RESUMEN PARCIAL - MODELOS (Martes)

Programación Lineal

Para esta forma, se necesitan 3 pasos:

① Planteo del Problema
- → Definir variables de Decisión (x)
- → Definir objetivo (Max. Beneficios o Min. costos)
- → Plantear las Restricciones.

② Construcción del Modelo → simplificación de la Realidad.

③ Generación de la solución

- Para realizar un ejercicio:

PASO N°1

- Definir las variables de Decisión:

Ejemplo = $x_1 \rightarrow$ cant. de Producto 1 a produir por semana
$x_2 \rightarrow$ cant. de Producto 2 a producir por semana } se extrae del proble

- Definir el objetivo:

Ejemplo = Maximizar el ingreso Total. } se deduce o es expresado por el Problema

- Plantear las Restricciones:

Ejemplo: - Disponibilidad de Mat. Prima = 2000 unidades
- Disponibilidad de Mano de obra = 500 hs
- Disponibilidad de Horas Máquina = 800 hs

} se extrae del problema

- Condición de No Negatividad (siempre)

PASO N°2

- Construcción del Modelo: se realiza con los Datos sacados del Paso N°1 y en algunos casos con ayuda de una Tabla que simplifica los Datos.

$Max(Z) = 70x_1 + 40x_2$ → sale del objetivo

sujeto a:

$2x_1 + 5x_2 \leq 2000$
$x_1 + x_2 \leq 500$
$2x_1 + x_2 \leq 800$

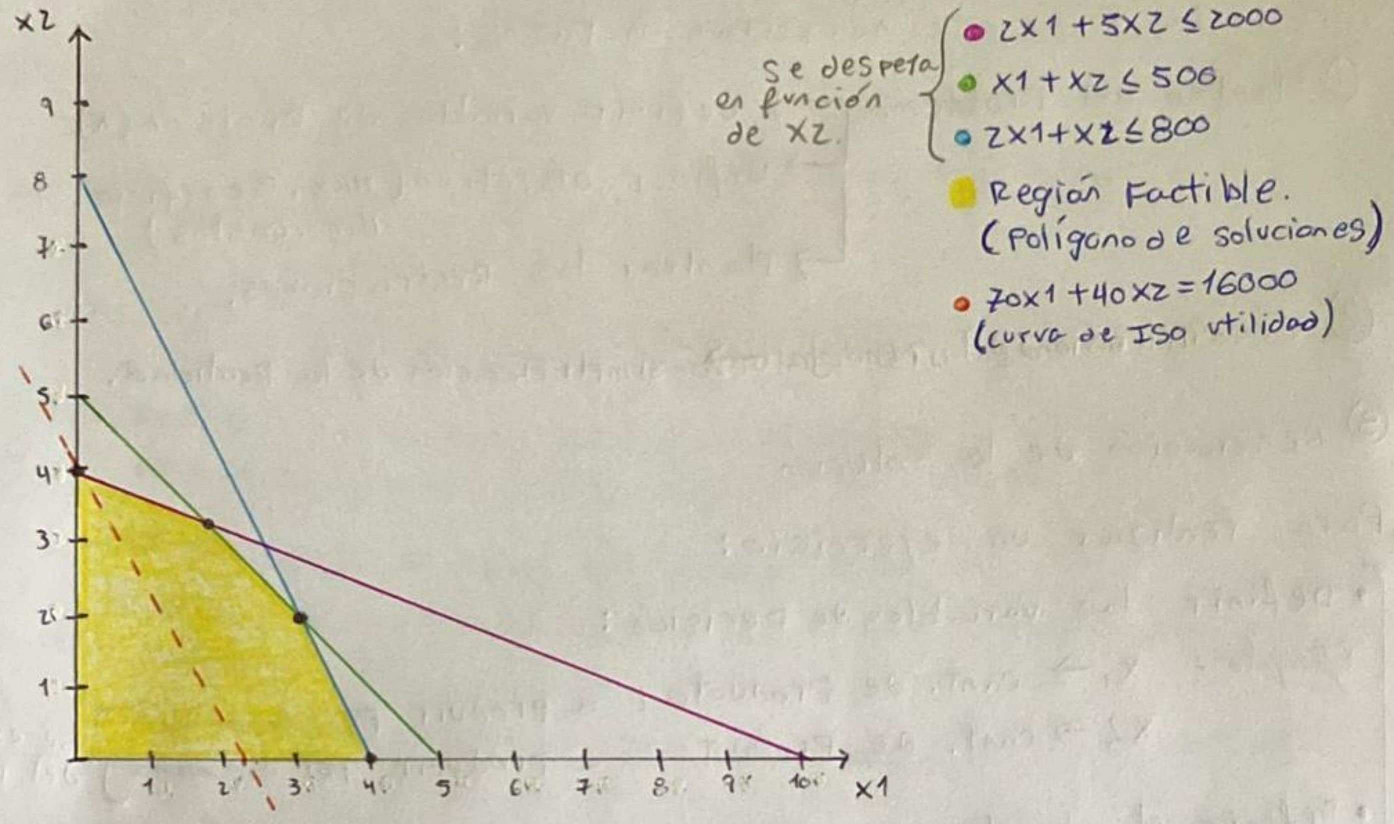
} sale de las restricciones

$x_1, x_2 \geq 0$ → No negatividad.

Dato Importante: cuando una Restricción debe ser Maximizada o se trata de Recursos se usa el "≤". Pero si se trata de una Minimización o de Demanda se usa el "≥".

- Generación de la solución:

_Se grafican las ecuaciones que fueron dadas por las restricciones.



-La región Factible va a depender de los signos de igualación. Donde si son "≤", se pinta lo interior a las rectas. y si es "≥" se pinta lo exterior a las rectas. No siempre todas las restricciones tienen el mismo signo.

- La región Factible o Polígono de soluciones, cumple con todas las restricciones.

-Luego se iguala la ecuación Max(Z) a algún valor para sacar la curva de ISO-utilidad. (Debe estar dentro del polígono)

Ej: $70x_1 + 40x_2 = 16000$ } se despeja en función de x_2.

- Ahora se procede a encontrar la solución optima, que siempre va a ser un punto extremo.

Para Maximización, es el P.E más alejado de la curva ISO.
Para Minimización, es el P.E. más cercano de la curva ISO ("ponele")

- Después se igualan las las rectas que forman la Intersección con el punto.

Ej: $500 - x_1 = 800 - 2x_1$ } se despeja en función de x_2.

$$X^* = \begin{cases} x_1 = 300 \\ x_2 = 200 \end{cases}$$
$x_1 = 300$ → con este valor reemplazamos en alguna restricción y sacamos el valor de x_2.

$Z^* = 70 \times 300 + 40 \times 200 = \boxed{29000}$ → ganancia con solución optima

X^* = solución optima

Forma Estandar

Forma canónica

Maximizar:

$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n$ → puede ser una minimización (se usa ≥) o mixta (se usa ≥, ≤, =)

sujeto a las restricciones:

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \leq b_m \end{array}\right\}$$ pueden ser signos ≥ o =

y

$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0$ } puede no cumplirse (caso raro)

- Solución Factible, se cumplen todas las restricciones
- Solución No Factible, algunas restricciones no se cumplen.
- Región Factible, reunión de todas las soluciones factibles.
- Solución óptima, es la solución factible con el valor más favorable de la función objeto.
- Valor más favorable, en Max el valor más grande. en Min el valor más pequeño.
- Para una forma más estandar, es necesario completar las ecuaciones anteriores:

Forma Estandar

Ej: $Z = 70x_1 + 40x_2 + S_1 + S_2 + S_3$

S.A:
$$\left.\begin{bmatrix} 2x_1 + 5x_2 + S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 2000 \\ x_1 + x_2 + 0S_1 + S_2 + 0S_3 = 500 \\ 2x_1 + x_2 + 0S_1 + 0S_2 + S_3 = 800 \end{bmatrix}\right\}$$ se hace para que no sean inecuaciones. (≥ es resta), (≤ es suma)

$x_1, x_2, \underline{S_1, S_2, S_3} \geq 0$ → variables de Holgura/Excedente.

cantidad de soluciones básicas: n = variables y m = ecuaciones (S.A) → restr.

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!} = \frac{5!}{(5-3)! \cdot 3!} = \frac{120}{12} = 10$$ → cantidad de soluciones básicas.

- Variables Básicas: se tendrán m variables básicas. Son las que se utilizan para resolver el sist. de ecuaciones y son "≥0"
- Variables No Básicas: se tendrán $n-m$ variables no básicas ($n \geq m$). Son las que valen "0" en una solución del problema.
- Solución Básica: tendrá $n-m$ variables que valgan "≥0".

Análisis De Sencibilidad

- Es el estudio de cómo los cambios en los coeficientes de un Problema de Prog. Lineal afectan a **la** solución óptima.
- Determina lo que puede cambiar la pendiente antes de que cambie la solución.
  ↳ coeficiente de la pendiente.
- Cuando la Variable es no Básica, se puede cambiar al ∞
  ↳ $\neq 0$

$c_1 \leq c_1 + \Delta c_i^+ \rightarrow$ Hasta donde puede Aumentar
$c_1 \geq c_1 - \Delta c_i^- \rightarrow$ Hasta donde puede Disminuir.
} para Básicas. ↳ $\Delta Z = \Delta c_K X_K$

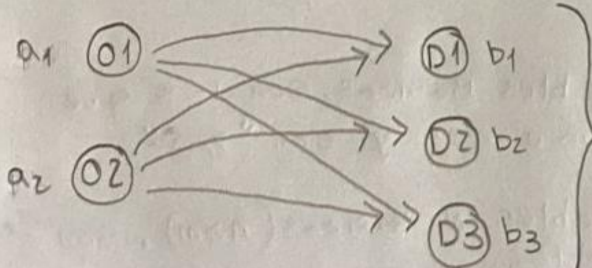
Máximo $\rightarrow [-\infty ; \Delta c_j^+]$
Mínimo $\rightarrow [\Delta c_j^- ; \infty]$
} para No Básicas

] Determinación de los intervalos de los coeficientes

- Precio sombra o Dual(y_i) es lo que varía la función objeto ante un cambio unitario del lado Derecho.
  - ↳ cambio en Restricciones Limitantes $\rightarrow \Delta Z = \Delta b_i \cdot y_i$; $[\Delta b_i^- \leq \Delta c_1 < \Delta b_i^+]$
  - ↳ cambio en Restr. No Limitantes $\rightarrow$ tipo $\leq \rightarrow [\Delta b_i^- ; \infty]$
    ↳ tipo $\geq \rightarrow [-\infty ; \Delta b_i^+]$

Variables → Reales → Prog. Lineal
↳ Binarias → Prog. Lineal Entera
↳ Toma valores de "0" o "1" (y_i)
↳ Determina si se Hace o no Alguna variable.

Problema de transporte.

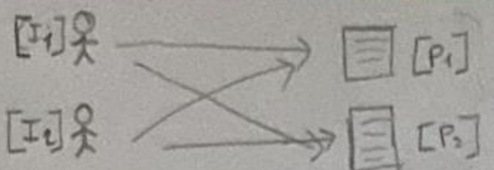


- Tenemos "m" origenes con oferta conocida
- Tenemos "n" Destinos con demanda conocida
- a_i es la oferta de O_i
- b_j es la Demanda de D_j
- Total Oferta = Total Demanda $\rightarrow \sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$
  Oferta ↳ Positivo; Demanda ↳ Negativo.

- Objetivo = Minimizar costos. de transporte.
- variables = (x_{ij}) unidades a transportar desde O_i a D_j
  ↳ Discreta (No Binaria)
- Restricciones: 1 por cada origen y 1 por cada Destino.
  ↳ se le suma la No Negatividad.

} Pasos

PROBLEMA DE Asignación



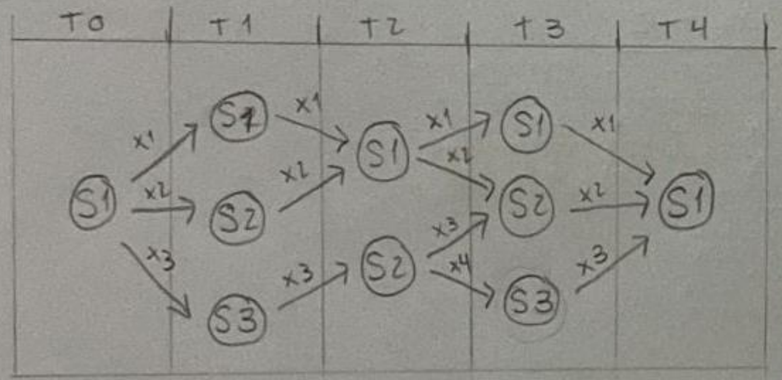
I_i = individuo
P_j = Puesto de trabajo

- OBjetivo = Minimizar costo de trabajo
- Variables = (x_{ij}) el individuo "i" se le asigna o no el puesto "j"
  → Binarias
- Restricciones = Una Restricción por individuo y una Restricción por puestos.

PASOS

PROGRAMACIÓN DINÁMICA

- Se utiliza para Resolver problemas de optimización, en los cuales Intervienen procesos de "n" etapas.
- Resuelve los problemas grandes por partes
- Comienza desde la última etapa.

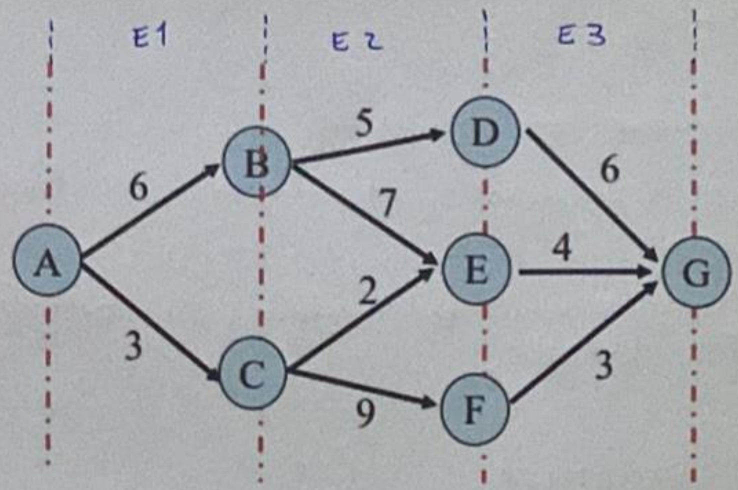


- variables de etapa: $n \in N \subseteq R$
  R → variable ordenadora
- Variable de estado: $s_t \in S_t$
- variable de decisión $x_i \in X_t$
- objetivo: Max / Min
- La variable ordenadora es el tiempo

Aplicaciones de Prog. Dinámica (vistas en clase)

- Problema de Inversión → Max
- Problema de Agente viajero → Min
- Problema de Asignación → Max
- Problema de Producción o Inventario → Max o Min
- Problema de Reemplazo de equipos → Min o Max

* PROBLEMA DEL AGENTE VIAJERO.



Etapa: 3 etapas

(s) Variable de estado: la ciudad en la que me encuentro

(x) Variables de decisión: a que ciudad me dirijo

Objetivo: Minimizar la distancia

Etapa 3

s \ x	G	d*	f*
D	6	G	6
E	4	G	4
F	3	G	3

Etapa 2

s \ x	D	E	F	d*	f*
B	5+6 (11)	7+4 (11)	X	D, E	11
C	X	2+4 (6)	9+3 (12)	E	6

Distancia en "s" y "x" + f* de x anterior

Etapa 1

s \ x	B	C	d*	f*
A	(6+11) (17)	3+6 (9)	C	9

_ Distancia mínima = 9

- Como el objetivo es minimizar, de la cada etapa se elige el valor más chico de cada fila y se completa la columna d* (Decisión optima) con la variable de decisión. Y el campo de f* se lo completa con el valor numerico de la Fila.
- Luego para elegir la Decisión optima, se recorre el camino más conveniente. En este caso $\underbrace{A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow G}_{\text{Política optima}}$. (La mejor opción pintada con Fluor).

_ La política define el camino a tomar

- Las restricciones definen los estados y las decisiones que puedo tomar