo nunca, sin embargo las evidencias del fondo cósmico de microondas y las predicciones dadas por el modelos cosmológico estándar no parece que indiquen eso, sino todo lo contrario, el universo es isótropo y homogéneo a grandes escalas.

Dentro de nuestro universo observable existen algunas observaciones claves que nos pueden ayudar a limitar, o mejor dicho acotar las propiedades del universo que podemos ver. Estas observaciones van de las realizadas con los telescopios más potentes hasta algunas que podemos hacer a simple vista, pero todas ellas nos dicen algo del universo e incluso nos sirven para descartar suposiciones que en un principio podríamos haber tomado por sentado. Algunas de estas observaciones son las siguientes:

1. La paradoja de Olbert, es decir, el cielo nocturno es oscuro y no brillante.
2. En escalas angulares suficientemente grandes se aprecia que las galaxias más alejadas se distribuyen de manera uniforme en el cielo.
3. Con la excepción de galaxias cercanas como la M31, se observa un corrimiento al rojo o *redshift* en el espectro de las galaxias. En 1930 Hubble descubrió que estas galaxias se estaban alejando de nosotros con una velocidad radial proporcional a su distancia de nosotros, esto se conoce como la ley de Hubble y significó la evidencia de que el universo estaba en expansión. Posterior en los años 90 se descubrió que esta expansión ocurría de manera acelerada, lo que significó la vuelta de la constante cosmológica en forma de densidad de energía del vacío, o en otras palabras, en forma de energía oscura.
4. La cinemática observada en cúmulos galácticos en forma de la radiación en X de la temperatura del gas intergaláctico o del análisis del movimiento de las galaxias muestra que debe existir mucha más materia de la que podemos ver. A esta materia se la denominó oscura por esta característica y es, junto con la energía oscura, uno de los grandes retos de la física moderna.
5. Casi todos los objetos cósmicos tienen una fracción de helio en masa del 20-30 %. También la abundancia de elementos químicos ligeros como el D , He^3 , Li^7 , etc...⁴
6. Los cúmulos estelares de nuestra galaxia tienen una edad que ronda los 12 Giga-años, por consecuencia la edad del universo ha de ser mayor.
7. Existe una radiación en forma de microondas (CMB) que nos llega de todas las direcciones, es decir, de manera isotrópica y además homogénea hasta pequeñas escalas, sin embargo estas variaciones de 10^{-5} son de gran importancia ya que son la marca de las desviaciones en densidad que el origen a las estrellas y galaxias.
8. El espectro del CMB se corresponde, salvo muy pequeñas diferencias, a la radiación de un cuerpo negro perfecto de temperatura $T = 2,728 \pm 0,0004K$.
9. El número de fuentes de radio en galaxias de altas latitudes no siguen la simple ley de $N(> S) \propto S^{-3/2}$ donde S es el flujo observado en radio.

En lo que queda de sección intentaremos explicar cada una de estas observaciones y cuales son su aportación al modelo cosmológico estándar. Para empezar, veremos que el conjunto de hipótesis de que el universo es infinito, homogéneo e isótropo, Euclídeo (es “plano”) y que es estático (ni sufre expansión o contracción) entra en contradicción con la primera y última observación. Posteriormente veremos que la última hipótesis es descartable por las observaciones de Hubble, pero esto lo veremos más adelante

⁴Denotamos a los isótopos atómicos A^n , donde A es el elemento y el superíndice n la cantidad total de neutrones y protones.

Paradoja de Olbert

En una noche despejada y lejos de la ciudad es fácil observar el cielo nocturno, en donde su principal característica es que es oscuro, salvo las pequeñas motas que dibujan las estrellas y planetas, la mancha difuminada de la Vía Láctea y en ocasiones el gran foco en forma de Luna. Esta observación tan simple entra en contradicción, si se analiza detalladamente, con las suposiciones anteriores. Para ello vamos a considerar n_* la densidad en número de las fuentes brillantes en el cielo, constante en todo el espacio por la suposición de homogeneidad y en el tiempo ya que el universo es estático. Supongamos que estas fuentes brillantes tienen un radio medio de R_* , por tanto en una capa esférica de radio r y grosor dr podemos encontrar un número de fuentes brillantes igual a $n_*dV = n_*4\pi r^2 dr$. Cada una de estas fuentes brillantes subtiende un ángulo sólido de $\omega_* = \pi R_*^2/r^2$, por lo que las fuentes de brillo cubren un ángulo sólido en toda la capa esférica igual a:

$$d\omega = (n_*4\pi r^2 dr) \cdot (\pi R_*^2/r^2) = (2\pi R_*)^2 n_* dr \quad (1.1)$$

Vemos entonces que este ángulo sólido total es independiente del radio de la capa, lo que concuerda con la hipótesis de homogeneidad. Si calculamos el tamaño total de este ángulo sólido en un universo Euclídeo, estático e infinito tenemos:

$$\omega = \int_0^\infty (2\pi R_*)^2 n_* dr = (2\pi R_*)^2 n_* [r]_0^\infty = \infty \quad (1.2)$$

Es decir, las fuentes brillantes cubren un ángulo sólido infinito en el cielo lo que no tiene sentido físico ninguno. La razón de que la integral sea igual a infinito es que no se ha considerado el hecho de que los ángulos sólidos de las fuentes de brillo se pueden superponer, sin embargo este razonamiento nos lleva a que el cielo debería de ser totalmente brillante. Dado que la intensidad específica de una estrella es independiente a la distancia, el cielo debería tener una temperatura de $10^4 K$, por fortuna para nosotros esto no es así.⁵

Número de fuentes de Radio

Consideremos ahora una población de objetos estelares con una función de luminosidad que es constante en el espacio y en el tiempo, es decir, sea $n(> L)$ la densidad en número de fuentes con una luminosidad mayor a L . En una capa esférica de radio r y grosor dr tendremos entonces un total de $4\pi r^2 n(> L)dr$ de fuentes de radio con luminosidad mayor a L . Ya que la luminosidad y el flujo observado S está relacionado por $L = 4\pi r^2 S$ podemos calcular el número total de fuentes con un flujo observado mayor a S como $dN(> S) = 4\pi r^2 n(> 4\pi r^2 S)dr$, donde el número total en el universo infinito, euclídeo y estático sería:

$$N(> S) = \int_0^\infty 4\pi r^2 n(> 4\pi r^2 S)dr \quad (1.3)$$

Cambiando la variable de integración por $L = 4\pi r^2 S$, donde $r = \sqrt{L/(4\pi S)}$ y $dr = dL/(2\sqrt{4\pi L S})$ entonces

$$N(> S) = \int_0^\infty 4\pi \frac{L}{4\pi S} n(> L) \frac{dL}{2\sqrt{4\pi L S}} = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} S^{-3/2} \int_0^\infty dL \sqrt{L} n(> L) \quad (1.4)$$

De aquí se deduce que $N(> S) \propto S^{-3/2}$ independientemente de la función de luminosidad, lo que es una discordancia con lo observado.

De estas dos observaciones podemos deducir que alguna de las hipótesis aceptadas al principio no deben de ser ciertas. Como ya hemos mencionado las observaciones de Hubble en 1930 demostraron que el universo no puede ser estático.

Otras Observaciones

Las evidencias observacionales que podamos hacer no pueden ir más allá del periodo en donde la materia se desacoplara de la radiación y dejarán los fotones escaparse libremente, lo que sería el fondo cósmico de microondas.⁶

1.0.2. Bases teóricas

Día 01-02-2019

⁵Razonamiento sacado del [2]

⁶Al menos desde las observaciones clásicas, quizás podríamos llegar un poco más lejos a la nueva técnica de las ondas gravitacionales.

Bibliografía

- [1] Edward Kolb. *The early universe*. CRC Press, 2018.
- [2] P Schneider. *Extragalactic Astronomy and Cosmology, by Peter Schneider*. Berlin: Springer, 2006.