Decisión Multicriterio

“Encontrar una solución satisfactoria , significa que satisface suficientemente, los niveles de aspiración, para los objetivos que se han propuesto.”

Introducción

El análisis multicriterio es una **metodología de toma de decisiones** útil en una gran cantidad de campos de aplicación. En la cual el decisor elegirá entre un conjunto de alternativas **teniendo en cuenta diversos objetivos**. En forma genérica se puede expresar:

Alternativa /Estado	CT_1	CT_2	…	CT_n
a_1=	c_{11}	c_{12}	…	c_{1n}
a_2=	c_{21}	c_{22}	…	c_{21}
…	…	…	…	…
a_m=	c_{m1}	c_{m2}	…	c_{mn}

Definiciones

- Decisor: → Proporciona juicio de valor.
- Analista → Encargado de modelizar.
- Atributos / Criterios → Ejes de evaluación que direccionan el análisis y permiten la comparación de las alternativas.
- Conjunto de elección: → Conjunto finito y discreto de alternativas, diferentes, exhaustivas y excluyentes.

Propiedades de las alternativa

- Diferentes: no son la misma solución descripta de manera diferente.

- Exhaustivas: considera todas las alternativas posibles.

- Excluyentes: no se puede realizar una combinación de alternativas.

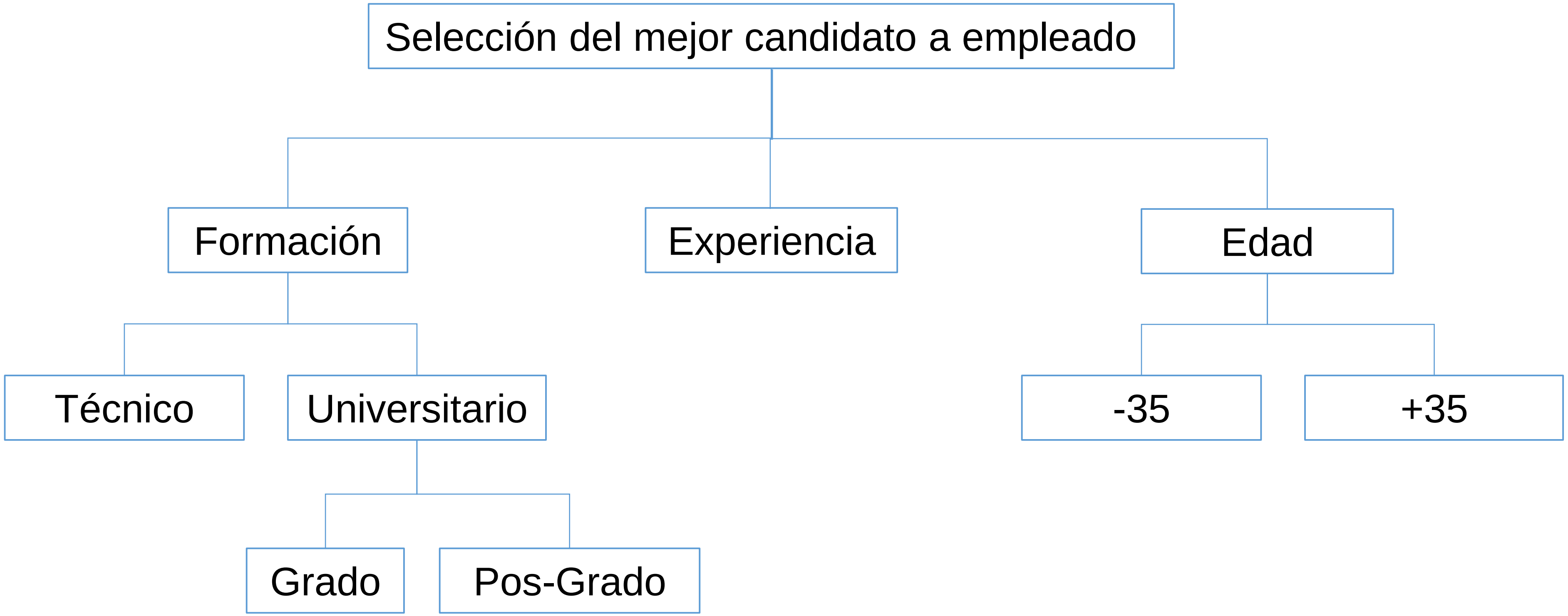
Propiedades de los criterios

- Exhaustividad (que abarque todos los criterios de importancia) (no se recomienda mas de 7 o 20, según distintas opiniones).

- Coherencia (las preferencias globales deben ser coherentes con las preferencias de cada criterio).

- Redundancia (que no se repita la misma propiedad porque duplica su peso).

Ejemplo de simplificación de criterios



Normalización de la matriz de valores "A"

La matriz de alternativa y valores, no es útil, en primera instancia, ya que los valores de cada alternativa para cada criterio, no es representativa, dado que cada criterio tiene unidades distintas y escalas distintas. Para salvar este problema se recurre a una estrategia de normalización.

Alternativa /Estado	CT_1	CT_2	…	CT_n
a_1=	r_{11}	r_{12}	…	r_{1n}
a_2=	r_{21}	r_{22}	…	r_{21}
…	…	…	…	…
a_m=	r_{m1}	r_{m2}	…	r_{mn}

Motivos para la normalización

- Unidades diferentes (elimina las unidades) .
- Nos puede conducir a decisiones erróneas.
- Cuando queremos obtener indicadores de las preferencias del decisor, normalizar, facilita esta tarea.

Algunos métodos:

1. r (x, y) = [c(x , y)] / Σ[c (x , y)]
2. r (x, y) = [c(x , y) – Min. c(x , y)] / [Máx. c (x , y) – Min. c(x , y)]
3. r (x, y) = [c(x , y) / [Máx. c (x , y)] → Maximización
4. r (x, y) = [Min. c(x , y)] / c(x , y) → Minimización

Función de valor aditiva (pond. Lineal)

$$V\ (a_i) = r(\ x\ ,\ y)*w_i$$

Para poder aplicar esta función se debe cumplir la propiedad “preferencialmente indiferente”:

- Un atributo 1 es “preferencialmente indiferente” al atributo 2, si las preferencias para valores del atributo 1 no dependen del valor del atributo 2. Es decir que son independientes, la valoración de uno no depende de la valoración del otro.
- Si la propiedad anterior se da en ambos sentidos, se dice que ambos atributos son “mutua y preferencialmente indiferente”.

Ejemplo: Elección Equipamiento

Dado el siguiente problema de selección de equipamiento para el área de sistemas con sus respectivas alternativas, donde se plantearon los siguientes objetivos: minimizar el costo (CT), maximizar la velocidad de procesamiento (VP), maximizar vida útil (VU) y maximizar nivel de garantía (NG). Identificar el conjunto de soluciones eficientes.

	Objetivos			
Alternativas	**VP**	**VU**	**NG**	**CT**
IBM	6	530.000	100	$4.500
HP	4.5	420.000	80	$3.500
Compaq	4	350.000	75	$2.800
INTEL	5.3	450.000	90	$3.500
DELL	6	480.000	100	$5.000
JCM	4	320.000	50	$2.500

Ejemplo

Resulta válido la aplicación del concepto de dominancia, ya que hay alternativas que no se utilizaría por estar dominadas por otras.

	Criterios			
Alternativas	**VP**	**VU**	**NG**	**CT**
IBM	6	530.000	100	$4.500
~~**HP**~~	~~4.5~~	~~420.000~~	~~80~~	~~$3.500~~
Compaq	4	350.000	75	$2.800
INTEL	5.3	450.000	90	$3.500
~~**DELL**~~	~~6~~	~~480.000~~	~~100~~	~~$5.000~~
JCM	4	320.000	50	$2.500

Matriz simplificada

Como existen esas alternativas que nunca serían elegidas, la eliminamos y nos queda:

	Criterios			
Alternativas	**VP**	**VU**	**NG**	**CT**
IBM	6	530.000	100	$4.500
Compaq	4	350.000	75	$2.800
INTEL	5.3	450.000	90	$3.500
JCM	4	320.000	50	$2.500

Normalización de la matriz

Para cuando queramos normalizar un criterio, que mientras más grande es mejor (ej. un beneficio), entonces podemos emplear la siguiente fórmula:

r (x, y) = [c(x , y) / [Máx. c (x , y)] → Maximización (0 peor, 1 mejor)

Para cuando queramos normalizar un criterio, que mientras más pequeño es mejor (ej. un costo), entonces podemos emplear la siguiente fórmula:

r (x, y) = [Min. c(x , y)] / c(x , y) → Minimización (0 peor, 1 mejor)

	Criterios			
Alternativas	**VP**	**VU**	**NG**	**CT**
IBM	6	530.000	100	$4.500
Compaq	4	350.000	75	$2.800
INTEL	5.3	450.000	90	$3.500
JCM	4	320.000	50	$2.500

	Criterios			
Alternativas	**VP** ▲	**VU** ▲	**NG** ▲	**CT** ▼
IBM	1	1	1	0,555555556
Compaq	0,666666667	0,660377358	0,75	0,892857143
INTEL	0,883333333	0,849056604	0,9	0,714285714
JCM	0,666666667	0,603773585	0,5	1

r (Compaq, VP) = [4 / 6] = 0,6666 → Maximización (0 peor, 1 mejor)
r (Compaq, CT) = [2500 / 2800] = 0,6666 → Minimización (0 peor, 1 mejor)

Normalización de la matriz

Ahora podemos determinar la calificación de cada alternativa y seleccionar la mejor:

Aplicamos la ponderación lineal = $V(A_i) = r(x, y) * W_i$

	Criterios			
Alternativas	**VP**	**VU**	**NG**	**CT**
IBM	1	1	1	0,5555
Compaq	0,6666	0,6603	0,75	0,8928
INTEL	0,8833	0,8490	0,9	0,7142
JCM	0,6666	0,6037	0,5	1
W	0,20	0,30	0,40	0,10

Los W expresan la importancia de cada criterio respecto de la suma de total de utilidad de todos los criterios. Más adelante veremos una metodología para su determinación.

IBM (A_1) es la alternativa que satisface mejor las expectativas, según los objetivos:

$V(A_i) = 1*0,20 + 1*0,30 + 1*0,40 + 0,5555*0,1 = 0,955$

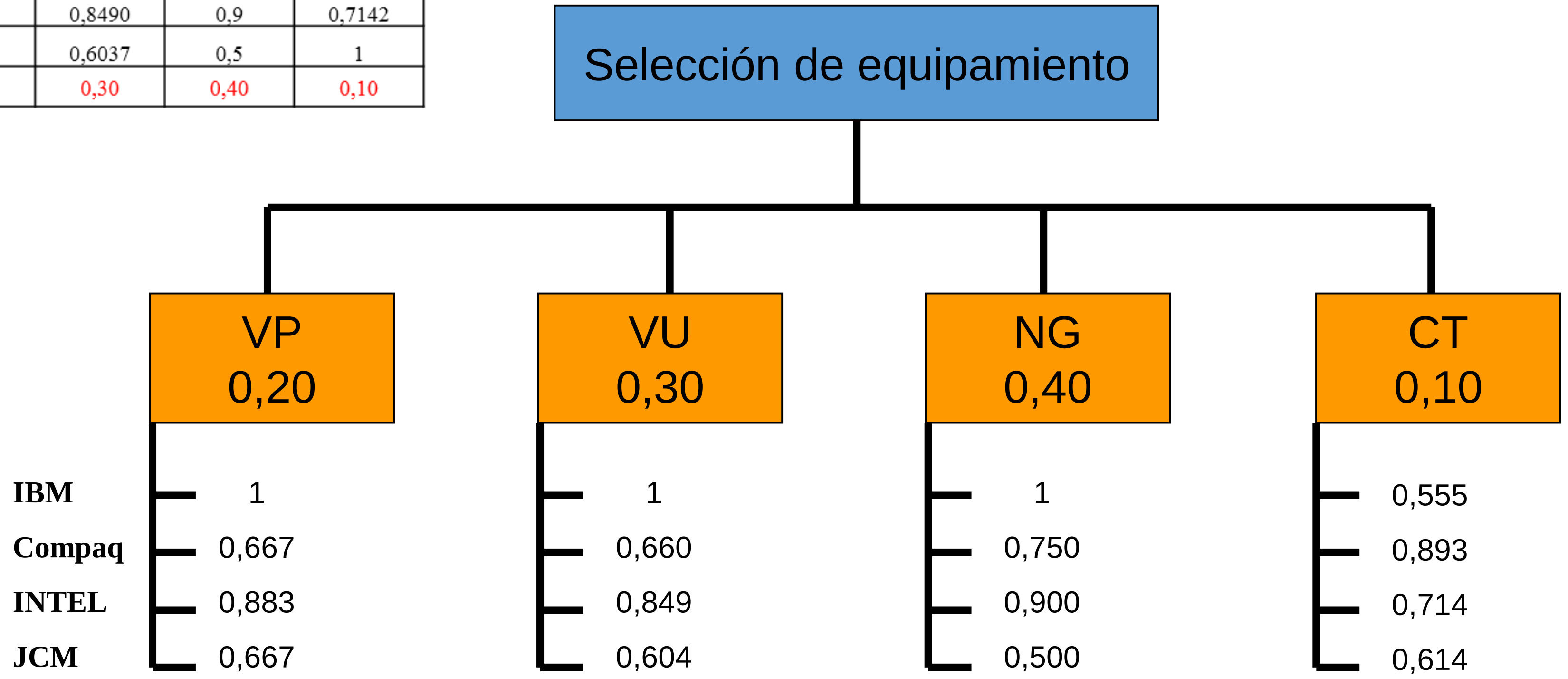
$V(A_2) = 0,720$

$V(A_3) = 0,863$

$V(A_4) = 0,614$

Árbol de jerarquía

	Criterios			
Alternativas	VP	VU	NG	CT
IBM	1	1	1	0,5555
Compaq	0,6666	0,6603	0,75	0,8928
INTEL	0,8833	0,8490	0,9	0,7142
JCM	0,6666	0,6037	0,5	1
W	0,20	0,30	0,40	0,10



Método de jerarquía analítica (AHP)

Desarrollado por Thomas Saaty, y resuelve el problema a través de una serie de etapas que podemos sintetizar de la siguiente manera.

1. Estructurar el problema como un árbol jerárquico (objetivo, criterios, alternativas).
2. Extraer la información del decisor mediante comparaciones de a pares (criterios vs criterios y alternativas vs alternativas desde el punto de vista de cada criterio).
3. Usar el método de “valores propios” para estimar los pesos relativos.
4. Comprobar la consistencia de los juicios del decisor.
5. Generar una evaluación global de cada alternativa, con los resultados de las comparaciones del punto 2.
6. Elegir la alternativa con mejor valoración global.

Estructura del modelo

Dos preguntas:

¿Cuál de los elementos es más importante, con respecto a un "objetivo de nivel superior"?

y

¿Cuánto más importante es, respecto de los demás?

Base del desarrollo de la metodología

“A” matriz normalizada, “W” vector de pesos y “n” tamaño de la matriz.

$$A*W = nW$$

Saaty sugirió: al no poder determinar A, es posible encontrar una estimación de ella ([A]), a partir de esta, encontrar una estimación de W ([W]) y finalmente evaluar el grado de consistencia, comparando $ʎ_{máx}$ con “n”.

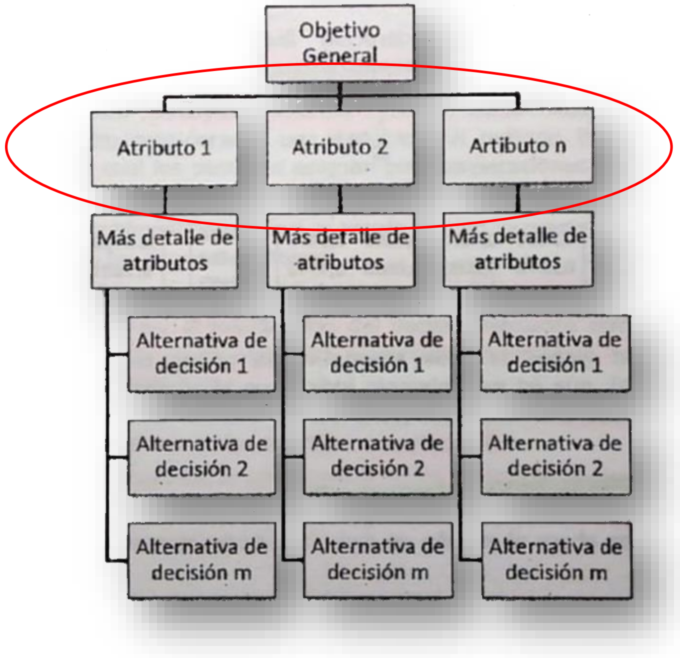
“[A]” matriz normalizada estimada. “[W]” matriz de pesos estimada. “$ʎ_{máx}$” aproximación a “n” tamaño de la matriz (donde “n” siempre es conocido).

$$[A]*[W] = ʎ_{máx}[W]$$

Escala fundamental

Valor	Descripción	Significado
1	Igualmente importante	Los dos elementos contribuyen igualmente al objetivo.
3	Moderadamente importante	La experiencia y el juicio favorecen un elemento en relación al otro.
5	Notablemente más importante	La experiencia o el juicio favorecen fuertemente un elemento en relación al otro.
7	Importancia muy fuerte o demostrada	Un elemento es muy fuertemente favorecido en relación a otro. Puede ser demostrada.
9	Importancia absoluta	La evidencia favorece un elemento en relación a otro, en el más alto grado de certeza.
2, 4, 6, 8	Valores intermedios	Cuando se busca una condición de compromiso entre dos definiciones.

Matriz de comparación por pares de criterios



	C_1	C_2	C_3	C_4
C_1	1	a_{12}	a_{13}	a_{14}
C_2	a_{21}	1	a_{23}	a_{24}
C_3	a_{31}	a_{32}	1	a_{34}
C_4	a_{41}	a_{42}	a_{43}	1

[W]
W_1
W_2
W_3
W_4

Esta matriz luego se normaliza por ponderación lineal y se determina [A] .
Luego con [A] se puede estimar [W].

Consistencia perfecta

Si las valoraciones del decisor son consistentes 100%, entonces [A] daría A, la matriz normalizada que se obtendría si se conocieran los W_i y se hicieran los siguientes cálculos:

	$C_1 > w_1$	$C_2 > w_2$	$C_3 > w_3$	$C_4 > w_4$
$C_1 > w_1$	w_1/w_1	w_1/w_2	w_1/w_3	w_1/w_4
$C_2 > w_2$	w_2/w_1	w_2/w_2	w_2/w_3	w_2/w_4
$C_3 > w_3$	w_3/w_1	w_3/w_2	w_3/w_3	w_3/w_4
$C_4 > w_4$	w_4/w_1	w_4/w_2	w_4/w_3	w_4/w_4

Calculo de [W] y prueba de consistencia

Procedimiento para calcular [W].

- Calcular la matriz de valoraciones
- Normalizar la matríz para obtener [A].
- Calcular valores promedios por fila para obtener [W]

Procedimiento para comprobar la consistencia:

- Calcular $[A]*[W] = \lambda_{máx}[W]$ ⇒ $\lambda máx = [A]*[W]/[W]$
- Calcular el índice de consistencia $IC = (\lambda máx – n)/n-1$
- Buscar en tabla de índice aleatorio (IA) el valor correspondiente:

Orden	3	4	5	6	7	8	9	10
IA	0.52	0.89	1.11	1.25	1.35	1.40	1.45	1.49

- Calcular la razón de consistencia RC=IC/IA. Si el resultado es menor a 0.1, es consistente, de lo contrario se debe revisar lar la matriz de valoraciones.

Caso de aplicación

Juan ha decidido comprar un bar o restaurante con la idea de atenderlo con su esposa. Ha encontrado tres alternativas posibles: 1). Un bar que vende bebidas y comidas rápidas en el centro de la ciudad, específicamente en la zona bancaria, el que abre de lunes a sábado en hora comercial; 2). Un restaurante de categoría en el Cerro de las Rosas situado en una zona de parques y paseos verdes. Atiende los fines de semana y feriados y se caracteriza por vender comidas de calidad y altos precios; 3). Un restaurante vegetariano en el patio de comidas de un Shopping.

Como no esta seguro cual es la mejor alternativa, decide analizar la situación en términos de los diferentes criterios que influyen en su decisión:

- Las expectativas de ganancias anuales, aunque no tiene acceso a datos confiables, estima que serán: A1=$110.625,00, A2=$ 44.250,00 y A3=$22.125,00.
- Como tanto él como su esposa pasarán muchas horas en el negocio, considera que el atractivo del lugar es un factor importante al momento de decidir.
- El grado de estrés que generará la actividad en cada caso.
- Finalmente es importante considerar el riesgo financiero asociado a cada alternativa, específicamente relacionado con la elasticidad de la demanda.

Caso de aplicación

Con la finalidad de ayudar a Juan a tomar una decisión le sugerimos usar el Proceso de Jerarquía Analítica (AHP), para ello le pedimos que nos expresara sus preferencias con respecto a los criterios antes enunciados. A nuestras preguntas respondió:

"Las expectativas de ganancias son fuertemente preferibles al atractivo del lugar, moderadamente preferibles al grado de estrés y muy fuertemente preferibles al riesgo financiero".

"El tractivo del lugar es moderadamente más importante que el riesgo financiero".

"El grado de estrés es entre moderada y fuertemente más importante el atractivo del lugar y además es fuertemente más importante que el riesgo que el riesgo financiero.

Con respecto a la comparación de las alternativas entre sí, las matrices de comparaciones pareadas que surgieron fueron las siguientes: