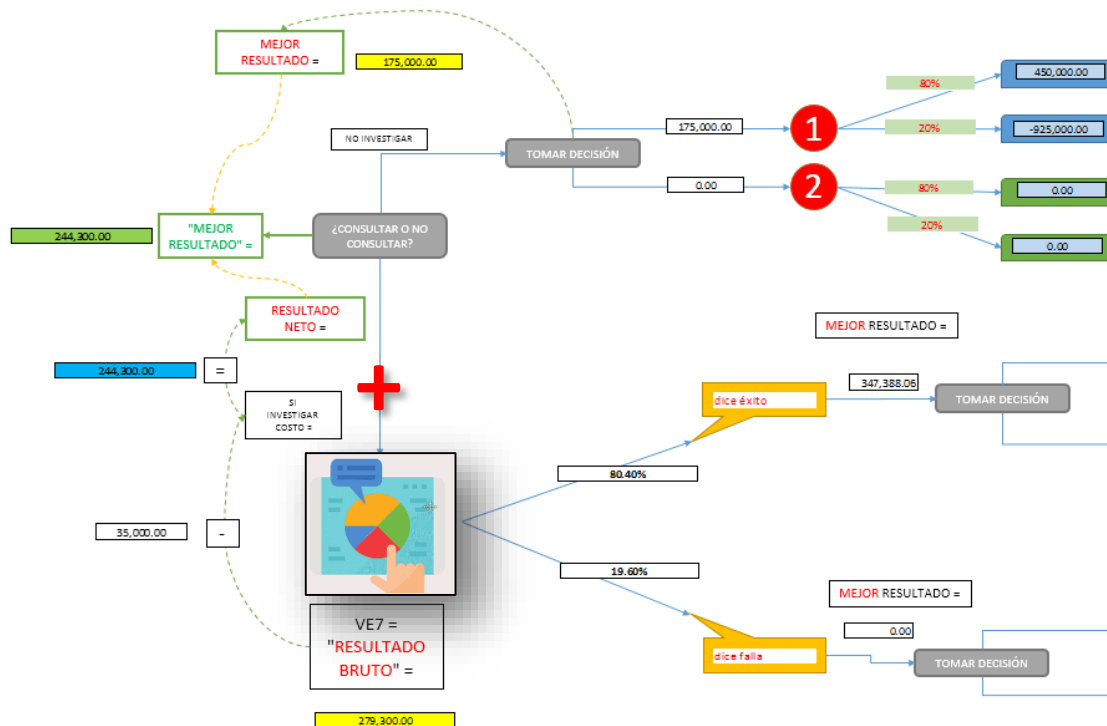


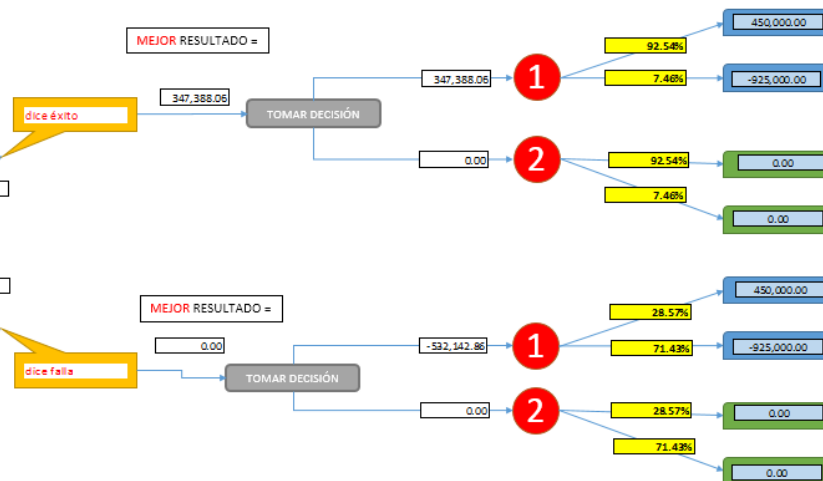
Teorema de Bayes

ÁRBOLES DE DECISIÓN + PROB. POSTERIORES



ALTERNATIVAS DE DECISIÓN

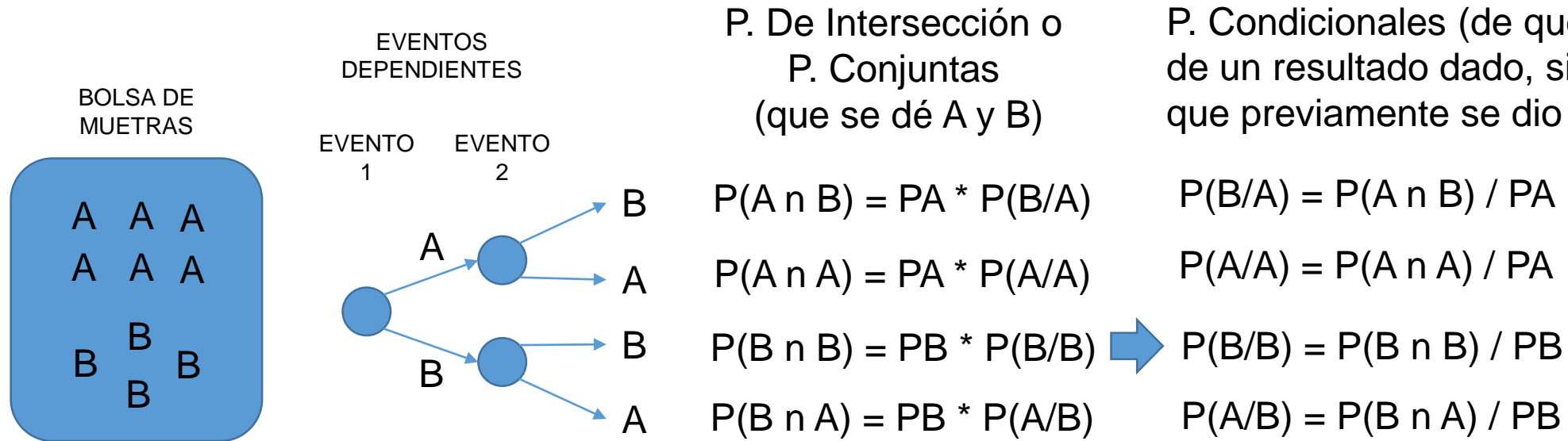
PROBABILIDADES A "PRIORI"		VE
80%	20%	
éxito	falla	
450,000.00	-925,000.00	175,000.00
0.00	0.00	0.00



$$p(A_i / B) = \frac{p(A_i) \cdot p(B / A_i)}{\sum_{i=1}^n p(A_i) \cdot p(B / A_i)}$$

PROBABILIDAD CONDICIONAL Y CONJUNTA

En muchas situaciones es importante determinar la probabilidad de ocurrencia de un evento, cuando se sabe, que otro evento relacionado, ha ocurrido... es decir eventos que no son independientes entre sí.

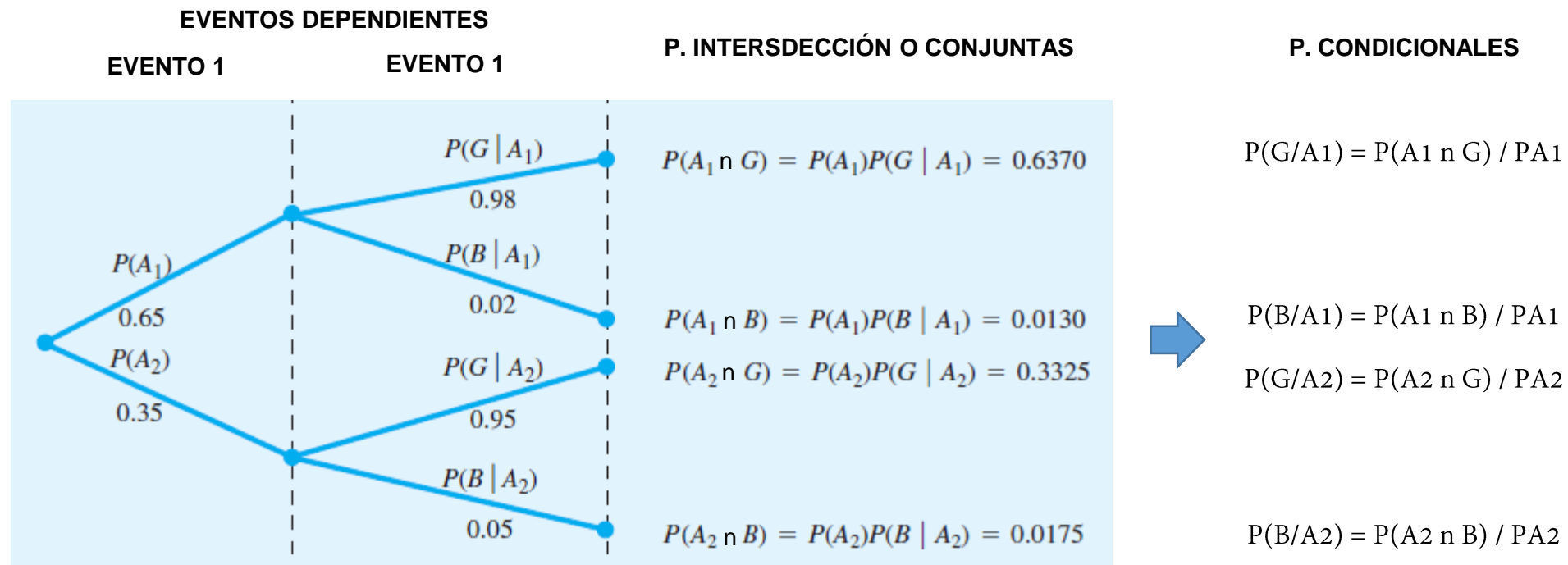


Pregunta difícil:

Si la ultima pieza sacada fue B ¿cuál es la probabilidad de que la pieza anterior haya sido A?..

PROBABILIDAD CONDICIONAL Y CONJUNTA

Otro ejemplo: Los proveedores A y B, brindan el 65% y 35% de un insumo. A y B brindan una calidad GOOD del 98% y 95%. Por consiguiente brindan una calidad BAD del 2% y 5%.



Pregunta difícil:

Si encuentro una pieza BAD ¿cuál es la probabilidad de que la pieza sea del proveedor A1?..

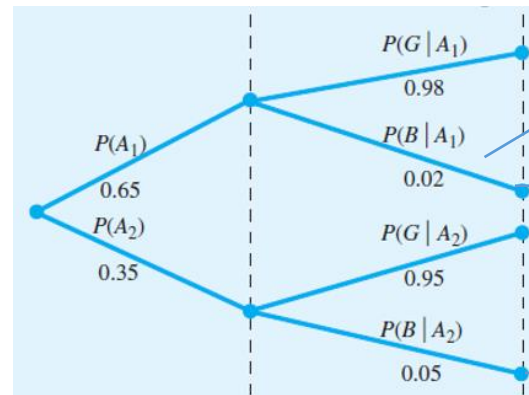
DEMOSTRACIÓN TEOREMA DE BAYES

A partir de la definición de probabilidad condicional, sabemos que:

$$P(A_1 | B) = \frac{P(A_1 \cap B)}{P(B)}$$

Luego observando el árbol de probabilidad vemos que:

$$P(A_1 \cap B) = P(A_1)P(B | A_1)$$



Para obtener $P(B)$, observamos que el evento B puede ocurrir sólo de dos maneras: $P(A_1 \cap B)$ y $P(A_2 \cap B)$. Por tanto, tenemos:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1 \cap B) + P(A_2 \cap B) \\ &= P(A_1)P(B | A_1) + P(A_2)P(B | A_2) \end{aligned}$$

Al sustituir las ecuaciones se obtiene el teorema de Bayes para el caso de dos eventos:

$$P(A_1 | B) = \frac{P(A_1)P(B | A_1)}{P(A_1)P(B | A_1) + P(A_2)P(B | A_2)}$$

DEMOSTRACIÓN TEOREMA DE BAYES

Finalmente el teorema de Bayes se puede simplificar en:

$$P(A_1 | B) = \frac{P(A_1)P(B | A_1)}{P(A_1)P(B | A_1) + P(A_2)P(B | A_2)} \quad \Rightarrow \quad P(A_1 | B) = \frac{P(A_1)P(B | A_1)}{P(B)} \quad \Leftarrow \quad P(A_1 | B) = \frac{P(A_1 \cap B)}{P(B)}$$

Generalizando para problemas de más de 2 opciones:

$$P(A_i | B) = \frac{P(A_i)P(B | A_i)}{P(A_1)P(B | A_1) + P(A_2)P(B | A_2) + \cdots + P(A_n)P(B | A_n)}$$

Se trata de una probabilidad condicional que se puede leer como:

“Habiendo ocurrido el evento B, cual es la probabilidad de que el evento anterior haya sido A”.

PROBABILIDAD CONDICIONAL POSTERIOR

El teorema de Bayes nos ayuda para calcular las **probabilidades condicionales “posteriores”**, que ocurren al agregar una información extra (información muestral) al problema original, por ello se llaman posteriores, posteriores a la información extra.

Por ejemplo:

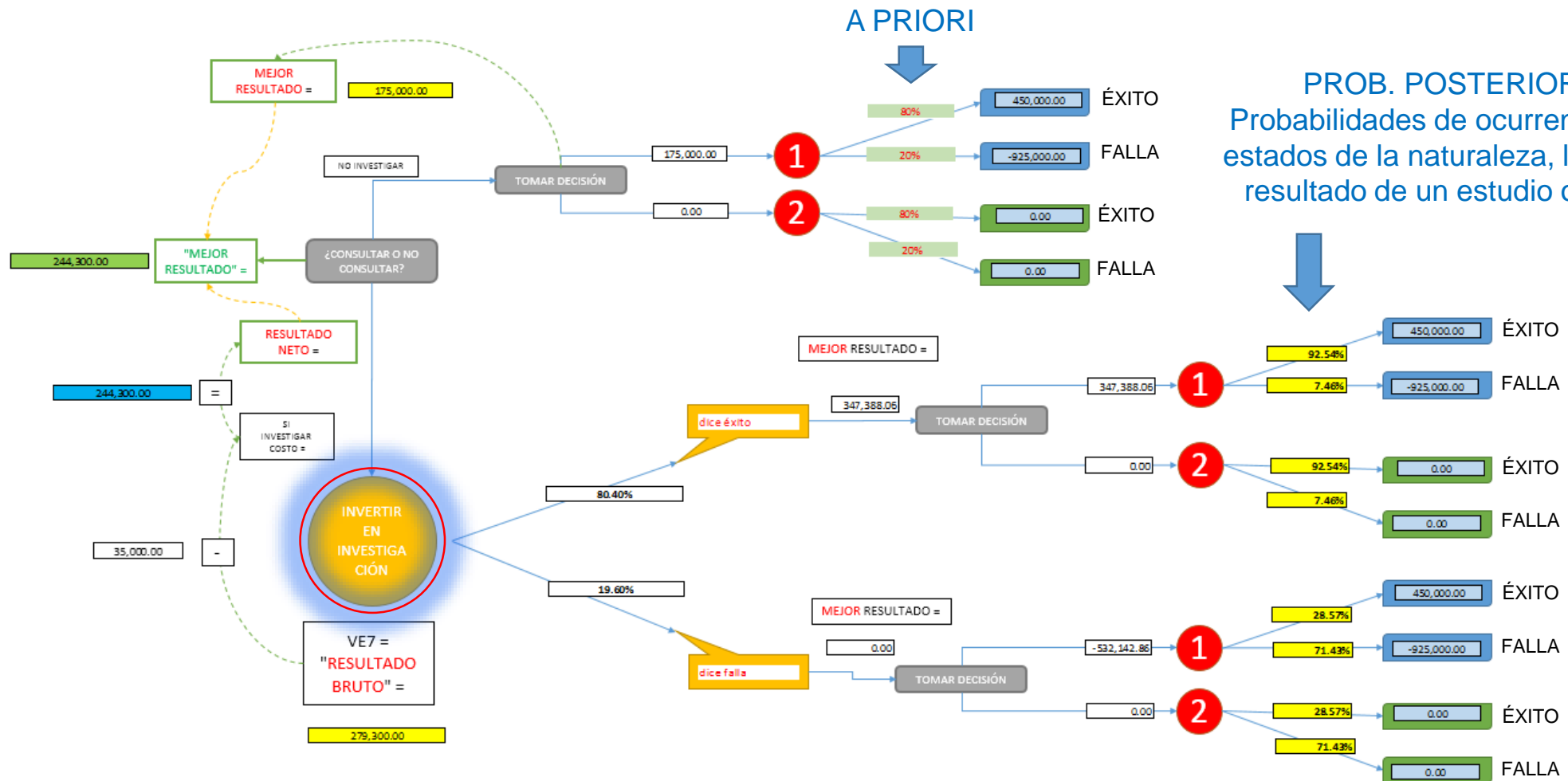
- Habiendo habido un pronóstico de lluvia ¿qué probabilidad hay de que llueva?
- Habiendo recibido un email “X” y habiendo aplicado un filtro de detección de spam ¿si el filtro determinó que es spam, qué probabilidad hay de que sea spam? (machine learning)
- En la industria podría aplicarse a un método de control de calidad ¿si el control de calidad que es una pieza defectuosa, qué probabilidad hay de que sea una pieza defectuosa?
- Si un estudio de mercado estima un cierto nivel de ventas ¿qué probabilidad hay de que se cumpla ese nivel de ventas?

PROBABILIDADES POSTERIORES

El **Teorema de Bayes** se utiliza en el siguiente proceso:



PROBABILIDADES POSTERIORES



PROBABILIDADES POSTERIORES

Método Tabular

Estados de la naturaleza	Probabilidades previas	Probabilidades condicionales	Probabilidades conjuntas	Probabilidades posteriores
s_j	$P(s_j)$	$P(F \mid s_j)$	$P(F \cap s_j)$	$P(s_j \mid F)$
s_1	0.8	0.90	0.72	0.94
s_2	0.2	0.25	0.05	0.06
	1.0		$P(F) = 0.77$	1.00