Presentación Final

Teoria de Señales

Alumno: Vietto Herrera, Santiago

Profesor: Marcelo Olivero

Clave: 1802890

Año: 2020

DNI:


REPUBLICA ARGENTINA - MERCOSUR
REGISTRO NACIONAL DE LAS PERSONAS
MINISTERIO DEL INTERIOR, OBRAS PUBLICAS Y VIVIENDA
Apellido / Surname
VIETTO HERRERA
Nombre / Name
SANTIAGO
Sexo / Sex
M
Nacionalidad / Nationality
ARGENTINA
Ejemplar
B
Fecha de nacimiento / Date of birth
14 JUN/ JUN 2000
Fecha de emisión / Date of issue
02 ABR/ APR 2019
Fecha de vencimiento / Date of expiry
02 ABR/ APR 2034
FIRMA IDENTIFICADO/ SIGNATURE
Documento / Document
42.654.882
Trámite Nº / Of. ident.
00588001502
8260


DOMICILIO: MARCELO T DE ALVEAR 360 8 D CENTRO -
CORDOBA CAPITAL - CORDOBA - CORDOBA
LUGAR DE NACIMIENTO: LA RIOJA
CUIL: 20-42654882-9
Ministro del Interior O. Pub. y Vivienda
PULGAR
IDARG42654882<7<<<<<<<<<<<<<<<
0006149M3404023ARG<<<<<<<<<<<4
VIETTO<HERRERA<<SANTIAGO<<<<<<

Serie de Fourier en Tiempo Continuo

Respuesta de Sistemas lit continuos en el tiempo a exponenciales complejas

- Dado x(t) = e^{st}
- Realizo la convolucion $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda) x(t-\lambda) d\lambda$ = y reemplazamos el x de la integral por la exponencial compleja.
- Luego de despejes obtenemos la “Funcion de transferencia en funcion de numeros complejos”:

$$H(s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda) e^{-s\lambda} d\lambda$$

- Entonces $y(t) = H(S)\, e^{s\,t}$

Polinomios y coeficientes

- Tenemos: $x(t) = a_1 e^{s1t} + a_2 e^{s2t} + a_3 e^{s3t}$

- Entonces dada las exitaciones individuales:

$$a_1 e^{s1t} \rightarrow a_1 H(S_1) e^{s1t}$$
$$a_2 e^{s2t} \rightarrow a_2 H(S_2) e^{s2t}$$
$$a_3 e^{s3t} \rightarrow a_3 H(S_3) e^{s3t}$$

- La respuesta de x(t) viene dada por: $y(t) = a_1 H(S_1) e^{s1t} + a_2 H(S_2) e^{s2t} + a_3 H(S_3) e^{s3t}$

- Y para los coeficientes: $\sum_k a_k e^{skt} \rightarrow \sum_k a_k H(sk) e^{skt}$

- Valores de S: $S = J2\pi f$ ó $S = J2\pi K fo$ con $K = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$

Combinaciones de exponenciales complejas relacionadas armonicamente

- Tenienedo en cuenta lo explicado anteriormente denotamos:

  $\varnothing_k(t) = e^{j2\pi k f_0 t}$ con $K = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$

- Cualquier señal circular puede ser representada por esta misma, donde:

- 2π es el numero de giros
- f_o es la frecuencia de osilacion

- Por lo tanto surge $X(t) = \sum_k a_k e^{j2\pi k f_0 t}$

- Donde: El término para k = 0 es la componente de contínua, y los términos para k = 1 y k = -1 son las componentes fundamentales o primeras armónicas.

Determinacion de la representacion en Serie de Fourier de una señal periodica

- Repasando los coeficientes de la exponencial:

- j: numero imaginario
- 2π: giro completo de un seno o coceno
- k: Indica con cual armonica se trabaja
- f0: frecuencia fundamental
- t: tiempo

- Buscamos a continuación la expresión de los valores a_k correspondientes

- Multiplicamos ambos terminos de la sumatoria de los coeficientes por la exponencial compleja $e^{-j2\pi n fot}$, y obtenemos:

$$x(t)e^{-j2\pi nfot} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{j2\pi(k-n)fot}$$

- Integramos ambos terminos sobre un intervalo de longitud To:

$$\int_{T_0} x(t)e^{-j2\pi nfot}dt = \int_{T_0} \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{j2\pi(k-n)fot}\right]dt$$

$$\int_{T_0} x(t)e^{-j2\pi nfot}dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \left[\int_{T_0} e^{j2\pi(k-n)fot}dt\right]$$

- Tomamos:

$$\int_{t_0} e^{j2\pi(k-n)fot}dt = \begin{cases} T_o \text{ si } k = n \\ 0 \text{ si } k \neq n \end{cases}$$

- Llegando a la conclucion de que:

$$\int x(t)e^{-j2\pi nfot}dt = a_n T_0$$

- Por distribucion: $$a_0 = \frac{1}{To}\int_{To} x(t)dt$$

- Donde los coeficientes a_k determinan la amplitud y fase de las diferentes componentes armónicas.
- El coeficiente a_o : componente de continua de $x(t)$.

- Gracias a toda este desarrollo matematico concluimos en 2 ecuaciones

<u>Ecuacion de Analisis</u>

$$a_k = \frac{1}{To}\int_{To} x(t)e^{-j2\pi kfot}dt$$

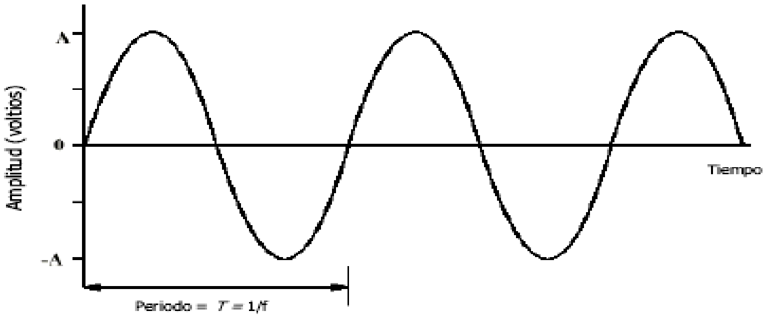
- Ecuación que permite dada la señal encontrar los coeficientes.

Ecuacion de Sintesis

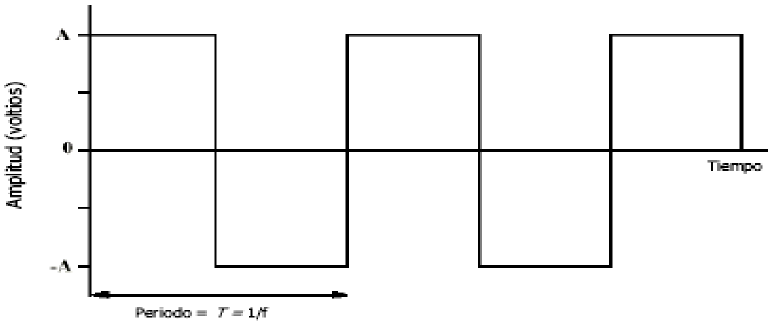
$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{j2\pi k f o t}$$

- Expresion de la serie propiamente dicha.

Grafico señales periodicas:



(a) Onda sinusoidal



(b) Onda cuadrada

Convergencia de las Series de Fourier

- **Coeficientes de fourier:** son la mejor aproximacion que puedo hacer en una funcion continua.

- Se quiere que la serie sea convergente, para tener coeficientes mas pequeños y gracias a eso una mejor aproximacion.

- No todas las señales circulares y repetitivas pueden ser aproximadas por serie de fourier, existe una restriccion. Esta se conoce como las condiciones de Dirichlet.

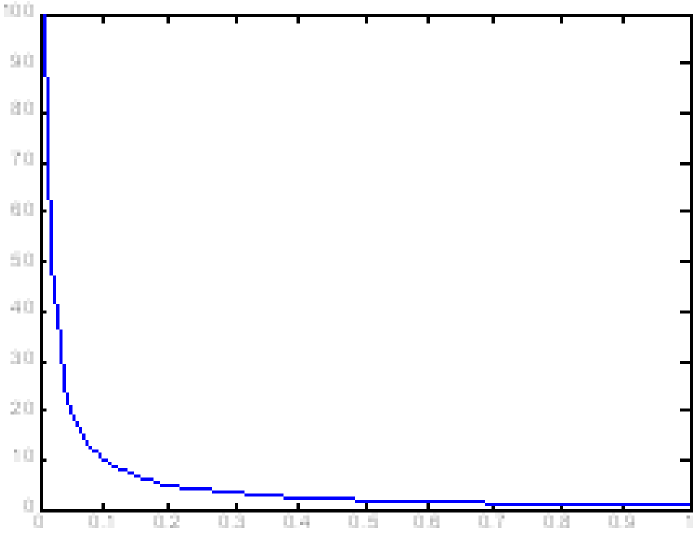
Condiciones de Dirichlet

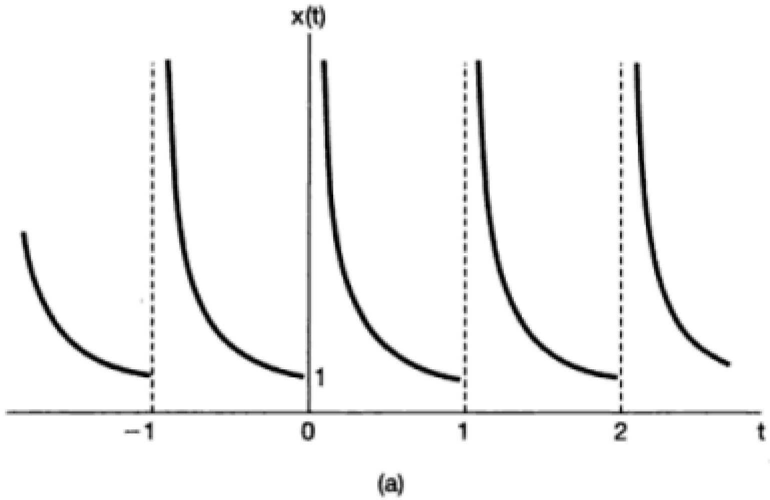
Primer condicion:

- X(t) debe ser integrable en cualquier periodo.

- Aquella señal que no cumpla con esta condicion, por lo general son aquellas que al integrar dan infinito.

- \- Ejemplo: $X(t)= 1/t$ para $0<t<1$



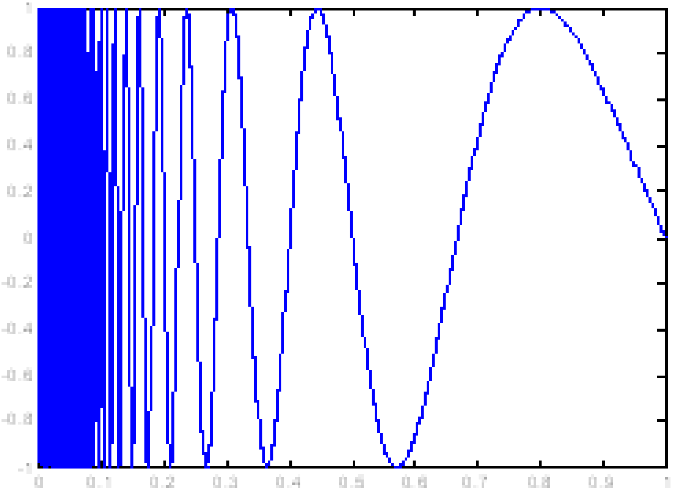


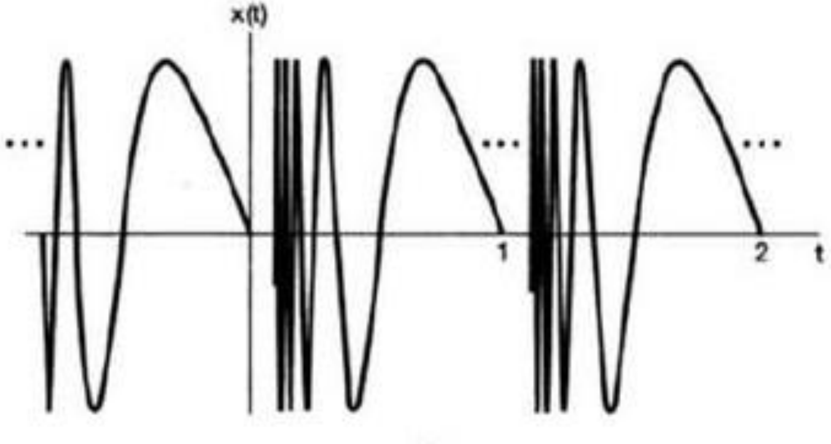
Segunda condicion:

- x(t) debe tener un numero finito de maximos y minimos durante cualquier periodo.

- Es decir, las señales que no cumplen con esta condicion son aquellas que poseen infinitos maximos y minimos.

- Ejemplo: $P(t) = \text{sen}\dfrac{2\pi}{t}$ con $0 < t \leq 1$ y $To = 1$





(b)

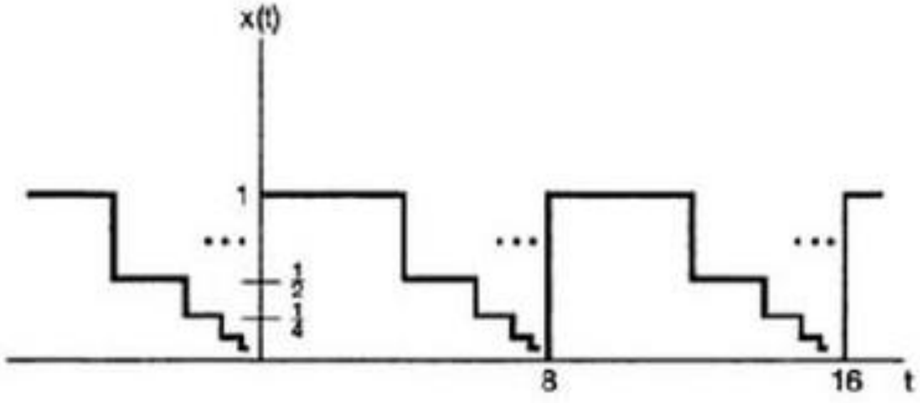
<u>Tercer condicion:</u>

- x(t) debe tener un numero finito de discontinuidades finitas en un intervalo dinito de tiempo.

- No cumplen con esta aquellas señales con infinitas discontinuidades de saltos finitos. Siempre me quedo con la mitad del periodo.

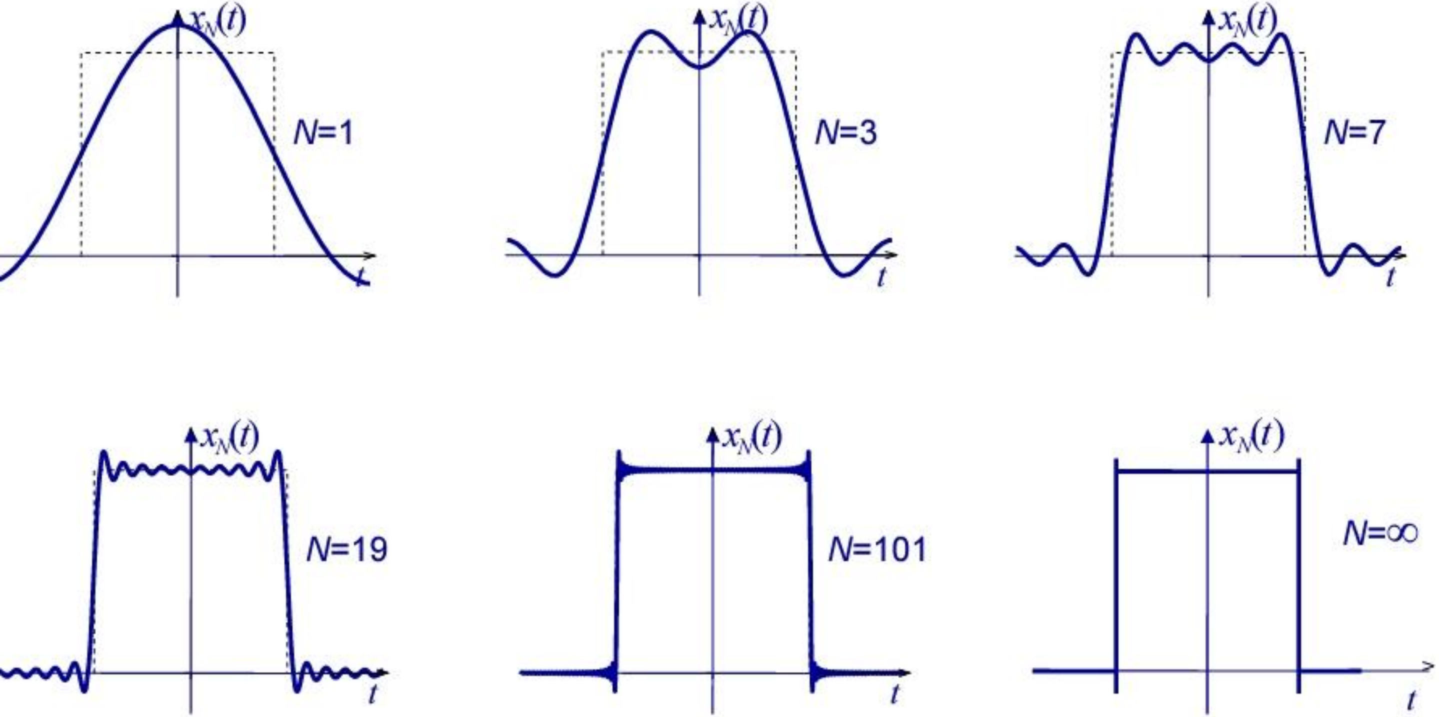
- Ejemplo:

$$x(t)=\begin{cases} 1, & 0\le t<1/2 \\ \frac{1}{2}, & 1/2\le t<1/4 \\ \frac{1}{4}, & 1/4\le t<1/8 \\ \frac{1}{8}, & 1/8\le t<1/16 \\ \frac{1}{16}, & 1/16\le t<1/32 \\ & etc... \end{cases}$$



(c)

- Fenómeno de Gibbs



Propiedades de la Serie de Fourier

PROPIEDADES DE LA SERIE CONTINUA DE FOURIER

Propiedad	Señal Periódica	Coeficientes de la serie
	$\left.\begin{matrix} x(t) \\ y(t) \end{matrix}\right\}$ Periódicas de periodo T y frecuencia fundamental $\omega_0 = 2\pi/T$	a_k b_k
Obtención de coeficientes	$x(t)\big\|_T = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega_0 t}$	$a_k = \frac{1}{T}\int_T x(t) e^{-jk\omega_0 t}\, dt$
	x(t) Señal par	$a_k = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} x(t)\cos(k\omega_0 t)dt$
	x(t) Señal impar	$a_k = -\frac{2j}{T}\int_0^{T/2} x(t)\operatorname{sen}(k\omega_0 t)dt$
Linealidad	$A\,x(t) + B\,y(t)$	$A\,a_k + B\,b_k$
Desplazamiento en el tiempo	$x(t - t_0)$	$a_k\, e^{-jk\omega_0 t_0}$
Desplazamiento en frecuencia	$x(t)e^{jM\omega_0 t}$	a_{k-M}
Conjugación	$x^*(t)$	a^*_{-k}
Inversión de tiempo	$x(-t)$	a_{-k}
Escalamiento en el tiempo	$x(\alpha t),\ \alpha > 0$ (Periódica de periodo T/α)	a_k
Convolución periódica	$\int_T x(\tau)y(t-\tau)d\tau$	$T a_k b_k$
Multiplicación	$x(t)y(t)$	$\sum_{p=-\infty}^{\infty} a_p b_{k-p}$

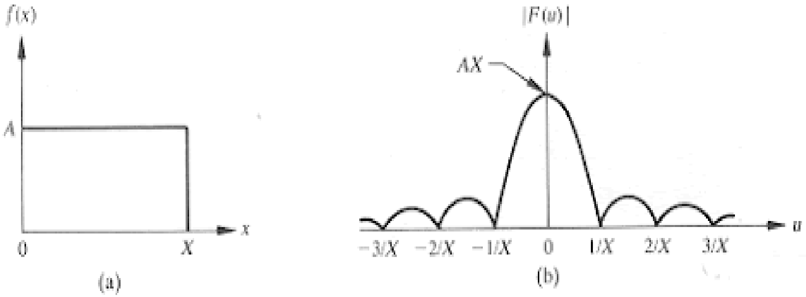
Diferenciación	$\frac{dx(t)}{dt}$	$jk\omega_0 a_k$
Integración	$\int_{-\infty} x(\tau)d\tau$ (de valor finito y periódica solo si $a_0 = 0$)	$\frac{1}{jk\omega_0} a_k$
Simetría conjugada para señales reales.	$x(t)$ Señal real	$\begin{cases} a_k = a^*_{-k} \\ R_e[a_k] = R_e[a_{-k}] \\ I_m[a_k] = -I_m[a_{-k}] \\ \|a_k\| = \|a_{-k}\| \\ \varphi[a_k] = -\varphi[a_{-k}] \end{cases}$
Señal real y par	x(t) real y par	a_k real y par
Señal real e impar	x(t) real e impar	a_k imaginaria e impar

Relación de Parseval para señales periódicas

$$P_m[x(t)] = \frac{1}{T}\int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |a_k|^2$$

Transformada de Fourier en Tiempo Continuo

- Anlisis secuencial de las señales.
- Podemos encontrar la transformada de x(t) si cumple con las condiciones de dirichlet.
- Explica la distribucion de energia o potencia en funcion de fecuencia.
- Se logra una formula para mapear espectro y frecuencia.
- Podemos tener una funcion de variable real a valores complejos.



Ecuacion de Anlisis

TRANSFORMADA DE FOURIER

1_

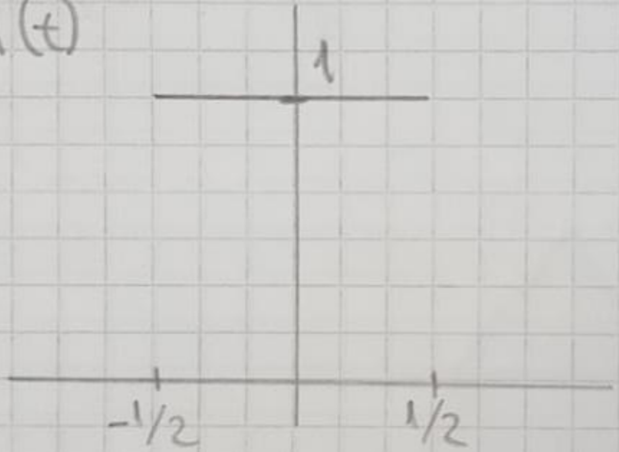
$$x(t) \longrightarrow \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-j2\pi ft}\, dt$$

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\, e^{-j2\pi ft}\, dt$$

Ejemplo 1:

EJEMPLO CON SEÑAL CAJON

$\Pi(t)$



$$= \int_{-1/2}^{1/2} 1 \cdot e^{-j2\pi f t} \, dt$$

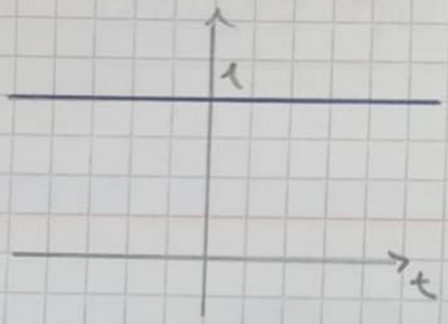
$$= \left. \frac{e^{-j2\pi f t}}{-j2\pi f t} \right|_{-1/2}^{1/2}$$

Ejemplo 2:

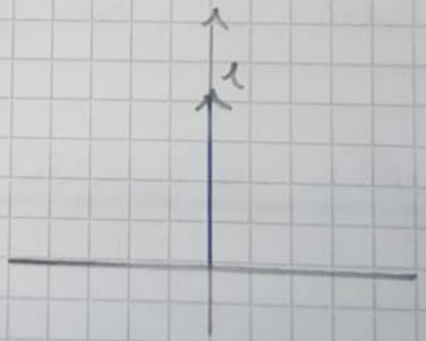
PARA EL CASO DE

2_ $x(t) = 1$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi ft}\, dt = \delta(f)$$

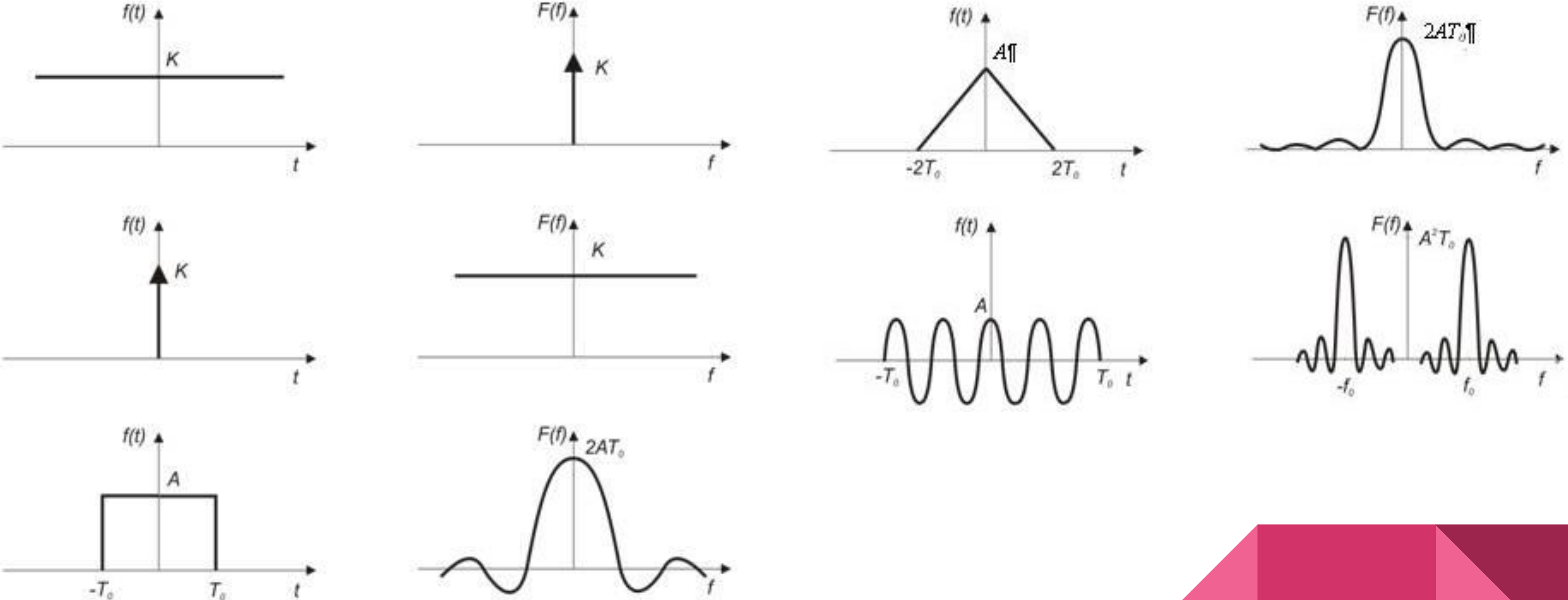


SEÑAL DE POT.



FRECUENCIA CERO

Transformadas:



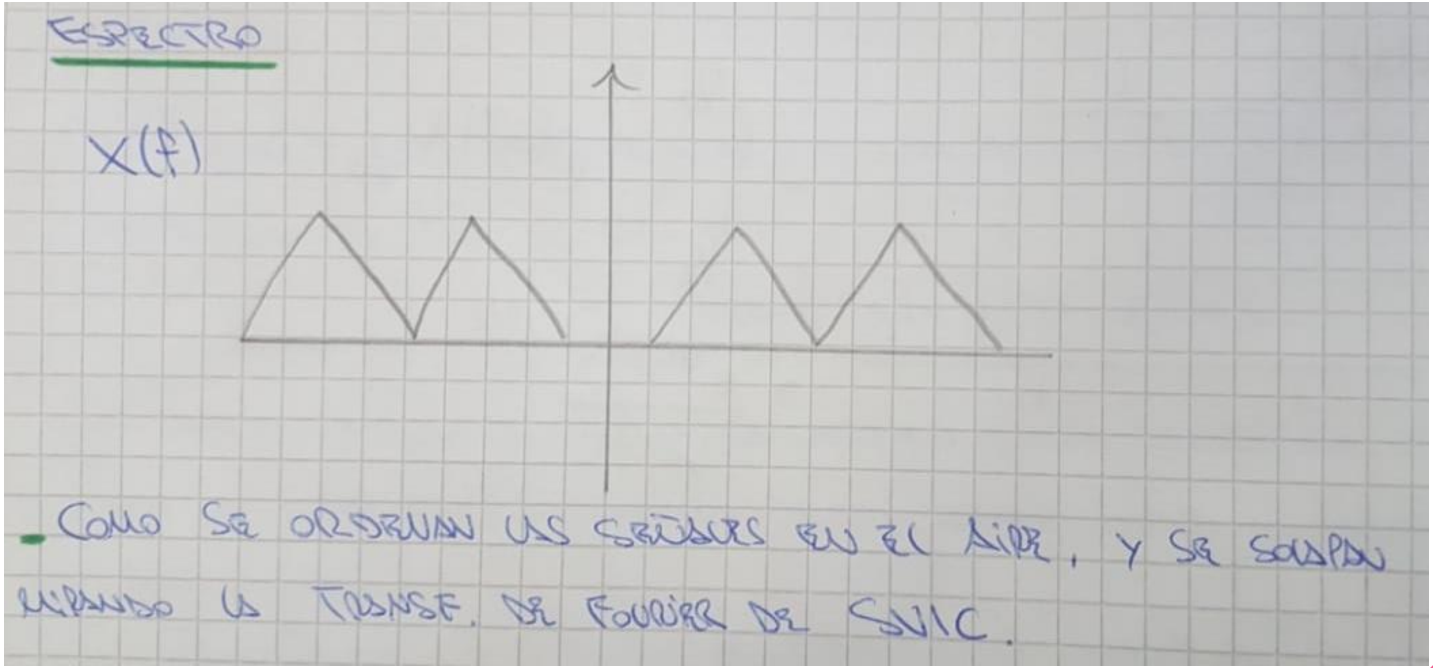
Antitransformada:

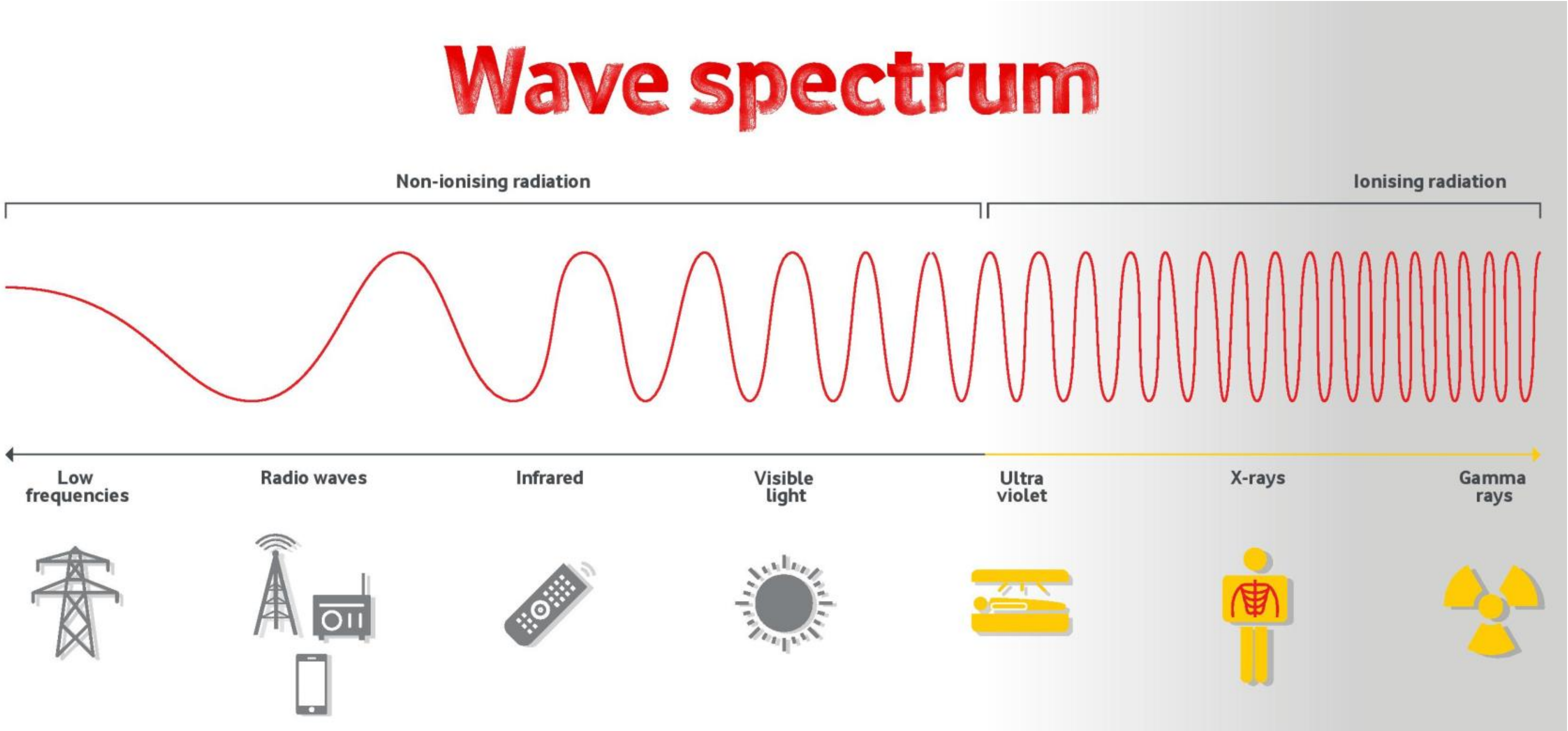
ANTI TRANSFORMADA

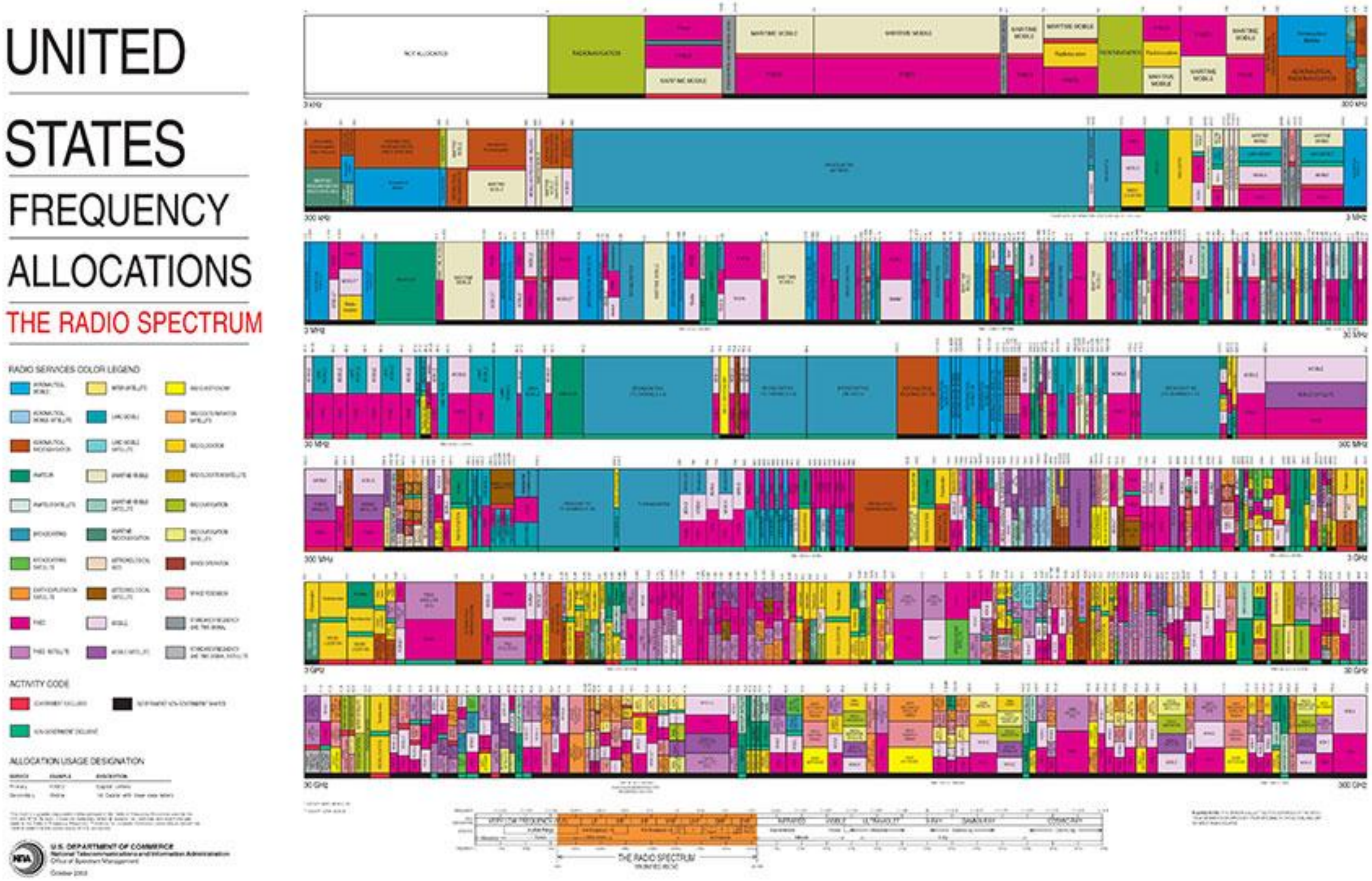
3. $X(f) > x(t)$

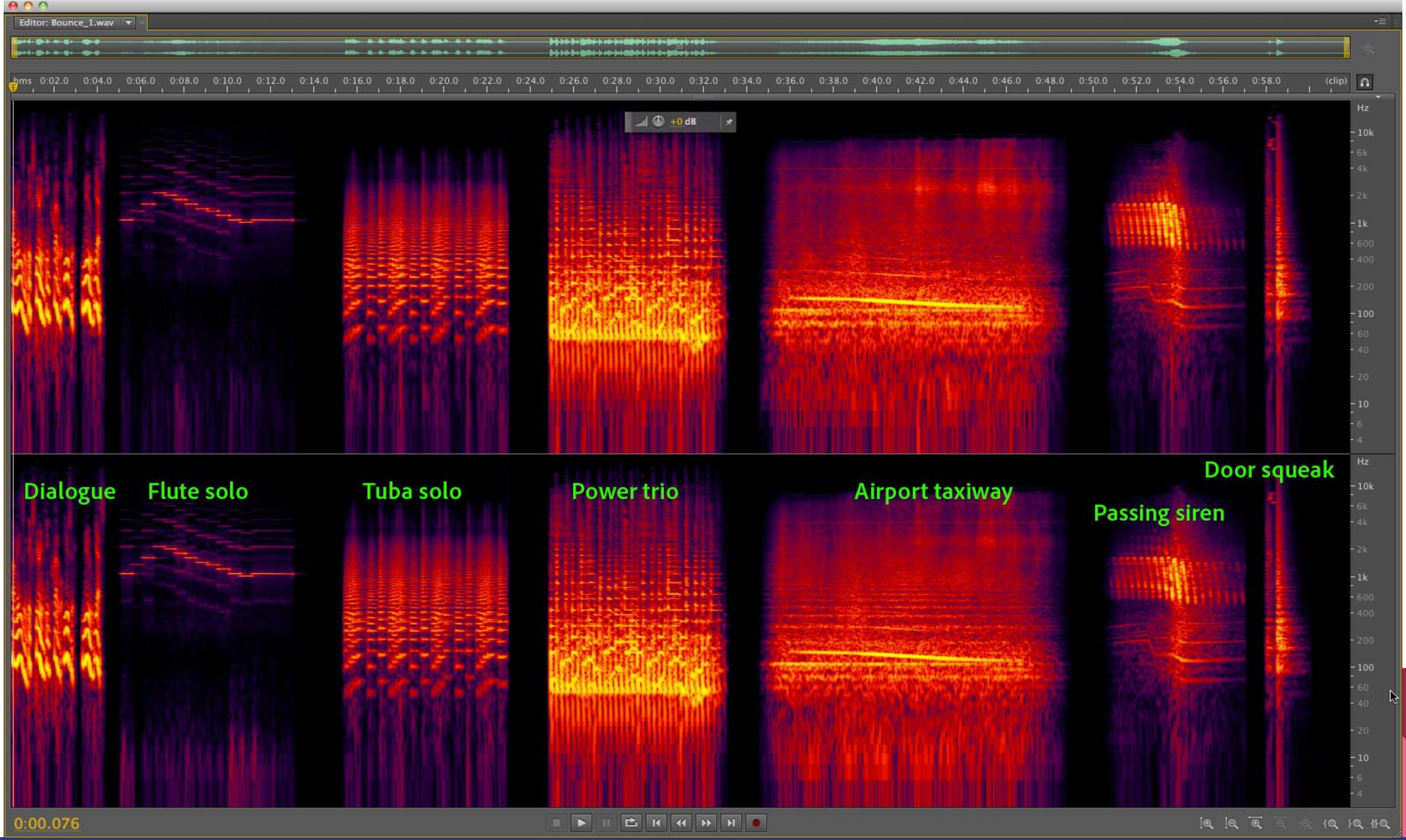
$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)\, e^{j2\pi f t}\, df$$

Espectro


ESPECTRO
X(f)
- COMO SE ORDENAN LAS SEÑALES EN EL AIRE, Y SE SOLAPAN
MIRANDO LA TRANSF. DE FOURIER DE SINC.


Wave spectrum
Non-ionising radiation
Ionising radiation
Low frequencies
Radio waves
Infrared
Visible light
Ultra violet
X-rays
Gamma rays


UNITED
STATES
FREQUENCY
ALLOCATIONS
THE RADIO SPECTRUM
RADIO SERVICES COLOR LEGEND
ACTIVITY CODE
ALLOCATION USAGE DESIGNATION
U.S. DEPARTMENT OF COMMERCE
THE RADIO SPECTRUM


Editor: Bounce_1.wav
Dialogue
Flute solo
Tuba solo
Power trio
Airport taxiway
Passing siren
Door squeak
+0 dB
0:00.076

Propiedades de la Transformada de Fourier

TRANSFORMADA DE FOURIER EN TIEMPO CONTINUO PROPIEDADES

Propiedad	Señal	Transformada de Fourier
	$x(t)$ $y(t)$	$X(\omega)$ $Y(\omega)$
Ecuaciones	$x(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(\omega)e^{j\omega t}d\omega$	$X(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-j\omega t}dt$
	x(t) Par	$X(\omega)=2\int_{0}^{\infty}x(t)\cos\omega t\,dt$
	x(t) Impar	$X(\omega)=-2j\int_{0}^{\infty}x(t)\operatorname{sen}\omega t\,dt$
Linealidad	$a\,x(t)+b\,y(t)$	$a\,X(\omega)+b\,Y(\omega)$
Desplazamiento en el tiempo	$x(t-t_0)$	$X(\omega)e^{-j\omega t_0}$
Desplazamiento en frecuencia	$x(t)e^{j\omega_0 t}$	$X(\omega-\omega_0)$
Conjugación	$x^*(t)$	$X^*(-\omega)$
Inversión de tiempo	$x(-t)$	$X(-\omega)$
Escalado de tiempo y frecuencia	$x(at)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}X\left(\frac{\omega}{a}\right)$
Convolución	$x(t)*y(t)$	$X(\omega)\,Y(\omega)$
Multiplicación	$x(t)\,y(t)$	$\frac{1}{2\pi}[X(\omega)*Y(\omega)]$
Diferenciación en el tiempo	$\frac{d\,x(t)}{dt}$	$j\omega\,X(\omega)$

Integración	$\int_{-\infty}^{t}x(\tau)d\tau$	$\frac{1}{j\omega}X(\omega)+\pi X(0)\delta(\omega)$
Simetría conjugada para señales reales	x(t) Señal real	$\begin{cases}X(\omega)=X^*(-\omega)\\ R_e[X(\omega)]=R_e[X(-\omega)]\\ I_m[X(\omega)]=-I_m[X(-\omega)]\\ \lvert X(\omega)\rvert=\lvert X(-\omega)\rvert\\ \varphi[X(\omega)]=-\varphi[X(-\omega)]\end{cases}$
Simetría para señales reales y pares	x(t) Señal real y par	$X(\omega)=R_e[X(\omega)]\begin{cases}\lvert X(\omega)\rvert=\lvert R_e[X(\omega)]\rvert\\ \varphi[X(\omega)]=\begin{cases}0\\ \pm\pi\end{cases}\end{cases}$
Simetría para señales reales y pares	x(t) Señal real e impar	$X(\omega)=j\,I_m[X(\omega)]\begin{cases}\lvert X(\omega)\rvert=\lvert I_m[X(\omega)]\rvert\\ \varphi[X(\omega)]=\pm\frac{\pi}{2}\end{cases}$
Descomposición par e impar de señales reales	$x_p(t)=\operatorname{Par}\{x(t)\}\quad[x(t)\text{ real}]$ $x_i(t)=\operatorname{Imp}\{x(t)\}\quad[x(t)\text{ real}]$	$\operatorname{Re}\{X(\omega)\}$ $j\operatorname{Im}\{X(\omega)\}$
	$\left.\begin{matrix}f(t)\leftrightarrow G(\omega)\\ G(t)\leftrightarrow 2\pi f(-\omega)\end{matrix}\right\}$ DUALIDAD	
Relación de Parseval para señales no periódicas	$E[x(t)]=\int_{-\infty}^{\infty}\lvert x(t)\rvert^2dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\lvert X(\omega)\rvert^2d\omega$	