Teoría de Juegos

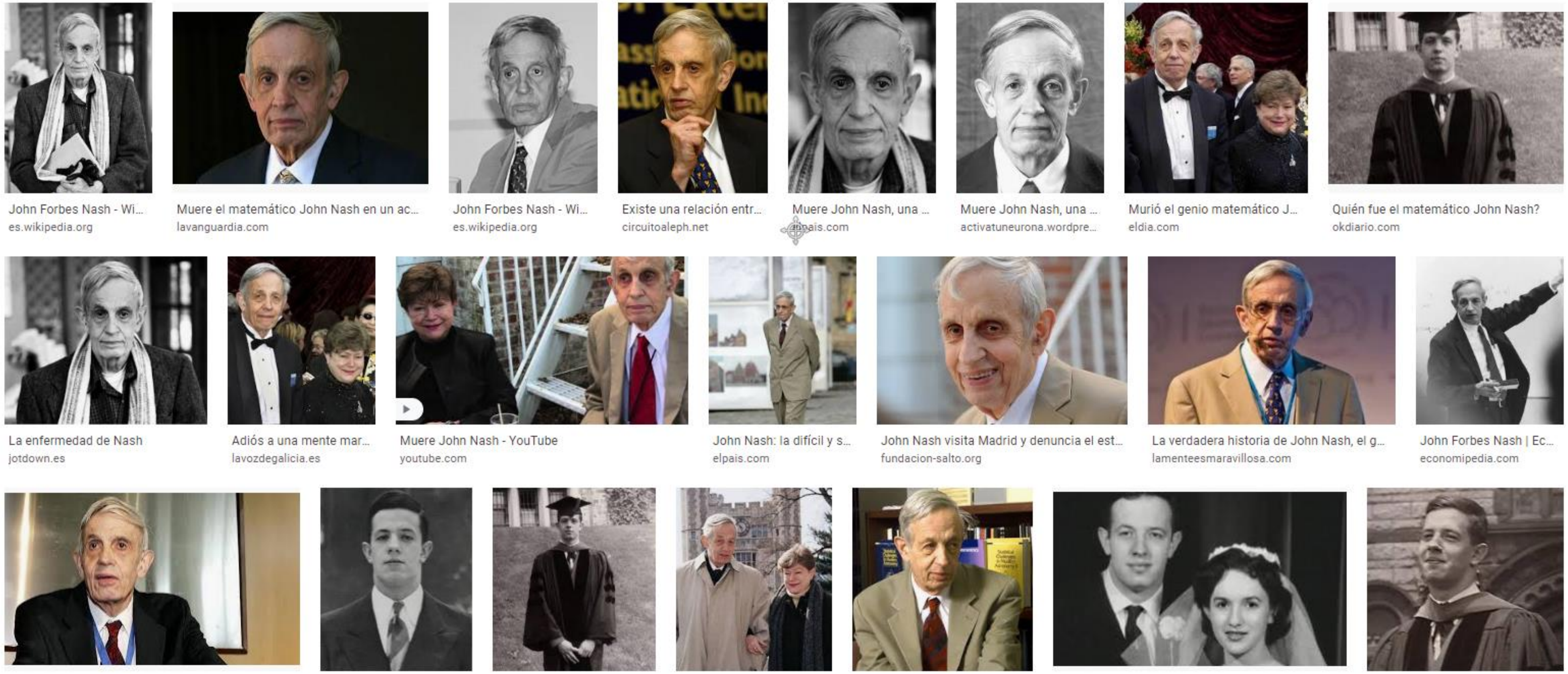
JUEGOS DE SUMA CERO

(UNIVESO HOSTIL – JUEGOS COMPETITIVOS)

-RESOLUCIÓN CON PROGRAMACIÓN LINEAL-

JHON NASH

(JUEGOS DE NO SUMA CERO)



ADRIÁN PAENZA

Grandes temas de la matemática: Capítulo 6: Teoría de los juegos

TEORÍA DE JUEGOS | JUEGOS DE SUMA CERO

UNIVERSO HOSTIL VS UNIVERSO ALEATORIO

TEORÍA DE JUEGOS | JUEGOS DE SUMA CERO

UNIVERSO HOSTIL VS UNIVERSO ALEATORIO

- Jugadores inteligentes y racionales.
- Ambos conocen las opciones del oponente pero no saben que va a decidir.
- No pueden comunicarse entre ellos.
- La ganancia de uno es la pérdida del otro.
- Cada uno intenta maximizar su utilidad o minimizar su pérdida.

- No hay un oponente “RACIONAL” que está intentando maximizar su utilidades o minimizar sus pérdidas. Sólo hay situaciones aleatorias que SUCEDEN con una probabilidad conocida o estudiada…

TEORÍA DE JUEGOS | JUEGOS DE SUMA CERO

JUEGOS CON ESTRATEGIA PURA

1 En este juego cada jugador tiene tres opciones de decisión. Cada jugador tiene que tomar una decisión sin saber la decisión del otro jugador. En el cuadro se muestran las ganancias del Jugador A y que a su vez que significan las pérdidas del Jugador B. Encuentre la estrategia de equilibrio para ambos jugadores y el valor del juego (V) que resulta como punto de equilibrio.

Jugador B (Mini-max)

Jugador A (MAXImin)

	B1	B2	B3	Wald A
A1	9	2	3	2
A2	-1	3	9	-1
A3	6	4	5	4 (Maxi-min)
Wald B	9	4	9	

Mini-max

HAY DOMINANCIA

B2 DOMINA B3

- HAY PUNTO DE EQUILIBRIO
- HAY ESTRATEGIA PURA:
- J. A elige el 100% de las veces la estrategia A3.
- J. B elije el 100% de las veces la estrategia B2.
- EL VALOR DEL JUEGO ES: 4
  (A gana 4 y B pierde 4)

TEORÍA DE JUEGOS | JUEGOS DE SUMA CERO

JUEGOS CON ESTRATEGIA PURA

1 En este juego cada jugador tiene tres opciones de decisión. Cada jugador tiene que tomar una decisión sin saber la decisión del otro jugador. En el cuadro se muestran las ganancias del Jugador A y que a su vez que significan las pérdidas del Jugador B. Encuentre la estrategia de equilibrio para ambos jugadores y el valor del juego (V) que resulta como punto de equilibrio.

Jugador B (Mini-max)

Jugador A (MAXImin)

	B1	B2	B3	Wald A
A1	9	2	3	2
A2	-1	3	9	-1
A3	6	4	5	4 (Maxi-min)
Wald B	9	4 (Mini-max)	9	

HAY DOMINANCIA
B2 DOMINA B3

- HAY PUNTO DE EQUILIBRIO
- HAY ESTRATEGIA PURA:
- J. A elige el 100% de las veces la estrategia A3.
- J. B elije el 100% de las veces la estrategia B2.
- EL VALOR DEL JUEGO ES: 4
  (A gana 4 y B pierde 4)

JUEGOS CON ESTRATEGIA MIXTA

5 El ejército Azul y Rojo están peleando. Existen 2 aeropuertos, valuados en 20 y 8 millones de USD cada uno, los cuales pertenecen al ejército Rojo. El ejército Azul pretende destruirlos, debe atacar uno o ambos aeropuertos y provocar el mayor daño posible (medido en USD). El ejército Rojo debe minimizar el daño. Cada ejército puede asignar el total de sus fuerzas a un aeropuerto o puede asignar la mitad de sus fuerzas a cada eropuerto. Una instalación experimentará un daño del 25% si se la ataca y defiende con la fuerza total, 10% si se la ataca y defiende con la mitad de las fuerzas, 50% si es atacada con fuerza total y defendida con la mitad, 100% cualquier instalación atacada con la mitad o la totalidad de las fuerzas pero no defendida y 0% una instalación a la que no se la ataque o a la que se ataque con la mitad y sea defendida con el total de las fuerzas. Determine las estrategias óptimas para ambos ejércitos.

TEORÍA DE JUEGOS | JUEGOS DE SUMA CERO

JUEGOS CON ESTRATEGIA MIXTA

EJÉRCITO ROJO MINI-max

EJÉRCITO AZUL (MAXI-min)

		R1 100% 1 0% 2	R2 0% 1 100% 2	R3 50% 1 50% 2	R4 0% 1 0% 2	Wald A Maxi-min	
A1	100% 1 0% 2	5	20	10	20	5	P1
A2	0% 1 100% 2	8	2	4	8	2	P2
A3	50% 1 50% 2	8	20	2,8	28	2,8	P3
A4	0% 1 0% 2	0	0	0	0	0	P4
	Wald B Mini-max	8	20	10	28		
		Q1	Q2	Q3	Q4		

DOMINANCIA
A1,A2 y A3
DOMINAN A4

DOMINANCIA
R1,R2 y R3
DOMINAN R4

- NO HAY PUNTO DE EQUILIBRIO
- NO HAY ESTRATEGIA PURA:
- EL VALOR DEL JUEGO NO ESTÁ DETERMINADO

Aeropuesto 1 = 20M USD
Aeropuerto 2 = 8M USD

Ataca 100%-Defiende 100% = daño 25%
Ataca 100%-Defiende 50% = daño 50%
Ataca 100%-Defiende 0% = daño 100%
Ataca 50%-Defiende 100% = daño 0%
Ataca 50%-Defiende 50% = daño 10%
Ataca 50%-Defiende 0% = daño 100%
Ataca 0% = daño 0%

TEORÍA DE JUEGOS | JUEGOS DE SUMA CERO

JUEGOS CON ESTRATEGIA MIXTA

EJÉRCITO ROJO MINI-max

EJÉRCITO AZUL (MAXI-min)

		R1	R2	R3	R4	Wald A (Maxi-min)	
		100% 1 0% 2	0% 1 100% 2	50% 1 50% 2	0% 1 0% 2		
A1	100% 1 0% 2	5	20	10	20	5	P1
A2	0% 1 100% 2	8	2	4	8	2	P2
A3	50% 1 50% 2	8	20	2,8	28	2,8	P3
A4	0% 1 0% 2	0	0	0	0	0	P4
	Wald B	8	20	10	28		
		Mini-max					
		Q1	Q2	Q3	Q4		

DOMINANCIA
A1,A2 y A3
DOMINAN A4

DOMINANCIA
R1,R2 y R3
DOMINAN R4

PL MAX EJERCITO AZUL:
MAX V
Subject to
5p1 + 8p2 + 8p3 >= V
20p1 + 2p2 + 20p3 >= V
10p1 + 4p2 + 2.8p3 >= V
p1 + p2 + p3 = 1
p1 >= 0
p2 >= 0
p3 >= 0
END

PL MAX EJERCITO ROJO:
MIN V
Subject to
5q1 + 20q2 + 10q3 <= V
8q1 + 2q2 + 4q3 <= V
8q1 + 20q2 + 2.8q3 <= V
q1 + q2 + q3 = 1
q1 >= 0
q2 >= 0
q3 >= 0
END

TEORÍA DE JUEGOS | JUEGOS DE SUMA CERO

JUEGOS CON ESTRATEGIA MIXTA

EJÉRCITO ROJO MINI-max

EJÉRCITO AZUL (MAXI-min)

		R1	R2	R3	R4	Wald A (Maxi-min)	
		100% 1 0% 2	0% 1 100% 2	50% 1 50% 2	0% 1 0% 2		
A1	100% 1 0% 2	5	20	10	20	5	P1
A2	0% 1 100% 2	8	2	4	8	2	P2
A3	50% 1 50% 2	8	20	2,8	28	2,8	P3
A4	0% 1 0% 2	0	0	0	0	0	P4
	Wald B (Mini-max)	8	20	10	28		
		Q1	Q2	Q3	Q4		

DOMINANCIA
A1,A2 y A3
DOMINAN A4

DOMINANCIA
R1,R2 y R3
DOMINAN R4

PL MAX EJERCITO AZUL:
MAX V
Subject to
5p1 + 8p2 + 8p3 >= V
20p1 + 2p2 + 20p3 >= V
10p1 + 4p2 + 2.8p3 >= V
p1 + p2 + p3 = 1
p1 >= 0
p2 >= 0
p3 >= 0
END

PL MAX EJERCITO ROJO:
MIN V
Subject to
5q1 + 20q2 + 10q3 <= V
8q1 + 2q2 + 4q3 <= V
8q1 + 20q2 + 2.8q3 <= V
q1 + q2 + q3 = 1
q1 >= 0
q2 >= 0
q3 >= 0
END

PL MAX EJERCITO AZUL:
MAX V
Subject to
5p1 + 8p2 + 8p3 - V >= 0
20p1 + 2p2 + 20p3 - V >= 0
10p1 + 4p2 + 2.8p3 - V >= 0
p1 + p2 + p3 = 1
p1 >= 0
p2 >= 0
p3 >= 0
END

Código para software LINDO

PL MAX EJERCITO ROJO:
MIN V
St
5q1 + 20q2 + 10q3 - V <= 0
8q1 + 2q2 + 4q3 - V <= 0
8q1 + 20q2 + 2.8q3 - V <= 0
q1 + q2 + q3 = 1
q1 >= 0
q2 >= 0
q3 >= 0
END

Código para software LINDO

TEORÍA DE JUEGOS | JUEGOS DE SUMA CERO

JUEGOS CON ESTRATEGIA **MIXTA**

EJÉRCITO ROJO MINI-max

EJÉRCITO AZUL (MAXI-min)

	R1 100% 1 0% 2	R2 0% 1 100% 2	R3 50% 1 50% 2	R4 0% 1 0% 2	Wald A Maxi-min	
A1 100% 1 0% 2	5	20	10	20	5	P1
A2 0% 1 100% 2	8	2	4	8	2	P2
A3 50% 1 50% 2	8	20	2,8	28	2,8	P3
A4 0% 1 0% 2	0	0	0	0	0	P4
Wald B Mini-max	8	20	10	28		
	Q1	Q2	Q3	Q4		

DOMINANCIA
A1,A2 y A3
DOMINAN A4

DOMINANCIA
R1,R2 y R3
DOMINAN R4

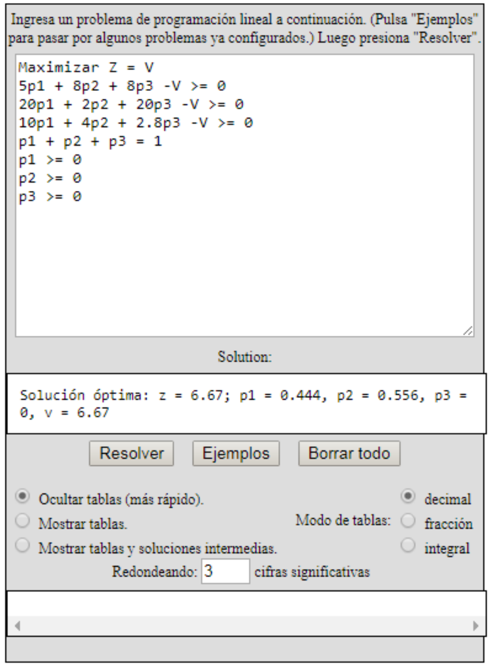
PL Max EJERCITO AZUL:
Maximizar Z = V Sujeto a
5p1 + 8p2 + 8p3 -V >= 0
20p1 + 2p2 + 20p3 -V >= 0
10p1 + 4p2 + 2.8p3 -V >= 0
p1 + p2 + p3 = 1
p1 >= 0
p2 >= 0
p3 >= 0

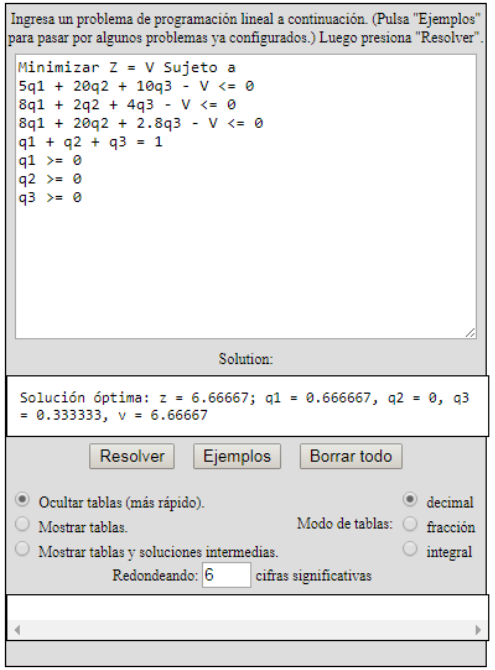
Código para software Online

PL Min EJERCITO ROJO:
Minimizar Z = V Sujeto a
5q1 + 20q2 + 10q3 - V <= 0
8q1 + 2q2 + 4q3 - V <= 0
8q1 + 20q2 + 2.8q3 - V <= 0
q1 + q2 + q3 = 1
q1 >= 0
q2 >= 0
q3 >= 0

Código para software Online

zweigmedia.com/simplex/simplex.php?lang=es





TEORÍA DE JUEGOS | JUEGOS DE SUMA CERO

JUEGOS CON ESTRATEGIA MIXTA

EJÉRCITO ROJO MINI-max

EJÉRCITO AZUL (MAXI-min)

	R1 100% 1 0% 2	R2 0% 1 100% 2	R3 50% 1 50% 2	R4 0% 1 0% 2	Wald A Maxi-min	
A1 100% 1 0% 2	5	20	10	20	5	P1
A2 0% 1 100% 2	8	2	4	8	2	P2
A3 50% 1 50% 2	8	20	2,8	28	2,8	P3
A4 0% 1 0% 2	0	0	0	0	0	P4
Wald B Mini-max	8	20	10	28		
	Q1	Q2	Q3	Q4		

DOMINANCIA
A1,A2 y A3
DOMINAN A4

DOMINANCIA
R1,R2 y R3
DOMINAN R4

PL Max EJERCITO AZUL:

Maximizar Z = V Sujeto a

$5p1 + 8p2 + 8p3 - V >= 0$

$20p1 + 2p2 + 20p3 - V >= 0$

$10p1 + 4p2 + 2.8p3 - V >= 0$

$p1 + p2 + p3 = 1$

$p1 >= 0$

$p2 >= 0$

$p3 >= 0$

Código para software Online

PL Min EJERCITO ROJO:

Minimizar Z = V Sujeto a

$5q1 + 20q2 + 10q3 - V <= 0$

$8q1 + 2q2 + 4q3 - V <= 0$

$8q1 + 20q2 + 2.8q3 - V <= 0$

$q1 + q2 + q3 = 1$

$q1 >= 0$

$q2 >= 0$

$q3 >= 0$

Código para software Online

Solución óptima:
z = 6.67;
p1 = 0.444,
p2 = 0.556,
p3 = 0,
v = 6.67

Solución óptima:
z = 6.67;
q1 = 0.667,
q2 = 0,
q3 = 0.333,
v = 6.67

CONCLUSIONES Ejército AZUL:

- HAY PUNTO DE EQUILIBRIO
- HAY ESTRATEGIA MIXTA:
- E. AZUL elige:
- A1 44,4% de las veces,
- A2 55,6% de las veces y
- A3 0% de las veces.
- EL VALOR DEL JUEGO ES: 6,67 M
  (A logra 6,67 M y R pierde 6,67 M)

CONCLUSIONES Ejército ROJO:

- HAY PUNTO DE EQUILIBRIO
- HAY ESTRATEGIA MIXTA:
- E. ROJO elige:
- R1 66,66% de las veces,
- R2 0% de las veces y
- R3 33,3% de las veces.
- EL VALOR DEL JUEGO ES: 6,67 M
  (A logra 6,67 M y R pierde 6,67 M)