ELECTROSTATICA

Cargas Eléctricas → Primeras nociones S III AC (Tales) → S VI
↳ Cuando a una sust. se la frota con otra adquiere propiedades que permiten atraer pequeños pedacitos de cosas livianas y pequeñas
notablemente más intenso cuando una era ambar y la otra piel de gato
↳ producto vegetal (de la resina de los árboles)

con otros materiales: se dice que queda ambarizado (griego antiguo) → electrizado 1600

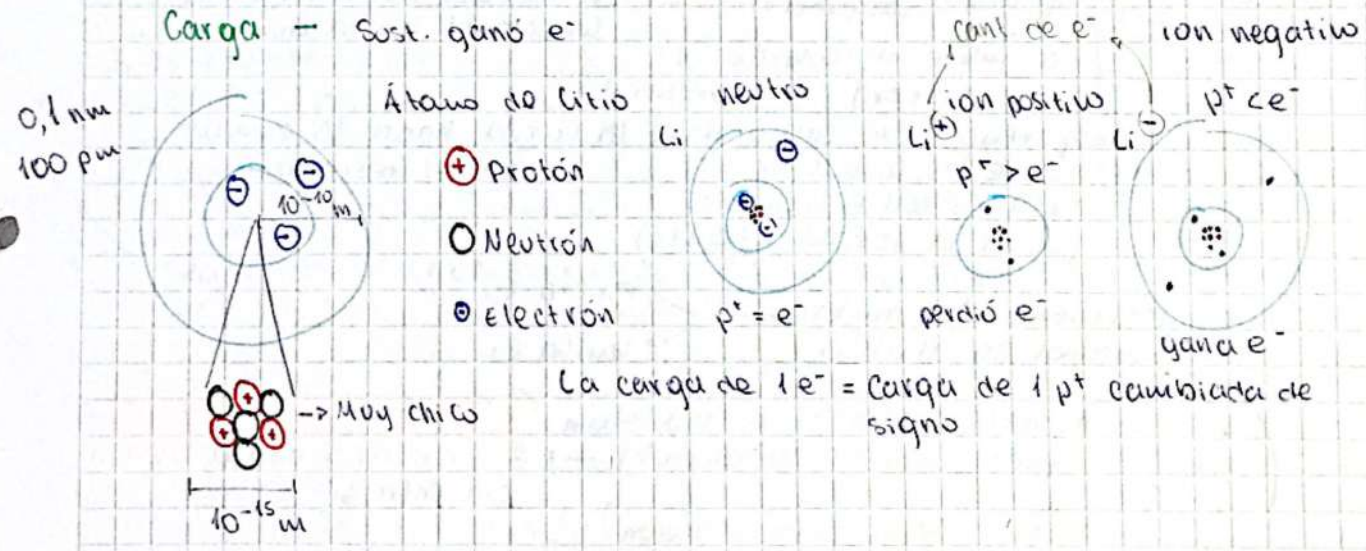
Ahora reemplazamos por vidrio y gamuza → ponemos en contacto íntimo moléculas de una sustancia con moléculas de la otra
↓ formadas por átomos

algunas veces atrapan e^- unas de otras. ⇒ cargada ⊖ la molécula que atrapó e^-
cargada ⊕ la " que perdió e^-

Tipos → 1733 / 1750

Carga + déficit de e^- en la sust.

Carga − Sust. ganó e^-



La carga de 1 e^- = Carga de 1 p^+ cambiada de signo

Propiedades

* La carga eléctrica se conserva → la CE total en el universo es cte.
↳ siempre se traslada de un lado a otro, no se destruye ni se genera espontáneamente.

: Principio de conservación de la carga.

1833 se descubre la relación entre carga y materia
Maxwell une magnetismo y electricidad

Escaneado con CamScanner

* La carga eléctrica está cuantizada → fluye por el desplazamiento de e^-

⇒ la menor carga que vamos a desplazar es la carga de $1e^-$.

"se mueve por paquetes"

la carga de cualquier cuerpo $Q = Ne$ $N \in \mathbb{Z}$

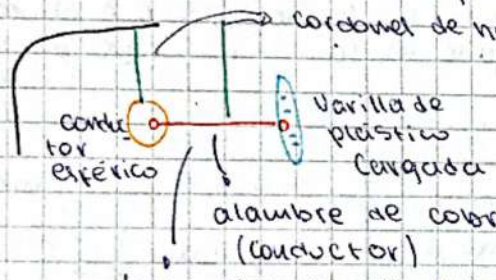
(*) La carga eléctrica es una invariante relativista

(la masa no lo es porque varía con la velocidad como el tiempo)

Un observador quieto y uno en movimiento van a ver siempre el mismo valor de la carga eléctrica.

CONDUCTORES, AISLANTES Y CARGAS INDUCIDAS

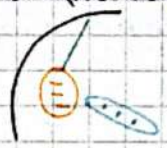
- Carga por frotamiento (varilla y gamuza)
- Carga de un conductor por contacto



generalmente estas experiencias se hacen en atmósferas secas para que no varíen las condiciones por la humedad.

transferencia de carga pequeña desde la varilla hacia la esfera.
↳ solo de las cargas en contacto con el alambre (por ser la varilla aislante)
↳ no se descarga

Cuando retiramos el alambre ...
Si aproximamos la varilla:
→ esfera ⊖
→ varilla ⊖

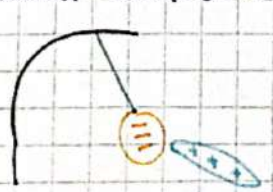


Aparecen fuerzas de repulsión (fenómenos de interacción) → 2 sust. accionan a distancia entre sí

fuerza de acción y reacción iguales → tendientes a alejarse entre sí.

CARGAS DE IGUAL SIGNO SE REPELEN

Ahora acercamos una varilla cargada positivamente.



Hay fuerzas de atracción (similar fuerza gravitacional)

CARGAS DE DISTINTO SIGNO SE ATRAEN

Fuerza de acción y reacción opuestas entre sí → buscan acercarse

de vidrio

- Carga de un conductor por inducción.

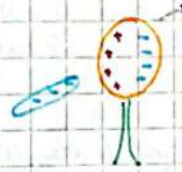
(1) esfera conductora

soporte aislante

↓

para que no se vayan las cargas por el soporte

(2) Aproximamos una varilla cargada negativamente:



Hay e^- en las últimas capas de los átomos que tienen mucha movilidad

Los e^- libres que están en la proximidad de la cara del lado de varilla de la esfera se repelen y se alejan de la varilla

⇒ hay un desequilibrio de cargas.

Aparecen cargas ⊕ y ⊖ inducidas por una carga externa → mismo valor absoluto

(Si alejamos la varilla vuelve al estado neutro)

(3) Conectamos la cara opuesta de la esfera a la varilla a tierra por un conductor:

las cargas ⊖ caen hacia tierra

(4) Desconectamos el conductor:

El conductor metálico (esfera) queda cargado positivamente.

(5) Si alejamos la varilla que da cargada la esfera

Carga ⊕ inducida

Cargas ⊖ depositadas en tierra

NO Coulombio

Según el SIMELA (derivado del SI) las cargas eléctricas se miden en Coulomb (Charles Coulomb)

LEY DE COULOMB

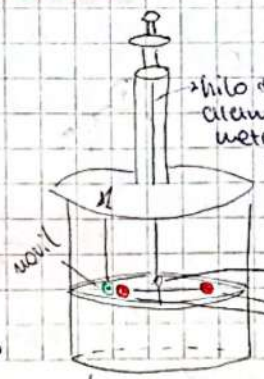
¿Cómo cuantificar fuerzas de atracción/repulsión que hay entre partículas cargadas?

Tales experimenta, Charles Coulomb las mide por primera vez.

Instrumento para medir fuerzas muy pequeñas de interacción

↳ Compara momentos (Fuerza ⊕⊕ por ℓ) lo equilibra con un momento mecánico antagónico producido por el hilo de alambre metálico

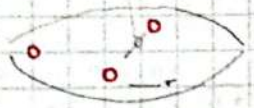
Balanza de torsión



no hay movimientos de aire para que no se descarguen (CaOH)

Escaneado con CamScanner

• Si cargamos el electrodo fijo y el movil con el mismo signo:
(Fuerzas de repulsión)



A medida que se aleja aumenta el momento del hilo. Llega al equilibrio cuando:
Momento de torsión del hilo = momento producido por la carga movil y la fija.

Giramos la aguja para acercar el electrodo fijo al movil (misma posición del principio)
↳ conocemos distancia de separación
· En función del ángulo notado obtenemos el momento de la FE.
Momento/distacia = Fuerza Electrostática

Se obtiene: a $\boxed{F \propto \frac{1}{r^2}}$ ⇒ la fuerza decrece con el cuadrado de la distancia.

Cuando Coulomb lo descubre la carga no estaba cuantificada
Cuando se cuantifica la carga:

b $\boxed{F \propto q}$ fijo c $\boxed{F \propto q'}$ movil Por a, b y c ⇒ $\boxed{F \propto \frac{q \cdot q'}{r^2}}$ ¡OJO! es módulo ($|q| \cdot |q'|$)

$\boxed{F = k \frac{q \cdot q'}{r^2}}$ (no es la expresión general de la ley)

ε : permitividad eléctrica
ε_0 : permitividad eléctrica del vacío
↳ cte. física

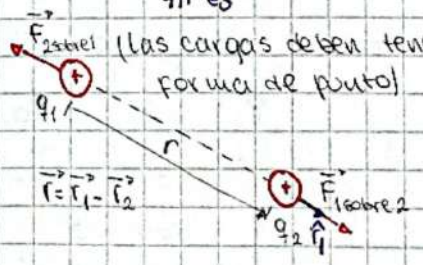
Podemos reemplazar k porque suponemos que es en vacío.
Como el efecto es inverso $k \propto \frac{1}{\varepsilon_0}$

$F = \frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q'}{r^2}$ Por Gauss para sacar π en Gauss (Nº irracional)

$\boxed{F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q q'}{r^2}}$ No tiene validez por ser solo el módulo. Todavía puede trasladar errores.

$\varepsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12}\ C^2/N \cdot m^2$ y $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = k = 8{,}988 \times 10^9\ Nm^2/C^2$

Interacciones entre cargas puntiformes en el vacío



(las cargas deben tener forma de punto)

¿Cómo hallamos el vector fuerza?

$\hat{r}$ vector unitario en la dirección y sentido de la fuerza

Las cargas no se pueden concentrar en un punto (está mal llamarlas puntuales).
↓
Siempre distribuidas en en el espacio

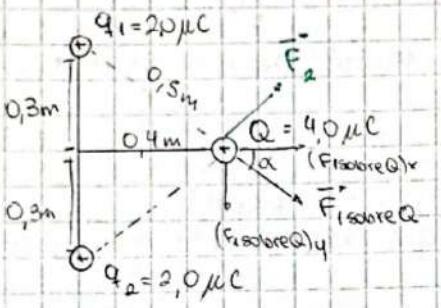
$\boxed{\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q q'}{r^2} \cdot \hat{r}}$

Expresión completa

Escaneado con CamScanner

Propiedad de Fuerzas electrostáticas / Coulombianas:

PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN



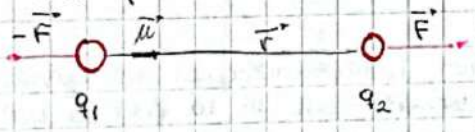
¿Cuál va a ser la interacción de Q con el sist. q_1 q_2?

Analizar las situaciones de manera independiente:

- entre q_1 y Q hay fuerza de repulsión define $\vec{F}_1$
- entre q_2 y Q hay fuerza de repulsión define $\vec{F}_2$.

Sumamos los vectores: se anulan los componentes en y
se suman los componentes en x
(se superponen los efectos)

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q q'}{r^2} \cdot \vec{\mu}$$



¿Cuál es la razón/origen de este fenómeno físico de acción a distancia? → fenómeno físico

¿Cuál es la causa por la cual 2 partículas cargadas interaccionan a distancia entre sí?

(Desde la física cuántica) se la interpreta como intercambio de partículas

(Desde la física clásica)

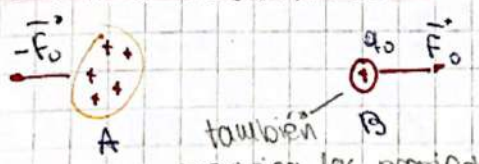
q_1 (sola en el vacío) La sola existencia de q_1 modifica las propiedades físicas de todos los ptos. del espacio que la rodean.
↳ q_2 responde en consecuencia.

¿Cómo hacemos para determinar la propiedad física de ese punto?

- Aparece una fuerza de repulsión $\vec{F}$.
- Si $q_2' = 2q_2 \Rightarrow \vec{F}' = 2\vec{F}$

⇒ dividimos la $\vec{F}$ por q_2 y define la propiedad física de ese punto.

CAMPO ELECTRICO



también modifica las propiedades

Quitamos B:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} \left[\frac{N}{C}\right]$$

- q_0 carga de prueba

La propiedad física de P en ausencia de q_0 cambia por la presencia de A en sus proximidades.

Escaneado con CamScanner

(En realidad cambia en todos los puntos alrededor de A)

Hay Propiedad Física extendida a toda una región del espacio

la llamamos CAMPO (como es producido por cargas eléctricas)

ELÉCTRICO $[\vec{E}] = \left[\frac{N}{C}\right]$

$$\vec{E} = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\vec{F}_0}{q_0}$$

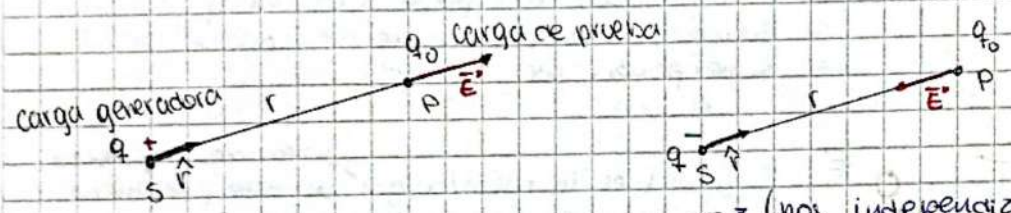
Resulta de dividir un vector por un escalar

⟹ propiedad vectorial

Expresión general del campo eléctrico

también modifica las propiedades → (para evitar distorsiones) buscamos que sea lo más pequeña posible

Campo eléctrico de una carga puntiforme



Si sabemos cual es $\vec{E}$ en un punto ⟹ sabemos cuál es la fuerza que aparece si colocamos una carga en dicho punto → (nos independizamos del generador)

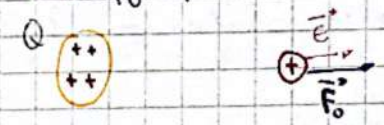
Teniendo como dato $\vec{E}$:

$$\vec{F}_0 = q_0 \vec{E}$$

fuerza ejercida sobre q_0 por el campo eléctrico

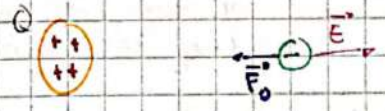
↳ sensible al signo de la carga

a) q_0 positiva:



$\vec{F}_0$ con el mismo sentido que $\vec{E}$

b) q_0 negativa:



El signo menos de q_0 le cambia el sentido a la fuerza

Si el origen de la fuerza es una carga puntiforme:

$$\vec{F}_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q \cdot q_0}{r^2} \cdot \hat{r}$$

Si despejo $\vec{E}$ ⟹ $\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \hat{r}}$

campo eléctrico producido por una carga puntiforme

y el módulo: $\boxed{\|\vec{E}\| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|q|}{r^2}}$ (carga puntiforme)

↳ intensidad de campo eléctrico

Escaneado con CamScanner

Fenómenos de interacción en la naturaleza

→ acción a distancia

→ las fuerzas entre la materia se deben a

(10^{-2}) • Interacción electromagnética: constituida por interacción entre campos eléctricos y magnéticos.

(1) • Interacción fuerte (más intensa que conocemos): sólo en los núcleos de los átomos

↳ Es fuerte que la repulsión entre los p^+

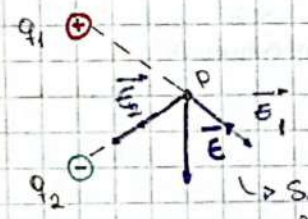
⇒ mantiene cohesionado al núcleo (en isótopos inestables no siempre)

(10^{-5}) • Interacción débil (abre pequeñas fisuras → se escapan partículas)

(10^{-38}) • Interacción gravitacional

Principio de superposición

→ válido para todo electromagnetismo



↳ Suma de proyecciones en dirección de la resultante

En general:

$$F_0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots$$

$$= q_0 \vec{E}_1 + q_0 \vec{E}_2 + q_0 \vec{E} + \dots$$

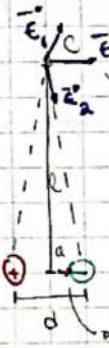
$$\Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots}$$

Dipolo eléctrico

→ formado por 2 cargas del mismo valor absoluto y distinto signo

↳ separadas por una distancia fija y muy pequeñas. (mucho más que la del punto ()

↳ $l \gg d$



→ los componentes en y se cancelan

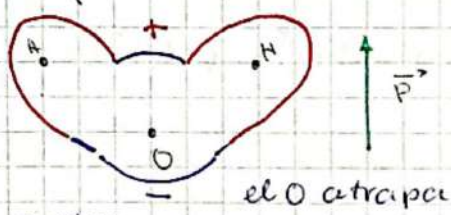
" en x se suman

⇒ campo con dirección paralela al eje del dipolo y el sentido hacia la carga negativa

↳ siempre en el plano medio del dipolo

suma de 2 vectores campo producido por ambas cargas que tienen sentido opuesto entre sí

→ los 2 vectores campo tienen el mismo sentido y su efecto se refuerza



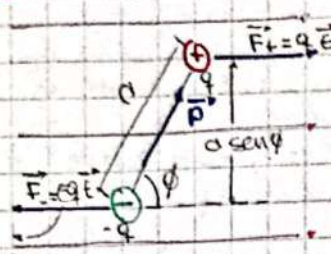
el O atrapa 2 e^-

Momento eléctrico dipolar:

$p = q \cdot d$ [C m] → vector con dirección de d y con sentido de la carga ⊖ a la ⊕.

Escaneado con CamScanner

Fuerza y momento (par de torsión)



(en cualquier pto $\vec{E}$ es un vector horizontal)

($\vec{\tau}$ se dirige hacia adentro de la página)

Hay campo eléctrico en -q y q.

$\Rightarrow$ aparece una cupla dada por $\vec{F}.d$

debería explicitarse en q (q⁺ y q⁻)

$$\|\tau\| = (qE)(d\,\text{sen}\,\phi) = pE\,\text{sen}\,\phi$$

$$\boxed{\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}}$$ momento mecánico

Dipolo sumergido en una región de $\vec{E}$ uniforme

El valor de $\vec{E}$ es el mismo en todos los puntos del espacio

Mayor mientras más perpendicular sea la dirección entre ambos vectores.

Energía potencial de un dipolo

$dW = \tau\, d\phi$ trabajo realizado por τ

$\tau = -pE\,\text{sen}\,\phi$ (τ está en la dirección en que ϕ disminuye)

$\Rightarrow$ $dW = \tau\, d\phi = -pE\,\text{sen}\,\phi\, d\phi$

Integramos

$$W = \int_{\phi_1}^{\phi_2} (-pE\,\text{sen}\,\phi)\, d\phi$$

$W = pE\cos\phi_2 - pE\cos\phi_1$ $\rightarrow$ diferencia entre la energía inicial y final

$W = U_1 - U_2$ (trabajo = negativo de cambio de energía)

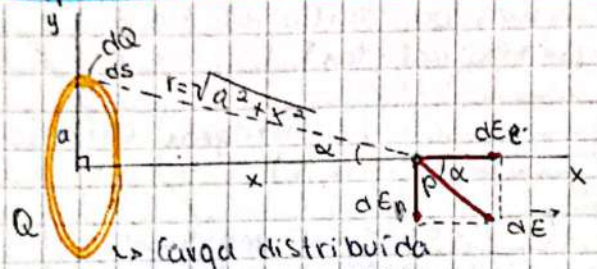
$U(\phi) = -pE\cos\phi$ energía potencial para el sist.

$$\boxed{U = -\vec{p} \cdot \vec{E}\ [J]}$$ energía potencial para un dipolo en el campo eléctrico

- $U = -pE$ valor mínimo ($\phi = 0$ $\vec{p} \parallel \vec{E}$)
- $U = +pE$ valor máximo ($\phi = \pi$ $\vec{p}$ antiparalelo a $\vec{E}$)
- $U = 0$ ($\phi = \pi/2$ $\vec{p} \perp \vec{E}$)

Escaneado con CamScanner

Campo Eléctrico de un anillo de cargas



↳ Carga distribuida uniformemente a lo largo de todo el anillo

En cada tramo dQ vemos el campo producido y vemos que $\vec{E}$ forma un "cono" alrededor del punto P.

⇒ $d\vec{E}$ no son coplanares entre sí (no puedo integrar)

descomponemos en 2 componentes

Las componentes normales se anulan entre sí $\vec{E}_n = 0$

Todas las componentes en x (eje del anillo) se pueden sumar (suma escalar) ⇒ es integrable

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dQ}{x^2+a^2}$$

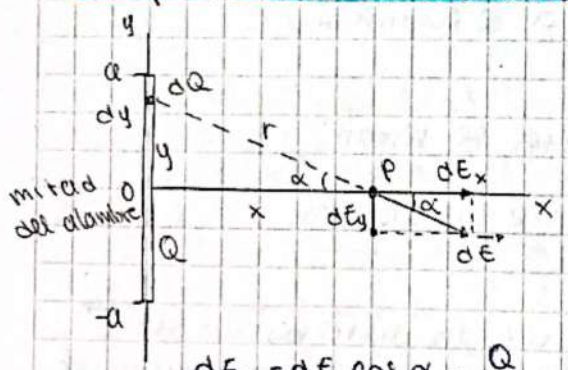
$$dE_x = dE\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{x^2+a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x\,dQ}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

$$E_x = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{x\,dQ}{(x^2+a^2)^{3/2}} \quad (x=cte)$$

$$\boxed{\vec{E} = E_x\,\hat{\imath} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{(x^2+a^2)^{3/2}}\,\hat{\imath} \quad \left[\frac{N}{C}\right]}$$

Campo Eléctrico de una línea de carga



Las componentes en y se anulan

$$dQ = \lambda\,dy = \frac{Q\,dy}{2a}$$

→ densidad lineal de carga $\left(\frac{\text{carga total}}{\text{largitud}}\right)$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dQ}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dy}{2a(x^2+y^2)}$$

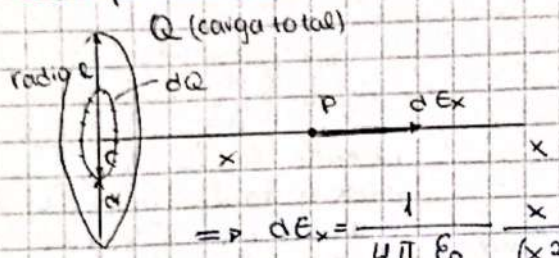
$$dE_x = dE\cos\alpha = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{x\,dy}{2a(x^2+y^2)^{3/2}}$$ → integramos

$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{2a}\int_{-a}^{a}\frac{dy}{(x^2+y^2)^{3/2}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{x\sqrt{x^2+a^2}}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{x\sqrt{x^2+a^2}}\,\hat{\imath} \quad \left[\frac{N}{C}\right]}$$

Escaneado con CamScanner

Campo eléctrico de un disco con carga uniforme



σ = Densidad superficial de carga

Tomamos un anillo del disco infinitesimal (dr)

$$\Rightarrow dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x\,dQ}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$ → lo voy a integrar entre 0 y R (varía r)

$$dQ = 2\pi\sigma r\,dr \Rightarrow dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{(2\pi\sigma r\,dr)x}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$ → integramos

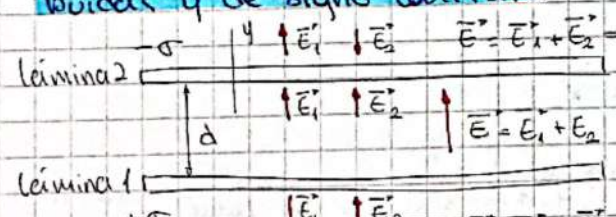
$$E_x = \int_0^R \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{(2\pi\sigma r\,dr)x}{(x^2+r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r\,dr}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$\boxed{E_x = \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}+\frac{1}{x}\right] = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\left[1-\frac{1}{\sqrt{(R^2/x)+1}}\right]}$$

Campo eléctrico de un plano con carga uniforme

Tomando límite: $R \to \infty$ $\quad E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{N}{C}\right]$

Campo eléctrico de dos planos infinitos con cargas uniformemente distribuidas y de signo contrario



los efectos se restan

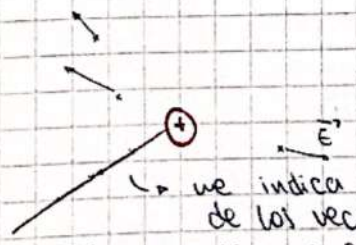
los efectos se suman

los efectos se restan

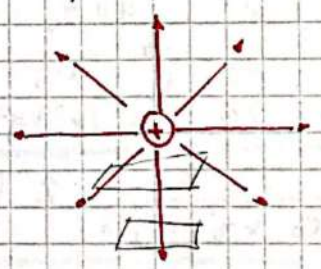
$$E_1 = E_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{j}$$ entre las láminas.

LINEAS DE CAMPO

Idea para ver la distribución de $\vec{E}$ dirección y sentido ↳ y variación en una región



↳ me indica la dirección de los vectores E de todos los ptos. que conforman esa recta

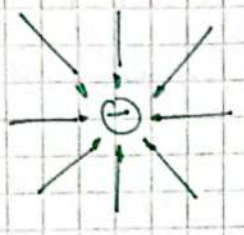


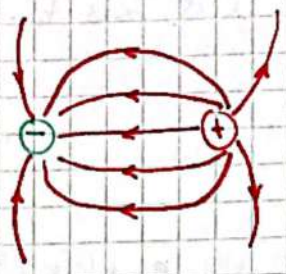
lo que tienen en común los vectores $\vec{E}$ es que tienden a alejarse y son paralelos a la distancia

La densidad de las líneas de campo me dan una idea de la intensidad de $\vec{E}$ en cada punto.

Escaneado con CamScanner

Número finitos de líneas las que dibujo (pero no lo son)

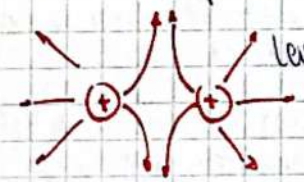




Dipolo como tienen el mismo valor absoluto tienen (dibujo) la misma cantidad de líneas de campo.

LC nacen en ⊕ y caen en ⊖

- Si tenemos una carga ⊕ aislada en el espacio en el infinito tenemos una carga espejo ⊖ en donde van a terminar todas las líneas de campo
- Si ⊕ > ⊖ algunas terminan en ⊖ y otras buscan otra ⊖' en el infinito.



Las líneas de campo se repelen entre sí, no se pueden cruzar

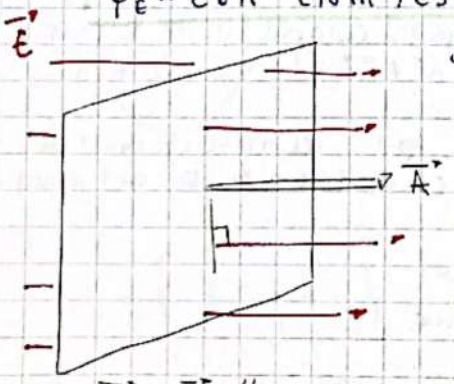
no se pueden cruzar porque habría 2 campos y por el principio de superposición no es posible

Las líneas de campo nos dan una idea de movimiento

LEY DE GAUSS

Flujo del campo eléctrico uniforme a través de una superficie plana

$\phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A}$ [N m²/C]



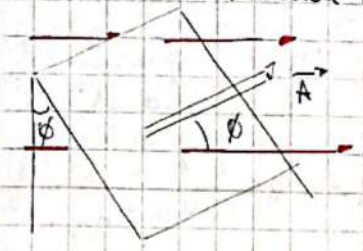
Si coloco una superficie plana de área A perpendicular a las líneas

A medida que aumento la sup. y campo aumenta el flujo $\Rightarrow \phi_E = EA$

$\vec{A} = A\hat{n}$ (la dirección del vector superficie es normal al área de la misma)

$\vec{A}$ y $\vec{E}$ // $\Rightarrow \alpha = 0$

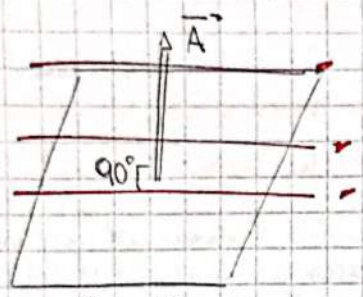
$\phi_E = \|\vec{A}\| \|\vec{E}\|$



Inclinamos las sup.

Mientras más lo inclino menor es el flujo

Escaneado con CamScanner



Caso límite

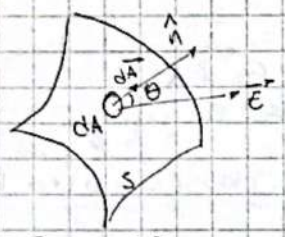
No hay flujo

Las líneas son tangenciales al plano

$\phi_E = 0$

$\vec{A}$ y $\vec{E}$ $\perp$ $\phi = 90°$ $\cos 90° = 0$

¿Qué pasa si la superficie no es plana?



Si tomo un trozo dA si es suficientemente pequeño lo puedo considerar un plano.

$d\phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A} = \vec{E} \cdot \hat{n}\, dA = E \cos\theta\, dA$ Integramos

$\vec{E}$ y $d\vec{A}$ diferentes direcciones

$$\phi_E = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{A}$$ Flujo total

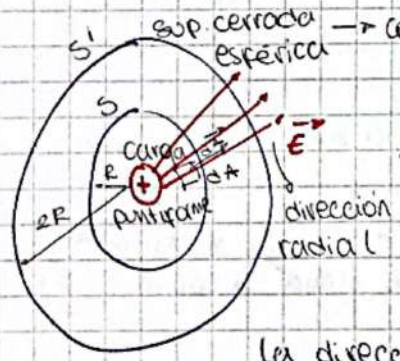
→ no lo puedo resolver porque son vectores

integral doble de superficie

Expresión simbólica y gral.

Reemplazamos $\phi_E = \iint_S E \cos\theta\, dA$ → se puede resolver

Flujo del campo eléctrico a través de una sup. cerrada



→ concéntrica a la carga

$$\phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oiint \|\vec{E}\| \|d\vec{A}\| \cos\theta$$

líneas de campo perpendiculares a la superficie esférica ⇒ $d\vec{A} \parallel \vec{E}$ $(\theta = 0)$ $\cos\theta = 1$

cte

La dirección del campo varía, pero la intensidad de campo es la misma (misma distancia R de la carga) $\|\vec{E}\|$ cte.

$$\Rightarrow \phi_E = \|\vec{E}\| \oiint_S \|d\vec{A}\|$$

carga puntiforme

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}\hat{r} \qquad \|\vec{E}\| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$ reemplazamos

$$\phi_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{|q|}{r^2} \iint_S \|d\vec{A}\| = \frac{1}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0} \frac{|q|}{r^2} (\cancel{4\pi} r^2)$$

Escaneado con CamScanner

$\phi_E = \frac{|q|}{\varepsilon_0}$ El flujo es proporcional a la carga encerrada

No importan las dimensiones ni de la forma de la esfera (es lo mismo integrar en S que sobre S')

$\phi_E = \oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{|q|}{\varepsilon_0}$ Integral de Gauss

↳ Calcular el flujo en un pto. determinado

Carga ⊕ flujo saliente (>0) Carga ⊖ flujo entrante (<0)

La integral de Gauss se cumple para cualquier superficie cerrada de cualquier forma

APLICACIONES

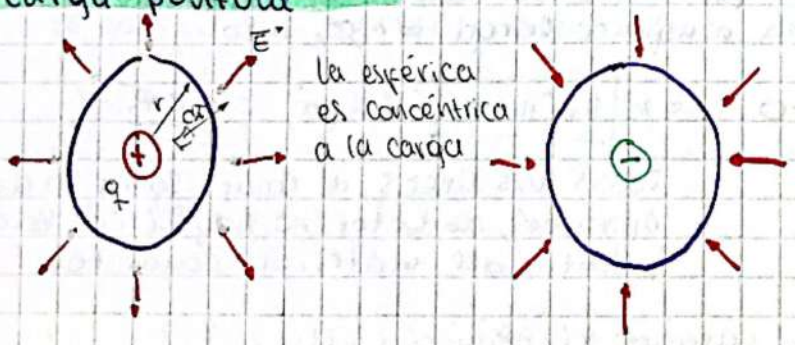
Partimos de $\phi_E = \oiint_S \|\vec{E}\| \|d\vec{A}\| \cos\theta$ y buscamos que $\cos\theta = cte$

Queremos calcular $\|\vec{E}\|$ en diferentes configuraciones de carga.

Tomamos una superficie Gaussiana

- El punto en donde se quiere averiguar el campo debe estar en S.
- S debe tener simetría suficiente (práctica) fácilmente integrable

Carga puntual



La esférica es concéntrica a la carga

El signo de la carga me dice si el flujo es entrante o saliente.

$$\phi_E = \oint E_\perp \, dA = \oint \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dA = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \oint dA = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

↳ $\oiint_S \|\vec{E}\| \|d\vec{A}\| \cos\theta = \|\vec{E}\| \oiint_S \|d\vec{A}\| = \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}}_{\text{intensidad del campo}} \cdot \underbrace{4\pi r^2}_{\text{sup.}} = \frac{q}{\varepsilon_0}$

↳ cte. ↳ cte = 1

$\|\vec{E}\| (4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon_0}$ despejo $\boxed{\|\vec{E}\| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}}$

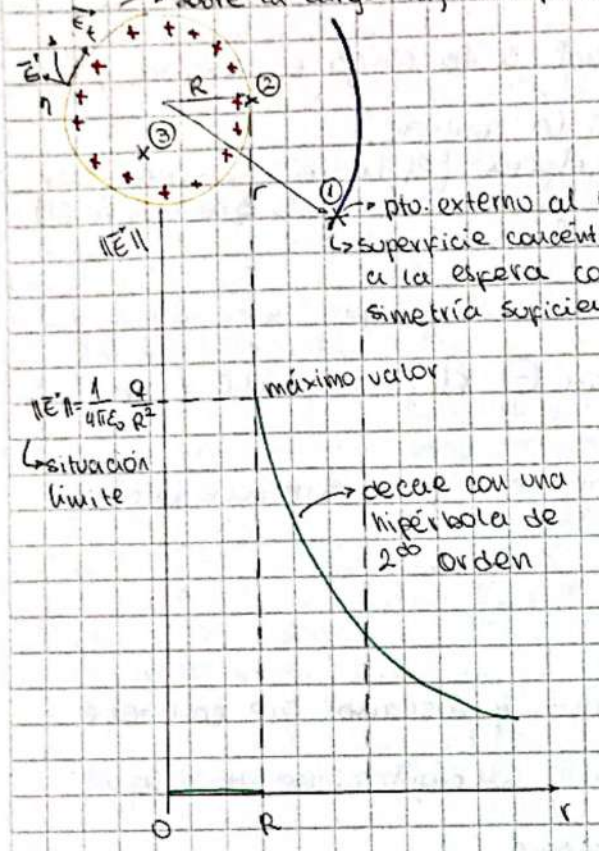
ley de Coulomb → caso particular de la integral de Gauss

+ general ←

Escaneado con CamScanner

Esfera conductora con carga

→ sobre la carga hay una fuerza (en equilibrio) → $\vec{E}_t = 0$ ⇒ $\vec{E}$ normal a la superficie
↓
cualquier superficie conductora



En un conductor cargado las líneas de campo son perpendiculares a la superficie del conductor

① $\oiint \|\vec{E}\| \|d\vec{A}\| \underbrace{\cos\theta}_{=1} = \|\vec{E}\| \oiint \|d\vec{A}\| = \|\vec{E}\|(4\pi r^2) = \frac{q}{\varepsilon_0}$
↳ cte

despejo $\boxed{\|\vec{E}\| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}}$ $r > R$

No podemos saber si la carga está distribuida en la esfera o está concentrada en el punto.
Cuando tengo cargas puntiformes las puedo considerar como si estuvieran concentradas en el centro del objeto cargado.

② $\boxed{\|\vec{E}\| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{R^2}}$ $r = R$ (igual que ①) → hay una continuidad en el campo en el espacio por fuera de la superficie y en la sup. límite

③ Trazo una sup. Gaussiana por dentro del conductor (esférica) y vemos que no encierra ninguna carga ⇒ ϕ_E nulo

$\therefore \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$ ⇒ $\boxed{\|\vec{E}\| = 0}$ siempre $r < R$
↳ $\neq 0$

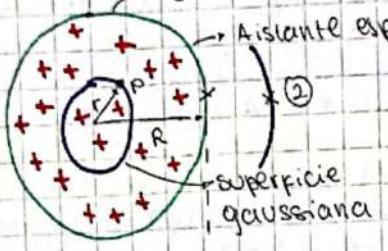
Todas las líneas de campo salen hacia afuera del conductor, no hay líneas hacia adentro del material conductor.

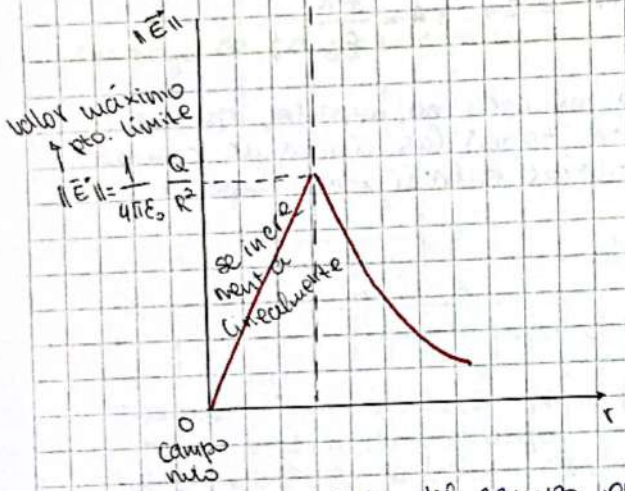
En cualquier conductor cargado el campo eléctrico es 0.
(si la carga es ⊕ o ⊖).

Escaneado con CamScanner

Esfera NO conductora con carga

→ como es no conductora, las cargas van a estar distribuidas por todo el volumen de la esfera.





la intensidad del campo es sensible al radio de la esfera gaussiana

(P) $\phi_E = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$ $\quad \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \rho$ densidad volumétrica de carga (Q: carga total)

$$Q_{enc} = \rho V_{enc} = \left(\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\right)\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)$$

$$= Q\frac{r^3}{R^3}$$

$$\oiint \underbrace{\|\vec{E}\|}_{=cte} \|d\vec{A}\| \underbrace{\cos\theta}_{=1} = \|\vec{E}\| \oiint \|d\vec{A}\|$$

$$\|\vec{E}\| \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}\cdot\frac{r^3}{R^3}$$

despejemos $\boxed{\|\vec{E}\| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qr}{R^3}}$ $\quad r<R$

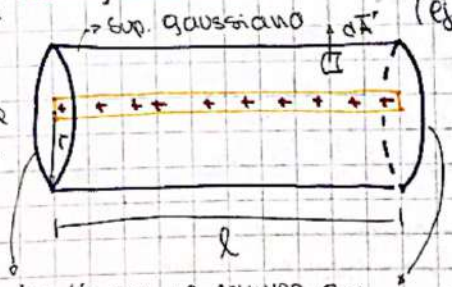
② Trazamos una sup. gaussiana externa y observamos que el campo toma el valor como si Q estuviera concentrada en el centro de la esfera (= esfera conductora)

$\boxed{\|\vec{E}\| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}}$ $\quad r>R$

③ $r=R$ $\quad \boxed{\|\vec{E}\| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}R^2}$

Carga lineal → distribuida en una recta infinitamente larga (ej.: conductor rectilíneo)

(la esfera no tiene simetría suficiente para este caso)



Densidad lineal de carga $\lambda = \frac{Q}{l} \Rightarrow Q = \lambda l$

$$\phi_E = \overset{=cte}{\|\vec{E}\|} \oiint \|d\vec{A}\| = \|\vec{E}\| \cdot 2\pi r l = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

despejemos $\|\vec{E}\| = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\lambda}{r}$

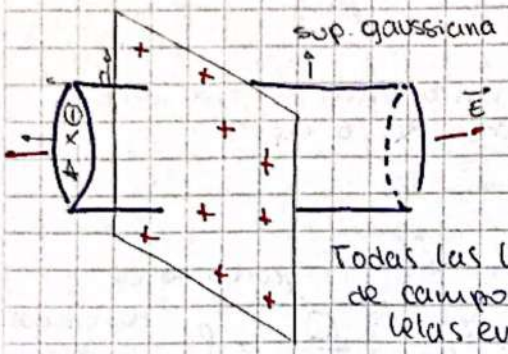
las líneas de campo son paralelas a la sup. $\phi_E = 0$

para mantener la cte.

$$\boxed{\|\vec{E}\| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\lambda}{r}}$$

Escaneado con CamScanner

Lámina plana infinita cargada



Plano no conductor cargado
Usamos un cilindro (puedes un paralepípedo)

Me queda solo ϕ_E sobre los laterales del cilindro

$\sigma = \frac{Q}{A}$ $\quad Q = \sigma \cdot A$

↳ densidad superficial de carga

Todas las lineas de campo paralelas entre sí y paralelas a la sup. lateral

$\|\vec{E}\| \oint d\vec{A} = 2\|\vec{E}\| A = \frac{\sigma A}{\varepsilon_0}$ → por ser los 2 laterales

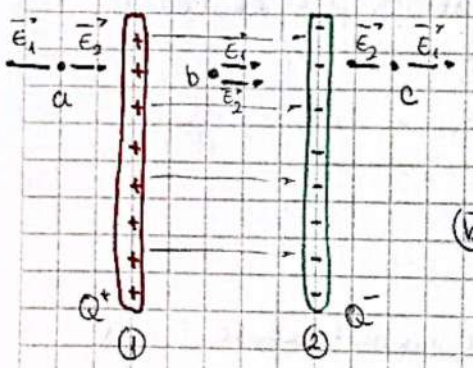
↳ cte

despejamos $\|\vec{E}\| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ el campo es cte. no importa distancia al punto, todas las lineas de campo son paralelas entre sí => campo cte.

Dependencia del desarrollo dimensional

- Q puntiforme $\|\vec{E}\| \propto r^{-2}$
- Q en una línea $\|\vec{E}\| \propto r^{-1}$
- Q en un plano $\|\vec{E}\| \propto r^{0}$
- Q en un volumen $\|\vec{E}\| \propto r^{1}$

Campo eléctrico entre placas paralelas con cargas opuestas (finitas)



Pueden ser conductoras o no

① $\|\vec{E}_1\| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ $\quad$ ② $\|\vec{E}_2\| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

ⓑ En el volumen interior

$$\boxed{\|\vec{E}\| = \|\vec{E}_1\| + \|\vec{E}_2\| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

ⓐ y ⓒ $\boxed{\|\vec{E}\| = \|\vec{E}_1\| - \|\vec{E}_2\| = 0}$

Escaneado con CamScanner

Campo eléctrico → propiedad vectorial (difícil/imposible de operar)

↳ Relacionado con intercambios de energía (hay fuerzas)

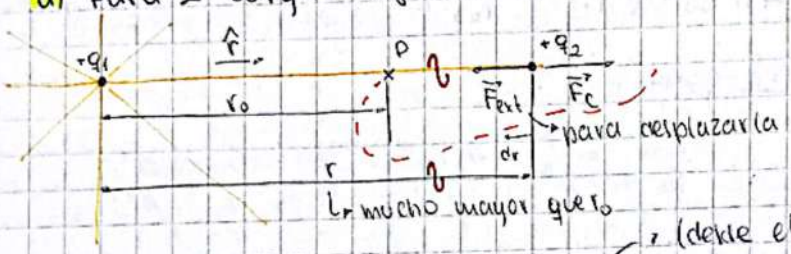
⇒ Se establecen situaciones de energía potencial almacenada

ENERGÍA POTENCIAL ELÉCTRICA

↳ Magnitud escalar (resoluciones matemáticas + sencillas)

Trabajo de formación de un sist. de cargas

a) Para 2 cargas: (ej. átomo de H)



Si q_1 estuviera sola en una región del espacio vacía, no hay fuerza sobre q_1, el W es nulo $W_{\infty-1} = 0$

Queremos llevar a q_2 al punto p. (desde el infinito) Aparecen fuerzas coulombianas.
⇒ Voy a realizar trabajo.
Para hacerlo, lo trabajamos sobre la línea de campo que pasa por p.

Si la $\vec{F}_{ext} > \vec{F}_c$ hay aceleración, hay E_c. (introduce errores al análisis)

Tiene que haber un equilibrio entre $\vec{F}_{ext}$ y $\vec{F}_c$, no hay W que se transforme en E_c ⇒ $\vec{F}_{ext} = -\vec{F}_c$

(1) $dW = \vec{F}_{ext} \cdot \underbrace{\vec{dr}}_{|dr|\hat{r}}$ → Trabajo elemental (⊕) → la $\vec{F}_{ext}$ está suministrando trabajo al sistema

$\vec{F}_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$ Reemplazamos en (1) $dW = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \cdot \underbrace{dr \cdot \hat{r}}_{=1}$

$dW = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dr}{r^2}$ Calculo el W_{final} $W = \int_{r=\infty}^{r=r_0} \frac{q_1 q_2}{4\varepsilon_0\pi} \cdot \frac{dr}{r^2}$

$$\boxed{W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r_0}}$$

No aparece el camino recorrido (forma de la línea)

$\overset{=0}{W_1} + W_2 = W$
⇒ $W = W_2$

Esto es porque las fuerzas coulombianas son conservativas.

⇒ El W es independiente del camino recorrido
(Si lo traigo por la línea naranja el lo mismo)

Queda almacenado como energía potencial (no se disipa en el espacio).

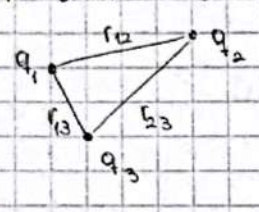
Escaneado con CamScanner

Si q_2 están en p y la suelto, la carga se va a ir hacia el infinito recuperando el trabajo y transformando E_p en E_c.

Si suelto q_1 se aleja esta

$\Rightarrow$ la energía está almacenada en el sistema q_1-q_2

b) Para 3 o más cargas se aplica el principio de superposición:



$W_1 = 0$ (espacio vacío) $\qquad W_{123} = W_1 + W_2 + W_3$

$$W_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_2}$$

$$W_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right)$$

$$\boxed{W_{123} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}}\right)}$$

c) Para n cargas

$$\boxed{W = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{i,j=1}^{n}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}} \quad \text{con } i<j$$

W [joule]

W [electrón volt]
para partículas muy pequeñas

$1e.V = 1{,}602\times10^{-19}\ J$

En el caso de 2 cargas... ¿Cómo hace q_2 (junto con la carga q_1) para enterarse que va a tener ese valor de energía almacenada en el pto. p?

lo definimos como una propiedad física

Aparece un campo de $E_p \propto q_2$

Decimos que $W = \underbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_0}}_{cte} = U_p$

POTENCIAL ELÉCTRICO

$dW = \vec{F}_{ext}\cdot d\vec{r} = -\vec{F}_c\cdot d\vec{r}$ Integramos $W = -\int_{\infty}^{r_0}\vec{F}_c\cdot d\vec{r}$

Como $\vec{F}_c = q_2\vec{E}$ Reemplazamos $\boxed{W = -q_2\int_{\infty}^{r_0}\vec{E}\cdot d\vec{r} = U_p}$ (1)

Escaneado con CamScanner

Definimos $\boxed{V_p = \frac{U}{q_0}}$ Reemplazando en (1) $V_p = -\int_{\infty}^{r_0} \vec{E} \cdot d\vec{r}$

Potencial eléctrico:

E_p almacenada cuando la carga es unitaria

$$V_p = -\int_{\infty}^{r_0} \|\vec{E}\| \, \|d\vec{r}\| \cdot \cos\theta$$

Potencial producido por una carga puntiforme

$$\boxed{V_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1}{r_0}}$$

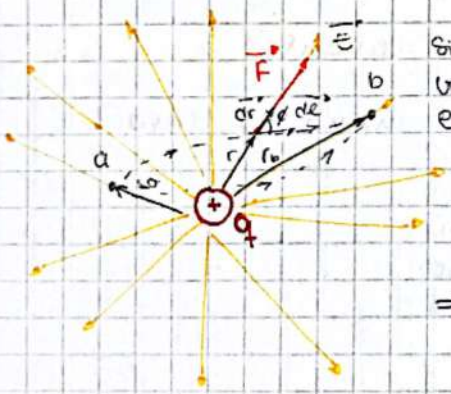
$V\left[\frac{J}{C}\right]$ V [Volt]

(Por ley de Coulomb)

Potencial producido por q_1 en un pto que se encuentra a una distancia r_0

REGLA GENERAL $(W_{ab} = -\Delta U) = -(U_b - U_a) = -(q_0 E y_b - q_0 E y_a) = q_0 E (y_a - y_b)$

- U aumenta si la carga q_0 se mueve en dirección opuesta a la F_c (la F_{ext} realiza trabajo sobre el sistema)
- U disminuye si q_0 se mueve en la misma dirección que la F_c.



Sistema donde aparece un campo eléctrico en una región producido por una carga positiva

Cuando hacemos un desplazamiento de a a b en un pto. Cualquiera el trabajo elemental es el producto punto de $F \cdot d\vec{l}$.

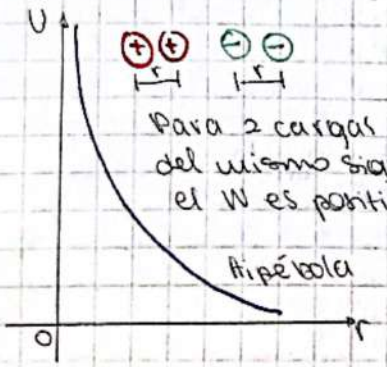
$$\Rightarrow W_{ab} = \int_{r_a}^{r_b} \vec{F} \cdot d\vec{l} = \int_{r_a}^{r_b} \|\vec{F}\| \cos\phi \, \|d\vec{l}\|$$

El trabajo realizado por la fuerza es independiente de la trayectoria

$$= \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q_0}{r^2} \cos\phi \, \|d\vec{l}\| = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q_0}{r^2} \|d\vec{r}\|$$

$$W_{ab} = \left[-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q_0}{r}\right]_{r_a}^{r_b} = \frac{q q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right) = \boxed{U_a - U_b}$$

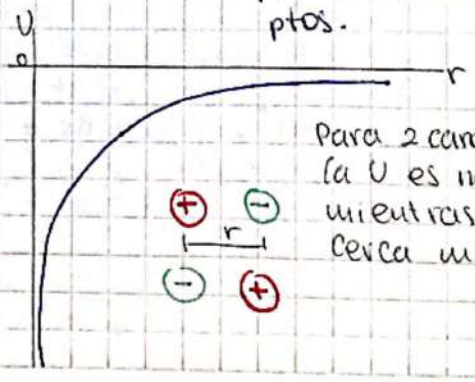
Diferencia de los estados de energía potencial en los 2 ptos.



Para 2 cargas del mismo signo el W es positivo

Hipérbola

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q q_0}{r}$$



Para 2 cargas diferentes la U es negativa, mientras más cerca más negativa

Escaneado con CamScanner

DIFERENCIA DE POTENCIAL ELÉCTRICO

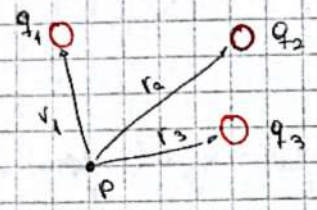
$\boxed{V_{ab} = V_a - V_b}$ diferencia de los potenciales de 2 ptos.

$$\frac{W_{ab}}{q_0} = \frac{-\Delta U}{q_0} = -\left(\frac{U_b}{q_0} - \frac{U_a}{q_0}\right) = -(V_b - V_a) = V_a - V_b$$

$$W_{ab} = \int_a^b q_0 \vec{E} \cdot d\vec{l} \Rightarrow V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \|\vec{E}\| \cos\phi \, \|d\vec{l}\|$$

$$= -\int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Potencial debido a un conjunto de cargas puntiformes



Por el principio de superposición los V producidos por cada una de las cargas se suman individualmente

$$\boxed{V_p = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}}$$

$V = V_1 + V_2 + V_3$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3}\right)$$

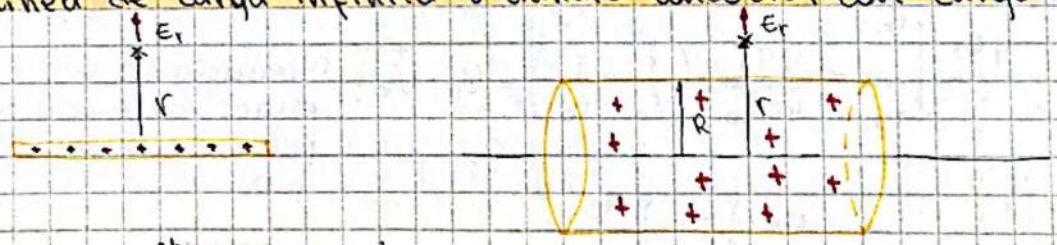
Potencial debido a una distribución continua de cargas

Idem cargas puntiformes pero tenemos un N° infinito de cargas infinitesimales

$$\boxed{V_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r}}$$

ANÁLISIS DE CASOS

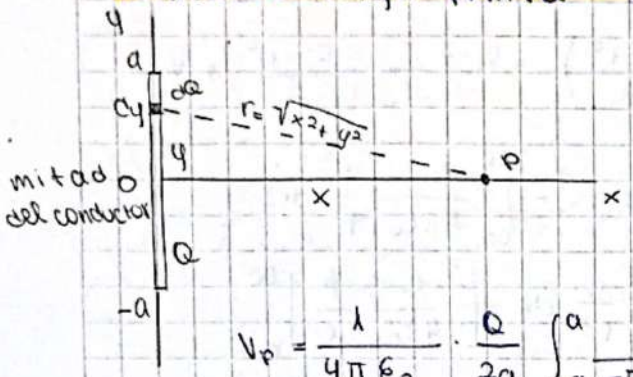
Línea de carga infinita o cilindro conductor con carga



$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \|\vec{E}_r\| \, dr = \int_{r_a}^{r_b} \frac{dr}{r} \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{r_b}{r_a}$$

Escaneado con CamScanner

Línea de carga finita (conductor finito)



Longitud $2a$ $\quad \lambda = \frac{Q}{2a}$

$\lambda dy = dQ \Rightarrow dQ = \frac{Q}{2a} dy$

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{2a} \cdot \frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{2a} \int_{-a}^{a} \frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}} \ldots \boxed{V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{2a} \ln\left(\frac{\sqrt{a^2+x^2}+a}{\sqrt{a^2+x^2}-a}\right)}$$

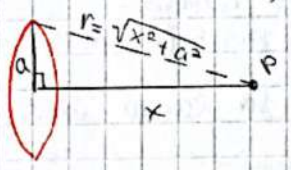
Si el pto. se encuentra muy cerca de Q podemos despreciar x.

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{2a} \ln(\infty) = \infty$$

Cuando $x \gg a$ despreciamos a

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{2a} \ln\left(\frac{x+a}{x-a}\right)$$

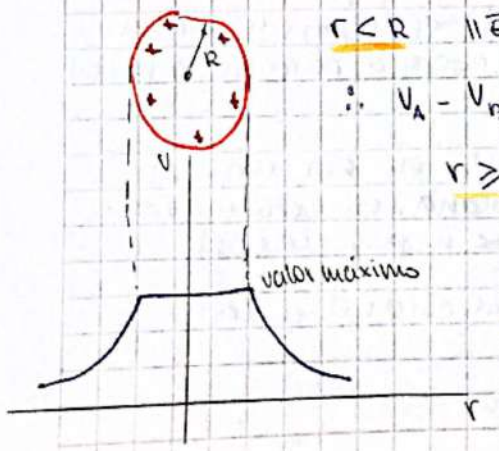
Anillo de carga



$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}} \int dq = \boxed{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{x^2+a^2}}}$$

Para $x = 0$ (centro del anillo) $\quad \boxed{V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Q}{a}}$

Esfera conductora



$r < R \quad \|\vec{E}'\| = 0 \quad \|\vec{F}'\| = 0 \Rightarrow W_{AB} = 0 = U_A - U_B$

$\therefore V_A - V_B = 0 \Rightarrow \boxed{V_A = V_B = cte}$

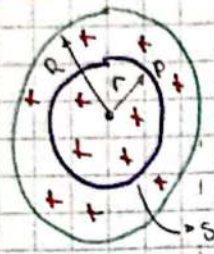
$r \geq R \quad V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} dr = \boxed{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r}}$

$r = R \quad V_M = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{R} = R \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{R^2} = \boxed{R E_M}$

$\Rightarrow r \leq R \quad \boxed{V_A = V_B = cte = V_M}$

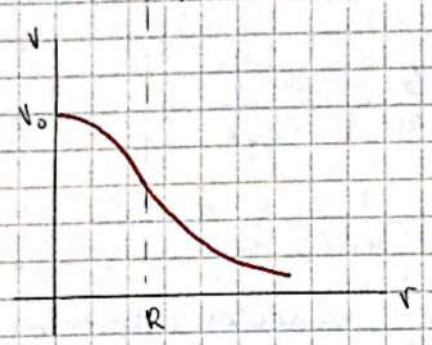
Escaneado con CamScanner

Esfera no conductora



$r \leq R$ $\quad V_r - V_R = -\int_R^r \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r\, dr = \int_r^R \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r\, dr = \left[\frac{1}{3\varepsilon_0}\frac{r^2}{r}\right]_r^R$

$$= \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{R^2-r^2}{2}\right) \qquad \boxed{V_r = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\frac{R^2-r^2}{2}\right) + V_R}$$

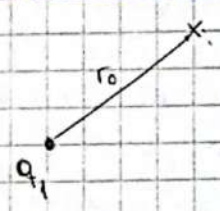


$r \geq R$ $\quad V_r - V_\infty = -\int_\infty^r \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\, dr$

$$= \int_r^\infty \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\, dr = \left[-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r}\right]_r^\infty$$

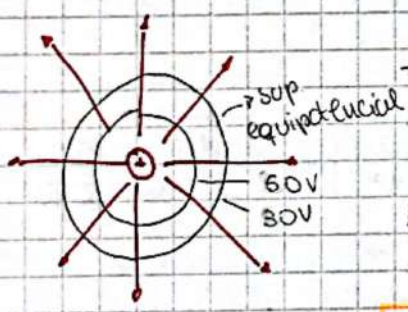
$$\boxed{V_r - V_\infty = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES



¿Cuál va a ser el potencial en el punto debido a q_1? $V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1}{r_0}$

↳ no va a ser el único punto con este potencial



Todos estos puntos forman una superficie esférica concéntrica a la carga.
↳ para cualquier carga puntiforme

Mientras más nos alejamos de la carga, más chico es el potencial

Podríamos dibujar infinitas

Propiedades

- Si nos desplazamos por la sup $W=0$
  ⇒ no realizamos trabajo.
- Jamás se van a cruzar 2 sup. equipotenciales
  (hay un sólo estado de energía para cada punto)

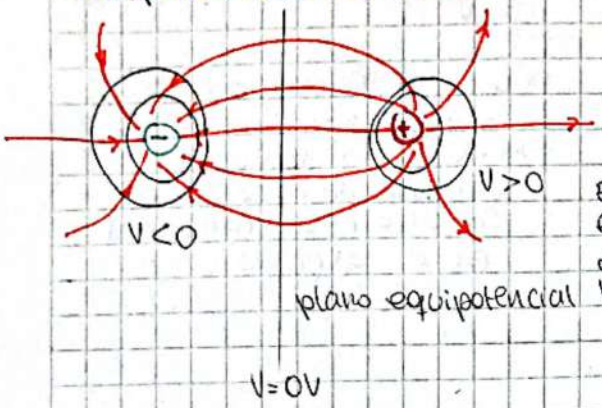
localmente paralelas entre sí (solo en esa región plana, en volumen no son paralelas)

- Las líneas de campo son siempre perpendiculares a la superficie equipotencial

(Para que $W=0$ $\quad E_T = 0$)

Escaneado con CamScanner

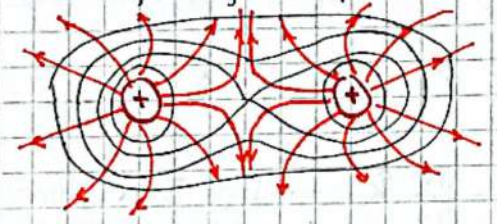
Dipolo eléctrico



En las inmediaciones de las cargas casi esferas concéntricas, a medida que vamos aumentando la distancia a las cargas, se van deformando

En el punto medio de las 2 cargas el potencial es 0. Cargas iguales de signo opuesto, misma distancia. Potencial ⊕ y ⊖ se suman y se cancelan.

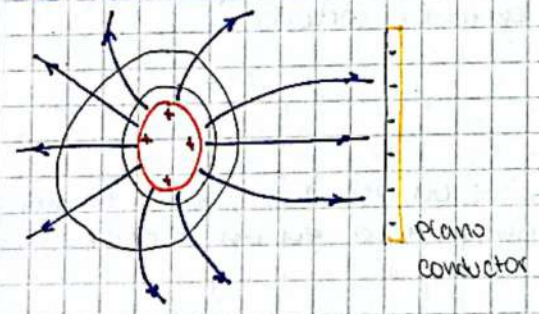
2 cargas iguales positivas



Tienen superficies propias y después se unen.

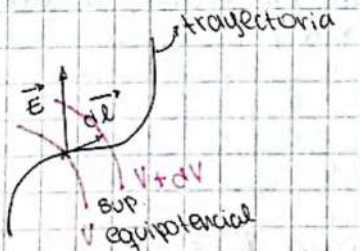
A medida que nos alejamos más se parece a una esfera (menor distancia entre a las cargas)

Conductores



Las líneas de campo se acomodan como si hubiera una carga ⊖ espejo del otro lado del plano.

GRADIENTE DE POTENCIAL



$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = \int_b^a dV = -\int_a^b dV$$

Punto a punto los integrandos van a ser iguales

$$-dV = \vec{E} \cdot d\vec{l} \Rightarrow dV = -\|\vec{E}\| \cdot \|d\vec{l}\| \cos\theta$$

$$\|\vec{E}\| \cos\theta = E_l = E_0 \qquad = -E_l \|d\vec{l}\|$$

$$E_l = -\frac{dV}{\|d\vec{l}\|} \qquad \|\vec{E}\| \cos\theta = -\frac{dV}{\|d\vec{l}\|}$$

valor máximo (dirección con la que más rápido varía dV)

↳ derivada direccional → puede ser 0 hasta el gradiente

Escaneado con CamScanner

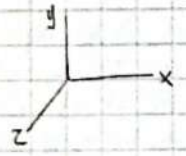
$\left[\frac{dV}{\|d\vec{l}\|}\right]_{max}$ = gradiente de potencial → especificamente para una dirección
↳ => es un vector

$\overrightarrow{grad\ dV}$

↳ $\cos\theta = 1$ en $\|\vec{E}\|\cos\theta$ => $\boxed{\vec{E} = -\overrightarrow{grad\ V}}$

↳ igual al vector campo en sentido opuesto
↳ indica la variación máxima de la función (en este caso potencial) en el espacio

Referimos el dibujo a un sist. de referencia



Derivo respecto de x, y y z

=> $E_\ell = E_x, E_y, E_z$

$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$ derivada parcial

$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$ $E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$

} obtengo las componentes del campo

$$\vec{E} = (E_x, E_y, E_z) = \left(-\frac{\partial V}{\partial x}, -\frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}\right) = -\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} - \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}$$

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad V}$ => $\overrightarrow{grad V} = \frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}$ → las 3 derivadas operan sobre una misma función

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right) \cdot V$$

↳ pasa a ser un operador vectorial

nabla del ∇ $\quad \nabla = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$

$\boxed{\overrightarrow{grad V} = \overrightarrow{\nabla V}}$

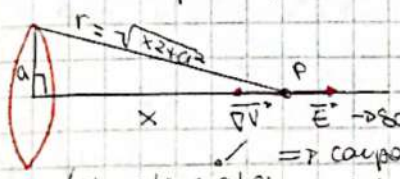
cuando ∇ opera sobre un escalar, se le llama gradiente y lo transforma en un vector. ($\overrightarrow{\nabla V}$)

Cuando ∇ opera como producto punto sobre un vector, se llama divergencia y lo transforma en un escalar ($\nabla \cdot \vec{A}$)

Cuando ∇ opera como producto cruz sobre un vector, se llama rotor y lo transforma en un vector ($\nabla \times \vec{A}$)

$\boxed{\vec{E} = -\overrightarrow{\nabla V}}$

Potencial y campo en un anillo de carga



$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\sqrt{x^2+a^2}}$ como $\vec{E} = -\overrightarrow{\nabla V}$

$\overrightarrow{\nabla V}$ $\vec{E}$ → solo componente x

=> componente y y z nulas

$$\boxed{E_x = \frac{-\partial V}{\partial x} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{(x^2+a^2)^{3/2}}}$$

los potenciales crecen hacia ←

Escaneado con CamScanner

Capacidad de un conductor esférico

(esférico)

Conociendo el valor de Q podemos calcular el potencial

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{R}$$

representamos la Q en función del potencial

$$q = (4\pi\varepsilon_0 R)V$$

Si tuviera 2 esferas conductoras con diferentes radios, para el mismo potencial, la de mayor radio está en condiciones de almacenar una Q mayor

$\Rightarrow (4\pi\varepsilon_0 R) \rightarrow$ indica la capacidad que tiene el conductor para almacenar carga a un determinado potencial

$\rightarrow$ Relación entre Q y V.

lo definimos

$$(4\pi\varepsilon_0 R) = C \quad \left[\frac{C^2}{N.m}\right] = [F]$$

Si calculamos para $R = 1m$

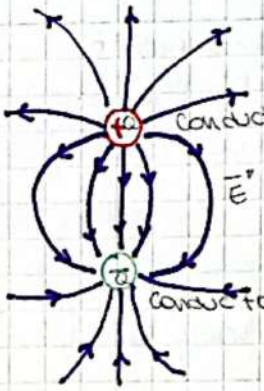
$$C = 4 \times \pi \times 8{,}854 \times 10^{-12} F \cong 111 \times 10^{-12} F$$

Valor muy grande (1 F)

Se utilizan sus múltiplos

Se busca que el exponente sea múltiplo de 3.

$\mu F = 10^{-6} F$
$nF = 10^{-9} F$
$pF = 10^{-12} F$
$fF = 10^{-15} F$
$aF = 10^{-18} F$



muy alejados

no influyen en el V del otro

Sist. adecuado para almacenar carga y energía eléctrica

$$Q_+ = -Q_-$$

$$V_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_+}{R} \quad V>0$$

$$V_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_-}{R} \quad V<0$$

¿Cual es la DDP entre ellos?

$$V_{AB} = (V_+ - V_-) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_+}{R} - \frac{Q_-}{R}\right)$$

$$\boxed{V_{AB} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Q_+}{R}} \quad V>0$$

$C = 2\pi\varepsilon_0 R$ (conductores del mismo radio)

$$V_{AB} = \frac{Q}{C} \quad \boxed{Q = C\,V_{AB}}$$

CAPACITOR

en general un sist. formado por 2 conductores

¿Qué ocurre si acercamos los conductores?

- (+) Produce superficies equipotenciales (disminuye V a medida que me alejo)

Escaneado con CamScanner

- Una sup. equipotencial se superpone con $-Q$ y ahora es menos negativo
- Lo mismo pasa al revés (sup. generada por $(-)$ y V_+ menos positivo)

$|V'_+| < |V_+|$ $\quad V'_{AB} = (V'_+ - V'_-) < V_{AB} = (V_+ - V_-)$

$|V'_-| < |V_-|$

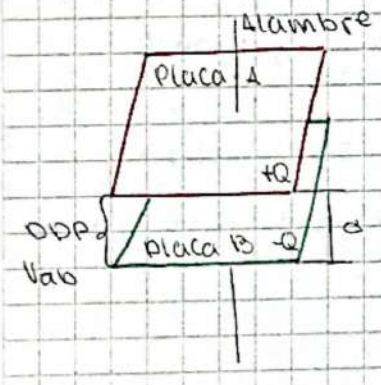
Si en $Q = C V_{AB}$ disminuye V y $Q = cte$

$\Rightarrow$ La CAPACIDAD aumentó.

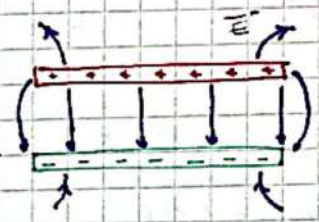
Si aproximamos los conductores aumenta la capacidad.

CASOS

Capacitor de placas planas y paralelas



Conforma un capacitor



Capacitor plano

En los bordes hay una distorsión (condición de borde/Frontera)

Tiene que haber un pasaje suave de E cte a 0.

Buscamos acercar lo más posible las placas entre sí con relación a su tamaño y despreciamos la condición de borde

Como $\|\vec{E}\|$ es cte, por Gauss $\|\vec{E}\| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} \Rightarrow V_{ab} = \|\vec{E}\| \|\vec{d}\| = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Qd}{A}$

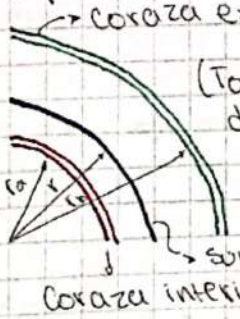
Despejamos $\frac{Q}{V_{ab}} = \boxed{C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}}$ $\quad (C \propto A) \quad (C \propto \frac{1}{d})$

Considerando que hay vacío en su interior

Capacitor esférico

(no tiene aplicación tecnológica)

Formado por sup. esféricas concéntricas



(Todas las líneas de campo en dirección radial)

$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$ $\quad Q_{enc} = Q$

$\|\vec{E}\| (4\pi r^2) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ $\quad \|\vec{E}\| = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = V_{ab}$

Escaneado con CamScanner

$$V_{ab} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_a} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_b} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{r_b - r_a}{r_a r_b}$$

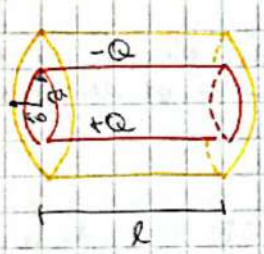
$$\boxed{C = \frac{Q}{V_{ab}} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{r_a r_b}{r_b - r_a}}$$

Si aumentan los radios, aumenta la C

Si disminuye la distancia entre los radios, aumenta la C

Capacitor cilíndrico

Formado por cilindros coaxiales. (comparten el eje



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \qquad \|\vec{E}\| = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}$$

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = V_{ab} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{r_b}{r_a}$$

$$C = \frac{Q}{V_{ab}} = \frac{\lambda L}{\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_b}{r_a}} = \boxed{\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right)}} \qquad \boxed{\frac{C}{L} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\left(\frac{r_b}{r_a}\right)}}$$

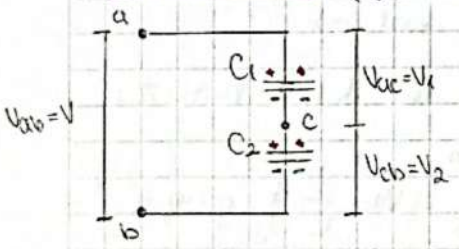
+ común el capacitor plano (no todos iguales)

↳ Si enrollo 2 láminas metálicas con un aislante en el medio sigo teniendo un capacitor plano.

Como $C \propto A$ se duplica el área del capacitor

CONEXIÓN DE CAPACITORES

En serie ((la capacidad disminuye)



Cuando traemos una carga ⊕ que ingresa por a se deposita en la placa superior de C_1, atrapa ⊖ en la inferior, que libera ⊕ hasta C_2, que libera ⊖ hasta b.

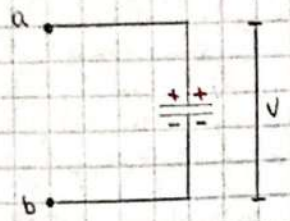
Cuando los capacitores se van cargando Q de C_1 = Q de C_2 porque es la carga transferida por el sistema.

Cada uno tiene su propio V y se suman entre sí.

$$V_{ac} = V_1 = \frac{Q}{C_1} \qquad V_{cb} = V_2 = \frac{Q}{C_2} \qquad V_{ab} = V = V_1 + V_2 = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{V}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Escaneado con CamScanner

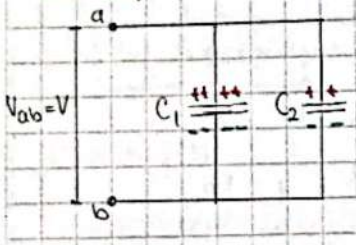


$$C_{eq} = \frac{Q}{V} \qquad \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

En general: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \Rightarrow \boxed{C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots}}$

En paralelo (la capacidad aumenta)



la placa sup. de C_1 está conectada eléctricamente a la placa sup. de C_2 $\Rightarrow$ tiene el mismo V

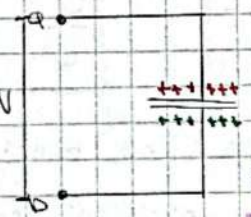
lo mismo para las inferiores

$\Rightarrow$ Entre las 2 placas la DDP es la de los bornes $= V_{ab}$

$Q_1 = C_1 V \qquad Q_2 = C_2 V$

$Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2)V$

$\frac{Q}{V} = C_1 + C_2 = C_{eq}$



$\Rightarrow \boxed{C_{eq} = C_1 + C_2}$

En general:

$$\boxed{C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots}$$

Energía potencial en un capacitor

En el proceso de carga de un capacitor, desde el generador van a venir Q (dQ) a depositarse en las placas. dQ vuelve por el borne negativo al generador, pero debe atravesar el potencial que hay en los bornes

Para efectuar este salto de potencial, Q debe realizar un trabajo.

$dW = \underbrace{V}_{\text{varía}}\, dq = \frac{q}{C}\, dq$ integramos $W = \int_0^W dW = \frac{1}{C}\int_0^Q q\, dq = \frac{Q^2}{2C}$

trabajo total en el proceso de cargar un capacitor

Como las fuerzas son conservativas, el W queda almacenado en el capacitor.

$\Rightarrow$ En el capacitor se almacena energía

Escaneado con CamScanner

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} Q V \quad [J]$$

↳ Energía potencial almacenada en el capacitor

⇒ Un capacitor sirve para almacenar energía

¿Dónde se almacena la energía? ¿Qué es lo que cambió en el capacitor?

En el volumen entre las placas aparece un $\vec{E}$!! (que antes no existía)

⇒ Debe haber una relación entre $\vec{E}$ y W.

Buscamos calcular una densidad de energía almacenada

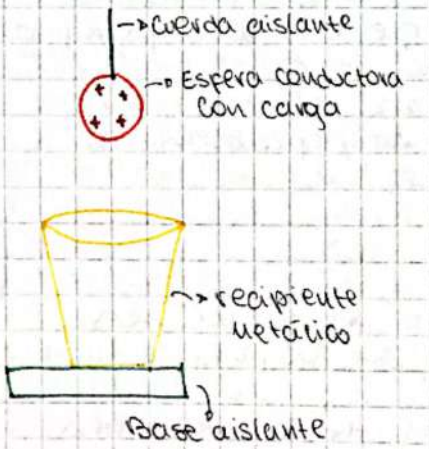
$$u = \frac{\frac{1}{2} C V^2}{A d} \quad \text{como } C = \varepsilon_0 A/d \quad y \quad V = Ed$$

$$\Rightarrow u = \frac{\frac{1}{2} \varepsilon_0 \frac{A}{d}}{A d} E^2 d^2 = \boxed{\frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2} \left[\frac{J}{m^3}\right]$$

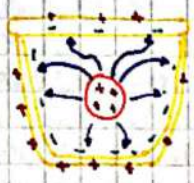
Es función SOLAMENTE del campo eléctrico

El propio campo eléctrico es una manifestación de energía distribuida en el espacio

Inducción Electrostática



Aproximamos la esfera al balde



Ahora las líneas de campo terminan en la superficie del conductor (campo nulo en el interior del conductor)

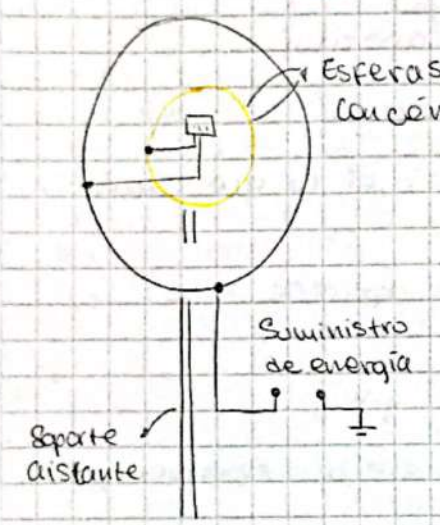
⇒ Cada línea atrapa cargas ⊖ el Nº de ⊖ es igual a la cant. de ⊕ en la esfera. Las cargas ⊖ liberan ⊕ en la sup.

La carga total en todo el recipiente = carga del conductor esférico.

Escaneado con CamScanner

Si ponemos en contacto se neutralizan las cargas propias de la esfera con las cargas ⊖ inducidas y queda al rededor del conductor las cargas ⊕ que ahora son propias.

Versión moderna



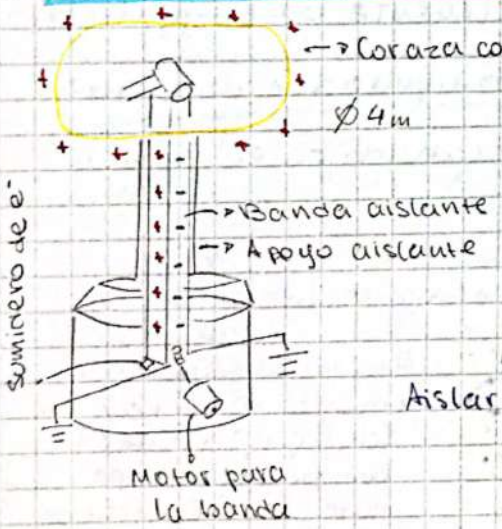
le aplicamos un potencial eléctrico externo al cascarón externo (por suministro de energía)

↳ En ningún momento hay pasaje de cargas de la exterior a la interior.

⇒ las cargas se acomodan lo más externas posibles en un conductor o grupo de conductores

> Este fenómeno produce un aislamiento del conductor interior muy efectivamente (Jaula de Faraday)

Generador de Van der Graff

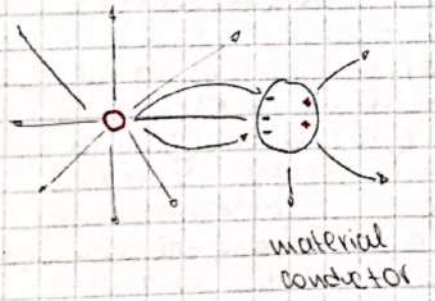


El potencial aumenta proporcionalmente a la carga

$V = 2 \times 10^6$ V

Importante que esté seco y limpio.

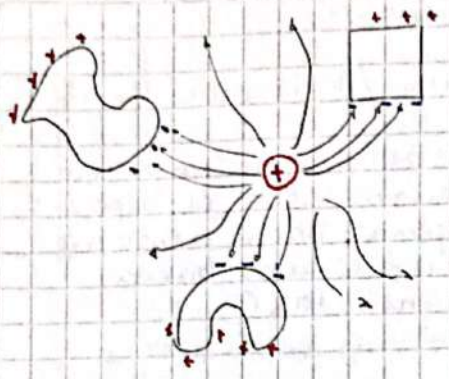
Aislar alta tensión es muy problemático



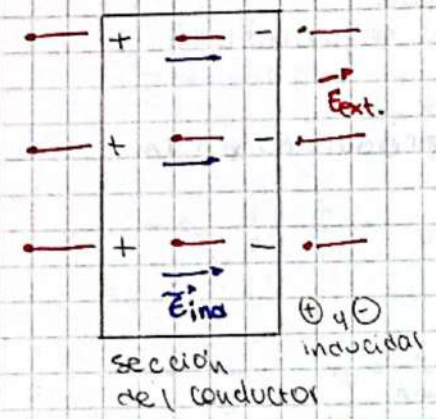
Como la esfera es un volumen equipotencial, su superficie también

⇒ las líneas de campo deben llegar perpendiculares a la superficie

Escaneado con CamScanner



Se respeta la misma configuración anterior (para cualquier conductor)



Conductor depositado en una región de campo uniforme

Las líneas de campo atraviesan el conductor y van atrapando cargas libres del material y son atraídas por donde entran las líneas de campo, mientras que las otras son repelidas por donde salen las líneas de campo.

La interacción de $\vec{E}_{ext}$ y $\vec{E}_{ind}$ hace que en la región interior del conductor el campo eléctrico sea nulo.

$\|\vec{E}_{ext}\| = \|\vec{E}_{ind}\|$ ⇒ decimos que en conductor hay una inducción total

AISLADORES

↳ los clasificamos en función de sus propiedades físicas

↳ isótropos: los fenómenos ocurren independientemente de la dirección (amorfos, líquidos, gaseosos)

↳ anisótropos: no reacciona al campo eléctrico homogéneamente en todas las direcciones, varía con la dirección (estructura cristalina), con el eje del cristal.

DIELÉCTRICOS (características lineale respecto al campo)

Modelo molecular de la carga inducida

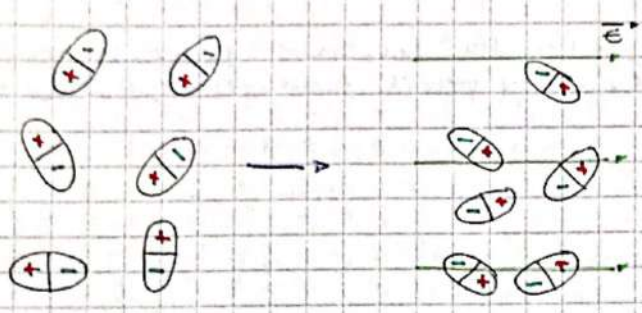
El material está constituido por moléculas que tienen separados los centros de cargas ⊕ y ⊖

↳ Moléculas polares → se orientan al azar y van sufriendo la agitación térmica del material

Escaneado con CamScanner

Los centros no se detectan macroscópicamente

Si al material le aplico un campo eléctrico:

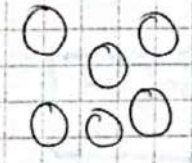


$\vec{E}$ → uniforme / horizontal

$\vec{E}$ tracciona aplicando un momento sobre el dipolo atrayendo hacia atrás las ⊖ y repeliendo hacia adelante las ⊕

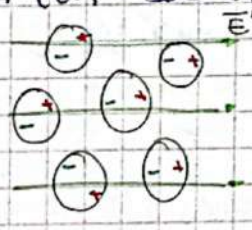
Suave y paulatina orientación de los dipolos
↳ Hace aparecer un frente de cargas negativas y un frente de cargas ⊕
↳ Se manifiesta macroscópicamente, producido por la inducción eléctrica
↳ Disminuye $\vec{E}$ pero no se anula.

Moléculas no polares



Los centros ⊕ y ⊖ coinciden
⇒ no tienen manifestación externa ni interacción molecular activa
Comportamiento más suave.

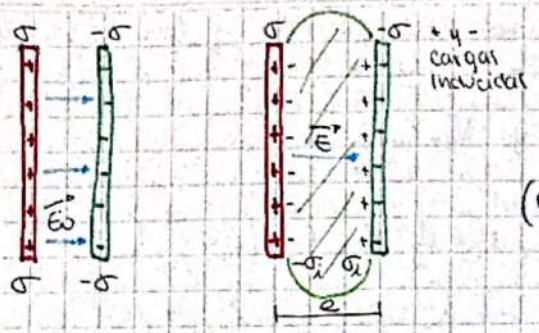
Si las sometemos a un campo eléctrico



Se produce una separación entre los centros ⊕ y ⊖
↳ Molécula polar
⊕ Por donde sale
⊖ Por donde entra

Cargas atrapadas dentro de las moléculas → cargas ligadas (todos aislantes)

Analizamos los comportamientos de los dieléctricos en una región de $\vec{E}$ uniforme
↳ Espacio entre 2 placas paralelas con cargas opuestas



En Nº de líneas de campo el mayor en el vacío que en el dieléctrico.

(Decrece $\vec{E}$)

La capacidad varía → aumenta siempre

$\frac{C_d}{C_0} = cte$ (C_d → con dieléctrico; C_0 → en vacío)

$\boxed{K_d = \frac{C_d}{C_0}}$ coeficiente dieléctrico (permitividad relativa) (K, K_e)

↳ Propiedad particular del dieléctrico (específico para cada uno)

$C_0 = \varepsilon_0 \frac{S}{e}$ $C_d = \varepsilon_0 K_d \frac{S}{e}$

Si Q se mantiene cte:

$V_0 = \frac{q}{C_0}$ $V_d = \frac{q}{C_d} = \frac{q}{K_d C_0}$ $\Rightarrow$ $\boxed{V_d = \frac{V_0}{K_d}}$

Cuando coloco como un dieléctrico la DDP a los extremos de la placa del capacitor disminuye K_d veces.

¿Qué ocurre con el campo?

$q = C_d V_d$ $C_d = \varepsilon_0 K_d \frac{S}{e}$ $V_d = \|\vec{E_d}\| \cdot e$ → porque $\vec{E}$ es uniforme

Reemplazamos

$q = \varepsilon_0 K_d \frac{S}{e} \|\vec{E_d}\| \cdot e$ despejamos $\underbrace{\frac{q}{\varepsilon_0 S}}_{\text{campo en el vacío}} = K_d \|\vec{E_d}\|$

$\|\vec{E_0}\| = \frac{q}{\varepsilon_0 S}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\|\vec{E_d}\| = \frac{\|\vec{E_0}\|}{K_d}}$ se reduce K_d veces.

Si DDP se mantiene cte: (batería/generador en permanente contacto)

$V_{AB} = V_0 = V_d$ $\|\vec{E}\| = \frac{V_0}{e}$ $\|\vec{E_d}\| = \frac{V_0}{e}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\|\vec{E_d}\| = \|\vec{E_0}\|}$ el campo NO varía cuando la fuente de alimentación el cte.

K_d vacío = 1

$\boxed{K_d \text{ varía con la temperatura}}$

Escaneado con CamScanner

Energía almacenada en capacitores con dieléctricos

Si Q se mantiene cte: (cargamos las placas y las desconectamos de la fuente)

$U_0 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2$ $\qquad C_d = K_d C_0$ y $V_d = \frac{V_0}{K_d}$

$U_d = \frac{1}{2} C_d V_d^2$ Reemplazamos $\qquad U_d = \frac{1}{2} K_d C_0 \left(\frac{V_0}{K_d}\right)^2$

$\Rightarrow \boxed{U_d = \frac{U_0}{K_d}}$ se reduce K_d veces

Pero la energía no se destruye

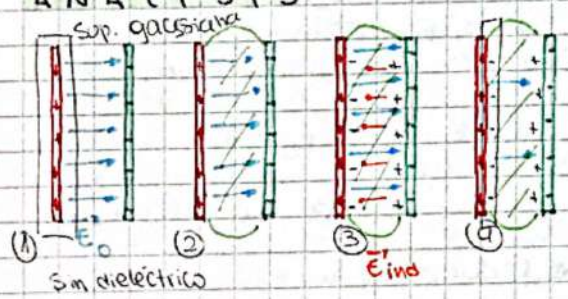
(lo que falta es el trabajo que realizo para frenar el dieléctrico cuando lo introducimos).

Si DDP es cte:

$U_0 = \frac{1}{2} C_0 V_{AB}^2 \qquad U_d = \frac{1}{2} C_d V_{AB}^2 = \frac{1}{2} K_d C_0 V_{AB}^2$

$\boxed{U_d = K_d U_0}$ para introducirlo vamos a tener que realizar un trabajo (nos va a costar)

ANALISIS



② Insertamos un dieléctrico en el capacitor de carga cte. (muy rápidamente)
Todo el $\vec{E}_0$ aparece en el dieléctrico y comienza a orientar los dipolos

③ Aparecen cargas inducidas (ligadas) ⊕ y ⊖. Definimos un campo eléctrico que va de $\oplus_{ind}$ a $\ominus_{ind}$. lo llamo $\vec{E}_{ind}$ (campo contrario a $\vec{E}_0$)
Queda un campo eléctrico menor que en vacío porque se suman los vectores.

④ Se dibujan menos líneas de campo porque este disminuyó

Calculamos $\vec{E}_0$ con Gauss

$\oint_S \vec{E}_0 \, d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad \|\vec{E}_0\| = \frac{Q}{\varepsilon_0 S'}$ campo en el vacío

Escaneado con CamScanner

$\vec{E}_d = \vec{E}_0 + \vec{E}_i$ $\quad \oiint_S \vec{E}_d \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}$ (q → neta total) $\quad \|\vec{E}_d\| = \frac{Q - Q_i}{\varepsilon_0 S'}$ (Q → libre ⊕, Q_i → inducida ⊖)

$\vec{E}_d = \frac{\vec{E}_0}{K_d}$ $\quad \|\vec{E}_d\| = \frac{\|\vec{E}_0\|}{K_d}$ $\quad \|\vec{E}_0\| = \frac{Q}{\varepsilon_0 S'} \cdot \frac{1}{K_d}$ $\quad \|\vec{E}_d\| = \frac{Q}{\varepsilon_0 K_d S'}$

Igualamos ① y ② $\quad \frac{Q - Q_i}{\varepsilon_0 S'} = \frac{Q}{\varepsilon_0 K_d S'}$ $\quad \frac{Q}{\varepsilon_0 S'} - \frac{Q_i}{\varepsilon_0 S'} = \frac{Q}{\varepsilon_0 K_d S'}$

Despejamos $\quad \frac{Q}{\varepsilon_0 S'} = \frac{Q}{\varepsilon_0 K_d S'} + \frac{Q_i}{\varepsilon_0 S'}$ Ecuación del dieléctrico

A) Determinación de Q_i

$Q = \frac{Q}{K_d} + Q_i$ $\quad Q_i = Q - \frac{Q}{K_d}$ $\Rightarrow$ $Q_i = Q\left(1 - \frac{1}{K_d}\right) = Q_i$

$Q_i < Q$ Cuando aumento K_d aumento Q_i (no hay carga inducida en el vacío ✓)

Siempre

→ Debe haber cargas libres mayores para que haga un campo remanente que mantenga polarizado al dieléctrico.

B) Polarización P (Analizamos la reacción del dieléctrico

Tomamos $\frac{Q_i}{S'} \cdot \frac{e}{e} = \frac{Q_i\, e}{S'\, e} = \frac{\sum \text{momentos dipolares}}{\text{volumen del dieléctrico}} = P$ (→ vector polarización)

(S' → sup. placa)

dipolo $\vec{p}$ → $\|\vec{p}\| = q_i\, d$

$\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}}{S' e}$ Vector polarización $[C/m^2]$ — la dirección y sentido el la misma que la del campo eléctrico dentro del dieléctrico.

C) Susceptibilidad eléctrica

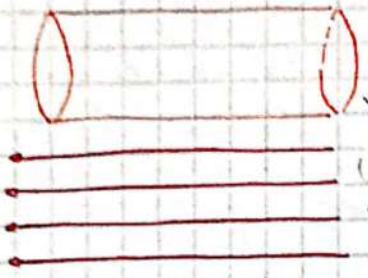
$\vec{P} \propto \vec{E}_d$ $\quad \vec{P} \propto \varepsilon_0 \vec{E}_d$ $\quad \frac{C^2}{Nm^2} \cdot \frac{N}{C} = \frac{C}{m^2}$ dimensión $\vec{P}$

Transformo la proporción en una igualdad

$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}_d$ (χ → susceptibilidad eléctrica del dieléctrico, ↳ Nº adimensional)

Escaneado con CamScanner

Inducción en conductores

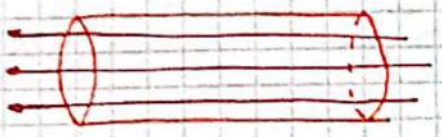


$\vec{E}$ cte

L = longitud
$\varnothing$ = diámetro

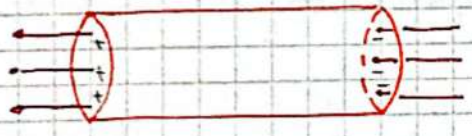
$L \gg \varnothing$

Sumergimos rápidamente el cilindro (que inicialmente está en una región sin campo eléctrico) a una región donde SI hay $\vec{E}$.



En el primer instante las líneas de campo atraviesan el material conductor.

Cada línea de campo va a ir atrapando una $\ominus$, liberando $\ominus$ y van a ir desapareciendo las líneas de campo dentro del material conductor.



Se cumple que dentro de un material conductor no hay campo eléctrico

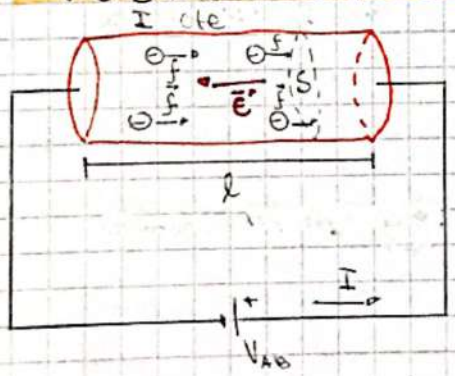
¿Qué ocurrió desde que sumergimos el material hasta que desaparecieron las líneas de campo?

↳ las cargas se desplazaron (movimiento de cargas desde que aparece hasta que desaparece el campo eléctrico dentro del conductor)

- e^- libres (1 o 2 del último nivel)
  e^- de conducción que se mueven libremente dentro del conductor

- Alejamiento del e^- produce una ionización $\oplus$

TEORÍA CINÉTICA



Conectamos el cilindro a un generador que proporciona V_{AB} cte. para sus extremos

↳ Aparece un campo eléctrico en el interior

$$\|\vec{E}\| = \frac{V_{AB}}{L} \qquad \vec{E} = \left(\frac{-V_{AB}}{L}; 0; 0\right)$$

Mantenemos un $\vec{E}$ en el interior del conductor generado por una DDP cte.

Escaneado con CamScanner

- En todos los puntos del espacio dentro del material conductor las componentes son las mismas.

↳ Actua sobre las cargas libres (e^-) y les proporciona una fuerza a cada carga hacia el sentido ⊕ del conductor

$\boxed{\vec{F} = e\vec{E}}$ (muy pequeña porque la carga del e^- lo es)

↳ en cada e^-

↳ paralela y contraria a $\vec{E}$

$\vec{F} = m_e \vec{a}$ (forma mecánica) $\vec{a} = \frac{e}{m_e}\vec{E}$

Los e^- se van a mover en sentido opuesto al campo.

∴ En una sección va a haber un desplazamiento de carga al de e^- hacia la derecha

Puedo establecer la relación

$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ $\left[\frac{C}{seg}\right] = [A]$ CORRIENTE ELÉCTRICA → escalar

¿Por qué I que sale de borne ⊕ del generador e ingresa por el borne ⊖ se mantiene cte?

Se establece por convención que el movimiento es el de cargas ⊕ (no me traen problema con el signo)

↳ Saltan de potencial ⊕ a menores.

Teoría cinética Considera a los conductores metálicos como estructuras cristalinas. (Aunque macroscópicamente sean amorfos)

↳ Enlace entre los átomos metálicos → c/ átomo libera sus e^- de conducción y estos se comienzan a mover libremente en el interior del material. → velocidad elevada

Los e^- tienen energía ⇒ la manifiesta en movimiento (E_c)

↳ chocan con átomos (elásticos) $= E_c$ (No hay intercambio de energía)

cambian su dirección estadísticamente

Trayectoria del e^-

Al chocar con átomos cambia su dirección (movimiento rectilíneo hasta que choca)

↳ cambia de forma aleatoria.

El e^- se mueve a gran velocidad pero no tiene desplazamiento (en una vertical)

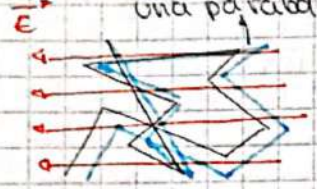
Escaneado con CamScanner

Si hay desplazamiento (muy pequeño) se compensa con el de otro e^-. Movimiento en equilibrio.

$\Rightarrow$ No cambia la densidad electrónica en cada punto.

¿Qué pasa cuando se encuenta con un campo eléctrico externo?

En realidad es una parábola



Aparece una fuerza, una aceleración

le imprime al e^- una velocidad paralela al campo (independiente de la velocidad natural y tiene siempre la misma dirección)

A medida que pasa el tiempo, más se separa el e^- de su posición original

La trayectoria está modificada por la presencia de un campo eléctrico

$\|\vec{v}_d\| = \frac{d}{\tau}$ No es la velocidad propia del e^-
es estadística
Producida por el $\vec{E}$

$\boxed{\vec{v}_d = \frac{d}{\tau}\hat{i}}$ se debe a que el e^- ha sido "arrastrado" por $\vec{E}$

velocidad de arrastre / deriva

¿Qué relación hay entre $\vec{v}_d$ y $\vec{E}$?

Si $\vec{E} = 0 \Rightarrow d = 0$

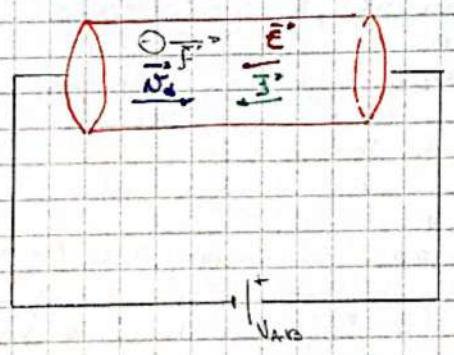
Si $\vec{E} = \vec{E} \Rightarrow d = d$

Si $\vec{E} = 2\vec{E} \Rightarrow d = 2d$

$\Rightarrow d \propto \vec{E} \Rightarrow \|\vec{v}_d\| \propto \|\vec{E}\|$

$\|\vec{v}_d\| = \mu_e \|\vec{E}\|$

μ_e → movilidad electrónica (propiedad de cada material)



Como son paralelas entre sí

$\boxed{\vec{v}_d = -\mu_e \vec{E}}$

μ_e = movilidad electrónica $\left[\frac{m^2}{Vs}\right]$

DENSIDAD DE CORRIENTE → vectorial

I es una cantidad macroscópica → magnitud

Asociamos a $\vec{J}$ a un vector normal a la sección y tiene el mismo sentido que I

$j = \frac{I}{S}$ $\left[\frac{A}{m^2}\right]$ $\Rightarrow I = j \cdot S$ si el material no es homogéneo $I = \iint_S \vec{J} \cdot \vec{dS}$

Escaneado con CamScanner

$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ (1) $\Delta q = Q \rightarrow$ carga total del material (e^- de conducción)

$\Delta t = T \rightarrow$ tiempo para ir de un extremo a otro del alambre

$Q = N \cdot e$ (1 e^- → carga de) $N = n(S \cdot L)$ (Volumen) $\boxed{Q = (nSL)e}$ (2)

N → nº de e^- libres; n → cte. del material (nº de e^- por unidad de volumen)

$\|\vec{v}_d\| = \frac{L}{T}$ $T = \frac{L}{\|\vec{v}_d\|}$ (3) Reemplazamos en (1):

$I = \|\vec{J}\| S = \frac{(nSL)e}{\frac{L}{\|\vec{v}_d\|}}$ Despejamos $\|\vec{J}\| = n \cdot e \, \|\vec{v}_d\|$

$\|\vec{v}_d\| = \frac{\|\vec{J}\|}{n \cdot e}$

$\vec{J}$ y $\vec{v}_d$ son paralelos entre sí y tienen sentidos opuestos

$\Rightarrow \boxed{\vec{v}_d = -\frac{\vec{J}}{ne}}$

RESISTIVIDAD ELÉCTRICA

teniendo $\vec{v}_d = -\frac{\vec{J}}{ne}$ y $\vec{v}_d = -\mu_e \vec{E}$ Igualamos 2do miembros

$-\mu_e \vec{E} = -\frac{\vec{J}}{ne}$ $\vec{E} = \underbrace{\frac{1}{ne\mu_e}}_{\rho \rightarrow \text{para un material}} \cdot \vec{J}$ ($\frac{1}{ne\mu_e}$ → cte) $\rho = \left[\frac{1}{\frac{1}{m^3} C \frac{m^2}{V \cdot s}}\right] = \left[\frac{V \cdot m}{\frac{C}{s}}\right] = \left[\frac{V}{A} m\right]$

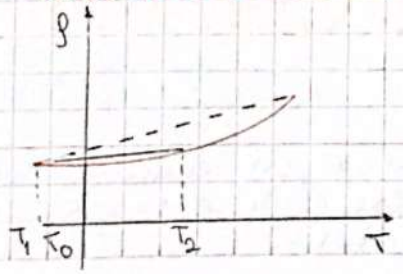
Despejando $\vec{E} = \rho \cdot \vec{J}$ Fórmula puntual de la ley de OHM → se cumple punto a punto dentro del material

$\boxed{\rho = \frac{\|\vec{E}\|}{\|\vec{J}\|}}$ Resistividad eléctrica del conductor

Cuando aumenta ρ para un valor de $\vec{E}$ (→ cte), $\vec{J}$ disminuye.

$\rho = \frac{1}{\sigma}$ → conductividad Marcada diferencia entre conductores, aislantes y semiconductores

variación de la resistividad con la temperatura



Los átomos están vibrando (con los que chocan los e^-).

Cuando aumenta la temperatura, aumenta energía interna ⇒ aumenta energía cinética (de vibración por ej.).

Escaneado con CamScanner

=> Hay aumento de amplitud y de velocidad de agitación.

↳ El camino que recorre el e^- disminuye con el aumento de temperatura.

=> la distancia final disminuye

=> la $\|\vec{v}_d\|$ disminuye

la movilidad electrónica disminuye

Hay un aumento de la resistividad eléctrica cuando se incrementa la temperatura de un material conductor.

n disminuye muy poco
e es cte.
μ_e disminuye
} => ρ se incrementa (no linealmente)

¿Cómo hacemos para medir la variación?

Tenemos que establecer una ecuación que me aproxime la curva

↳ Rectificamos la curva (en tramos)

Entre T_1 y T_2 reemplazamos la curva por una recta de pendiente cte.

Tomamos ρ_0 (de T_0)

¿Cómo efectuamos el cálculo con la ecuación de una recta?

$y = mx + y_0$ $\quad y = \rho \quad y_0 = \rho_0 \quad x = (T - T_0)$ incógnita

$\boxed{\rho = \rho_0 + m(T - T_0)}$ Sacamos factor común

$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{m}{\rho_0}(T - T_0)\right)$ Defino $\boxed{\frac{m}{\rho_0} = \alpha_0}$ coeficiente de variación de la resistividad con la temperatura

Reemplazamos $\rho = \rho_0 [1 + \alpha_0 (T - T_0)]$

Tanto ρ_0 y α_0 tienen que estar a la misma temperatura de referencia.

Si no es así:

ρ_0 ; α_3 ¿Cómo lo resolvemos?

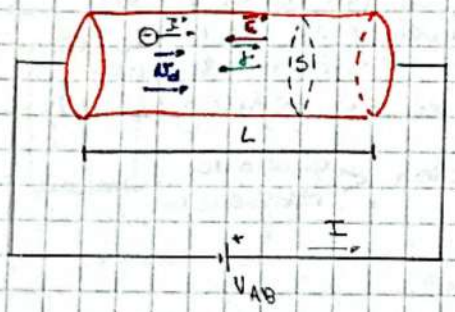
$\rho_0 = \rho_3 [1 + \alpha_3 (T_0 - T_3)]$ $\quad \rho = \rho_3 [1 + \alpha_3 (T - T_3)]$

Despejamos y reemplazamos ρ_0

$\rho = \rho_0 \frac{[1 + \alpha_3 (T - T_3)]}{[1 + \alpha_3 (T_0 - T_3)]}$ la resistividad de un semiconductor disminuye con el aumento de la temperatura.

Escaneado con CamScanner

RESISTENCIA ELÉCTRICA



Forma escalar de la ley de OHM

$\|\vec{E}\| = \rho \cdot \|\vec{J}\|$ (1)

Por la teoría cinética $\|\vec{E}\| = \frac{V_{AB}}{L}$

$\|\vec{J}\| = \frac{I}{S}$

Reemplazamos en (1) $\frac{V_{AB}}{L} = \rho \frac{I}{S}$ despejamos

conductor → geometría

$V_{AB} = \underbrace{\left(\rho \frac{L}{S}\right)}_{R} I$ Relación de proporcionalidad entre V_{AB} y I

$R = [\Omega] = \left[\frac{Vm}{A} \cdot \frac{m}{m^2}\right] = \left[\frac{V}{A}\right]$

↳ Ohm

$\boxed{R = \rho \frac{L}{S}}$ Resistencia ↳ + práctico

$\boxed{V_{AB} = RI}$ Ley de OHM macroscópica (Forma escalar)

$\rho\ [\Omega m]$ $\boxed{\sigma = \frac{1}{\rho}}$ conductividad

$\boxed{\frac{1}{R} = G}$ conductancia $= [\mho]$ $G = \sigma \frac{S}{L}$ $I = G \cdot V_{AB}$

Cuando construimos una resistencia eléctrica, se utiliza generalmente un alambre conductor de determinados L y S

↳ Tiene R determinada lo dibujamos (3 vértices) R R

Podemos calcular la variación de la resistencia con la temperatura con la misma ecuación de la resistividad

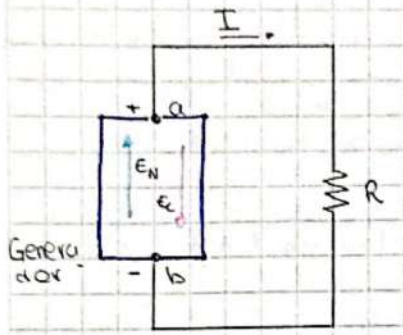
$\boxed{R = R_0 \left(1 + \alpha (T - T_0)\right)}$

FUERZA ELETROMOTRIZ

Simbólicamente representamos un generador: borne ⊕ + $\mathcal{E}$ ↳ borne ⊖

¿Cómo se producen las transferencias de energía en un circuito eléctrico?

Escaneado con CamScanner

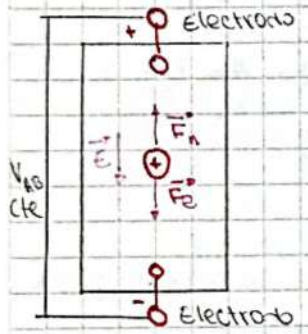


la transferencia de energía de un circuito:
El generador transforma otro tipo de energía (mecánica, química, etc) en energía eléctrica que es transferida a través de los conductores por las cargas que se mueven y es recibida por la resistencia. Esta transforma la energía eléctrica en térmica (calor).

Hay un 2do proceso de transformación < generador / resistencia

¿Cómo se da el 1er proceso?

Definimos FEM



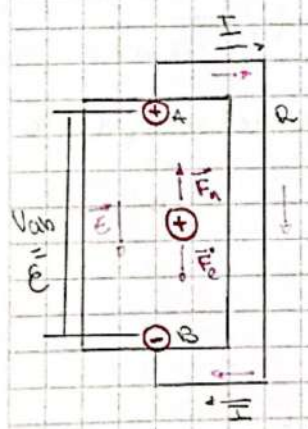
Si aparece un sist. de cargas dentro de la batería a un potencial V_{AB}

Por fuerzas eléctricas ($q\vec{E}$) las carga ⊕ van a caer hacia las ⊖ o vice versa y se va a descargar internamente una batería. Para que no caigan las cargas, tiene que haber una fuerza de origen desconocido. Fuerza NO Coulombiana, exactamente igual y de sentido opuesto.

La fuerza Coulombiana está representada por V_{AB}
" " NO " " " por la fuerza electromotriz ($\mathcal{E}$)

Como $\|\vec{F}_n\| = \|\vec{F}_e\| \Rightarrow V_{AB} = \mathcal{E}$ en un circuito abierto

Colocamos el generador en corto circuito



Generador ideal

El campo eléctrico también se reproduce a través del conductor.

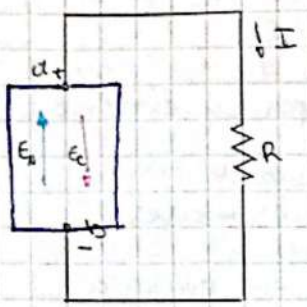
El equilibrio de cargas se mantiene dentro del generador

Externamente se cumple $V_{AB} = IR$

Internamente se cumple $\mathcal{E} = V_{AB}$

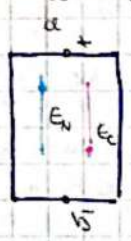
Escaneado con CamScanner

¿Qué pasa en un generador ideal?



Conectamos el generador a una resistencia

Circuito abierto



En este caso se cumple $V_{ab} = \mathcal{E}$

$$\left.\begin{aligned} \vec{E}_N + \vec{E}_C &= 0 \\ \mathcal{E} &= \int_b^a \vec{E}_N \cdot \vec{dl} \\ V_{ab} &= \int_a^b \vec{E}_C \cdot \vec{dl} \end{aligned}\right\} \boxed{\vec{E}_N = -\vec{E}_C}$$

↳ Integral de línea

E_c disminuye pero E_N se mantiene

$\vec{E}_N > \vec{E}_C$ Externamente se cumple $V_{ab} = IR$

Internamente se cumple $\mathcal{E} = V_{ab}$

En un generador real tiene también una resistencia eléctrica. (Hace que sea un generador electromecánico.)

→ Resistencia interna del generador (muy pequeña)

Cuando la carga que sale del borne positivo, sale con un V_{AB} determinado, circula a través de la resistencia interna y suministra la energía que lleva hasta que su potencial cae a 0, ingresa nuevamente al generador. El $\vec{E}_N$ levanta la carga hasta el borne ⊕ nuevamente.

⇒ $\vec{E}_N$ realiza un trabajo (transportado por la carga para que la carga se siga moviendo hasta la resistencia eléctrica)

En un generador real, el trabajo que realiza $\vec{E}_N$ para que la corriente se establezca a través de R, también lo debe realizar para que se establezca entre los 2 bornes interior es (donde está la resistencia interna = r)

⇒ $V_{ab} = IR$ externamente

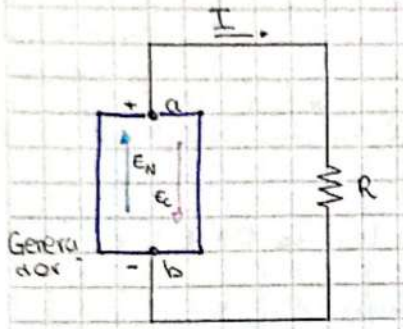
$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir$ internamente

↳ Va a ser siempre menor que $\mathcal{E}$ (si hay circulación de I)

$$\boxed{I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}}$$

Ley de OHM Generalizada

Escaneado con CamScanner

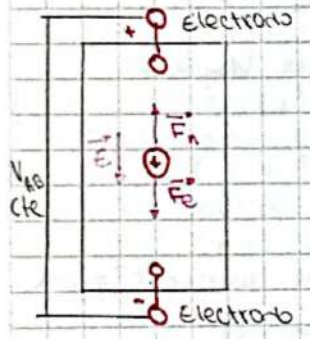


La transferencia de energía en un circuito:
El generador transforma otro tipo de energía (mecánica, química, etc) en energía eléctrica que es transferida a través de los conductores por las cargas que se mueven y es recibida por la resistencia. Esta transforma la energía eléctrica en térmica (calor).

Hay un 2do proceso de transformación < generador / resistencia

¿Cómo se da el 1er proceso?

Definimos FEM



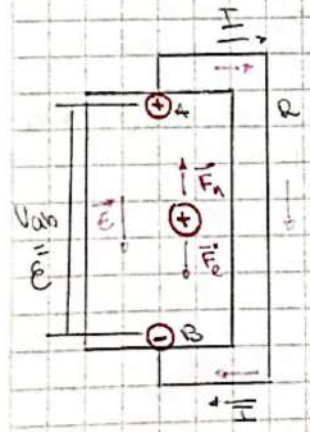
Si aparece un sist. de cargas dentro de la batería a un potencial V_{AB}

Por fuerzas eléctricas ($q\vec{E}$) las carga ⊕ van a caer hacia las ⊖ o viceversa y se va a descargar internamente una batería. Para que no caigan las cargas, tiene que haber una fuerza de origen desconocido. Fuerza NO Coulombiana, exactamente igual y de sentido opuesto.

La Fuerza Coulombiana está representada por V_{AB}
" " NO " " " por la Fuerza Electromotriz ($\mathcal{E}$)

Como $\|\vec{F}_n\| = \|\vec{F}_e\| \Rightarrow V_{AB} = \mathcal{E}$ en un circuito abierto

Colocamos el generador en corto circuito



Generador ideal

El campo eléctrico también se reproduce a través del conductor.

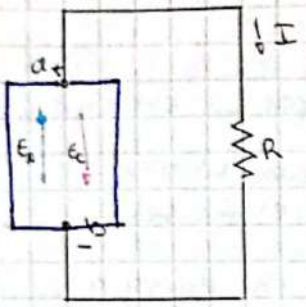
El equilibrio de cargas se mantiene dentro del generador

Externamente se cumple $V_{AB} = IR$

Internamente se cumple $\mathcal{E} = V_{AB}$

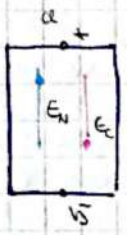
Escaneado con CamScanner

¿Qué pasa en un generador ideal?



Conectamos el generador a una resistencia

Circuito abierto



$$\vec{E}_N + \vec{E}_C = 0$$

$$\mathcal{E} = \int_b^a \vec{E}_N \cdot \vec{dl}$$

$$V_{ab} = \int_a^b \vec{E}_C \cdot \vec{dl}$$

↳ Integral de línea

$$\boxed{\vec{E}_N = -\vec{E}_C}$$

En este caso se cumple $V_{AB} = \mathcal{E}$

E_C disminuye pero E_N se mantiene

$\vec{E}_N > \vec{E}_C$ Externamente se cumple $V_{ab} = IR$

Internamente se cumple $\mathcal{E} = V_{ab}$

En un generador real tiene también una resistencia eléctrica. (Hace que sea un generador electromecánico.)

↳ Resistencia interna del generador (muy pequeña)

Cuando la carga que sale del borne positivo, sale con un V_{AB} determinado, circula a través de la resistencia interna y suministra la energía que lleva hasta que su potencial cae a 0, ingresa nuevamente al generador. El $\vec{E}_N$ levanta la carga hasta el borne ⊕ nuevamente.

⇒ $\vec{E}_N$ realiza un trabajo (transportado por la carga para que la carga se siga moviendo hasta la resistencia eléctrica)

En un generador real, el trabajo que realiza $\vec{E}_N$ para que la corriente se establezca a través de R, también lo debe realizar para que se establezca entre los 2 bornes interior es (donde está la resistencia interna = r)

⇒ $V_{ab} = IR$ externamente

$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir$ internamente

↳ va a ser siempre menor que $\mathcal{E}$ (si hay circulación de I)

$$\boxed{I = \frac{\mathcal{E}}{R+r}}$$

Ley de OHM Generalizada

Escaneado con CamScanner

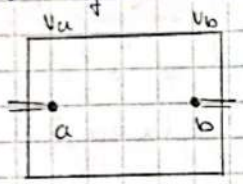
La corriente siempre se mueve de un punto de mayor Va uno de menor

¿Qué ocurre por fuera del conductor?

ENERGÍA Y POTENCIA EN CIRCUITOS ELÉCTRICOS

Por fuera del conductor la corriente ingresa por un extremo y sale por otro $V_{AB} = IR$ → resistencia del elemento

↳ Las que atraviesan son las carga ⊕ infinitesimales.



En a tiene cierto estado de energía que cuando sale por b lo ha perdido.

¿Qué cantidad de energía perdió dQ?

Pierde una cantidad de energía $E_p = dq \cdot V_{AB} = dU$
↳ $I\,dt$

$dU = I\,dt\,V_{AB}$ $\qquad \frac{dU}{dt} = I\,V_{AB}$

↳ Potencia eléctrica

$P = V_{ab} I$ → energía que pierde el sistema en la resistencia por unidad de tiempo.

Almacenada por la resistencia

$$\boxed{P = V_{ab} I = I^2 R = \frac{V_{ab}^2}{R}}$$ (Por ley de OHM)

En caso de conectarle una resistencia la potencia eléctrica se transforma en calor, la resistencia aumenta su temperatura conforme pasa el tiempo.

La resistencia no se funde porque la energía en forma de calor se va disipando al medio ambiente en forma de energía calórica

↳ 3 mecanismos diferentes.

- Conducción (calienta los elementos cercanos)
- Convección (la resistencia, las moléculas calienta y estas suben e ingresa aire frío y se genera una corriente de convección)
- Radiación (al aumentar la temperatura se produce rayos infrarojos que se emiten al medio ambiente)

Escaneado con CamScanner

* Cuando un generador está entregando energía, aparece en los extremos del generador

$$P = V_{ab} I = \mathcal{E} I - \underbrace{I^2 r}_{\text{potencia disipada internamente}}$$

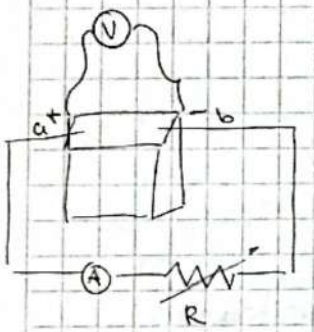
↳ energía aprovechable

* Cuando estamos cargando el generador

$$V_{ab} = \mathcal{E} + Ir \Rightarrow P = V_{ab} I = \mathcal{E} I + I^2 R$$

↳ potencia perdida

Teorema de la máxima transferencia de energía



Le conectamos una resistencia al generador

$$P = R I^2 = R \left(\frac{\mathcal{E}}{r+R}\right)^2$$

↳ Para $R=0$ $P=0$ y $R=\infty$ $P=0$

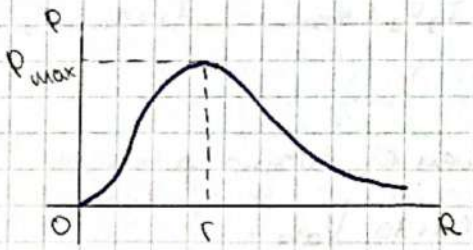
Si aumentamos R disminuye I

¿Cuál es el valor máximo de R para el cual la potencia trasferida hacia afuera sea mayor?

$$P = \frac{R\mathcal{E}^2}{(r+R)^2} \quad \text{derivamos} \quad \frac{\partial P}{\partial R} = \frac{\mathcal{E}^2 (r+R)^2 - 2(r+R) R \mathcal{E}^2}{(r+R)^4} = 0$$

Operando $\mathcal{E}^2 (r+R)^2 - 2(r+R) R \mathcal{E}^2 = 0$

$\Rightarrow \boxed{R = r}$ Máximo aprovechamiento de la energía



Rendimiento del circuito: Relación entre la potencia aprovechada en la carga y la potencia total que generó la batería

$$\boxed{\eta = \frac{I^2 R}{\mathcal{E} I} = \frac{IR}{\mathcal{E}}}$$

Para $R = r$ $\eta = 0{,}5$

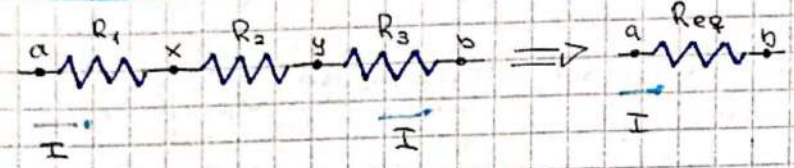
(Máximo rendimiento de una batería = 50%)

Escaneado con CamScanner

CIRCUITOS ELÉCTRICOS

CONEXIÓN DE RESISTORES

En serie



$$\frac{V_{ab}}{I} = R_{eq}$$

La I cuando circula por las resistencias va produciendo caidas de potencial.

De a a x hay una caida V_{ax}, en R_2 V_{xy} y en R_3 V_{yb}

↳ Relacionadas con la Ley de Ohm

$I \cdot R_1 = V_{ax}$ $\quad I R_2 = V_{xy}$ $\quad I R_3 = V_{yb}$

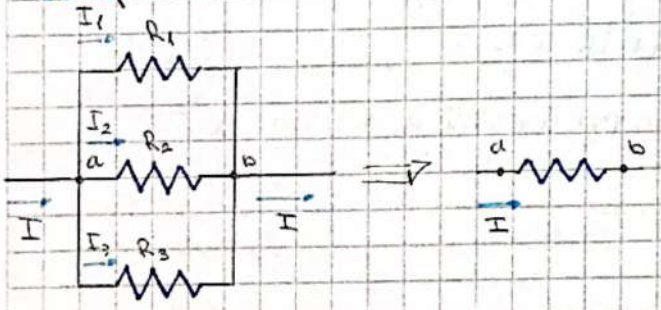
$\Rightarrow V_{ax} + V_{xy} + V_{yb} = V_{ab} = I(R_1 + R_2 + R_3)$

$\frac{V_{ab}}{I} = R_1 + R_2 + R_3 = R_{eq}$ $\quad \Rightarrow R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$

En general: $\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots}$

La R_{eq} va a ser siempre mayor que las resistencias individuales.

En paralelo



I ingresa y se divide en I_1, I_2 y I_3.

$I_1 R_1 = V_{ab}$ $\quad I_1 = V_{ab}/R_1$

$I_2 R_2 = V_{ab}$ $\quad \Rightarrow \quad I_2 = V_{ab}/R_2$

$I_3 R_3 = V_{ab}$ $\quad I_3 = V_{ab}/R_3$

Todos los bornes de un mismo lado tienen el mismo potencial

En los extremos a y b hay una caida V_{ab}

$V_{ab} = I R_{eq}$ $\quad I = I_1 + I_2 + I_3 = V_{ab}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)$

Despejo $\frac{I}{V_{ab}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = 1/R_{eq}$ $\quad \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

En general $\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots}$

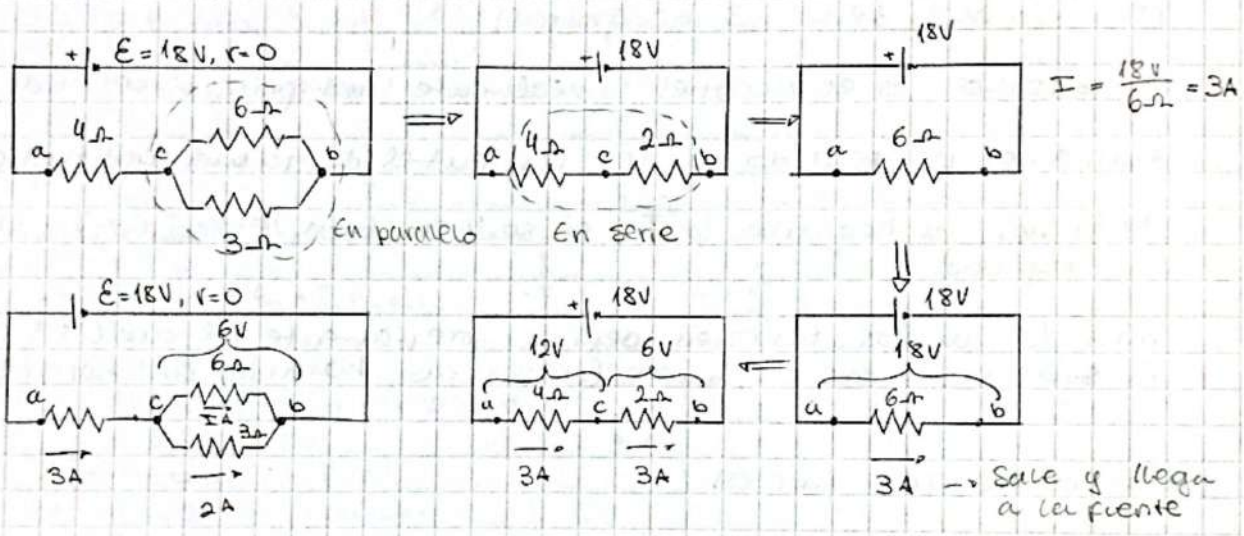
Escaneado con CamScanner

la conductancia final es igual a la suma de las conductancias que están conectadas en paralelo.

Siempre Req va a ser menor que cualquiera de las resistencias conectadas.

en Mixta

a)



Paso a paso reemplazando resistencias en serie y paralelo por su equivalente vamos achicando el N° de R, hasta llegar a un solo valor de resistencia total. Con ella calculamos I, la desplegamos hacia atrás para ver la I en cada una de las resistencias.

Siempre y cuando la red eléctrica tenga una sola fuente de alimentación.

REGLAS DE KIRCHHOFF → Reglas derivadas de la ley de Ohm

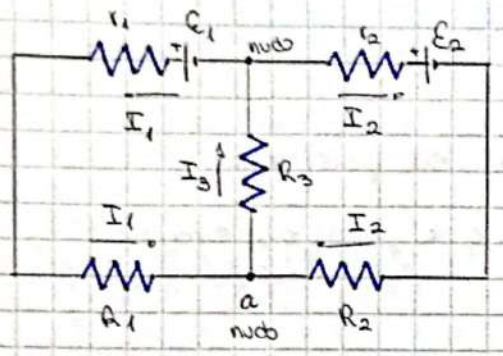
Elementos que componen a una red eléctrica

- Nudo: punto que une 3 o más conductores
- Rama: vinculación entre 2 nudos (mínimo 1 componente)
- Malla: todo camino cerrado que podamos hacer en una red eléctrica.

El N° de malla incrementa exponencialmente con el N° de ramas.

Escaneado con CamScanner

Red 1



Las Reglas se utilizan para resolver redes eléctricas

↳ Conocer los valores de la I en todas las ramas y los valores de los V en los nudos (conociendo uno conocemos el otro).

Averiguamos los valores de las corrientes de ramas. (Deberíamos tener 3 incógnitas)

Necesitamos 3 ecuaciones linealmente independientes entre sí.

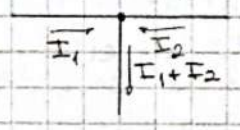
Asignamos un sentido a las corrientes de rama arbitrariamente.

↳ Si nos da negativo la I, el sentido real es contrario al asignado.

Para las mallas también defino previamente al análisis el sentido de las mismas (recorrido horario/antihorario)

Regla de los nudos

La suma algebraica de las corrientes que salen de un nudo es igual a cero.



I que salen ⊕

I que entran ⊖

$-I_1-I_2+(I_1+I_2)=0$

Para la red 1 vemos que las 2 ecuaciones de nudo no son LI entre sí. Tomo 1 sola.

En general: Para una red eléctrica con n nudos, tenemos n-1 ecuaciones linealmente independiente entre sí.

Regla de las mallas

La suma de las caídas de potencial me da igual a la suma de las fems.

Si sumo las caídas y le resto la fem lo igualo a cero.

Escaneado con CamScanner

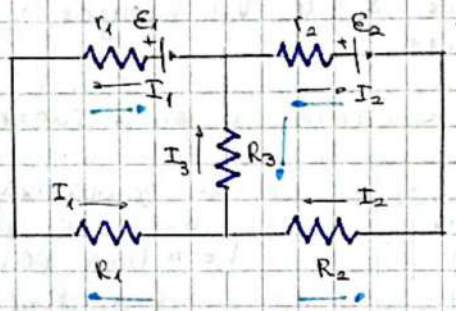
Cuando las corrientes coinciden con el sentido de análisis tienen ⊕. La fem del otro lado va con signo ⊕, si va de ⊖ a ⊕.

$+\mathcal{E}$ de ⊖ a ⊕ $\quad$ $+IR$ recorrido en el sentido de I
$-\mathcal{E}$ de ⊕ a ⊖ $\quad$ $-IR$ sentido del recorrido opuesto al de I.

Para Red 1 necesito 2 ecuaciones más.
Cada ecuación de malla debe tener una rama que NO tengan las otras ecuaciones de malla.

Aplicamos las Reglas con un método → de Kirchhoff

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ \mathcal{E}_1 - I_1 r_1 - I_1 R_1 - I_3 R_3 = 0 \\ \mathcal{E}_2 + I_2 r_2 + I_3 R_3 + I_2 R_2 = 0 \end{cases}$$



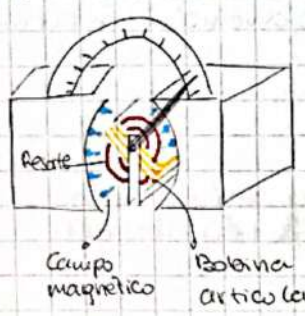
Sentido de circulación anti horario

Para encontrar las incógnitas
↳ Reducción por filas
↳ Método de Cramer

INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN

Galvanómetro de D'Arsonval

Puede medir corrientes muy pequeñas



Tiene por detrás un imán permanente que genera un flujo de campo lineal de campo perpendicular al sup.

Como está formado por alambre de cobre, sus extremos van a los bornes de medición. Tiene resistencia (resistencia interna del galvanómetro)

Cuando circula I aparece un momento entre el campo de la bobina y el campo del imán que tiende a girar la bobina en sentido horario, cuando va girando la energía potencial se almacena en el resorte comprimido. Produce el resorte una pieza antagónica. Cuando empieza a circular I la aguja comienza a girar y va tensando el resorte.

Escaneado con CamScanner

la aguja se detiene cuando el momento antagónico es igual al momento producido por la I de la bobina y el campo magnético del imán.

Marca un valor en grados (proporcional a la I que circula en la bobina).

=> lo graduamos con valores de corrientes

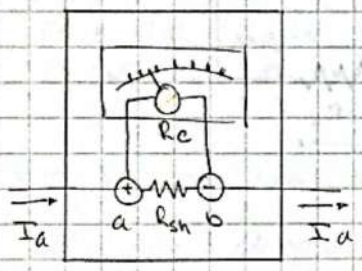
Medimos I pequeñas de aproximación de 3 dígitos significativos.

Instrumento Básico

I máxima en la deflexión máxima, como tiene resistencia interna, tiene V_{ab} máximo.

Para medir I y V_{ab} mayores ampliamos la escala del instrumento.

Ampliación de escala de Amperímetros



Le colocamos una resistencia en paralelo n-1 veces menor que R_c
=> Una parte de la corriente pasa por R_{sh} y otra por R_c.

Igualamos los potenciales de las resistencias.

$$I_{FS} R_c = (I_a - I_{FS}) R_{sh} \Rightarrow R_{sh} = \frac{I_{FS} R_c}{I_a - I_{FS}}$$

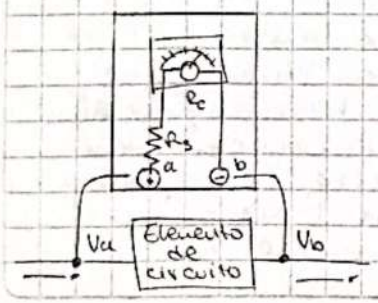
corriente que quiero medir a plena escala.

Cuando I_a circula por a-b por el galvanómetro va a circular I_{FS}

$$\frac{I_a}{I_{FS}} = n$$ factor de ampliación de escala

$$R_{sh} = \frac{R_c}{n-1}$$ la resistencia total va a ser mucho más pequeña que la resistencia del galvanómetro.

Ampliación de escala de voltímetros



Colocamos una resistencia en serie V_{ab} compuesta por R_c y R_s

Cuando circule I se produce una caída de potencial $I_{FS} R_s$ y otra $I_{FS} R_c$. La suma será V_{ab}.

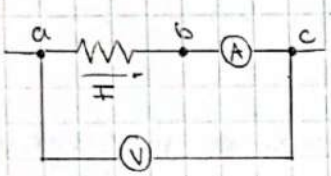
Escaneado con CamScanner

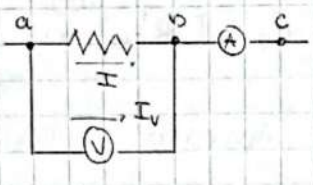
$$\left.\begin{array}{l} V_{ab} = I_{FS}\,(R_c + R_s) \\ V_G = I_{FS}\,R_c \end{array}\right\} \Rightarrow n = \frac{V_{ab}}{V_G} \qquad n = \frac{I_{FS}\,(R_c + R_s)}{I_{FS}\,R_c} = 1 + \frac{R_s}{R_c}$$

$$n - 1 = \frac{R_s}{R_c} \qquad R_s = (n-1)\,R_c$$

La resistencia total es n veces R_c (muy grande)

Medición de Resistencia con Voltímetro y Amperímetro





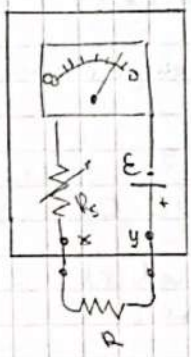
La caída de potencial que me mide el voltímetro V_{ab} + la del amperímetro

El voltímetro mide la caída de potencial de la resistencia pero el amperímetro me mide la corriente de la resistencia + la del voltímetro

Resultado mayor que el real — Resultado menor que el real

errores → Podría prevenirlos.

Medición de resistencia con Óhmetro D'Arsonval (Bobina móvil)



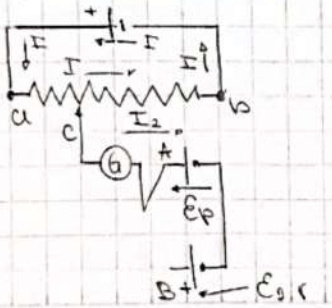
Colocamos asociado al galvanómetro una fem conocida y una resistencia cte.

Cuando colocamos en los bornes una resistencia incógnita hace circular una I proporcional.

⇒ Graduo los valores en resistencia

Óhmetro siempre mide 0 a fondo de escala

Potenciómetro



Circuito potenciométrico

Construido por una pen (mayor al que queremos medir)

V_{ab} mayor que la incógnita. I es cte.

Colocamos una fem patrón (1,01 V aprox) medida a determinada temperatura

Escaneado con CamScanner

Teniendo un cursor movil. cuando el pto. c lo llevamos al pto. a. la caida de potencial entre b y c aumenta y cuando lo acercamos al pto. b disminuye.

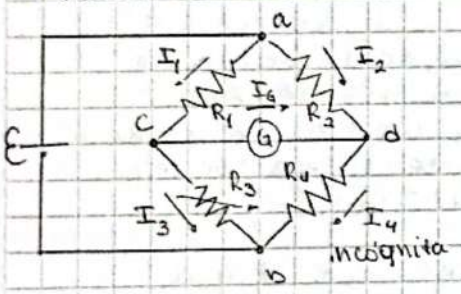
En algún momento $V_{cb} = \mathcal{E}_p$. Como conozco el valor de la resistencia y V_{cb}

$\Rightarrow$ Puedo calcular $I = \frac{\mathcal{E}_p}{R_{cb}}$

Muevo la llave y coloco la fem incógnita. Muevo el cursor hasta que V_{cb} sea igual al $\mathcal{E}_2$ (no circula corriente por el galvanómetro).

Como ya conozco I $\quad \mathcal{E}_2 = I R'_{cb}$

Puente de Wheatstone (Aparato de contrastación de resistencias)



La configuración puente se caracteriza por ingresar por 2 nudos y salir por otros 2 nudos que no están en común con los de la entrada.

formado por 4 resistencias (1 incógnita y 3 conocidas)

R_3 es variable (conociendo en todo momento su valor)

Cuando conecto una fuente se establece V_{ab}. El pto d y c adquieren potenciales intermedios (no son iguales).

Si $V_c >$ hacia la derecha. Si $V_d >$ hacia la izquierda.

El galvanómetro es de 0 central.

Si $V_c >$, bajamos R_3, va cayendo V_c hasta que $I = 0$.

$\Rightarrow V_c = V_d \quad \therefore I_1 = I_3$ y $I_2 = I_4$ (calibrando el puente)

Se cumple $V_{ac} = V_{ad} \quad V_{cb} = V_{db}$

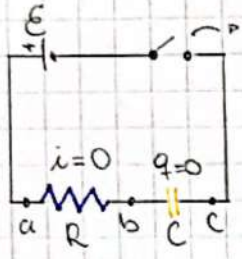
$I_1 R_1 = I_2 R_2$ y $I_1 R_3 = I_2 R_4$ Dividimos miembro a miembro

$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}$ despejo la incógnita $R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1}$

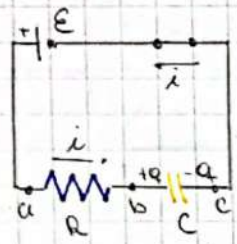
Escaneado con CamScanner

CIRCUITO RC

Constituido por 3 elementos en la forma más simple



En $t=0s$ toda la fem se aplica sobre la resistencia porque no hay caída de tensión en el capacitor
$\Rightarrow$ Aparece una corriente $I = \frac{\varepsilon}{R}$
↳ inicial



A medida que va circulando corriente cada carga elemental (dq) se deposita en la placa izquierda del capacitor y atrapa una carga elemental negativa en la placa derecha, libera una ⊕ hacia el borne ⊖ y de esta manera se va cargando el capacitor.

A medida que el capacitor se va cargando, el potencial en b aumenta $V_{ab} = \varepsilon - V_{bc}$

$I = \frac{\varepsilon - V_{bc}}{R}$ Como V_{bc} va aumentando $\Rightarrow$ I va a ir disminuyendo, hasta que $\varepsilon = V_{ac}$ (la $I = 0$) ($q = C\varepsilon$)

¿Cómo varía en el tiempo q y I?

$$\varepsilon - V_{ab} - V_{bc} = 0 = \varepsilon - \overset{\text{incógnita}}{I}R - \frac{q}{C} = \varepsilon - \frac{dq}{dt}R - \frac{q}{C}$$

variable independiente

Divido miembro a miembro $\frac{\varepsilon}{R} - \frac{dq}{dt} - \frac{q}{RC} = 0$

Despejo $\frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} - \frac{q}{RC} = -\frac{1}{RC}(q - C\varepsilon)$

Reordeno $\frac{dq}{q - C\varepsilon} = -\frac{dt}{RC}$ Integramos

$$\int_0^q \frac{dq'}{q' - C\varepsilon} = -\int_0^t \frac{dt'}{RC} \qquad \ln\left(\frac{q - C\varepsilon}{-C\varepsilon}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$\frac{q - C\varepsilon}{-C\varepsilon} = e^{-t/RC}$ Despejamos $\boxed{q = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC}) = Q_F(1 - e^{-t/RC})}$

Para $t=0$ $q=0$ ✓

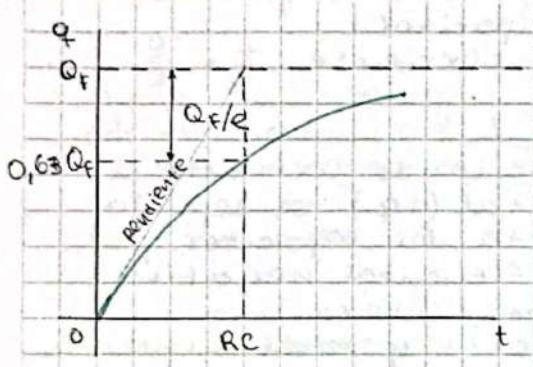
Para $t=\infty$ $q = C\varepsilon$ ✓ (carga final)

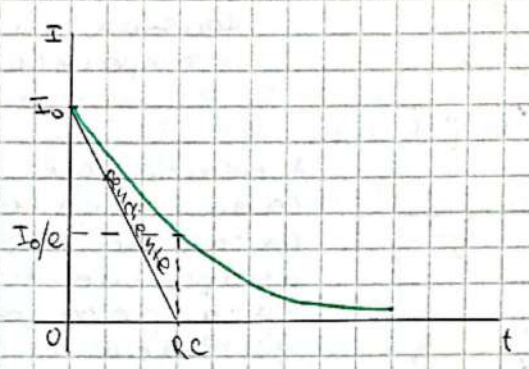
Escaneado con CamScanner

$$\Rightarrow \boxed{I = \frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC} = I_0 e^{-t/RC}}$$

Para $t=0$ $\quad I = \frac{\mathcal{E}}{R}$ ✓ condición inicial

Para $t=0$ $\quad I = 0$ ✓ " final





curva exponencial que tiende a ser asintótica

$\boxed{t = RC = \tau}$ Cte. de tiempo

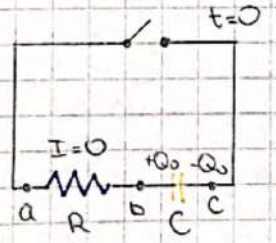
Pendiente de la curva

Derivamos e igualamos $t=0$

$$\frac{e}{R} \cdot \frac{C}{C} = \frac{eC}{RC}$$ pendiente de la curva

PROCESO DE DESCARGA

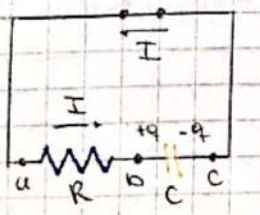
Sacamos la batería y lo descargamos a través del interruptor



La corriente tiene sentido horario

Cuando se cierra el interruptor $\quad -iR - \frac{q}{C} = 0$

Reemplazamos $\quad I = \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{RC}$

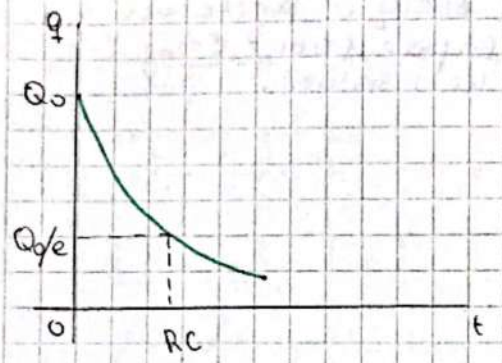


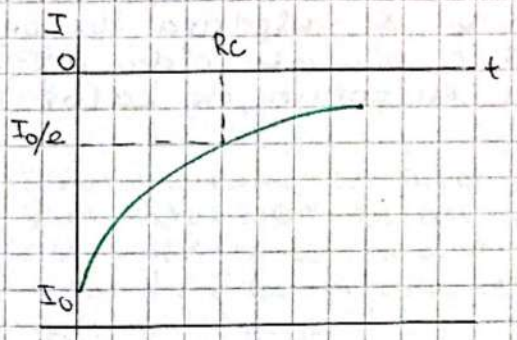
Separamos variables e integramos

$$\int_{Q_0}^{q} \frac{dq'}{q'} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dt' \Rightarrow \ln\frac{q}{Q_0} = -\frac{t}{RC}$$

Escaneado con CamScanner

$$\boxed{q = Q_0\, e^{-t/RC}} \qquad \boxed{I = I_0\, e^{-t/RC}} \qquad I_0 = -Q_0/RC$$





Energía en el Proceso de Carga

$$\mathcal{E} - IR - \frac{q}{C} = 0$$ Multiplicamos por I a ambos miembros

$$\mathcal{E} I - I^2 R - I\frac{q}{C} = 0$$

$\mathcal{E} I$: potencia entregada por la batería

$I^2 R$: potencia consumida por la resistencia transformada en calor

$I\frac{q}{C}$: energía almacenada en el capacitor

Multiplicamos t

$$\boxed{\mathcal{E} Q_f = Q_f\, \mathcal{E}/2 + Q_f\, \mathcal{E}/2}$$

$\mathcal{E} Q_f$: energía suministrada por la batería

$Q_f\, \mathcal{E}/2$: energía disipada en la resistencia

$Q_f\, \mathcal{E}/2$: energía almacenada en el capacitor

Energía total suministrada por la batería

$$\int_0^\infty P\, dt = \int_0^\infty I^2 R\, dt = \frac{\mathcal{E}^2}{R}\int_0^\infty e^{-\frac{2t}{RC}}\, dt$$

$$= \frac{\mathcal{E}^2}{R}\left(-RC\, e^{-2t/RC}\right)\Big|_0^\infty = C\mathcal{E}^2 = \boxed{\mathcal{E} Q_f}$$

Energía total disipada por el resistor

$$\int_0^\infty P\, dt = \int_0^\infty I^2 R\, dt = \frac{\mathcal{E}^2}{R}\int_0^\infty e^{-\frac{2t}{RC}}\, dt$$

$$= \frac{\mathcal{E}^2}{R}\left(-\frac{RC}{2}\, e^{-\frac{2t}{RC}}\right)\Big|_0^\infty = \frac{1}{2} C\mathcal{E}^2 = \boxed{\frac{\mathcal{E} Q_f}{2}}$$

Escaneado con CamScanner

Energía total almacenada por el capacitor

$$U = \frac{Q_F^2}{2C} = \frac{1}{2} C \mathcal{E}^2 = \boxed{\frac{\mathcal{E} Q_F}{2}}$$

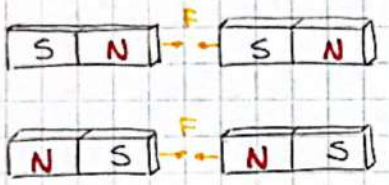
En el proceso de descarga la única energía puesta en juego es la almacenada por el capacitor $\left(\frac{\mathcal{E} Q_F}{2}\right)$ se disipa en forma de calor por la resistencia.

Escaneado con CamScanner

FUENTES DE CAMPO MAGNÉTICO

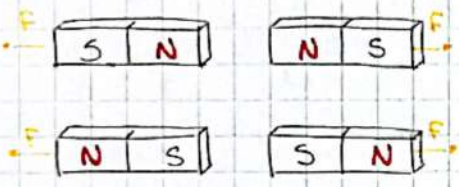
Imán Permanente

↳ Constituidos por 2 polos < Norte / Sur



los polos opuestos se atraen

Históricamente se buscaba que los polos estuvieran en las partes más alejadas de los imanes para disminuir la desmagnetización con el tiempo.



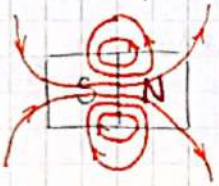
los polos iguales se repelen

Siempre están asociados los polos norte y sur. Si parto la varilla en 2, se forman 2 imanes más pequeños con sus polos. Nunca voy a lograr separar los polos magnéticos.

Cuando hablamos de polos magnéticos son dipolos magnéticos. Monopolos magnéticos NO existen.

Los imanes aparecen de forma natural en los residuos que deja un volcán ya extinguido (Magma muy rica en Fe se solidifica en una sustancia rica en O_2, => Fe se oxida) Fe_2O_3 (magnetita) propiedades magnética. En estado líquido no tiene orientación magnética. Debajo de cierta temperatura, se orienta magnéticamente en función del campo magnético externo de la región. (Campo magnético terrestre).

El campo magnético terrestre va variando con el tiempo. Modifica su posición con el tiempo. La ubicación de los polos cambia permanentemente.



El campo magnético se puede representar por líneas de campo.

Las líneas son cerradas (debido a la inexistencia de los monopolos magnéticos).

Las líneas salen por el polo norte e ingresan por el polo sur.

Escaneado con CamScanner

Los imanes artificiales se construyen con aleaciones obtenidas tecnológicamente por el conocimiento humano. Permite lograr campos magnéticos superiores a los de los imanes naturales.

- ↳ Alnico (Níquel, Aluminio y Cobalto)
- ↳ Permalloy
- ↳ Supermalloy
- ↳ Imanes cerámicos
- ↳ Imanes de tierras raras

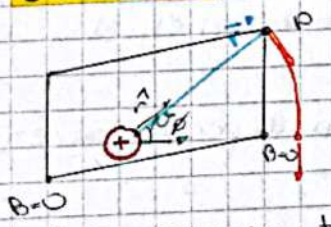
Carga eléctrica en movimiento

Corriente eléctrica

Campo eléctrico variable en el tiempo

CAMPO MAGNÉTICO

CARGA EN MOVIMIENTO



Comprobamos empíricamente que en un punto P aparece un campo magnético producido por el movimiento de la carga.

Este campo tiene módulo, dirección y sentido.
Es perpendicular al plano formado por $\vec{v}$ y $\vec{r}$.
El módulo está dado por $q \cdot \|\vec{v}\| \cdot \operatorname{sen}\phi \cdot \|\vec{r}\| \frac{1}{r^3} \cdot \underline{cte}$

$\frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|} = \hat{r}$ versor (módulo 1) para ver que B decrece con r^2

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q\,\vec{v} \times \hat{r}}{r^2}} \quad [T]$$

Sigue las reglas del producto vectorial

$\frac{C}{m\,s} \cdot \frac{N}{A^2} = \frac{N}{mA} = T$ gauss (sist. anterior)

Regla de la mano derecha $1T = 10^4 g$

Colocamos el pulgar en el sentido de la velocidad los 4 dedos me dan el sentido del campo cuando q ⊕ si q ⊖ invierto el sentido del vector

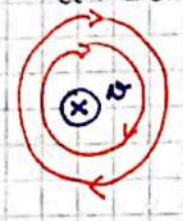
μ_0 cte física → permeabilidad magnética del vacío

$$\boxed{\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{N}{A^2}} \quad \underline{\text{exacto}}$$

Escaneado con CamScanner

El módulo del campo sobre toda la circunferencia (mismo $\|\vec{r}\|$ y mismo ϕ) es el mismo.

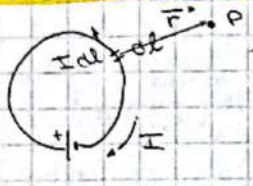
$\Rightarrow$ líneas de campo



Siempre el campo va a estar orientado en el mismo sentido.

Todas las líneas de campo van a tener el mismo sentido

ELEMENTO DE CORRIENTE



$Id\ell$ = elemento de corriente
↳ dirección $d\ell$
↳ sentido de I

Para calcular el campo en el punto P producido por $Id\ell$, es proporcional a $\frac{I\vec{d\ell} \times \vec{r}}{r^3}$

Como $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|}$ $\Rightarrow d\vec{B} \propto \frac{I\vec{d\ell} \times \hat{r}}{r^2}$

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{I\vec{d\ell} \times \hat{r}}{r^2}}$$ ley elemental del campo

la carga es un gran N° de cargas que se mueve a pequeña velocidad.

la dirección del campo es perpendicular al campo formado por $\vec{d\ell}$ y $\vec{r}$ y respeta la regla de la mano derecha

El módulo de $d\vec{B}$ va a ser cte. para toda la línea de campo. (circunferencia concéntrica al conductor)

En cualquier punto del eje del conductor el campo va a ser nulo.

Para llevar la ley elemental del campo a un conductor real tengo que tener en cuenta la forma, para poder integrar

$dQ = n e^- \overbrace{A\, d\ell}^{V}$ Reemplazamos (en la fórmula de carga en mov)

↳ N° de e^- de conducción por unidad de volumen

$$\|d\vec{B}\| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{|dQ|\, v_d \operatorname{sen}\phi}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{n e^- v_d A\, d\ell \operatorname{sen}\phi}{r^2}$$

Escaneado con CamScanner

$$\|d\vec{B}\| = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl\,\text{sen}\,\phi}{r^2} \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

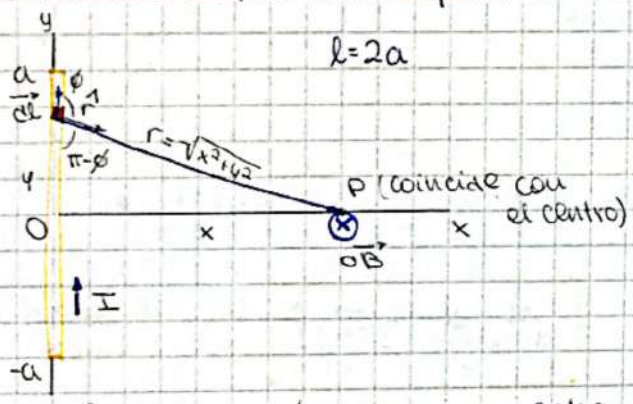
$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}}$$ → No siempre es integrable

Lineas de campo cerradas

APLICACIONES

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

Conductor rectilineo (finito)



$l = 2a$

$$\|\vec{B}\| = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-a}^{a}\frac{x\,dy}{(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$\|\vec{B}\| = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{2a}{x\sqrt{x^2+a^2}}$$

$$a \to \infty \quad \|\vec{B}\| = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

Regla de la mano derecha

Colocando el pulgar en el sentido de la corriente y los 4 dedos me dan el sentido de las lineas de campo.

Circunferencias concéntricas

$\vec{B}$ sale del plano

I

$\vec{B}$ se dirige al plano

Vena el corte de las lineas

Saliente por la parte superior y entrante por la inferior.

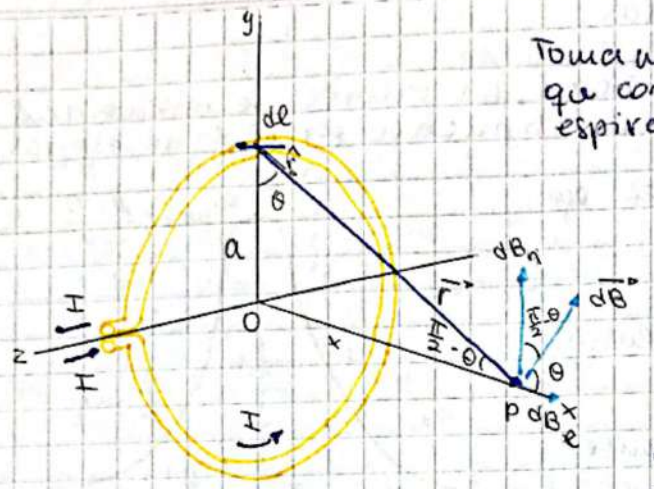
Espira circular con corriente

↳ Conductor arrollado, girado sobre si mismo, formando un bucle de corriente.

Hacemos pasar por el centro de la espira una recta perpendicular al plano de la espira, tenemos el eje de la espira (eje x)

Calculamos el valor del campo en un punto P sobre el eje de la espira a un distancia x del origen (centro de la espira)

Escaneado con CamScanner



Tomamos un elemento de corriente que coincida con la parte de la espira que atraviesa el eje y.

Genera un campo elemental en el punto P $d\vec{B}$.

La dirección de $d\vec{B}$ es perpendicular al plano formado por $d\vec{l}$ y $\vec{r}$.

El sentido dado por la regla de la mano derecha

(colocamos el pulgar paralelo a $I d\vec{l}$, los de dos me indican el sentido del campo).

Cada $d\vec{l}$ me da un $d\vec{B}$ en una dirección diferente (no puedo integrar). Descomponemos en 2 componentes dB_e y dB_n

$$\|d\vec{B}\| = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dl}{(x^2+a^2)}$$

$$\|d\vec{B}_e\| = \|d\vec{B}\|\cos\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dl}{(x^2+a^2)} \cdot \frac{a}{(x^2+a^2)^{1/2}}$$

$$\|d\vec{B}_n\| = \|d\vec{B}\|\operatorname{sen}\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dl}{(x^2+a^2)} \cdot \frac{x}{(x^2+a^2)^{1/2}}$$

Si tomamos un elemento de corriente opuesto por el centro, me da un campo elemental, lo dividimos en 2 componentes, cuando integramos dB_e se suma y dB_n las componentes opuestas se anulan entre sí.

Una vez que demos toda la vuelta, las componentes opuestas por el centro se anulan entre sí.

$\Rightarrow \quad B_n = 0 \quad \therefore$ Integramos solo dB_e

$$B_e = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{a\,dl}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I a}{4\pi (x^2+a^2)^{3/2}} \int dl$$

$$\Rightarrow \boxed{B_e = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2+a^2)^{3/2}}}$$

Como a es el radio de la espira y $B \propto a^2$

$\Rightarrow B \propto \pi r^2$ (área de la espira)

$$\boxed{B_e = \frac{\mu_0 I}{2a}}$$ en el centro

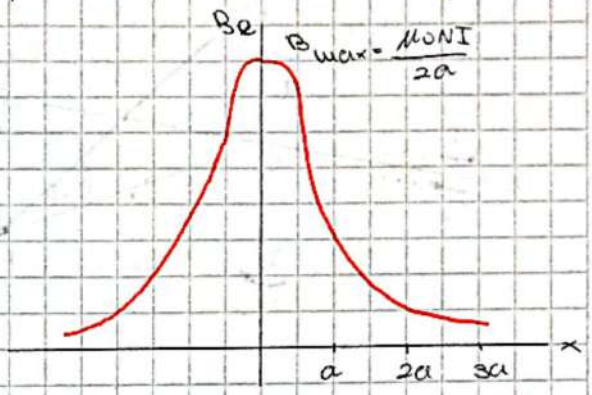
Escaneado con CamScanner

Bobina circular con corriente

↳ Arrollamiento de N espiras

Por el principio de superposición, los valores de intensidad de campo calculados se multiplican por el Nº de espiras.

$$\Rightarrow \boxed{B_e = \frac{\mu_0 N I a^2}{2(x^2+a^2)^{3/2}}}$$ En el eje.

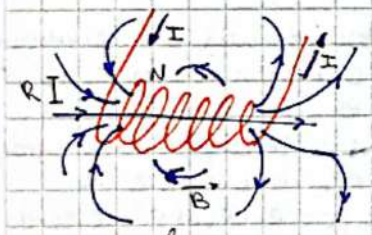


$$\boxed{B_e = \frac{\mu_0 N I}{2a}}$$ En el centro.

El campo es intenso localmente

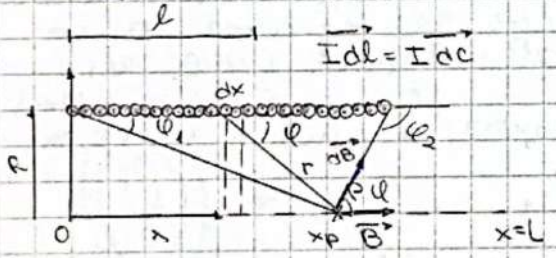
Solenoide

↳ Tipo particular de bobina: todas las espiras están enrrolladas sobre una forma cilíndrica, una al lado de la otra. (Pueden estar apretadas o separadas)



Puede ser largo (L>>R) o corto (R>L) bobina.

Solenoide normal (L>R)



$\vec{Idl} = \vec{Idc}$

En el interior del solenoide todas las líneas de campo van a estar orientadas hacia la derecha.

Tomamos una porción elemental de solenoide, de un largo dx, ubicado a una distancia r del punto.

⇒ El valor del campo elemental en el punto:

$$\|\vec{dB}\| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dc \cdot \operatorname{sen}\theta}{r^2} \quad \theta \to 90°$$

$\vec{dB}$ es perpendicular al plano formado por el elemento de corriente y por la distancia al punto P.

Nos interesa la componente en x ($dB \operatorname{sen}\varphi$)

$$\|\vec{dB}\| = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\, dc \cdot \operatorname{sen}\theta}{r^2} \operatorname{sen}\varphi$$

Definimos $n = \frac{N}{L}$

Escaneado con CamScanner

$$d^2B = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I\,dc \cdot \operatorname{sen}\theta}{r^2} \cdot \operatorname{sen}\varphi \cdot \frac{N\,dx}{L}$$

↳ Hay 2 diferenciales

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{x=0}^{x=L} \oint_C \frac{I \cdot dc}{r^2} \cdot \frac{N dx}{L} \operatorname{sen}\varphi$$

Integramos respecto de c $(2\pi R)$

$$B = \mu_0 \frac{1}{2} R \frac{NI}{L} \int_0^L \frac{\operatorname{sen}\varphi}{r^2} dx \quad (1)$$

$$\operatorname{sen}\varphi = \frac{R}{r} \Rightarrow r^2 = \frac{R^2}{\operatorname{sen}^2\theta}$$

$$x_p - x = \frac{R}{\operatorname{tg}\varphi} = R \cdot \operatorname{cotg}\varphi \Rightarrow dx = -\frac{R \cdot d\varphi}{\operatorname{sen}^2\varphi}$$

Reemplazamos en (1) $B = -\frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{NI}{L} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \operatorname{sen}\varphi \, d\varphi$ Resolvemos la integral

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{NI}{L} (\cos\varphi_2 - \cos\varphi_1) \qquad \cos\varphi_2 = \frac{L - x_p}{\sqrt{R^2 + (L - x_p)^2}}$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{0 - x_p}{\sqrt{R^2 + x_p^2}}$$

Reemplazamos para obtener el campo magnético en función del punto P.

$$\boxed{B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{NI}{L} \left[\frac{L - x_p}{\sqrt{R^2 + (L - x_p)^2}} + \frac{x_p}{\sqrt{R^2 + x_p^2}} \right]}$$

Campo magnético para cualquier pto. del eje x donde 0 está al extremo izquierdo.

Para $x_p = L/2$

$$\boxed{B = \mu_0 \frac{NI}{L} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\frac{R^2}{L^2} + 1}}}$$

Punto medio del eje del solenoide (centro)

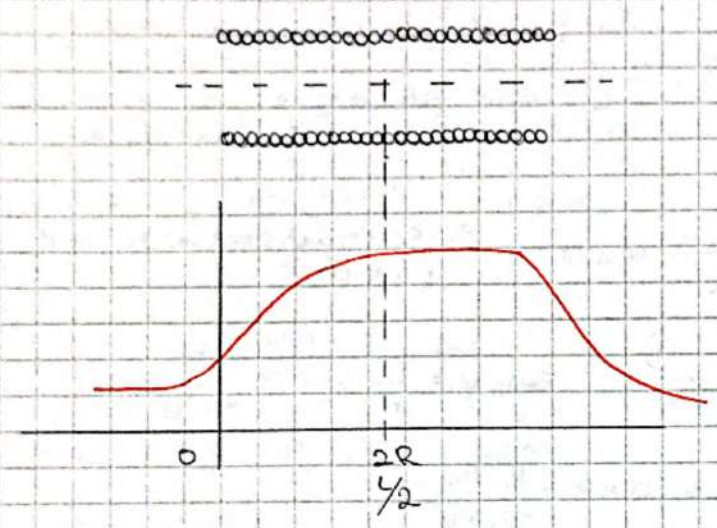
$x_p = 0$ o $x_p = L$

$$\boxed{B = \mu_0 \frac{1}{2} \frac{NI}{L} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{L^2} + 1}}}$$

para los extremos del solenoide

Escaneado con CamScanner

Variación del campo

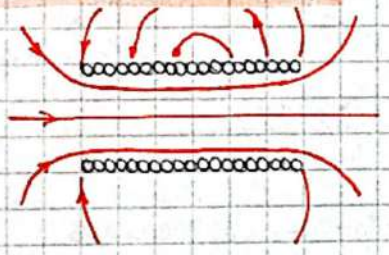


El campo se mantiene bastante cte dentro de la zona media del solenoide.

Comienza a decaer rápidamente hasta llegar a la mitad en los extremos del solenoide

Luego decrece perdiendo su influencia hacia los extremos.

Líneas de campo



$L >> R$ (despreciamos R)

Para el centro $x_p = L/2$

Para los extremos $x_p = 0$

$x_p = L$

Solenoide largo

$$\boxed{B \simeq \mu_0 \frac{NI}{L}}$$

$$\boxed{B \simeq \mu_0 \frac{1}{2} \frac{NI}{L}}$$

Solenoide corto $L << R$ (despreciamos L)

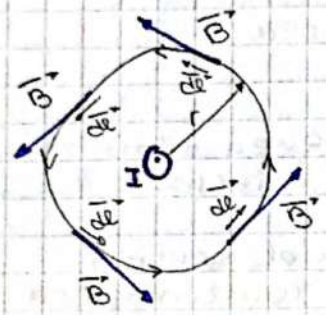
$$B = \mu_0 \frac{1}{2} \frac{NI}{L} \left[\frac{L - x_p}{R} + \frac{x_p}{R} \right] = \mu_0 \frac{1}{2} \frac{NI}{L} \left[\frac{L}{R} \right]$$

$$\boxed{B = \mu_0 \frac{1}{2} \frac{NI}{R}}$$ = bobina plana

Escaneado con CamScanner

LEY DE AMPERE

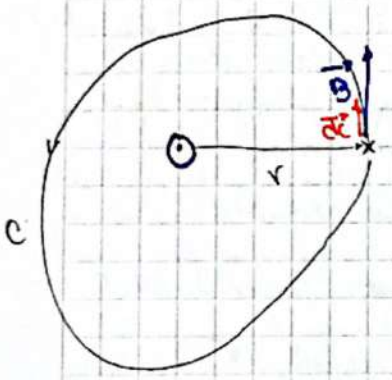
Suponemos que tenemos un conductor rectilíneo infinitamente largo, perpendicular al plano de la hoja.



El campo magnético generado por I en un punto cualquiera a una distancia r es igual a

$$\|\vec{B}\| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (1)$$

Trazamos una circunferencia concéntrica al conductor



$$\|\vec{B}\| = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r}$$

la recorremos en sentido anti horario

En cada punto multiplicamos el vector campo por un vector elemental asociado a la curva C ($\vec{dc}$)

Hacemos el producto punto en todos los puntos de la curva cerrada.

$$\Rightarrow \oint_C \vec{B} \cdot \vec{dc}$$

la resolvemos para este caso particular

↳ línea cerrada

$$\oint_C \underbrace{\|\vec{B}\| \cdot \|\vec{dc}\|}_{\text{siempre paralelos entre sí}} \cos\theta \quad \theta = 0$$

El vector campo va variando su dirección a lo largo de la curva, el módulo es el mismo a lo largo de la curva porque todos los puntos están a la misma distancia r del alambre

$$\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dc} = \|\vec{B}\| \oint_C \|\vec{dc}\|$$

la sumatoria de todos dc a lo largo de la curva me da el perímetro de la circunferencia $= 2\pi r$.

$$= \|\vec{B}\| (2\pi r)$$

Reemplazamos con (1)

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2I}{r} (2\pi r)$$

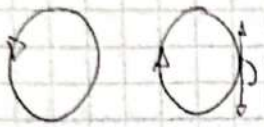
$$\boxed{\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dc} = \mu_0 I}$$

la circulación del campo a lo largo de la curva cerrada es proporcional a I (corriente encerrada por la curva) I concatenada.

Escaneado con CamScanner

Como el resultado no dice nada de la forma de la curva, lo puedo generalizar para una curva de forma cualquiera.

¿Qué pasa si tomo circulación horaria?



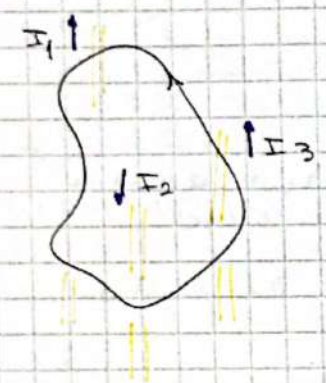
π

$\cos\pi = -1$

lo único que cambia el sentido de análisis es el signo. (respetar el de I)

Definimos

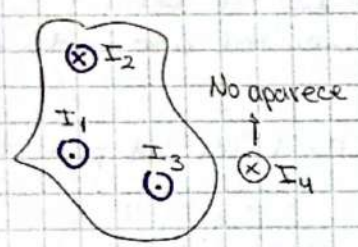
$$\boxed{\oint_C \vec{B}\cdot\vec{dl} = \mu_0 I}$$ Integral de Ampere



Las corrientes encerradas tienen distintos sentidos. Regla de la mano derecha:

Colocamos los 4 dedos en el sentido de circulación y las que coinciden con el sentido del pulgar son ⊕.

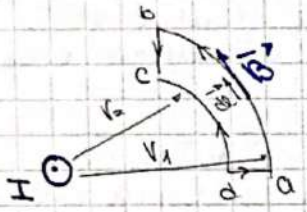
$$\Rightarrow \underbrace{\oint \vec{B}\cdot\vec{dl}}_{\text{circulación del campo}} = \mu_0 (I_1 - I_2 + I_3)$$



Vista superior

APLICACIONES

Conductor Rectilíneo



La circulación a lo largo de la curva a-b tiene un valor no nulo, c-d va a tener un valor no nulo igual a a-b pero con signo opuesto

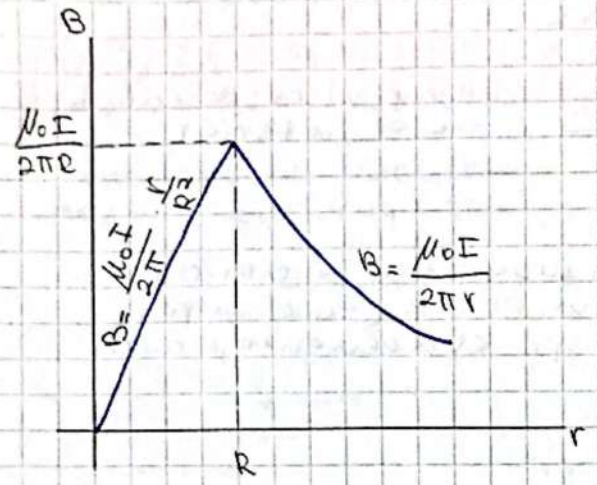
$$\Rightarrow \oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = 0$$ B + dl en la b-c d-a

Por dentro de la curva va a atravesar una fracción de I.

Densidad de corriente $J = \frac{I}{S} = \frac{I}{\pi r^2}$

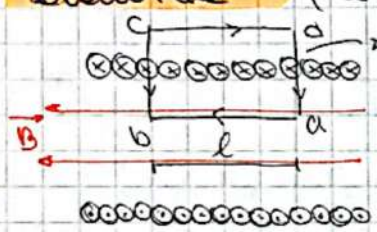
$$I_{enc} = J(\pi r^2) = I\frac{r^2}{R^2} \Rightarrow |\vec{B}|\, 2\pi r = \mu_0 \frac{I r^2}{R^2}$$

Escaneado con CamScanner



Desde 0 hasta R B varía linealmente con R, hasta que llega a un valor máximo en la superficie y luego decrece con una hipérbola de primer orden.

Solenoide (solo largo)



→ Trayectoria de integración

Tomamos una trayectoria de integración rectangular

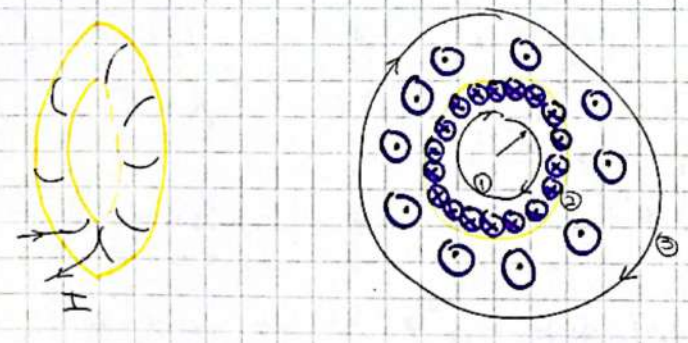
Una parte está dentro del solenoide ($\neq 0$), otra parte fuera ($B=0$) y otra perpendicular

El campo en cualquier punto dentro del solenoide:

$\boxed{\|\vec{B}\| = \mu_0 n I}$ porque $\int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} = BL$ y $I_{enc} = nLI$

Solenoide toroidal

↳ Solenoide largo al cual le unimos sus extremos



① Trayectoria dentro del toroide
② " " del núcleo
③ " por fuera del toroide

(sentido horario)

Trayectoria ③ : I encerrada → saliente nI / entrante $-nI$

$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$ (no hay campo)

Trayectoria ①: No encierra ninguna corriente

$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$ (No hay campo)

Escaneado con CamScanner

Trayectoria ②:

I_{enc} = corriente entrante = NI

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 I_{enc} \qquad \boxed{B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}}$$

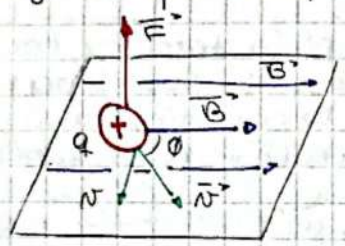
Solo hay valor de campo en el interior

⇒ Todas las líneas de campo magnético se cierran dentro del solenoide y no es cte (en el extremo interior del núcleo el campo es levemente mayor que el extremo externo).

Escaneado con CamScanner

FUERZA MAGNÉTICA

Fenómeno de una carga eléctrica que se mueve en una región que hay campo magnético.



Supongamos que no sabemos si hay campo magnético en esa región o no. ¿Cómo lo averiguamos?

Tomamos una serie de partículas cargadas, dispararlas en una dirección y sentido y medir la fuerza que aparece sobre la partícula.

Determinamos la existencia de una fuerza (distinta al peso, distinta de carácter electrostático).

$\vec{F}_M \neq \vec{F}_g ; \vec{F}_E$ Si $\vec{F}_M \neq 0$ decimos que hay campo magnético

Si $\vec{F} = 0$ no podemos asegurar que no hay campo magnético

Tenemos que disparar la con dirección diferente y $\vec{F}_M' = 0$

$\Rightarrow$ No hay campo magnético en la zona.

Aparece $\vec{F}_M$ perpendicular al plano formado por $\vec{v}$ y $\vec{B}$. $\Rightarrow$ Hay producto vectorial

$\|\vec{F}_M\| = |q| \, \|\vec{v}\| \, \|\vec{B}\| \operatorname{sen} \phi$

$\Rightarrow \boxed{\vec{F} = q \, \vec{v} \times \vec{B}}$ expresión empírica

Si disparamos la partícula en la misma dirección que $\vec{B}$ $\Rightarrow \vec{F} = 0$

El sentido de la $\vec{F}$ respeta las leyes del producto vectorial

Regla de la palma de la mano derecha

Tomamos el dedo índice de la mano izq. y lo ubicamos en el sentido en el que se mueve la carga, lo intersectamos con la palma de la mano derecha. Colocamos los 4 dedos (MD) en el sentido de las líneas de campo. El pulgar me da el sentido de la fuerza (⊕) Si la carga ⊖, es el opuesto.

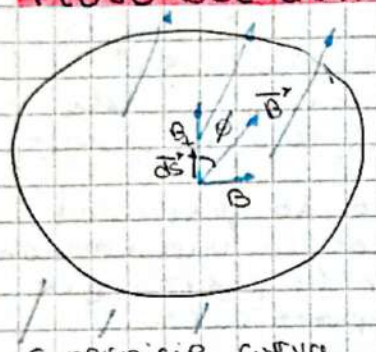
Escaneado con CamScanner

Si $\vec{v} \parallel \vec{B}$ no hay interacción

Si $\vec{v} \perp \vec{B}$ $\|\vec{F}\|$ tiene una magnitud máxima

Al cambiar solo el signo de la carga, se invierte el sentido.

FLUJO DEL CAMPO MAGNÉTICO



Superficie curva cualquiera

Para determinar el flujo total a través de la superficie tomamos una superficie elemental (plana). Definimos una dirección perpendicular a la superficie

Definimos $d\phi_B = \vec{B} \cdot \vec{ds}$

Efectuando la sumatoria a lo largo de toda la superficie:

$$\boxed{\phi_B = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{ds}}$$

Si la superficie es plana y el campo es cte.

$\Rightarrow \phi_B = \|\vec{B}\|\|\vec{S}\| \cos\phi$ $\quad [T\,m^2] = [Wb] = \left[\frac{Nm}{A}\right]$

Sobre una superficie cerrada $\boxed{\phi_B = \oiint_S \vec{B} \cdot \vec{ds} = 0}$

↳ Inexistencia de monopolos magnéticos.

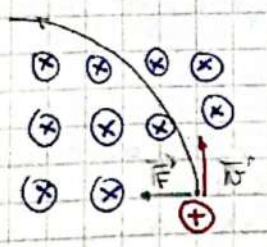
↳ Las líneas del campo son cerradas

Ley de Gauss para el campo magnético

B es un campo rotacional.

Movimiento de partículas cargas en un campo magnético

Suponemos que el pt viene con cierta velocidad. Cuando se activa B, pt empiza a girar (movimiento circular)



Ingresamos el pt con una dirección de trayectoria perpendicular al campo magnético ($\vec{v}$ perpendicular a las líneas de campo)

$\vec{F}$ perpendicular también a $\vec{v}$. Desvía el pt, le cambia la dirección, se comienza a curvar

Escaneado con CamScanner

La fuerza (→ fuerza centrípeta) se va a mantener siempre perpendicular a la trayectoria.

$\vec{F_c} = m a_c$ $\quad \vec{F_c} = m \frac{v_T^2}{r}$ $\quad \boxed{\|\vec{F}\| = |q|\, v B = m \frac{v^2}{R}}$

↳ expresión eléctrica. ↳ expresión mecánica

$\boxed{R = \frac{m\|\vec{v}\|}{|q|\,\|\vec{B}\|}}$ Radio de curvatura $\|\vec{v}\|$ cte.

→ Depende solo de la v_T y $\|\vec{B}\|$

$\omega = \frac{\|\vec{v}\|}{R} = v \frac{|q|\,\|\vec{B}\|}{m\, v} = \boxed{\frac{|q|\,\|\vec{B}\|}{m}}$ Velocidad angular

A mayor intensidad de campo, mayor ω, solo depende de la misma

⇒ la intensidad de campo determina ω.
" " " " y v_T " R.

Cada giro es un ángulo $= 2\pi$

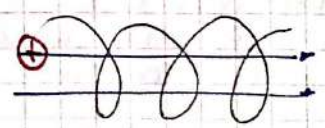
⇒ Número de veces que gira por unidad de tiempo.

$\boxed{f = \frac{\omega}{2\pi}}$ Frecuencia

Si $\vec{v}$ no es ⊥ a $\vec{B}$:

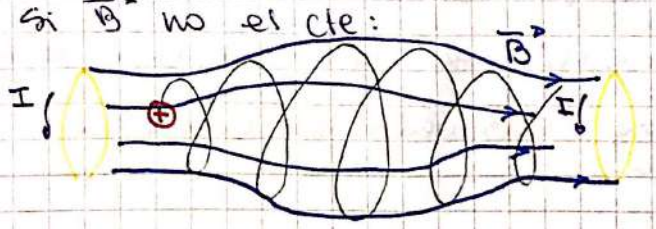
Descomponemos a $\vec{v}$ en una componente normal, efectuamos los cálculos y una componente paralela al campo.

⇒ pt se va a desplazar también hacia el interior del plano.
↳ Recorrido helicoidal



$\vec{B}$ $\quad$ $\vec{B}$ es cte.

Si $\vec{B}$ no es cte:

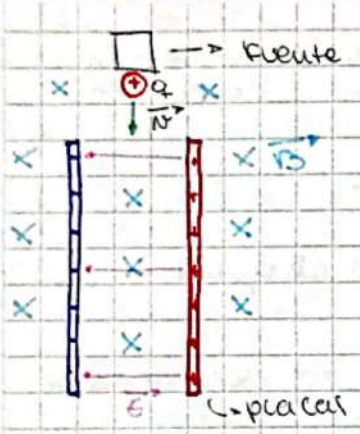


Si disparamos un pt con una cierta $\vec{v}$, la intensidad de B y v me definen un radio de giro y la componente paralela al campo me va

determinando un avance del helicoide, a medida que avanza va aumentando su radio de curvatura porque la intensidad de campo disminuye

APLICACIONES

Selector de velocidades de campo cruzado



Necesitamos obtener partículas cargadas que se muevan con cierta velocidad. Fuente de partículas cargadas (tubo de rayos catódicos/ cañón electrónicos)

No todas las partículas salen con la misma velocidad, hay cierta dispersión de velocidades

Necesitamos seleccionar partículas con determinada velocidad dentro del rango de velocidades de la fuente.

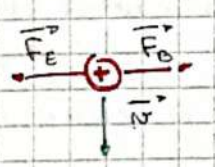
Sometemos a la partícula a 2 campos (eléctrico y por medio de bobinas externas construimos campos magnéticos perpendiculares al plano de la hoja y entrantes)

↳ Sentidos de los campos perpendiculares entre sí.

Sobre cada partícula que ingrese suponemos que los campos comienzan a actuar simultáneamente sobre la partícula.

$\vec{F_E} = q\vec{E}$ $\quad \vec{F_B} = q\vec{v} \times \vec{B}$

$\vec{F} = \vec{F_E} + \vec{F_B} = q\vec{E} + q(\vec{v} \times \vec{B})$ Fuerza de Lorentz



$\Rightarrow -q\|\vec{E}\| + q\|\vec{v}\|\|\vec{B}\| = 0$

Para que la partícula no desvíe su trayectoria: ambas fuerzas en todo momento deben ser iguales y de sentido opuesto.

Si $\vec{v}$ es mayor $\Rightarrow \|\vec{F_B}\| > \|\vec{F_E}\|$ se desvían hacia la derecha

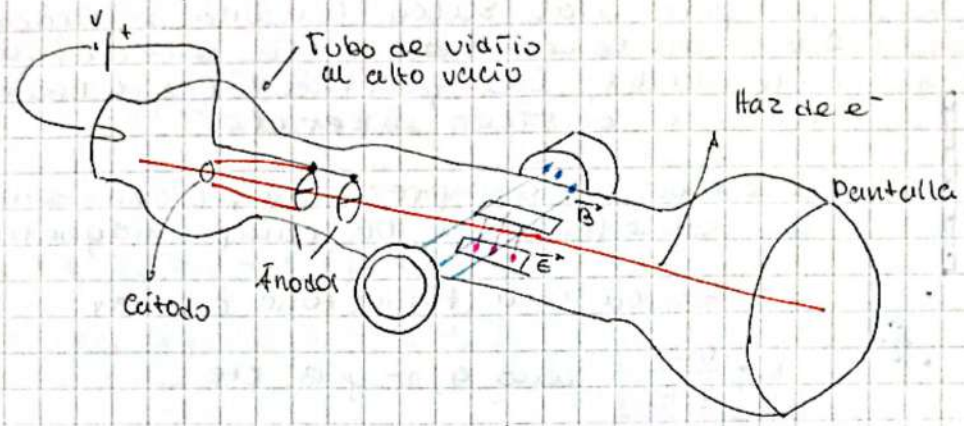
Si $\vec{v}$ es menor $\Rightarrow \|\vec{F_B}\| < \|\vec{F_E}\|$ se deflexionan hacia la izq

∴ Atraviesan incólumes solamente los que tienen la velocidad exacta

$$\boxed{\|\vec{v}\| = \frac{\|\vec{E}\|}{\|\vec{B}\|}}$$

Escaneado con CamScanner

Experimento de J. J. Thomson



Consiste en una lámpara / válvula. Tenía al principio una fuente de partículas cargadas (e^-). Disponía de 2 electrodos (cátodo y ánodo). Se calienta el cátodo (mayor capacidad de emitir e^-) bañado en Tusteno/Wolframio, se aplica una DDP elevada.

Los e^- que logran desprenderse del cátodo, son acelerados por la dif. de potencial, adquieren una energía ($V.e^-$). Cuando el e^- llega al ánodo se transforma en energía cinética, con velocidad máxima.

La mayoría de los e^- son absorbidos por el ánodo y cierran su circuito como una corriente eléctrica entre cátodo y ánodo. Hay algunos que salen por un orificio central, ya no hay más campo => se mueven con MRU

$\frac{1}{2} m v^2 = e V$ despejamos $v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} = \frac{E}{B}$

Más adelante aplicamos el selector de velocidades. (Placas paralelas y bobinas). Ajustamos los valores de E y B

Como conozco la velocidad

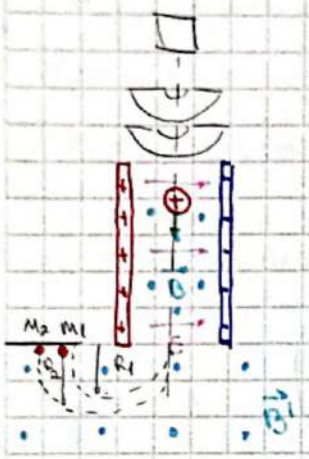
$\boxed{\frac{e}{m} = \frac{E^2}{2VB^2}}$ Se determina por primera vez una cte. del e^- (relación carga / masa)

Posteriormente con otro experimento se mide e^- (carga)

Con el dato e/m y e^- se determina la masa del e^-

Escaneado con CamScanner

Espectrómetro de masa



Consiste en un selector de velocidad

Las partículas salen con una velocidad $\vec{v}$, las sometemos a un selector de velocidades, las partículas que llegan hasta el orificio inferior.

Conocemos v con precisión, cuando salen las sometemos a un campo magnético

=> siguen una trayectoria circular

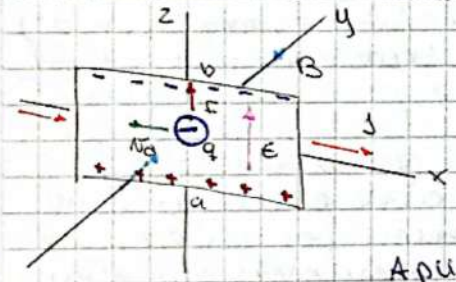
$$\boxed{R = \frac{mv}{qB'}}$$ como q, v y B' cte

=> R es función de la masa

Se utiliza para separar isótopos de diferentes masas

Efecto Hall

Tomamos un conductor en forma de cinta

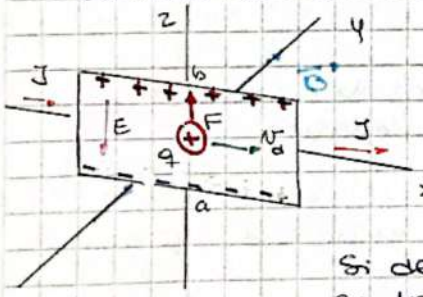


Haciendo circular una I a lo largo del material de izquierda a derecha

lo que en verdad circulan son e^- de derecha a izq.

Aplicamos un campo magnético en dirección paralela al eje y sobre los e^- aparece una fuerza en el sentido positivo del eje z. Se concentran en la parte superior de la cinta, dejan cargas ⊕ libres que se acomodan en la parte inferior de la cinta.

Como hay una región ⊕ y otra ⊖ => aparece un E debido a la acción de B.



Si la carga es ⊕.

Cargas ⊖ en el inferior, ⊕ en el superior

=> Campo eléctrico debido a B.

Si dentro de un conductor hubiera cargas ⊕ en movimiento, E estaría orientado hacia abajo.

Si ⊖ => E hacia arriba.

Escaneado con CamScanner

Aparece una DDP $V = E \cdot \overline{ab}$ → Potencial de Hall

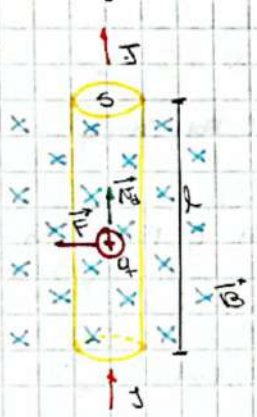
Se utilizó para determinar el signo de la portadores de carga y la cantidad (N) de portadores por unidad de volumen. También para medir v_d

Ahora se utiliza para medir el valor del campo magnético.

$q E_z + q v_d B_y = 0$ (fuerza de Lorentz)

$E_z = -v_d B_y$ $\quad J_x = n q v_d$ $\quad \boxed{n q = \frac{J_x}{v_d} = \frac{J_x B_y}{E_z}}$

Fuerza magnética sobre un conductor que transporta corriente eléctrica sumergido en un campo magnético



En el interior de un conductor tenemos un gran Nº de cargas que se mueven a una velocidad pequeña.

⇒ Sobre cada carga aparece una $\vec{F}$ perpendicular al plano formado por $\vec{v}$ y $\vec{B}$.

(Fuerza muy pequeña porque v_d muy pequeña)

Como tenemos un gran Nº de portador de carga, cada uno produce una pequeña fuerza de empuje hacia la izq

La fuerza total sobre el tramo de conductor es la suma escalar de los módulos de todas las fuerzas.

$\vec{f_q} = q(\vec{v_d} \times \vec{B})$ ⇒ $\|\vec{F_T}\| = \|\vec{f}\| \cdot N$ → cte. del material

$v_d = \frac{I}{S n e^-}$

$\|\vec{F}\| = (n s l)(q v_d B) = (n q v_d s)(B l) = I l B$

⇒ $\boxed{\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}}$ $\quad F \propto I, l$ y B

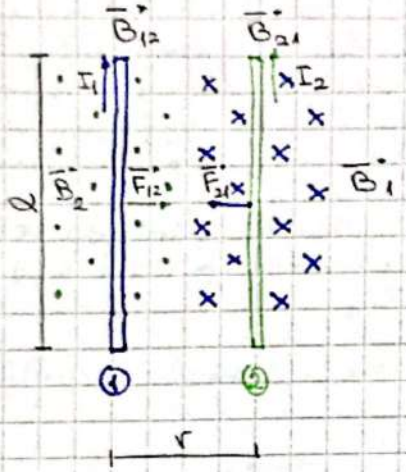
↳ vector orientado de corriente

Fuerza magnética entre conductores paralelos con corriente

I_1 provoca la existencia de campo magnético

⇒ Sobre el conductor ② aparece una fuerza $\vec{F_{21}}$

Escaneado con CamScanner



$\vec{F}_{21} = I_2 \vec{l} \times \vec{B}_{21}$

$\vec{B}_{21}$ campo magnético producido en la zona de ② por el conductor ①.

A su vez, I_2 hace aparecer un campo alrededor de ②. Sobre ① que tiene corriente y actúa un campo aparece una fuerza

$\vec{F}_{12} = I_1 \vec{l} \times \vec{B}_{12}$

$B_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{r}$

$\|\vec{F}_{21}\| = I \|\vec{l}\| \, \|\vec{B}_{21}\| \operatorname{sen}\theta$ si $l \to \infty$

$$\boxed{\frac{\|\vec{F}_{12}\|}{l} = I_1 \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r}} \qquad \boxed{\frac{\|\vec{F}_{21}\|}{l} = I_2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}}$$

Fuerza por unidad de longitud

Para conductores largos las fuerzas en general son muy pequeñas (salvo que r sea muy pequeña)

$\|\vec{F}_{21}\| = \|\vec{F}_{12}\| \to$ son fuerzas de acción y reacción

En este caso fuerzas de atracción

Si las corrientes circularan en sentidos opuestos

$\Rightarrow$ fuerzas de repulsión

Anterior definición de la unidad de medida Ampere.

$I_1 = I_2 = 1\,A = 1\,\frac{C}{s}$ $\Rightarrow$ cuando 2 conductores están separados por 1m:

$$\frac{F_{12}}{l} = \frac{F_{21}}{l} = 2 \times 10^{-7} \frac{N}{m}$$

Actual definición

Toma el valor de la carga elemental del e^- y el segundo definido en términos de la inversa de la frecuencia de transición entre 2 niveles hiperfinos del átomo Cs-133.

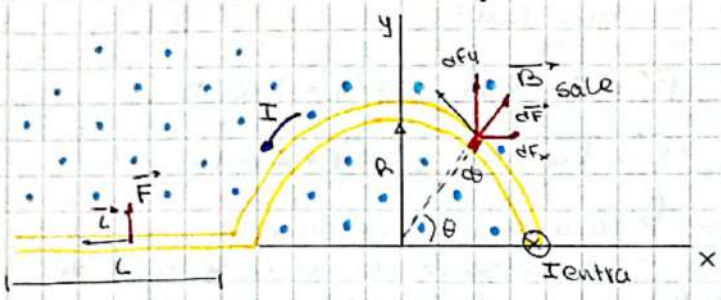
Cuando 1 átomo de Cs es exitado hay un e^- que cambia entre 2 niveles hiperfinos y la velocidad de cambio se produce con una determinada frecuencia.

$\Delta\nu_{Cs} = 9\,192\,631\,770\,Hz \Rightarrow 1s = \frac{9\,192\,631\,770}{\Delta\nu_{Cs}}$

Escaneado con CamScanner

$$\boxed{1\,A = \left(\frac{e}{1602176\,634 \times 10^{-19}}\right) s^{-1}}$$

Fuerza magnética sobre un conductor curvo que transporta corriente eléctrica sumergido en un campo magnético



2 tramos < rectilíneo / curva circular

$dl = R\,d\theta$

$\vec{dF} = I\,\vec{dl} \times \vec{B}$

↳ perpendicular a la dirección del conductor

$\|\vec{dF}\| = I\,dl\,B\,\text{sen}\,90°$

$= I\,R\,d\theta\,B$

Descomponemos la fuerza:

$dF_x = I\,R\,B\cos\theta\,d\theta$

$dF_y = I\,R\,B\,\text{sen}\,\theta\,d\theta$

Integramos entre 0 y π

$$F_y = I\,R\,B \int_0^{\pi} \text{sen}\,\theta\,d\theta = I\,R\,B\,(\cos\theta - \cos\pi) = 2\,I\,R\,B$$

$$F_x = I\,R\,B \int_0^{\pi} \cos\theta\,d\theta = I\,R\,B\,(\text{sen}\,\pi - \text{sen}\,0) = 0$$

↳ se neutralizan las componentes

⇒ Toda la fuerza que actúa sobre la parte circular está dada por la componente y.

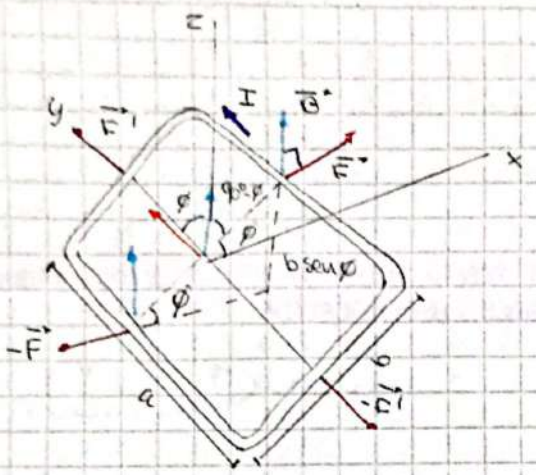
$\vec{F} \propto \emptyset$

$\boxed{\vec{F} = 2\,I\,R\,B\,\hat{j}}$ (tramo curvo) $\vec{F} = I\,L\,B\,\hat{j}$ (tramo recto)

$\boxed{\vec{F} = I\,B\,(L + 2R)\,\hat{j}}$ fuerza total sobre el conductor.

Fuerza y momento en una espira de corriente en un campo magnético uniforme

Escaneado con CamScanner



Suponemos que la corriente gira en sentido antihorario.

La espira está fija en el eje y

=> puede pivotar sobre el eje

Calculamos las fuerzas sobre cada lado

$\vec{F} = I\vec{a} \times B \qquad \|\vec{F}\| = I\,a\,B$

$-\vec{F} = I\vec{a} \times B \qquad \|-\vec{F}\| = I\,a\,B$

↳ la corriente invierte el sentido => se invierte el sentido de la fuerza

$\vec{F}' = I\vec{b} \times \vec{B} \qquad \|\vec{F}'\| = I\,b\,B\,sen\theta$

$\|-\vec{F}'\| = I\,b\,B\,sen\theta$

=> En la espira aparecen 2 pares de fuerza iguales y de sentido opuesto.

Las F' actuan sobre el eje que pivota la espira y se anulan entre sí.

La $\vec{F}$ están actuando en diferentes rectas de acción (a cierta distancia entre sí).

=> Aparece un momento que tiende a girar la espira en sentido horario

$$\tau = I\,a\,B \cdot \underbrace{distancia}_{b\,sen\phi} = F\,b\,sen\phi = I\,B\,\underbrace{a\,b}_{\text{superficie encerrada por la espira}}\,sen\phi$$

↓ momento mecánico

puedo utilizarlo para cualquier espira

$I \cdot S = I\,a\,b$ → momento magnético de la espira

Cuando la espira está en horizontal desaparece la distancia entre las rectas de acción

=> no hay momento

Cuando la espira está en vertical la distancia es máxima

=> Momento máximo

∴ El valor del momento no es cte varía desde un valor máximo hasta un valor nulo

Escaneado con CamScanner

$\tau = IBS \operatorname{sen} \phi$ $\qquad \vec{\mu} = I\vec{S}$ $[Am^2]$

↳ vector normal a la superficie de la espira.
El sentido es tal que si nos paramos en el sentido del vector vemos girar la corriente en sentido antihorario

$\Rightarrow \|\vec{\tau}\| = \mu B \operatorname{sen} \phi$

$$\boxed{\vec{\tau} = \mu \times \vec{B}}$$

Colocamos los 4 dedos en el sentido de la corriente y el pulgar nos da el sentido del momento magnético

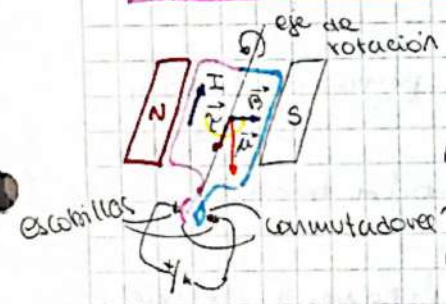
$\boxed{U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}}$ trabajo para voltear la espira de la posición horizontal a la vertical

la espira responde generando un trabajo eléctrico

$\Rightarrow$ Se comporta como generador eléctrico

Si es la rotación inversa (de vertical a horizontal) la espira genera un trabajo mecánico $= -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ (integral)

Espira como motor de corriente continua



Hay campos magnéticos que van del polo Norte al polo Sur.

la I circula en sentido horario.

τ provoca un movimiento haciendo que la rotación sea en sentido antihorario.

la espira gira hasta llegar a la posición vertical (perpendicular a las líneas de campo).

los conmutadores quedan desconectados, no circula corriente por la espira, pero por inercia se sigue moviendo

la escobilla ahora está en contacto con el conmutador rosa

$\Rightarrow$ se invierte el sentido de I (del celeste al rosa)

$\vec{\mu}$ siempre orientado hacia abajo (va rotando)
rota por la línea amarilla (sino se invertiría el sentido de rotación de la espira

Rotación permanente (energía eléctrica a mecánica)

Escaneado con CamScanner

INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA

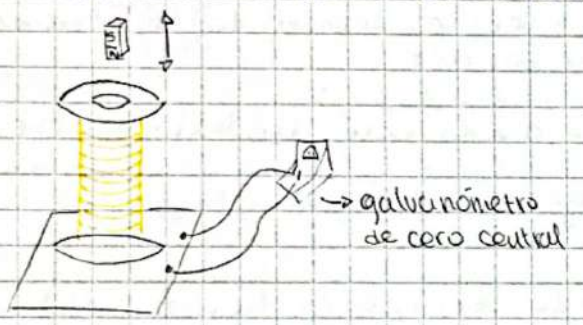
Dado un campo magnético, ¿Puede aparecer una corriente asociada?

Experimentos de inducción electromagnéticas

Se construye una bobina, se coloca dentro una barra imantada y mide a los extremos de la bobina si se visualiza algún fenómeno eléctrico (fem)

↳ (NO se ve nada)

Cuando se saca el imán se nota una pequeña variación



No hay ningún fenómeno eléctrico inducido inicialmente.

En el momento en el que se mueve la varilla, acercándola y alejándola del núcleo del solenoide, aparece un movimiento de la aguja

⇒ Existencia de corriente inducida en la bobina debido al movimiento del imán.

La corriente es sensible al sentido del movimiento del imán.

↳ Cuando lo acerca se desvía la aguja para un lado y cuando se aleja para el opuesto.

Si invertimos los polos la aguja deflexiona hacia el lado opuesto.

Inducción magnética que genera un fenómeno eléctrico.

¿Qué se induce en la bobina? ¿fem? ¿corriente?

Si colocamos en serie una resistencia al galvanómetro

↳ Si es I, debería ser independiente de la resistencia

↳ Si es fem, el desvío de la aguja es menor

∴ Se induce una fuerza electromotriz

Podemos hacer el experimento con un electroimán (bobina por donde circula corriente)

Escaneado con CamScanner

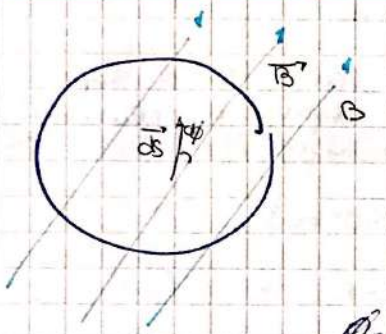
Podemos dejar fija la bobina y abrir y cerrar un interruptor. (Hay variación de campo).

En el momento que se cierra la llave, la aguja deflexiona abruptamente y vuelve inmediatamente a cero, igual pero al revés cuando abrimos.

La bobina es sensible a la variación de campo magnético (debe concatenarlo)

¿Cómo justificamos matemáticamente todo esto?

LEY DE FARADAY-LENZ



Si en una región hay campo magnético colocamos una espira cerrada

$$d\phi_B = \vec{B} \cdot \vec{dS} = B\,dS\cos\phi$$

↳ normal a la sup.

Si el campo es uniforme

$$\phi_B = \int d\phi_B = \int \vec{B} \cdot \vec{dS} = BS\cos\phi$$

Si el flujo varía en el tiempo, en la espira se va a inducir una fem

$$\mathcal{E} \propto \frac{d\phi_B}{dt} \qquad \boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt}} \quad \text{Ley de Faraday-Lenz}$$

Lenz: $-$; Faraday: $\frac{d\phi_B}{dt}$

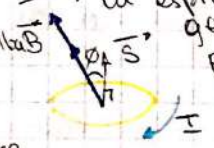
Cumple con el principio de la conservación de la energía

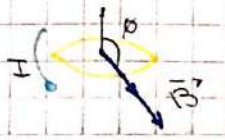
Dirección de la corriente inducida

Como $\vec{B}$ crece para arriba ⇒ el flujo concatenado por la espira crece en el tiempo

→ La espira busca generar un flujo opuesto

→ signo menos de la ley





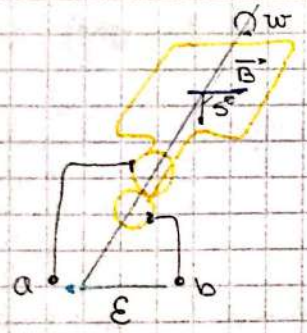
Escaneado con CamScanner

Primero hay que ver hacia donde crece el flujo, generar un flujo opuesto y así sacamos I.

I siempre se opone a la variación

Si fueran N espiras $\boxed{\mathcal{E} = -N \frac{d\phi_B}{dt}}$

APLICACIÓN: Espira rotante - generador de CA (alternador)



Conectada en pasiva (no hay circulación de I)

La espira está sumergida en una región en donde las líneas de campo son horizontales ($\vec{B}(1,0,0)$)

Hacemos rotar la espira por una fuerza mecánica, a determinada ω en sentido horario. El flujo concatenado varía constantemente.

$\phi_B = \vec{B} \cdot \vec{S}$ ↳ cte. lo que varía es la sup. de la espira enfrentada al campo (S_B)

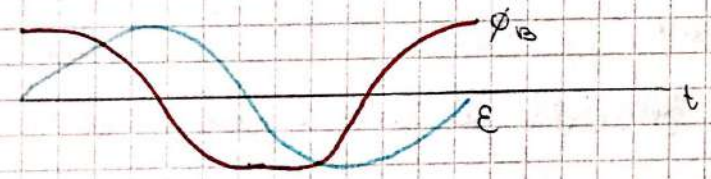
$S_B = S \cos\phi$ (para $90° = 0$)

$\phi = \omega . t$ $\quad \phi_B = B . S \cos\phi = BS \cos \omega t$

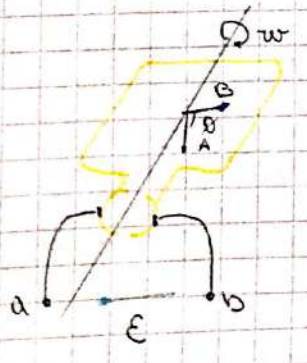
Derivamos $\boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} = B S \omega \operatorname{sen} \omega t}$ fem alternada

$\mathcal{E} \propto \operatorname{sen} \phi$ y $\mathcal{E} \propto \omega$ ⇒ Mientras más rápido gire, mayor $\mathcal{E}$.

(Espira vista desde el extremo)



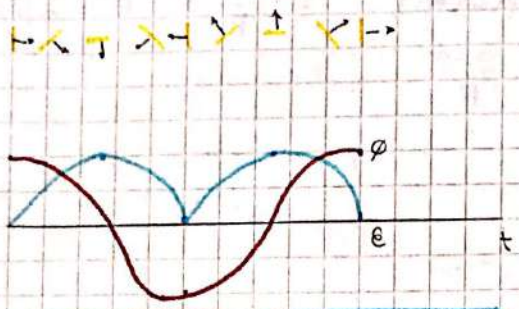
APLICACIÓN: Espira rotante - Generador de CC y FCEM en un motor



Utilizamos un colector con forma de anillo partido al medio.

⇒ Cuando invierte su posición (también se invierte el contacto con los colectores) y I es siempre positiva. (varía cíclicamente).

Escaneado con CamScanner



la ε_i va a ser siempre positiva en un extremo y negativa en otro extremo.

(la corriente el pulsante)

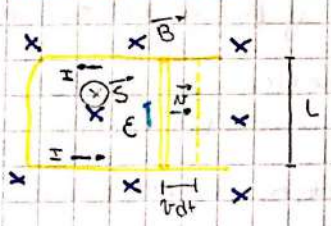
$$\boxed{|\varepsilon| = N B S \omega \, |\operatorname{sen} \omega t|}$$

Rectificación de la I alterna

la ε toma un valor instantáneo.
Podemos calcular un promedio
Integramos entre 0 y π

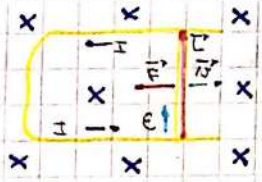
$$\varepsilon_{med} = \frac{2 N B S \omega}{\pi} \qquad (|\operatorname{sen} \omega t|)_{med} = \int_0^{\pi/\omega} \frac{\operatorname{sen} \omega t \, dt}{\pi/\omega} = \frac{2}{\pi}$$

APLICACIÓN: Generador de conductor corredizo



Alambre conductor sumergido en una región de campo magnético perpendicular al plano y entrante.

Los extremos están cortocircuitados por una varilla que se mueve rozando los extremos del conductor.



Cuando desplazamos hacia la derecha la sup. S aumenta => Aumenta el B concatenado.

=> la espira tiene un flujo variable en el tiempo
∴ se induce una fem.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -B \underbrace{\frac{dS}{dt}}_{\to dl}$$

Al cabo de un tiempo se desplazó una longitud dx

$dS = l v \, dt$

$$\varepsilon = -B \frac{l v \, dt}{dt} = \boxed{-B l v}$$

¿Dónde se induce?

↳ En el largo de la varilla (se induce linealmente)

Como la I circula por un conductor con R, hay potencia disipada.

↳ Tiene que salir de la fuerza aplicada a la varilla.

Escaneado con CamScanner

¿Como calculamos la fuerza?

la fuerza genera resistencia (aprieta) $I = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow \vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$

Como $L \perp B$ $\quad |\vec{F}| = ILB \quad I = \frac{BLv}{R}$

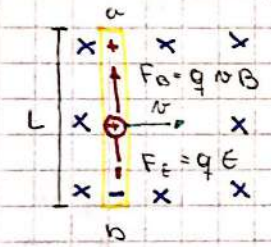
$\Rightarrow |\vec{F}| = \frac{BLv}{R} LB = \boxed{\frac{B^2L^2v}{R}}$

↳ fuerza resistente

$P_{disipada} = I^2R = \left(\frac{BLv}{R}\right)^2 R = \frac{B^2L^2v^2}{R}$

$P_{aplicada} = Fv = \frac{B^2L^2v^2}{R}$

$\Rightarrow$ Toda la energía aplicada en forma de mecánica se transforma en energía eléctrica



Cuando la varilla se mueve perpendicular a L hay una $\mathcal{E}$ inducida

(⊕ en el extremo superior y ⊖ en el inferior)

Se genera un campo eléctrico de arriba hacia abajo y también una fuerza

También hay una fuerza magnética sobre una carga en movimiento.

Se llega a un estado de equilibrio (cargas estáticas)

$qE = qvB \quad E = vB \quad V_{ab} = EL = vBL$

Como no hay circulación de corriente $\mathcal{E} = vBL = IR$

En cada tramo dL se induce una $d\mathcal{E} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{L}$

$\boxed{\mathcal{E} = \oint (\vec{v} \times \vec{B}) d\vec{L}}$

Integral de solución inmediata

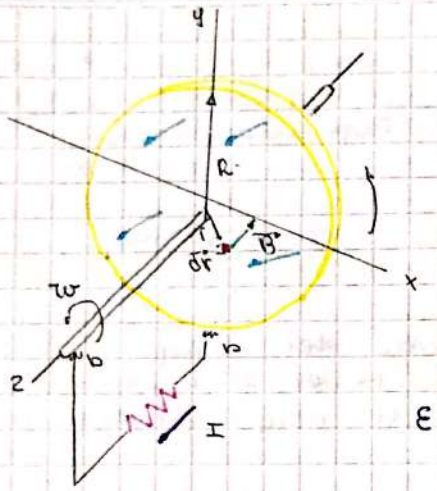
APLICACIÓN: Disco de Faraday

Disco de material conductor. lo vemos como una sucesión infinita de radios.

Hacemos contacto con 2 escobillas (en la zona externa y en el centro).

Cuando el radio hace contacto con ambas se dirige la fem que se induce debido a B.

Escaneado con CamScanner



Cada punto de la varilla tiene una $\vec{v}$ tangencial diferente.
→ varía la fem.

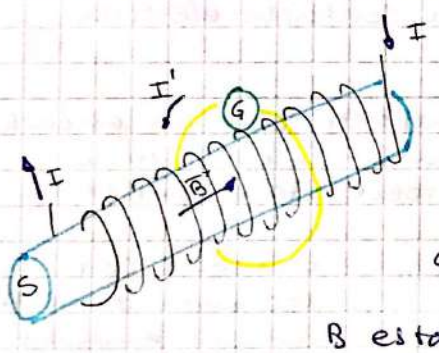
$d\mathcal{E} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

$d\mathcal{E} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{r}$

$d\mathcal{E} = (w r B)\, dr$ Integramos

$$\mathcal{E} = \int_0^R w r B\, dr = \boxed{\frac{1}{2} w B R^2}$$

CAMPOS ELÉCTRICOS INDUCIDOS



Por la bobina va a circular corriente que genera un campo magnético.

Suponemos que es un solenoide largo (B cte en el interior)

Si variamos la corriente, varía B.

B está generado uniformemente sobre la superficie.

$\Rightarrow \phi_B = BS$ (concatenado por la espira de corriente)

Cuando I es cte no hay $\mathcal{E}_i$

Cuando varío I, varía de la misma manera $\vec{B}$

$\Rightarrow$ varía el flujo total ∴ varía el flujo concatenado por la espira.

Aparece una corriente I' por la espira

como $B = \mu_0 n I \Rightarrow \phi_B = \mu_0 n I S$

$$\mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -\mu_0 n S \frac{dI}{dt} \qquad \boxed{I' = \frac{\mathcal{E}}{R}}$$

Tiene que existir un campo eléctrico dentro del conductor actúa sobre los e^-, produciendo una velocidad de arrastre. ($I' \propto v_d$)

Escaneado con CamScanner

El campo eléctrico es inducido (de líneas cerradas)

$\vec{E}_i$ $\vec{E}_N$ campo NO coulombiano

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\phi_B}{dt} = 2\pi r\, E$$ ↳ cte. Despejando

$$\boxed{\|\vec{E}\| = \frac{1}{2\pi r}\left|\frac{d\phi_B}{dt}\right|}$$

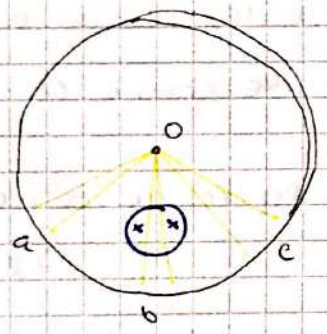
El campo NO es conservativo

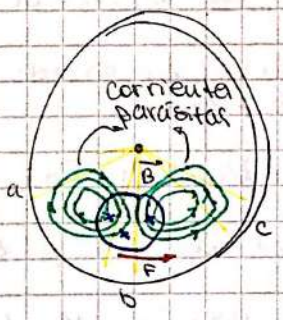
Si hago una trayectoria a lo largo del campo, cuando llegue al mismo punto no voy a tener el mismo estado energía, sino uno diferente porque trabajé a favor / en contra del campo.

Corrientes de Foucault (o parásitas)

En un disco todas las varillas tienen contacto eléctrico entre sí.

Cuando tenemos una varilla en contacto con las escobillas y provoca la circulación de corriente. En cada tramo elemental se induce una fem cortocircuitada por el resto del disco.





En todas las regiones donde hay campo magnético genera una fem

y la fem genera I que se mueve por un material resistivo.

∴ Produce una potencia eléctrica que se disipa en forma de calor

↳ De donde sale la energía → del movimiento del disco.

le quita energía al motor.

Detector de metales

Generador de campo magnético

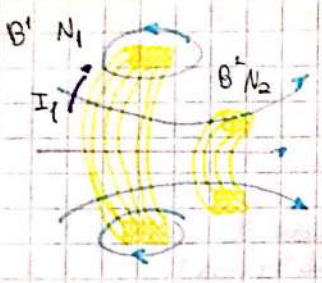
↳ 2 bobinas < receptora / transmisora

Cuando se interpone una pieza metálica

Escaneado con CamScanner

Parte de la potencia que emite es absorbida y llega menor intensidad a la bobina receptora que detecta el cambio y el equipo deduce que puede haber un artefacto metálico

INDUCTANCIA MUTUA



2 bobinas (no necesariamente iguales)
↳ coincide el eje → coaxiales

Cuando circula una corriente por B' (I_1) induce un campo magnético cuyas líneas se cierran al rededor de B'

ϕ_1

↳ Flujo total concatenado por B' (concatena su propio flujo)

↳ Una parte es concatenado por B² (ϕ_2)

$\phi_{B2} < \phi_{B1}$ siempre $\phi_{B2} \propto \phi_{B1}$ (si aumenta I, aumenta el flujo total)

$\phi_{B1} \propto \overline{B} \propto I_1$
↳ en una bobina

$\Rightarrow \phi_{B2} \propto I_1$ Cuando I_1 varía ϕ_{B2} también y se induce una $\mathcal{E}$ en los extremos

$\mathcal{E}_2 = -N_2 \dfrac{d\phi_{B2}}{dt}$ $N_2 \phi_{B2} \propto I_1$ $\phi_{B2} = \phi_{21}$

$N_2 \phi_{21} = M_{21} I_1$ $\boxed{M_{21} = \dfrac{N_2 \phi_{21}}{I_1}}$ $\dfrac{Nm}{A^2} = \dfrac{Wb}{A} = H$
↳ coef. de mutua inducción

$N_2 \phi_{21} = M_{21} I_1 \Rightarrow N_2 \dfrac{d\phi_{21}}{dt} = M_1 \dfrac{dI_1}{dt} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_2 = -M_{21} \dfrac{dI_1}{dt}}$

Basta con saber como varía la I_1 en B' para saber $\mathcal{E}_2$.

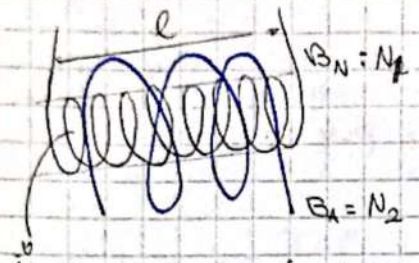
Podemos hacer el análisis a revés (circula corriente por B²)

$M_{12} = M_{21} = M \Rightarrow \mathcal{E}_1 = -M \dfrac{dI_2}{dt}$ $\boxed{M = \dfrac{N_2 \phi_{21}}{I_1} = \dfrac{N_1 \phi_{21}}{I_2}}$

Inducción mutua

Escaneado con CamScanner

APLICACIÓN: Inductancia mutua entre 2 bobinas solenoidales concéntricas



Tenemos un solenoide largo (negro)

La bobina azul concatena el campo producido por la negra.

Área de sección transversal S

$$B_1 = \mu_0 n_1 i_1 = \mu_0 \frac{N_1}{\ell} i_1$$

$$M = \frac{N_2 \phi_{B2}}{I_1} = \frac{N_2 B_1 S}{I_1} = \frac{N_2}{I_1} \mu_0 \frac{N_1}{\ell} I_1 S$$

$$\boxed{M = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{\ell}}$$

No depende del campo ni de I (sólo de la forma geométrica)

AUTOINDUCTANCIA

Bobina de una sola espira

Conectada a una batería

Aparece en el interior un campo $B \propto I$

$$\phi = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{dS}$$

la bobina concatena su propio flujo.

$dI \Rightarrow d\phi_B$ cuando variamos la I, varía el flujo.

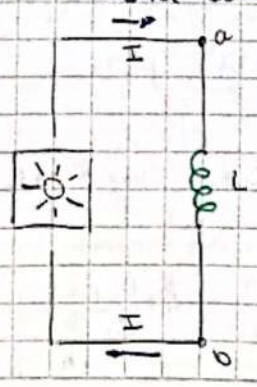
La espira detecta la propia variación de flujo e induce una $\mathcal{E}$ en sentido contrario para oponerse a la variación de flujo.

$\phi_B \propto B \propto I$ $\quad \phi_B = L I$ $\quad \boxed{L = \frac{N \phi_B}{I}}$ [H] $\quad N\phi_B = LI$

↳ coef. de autoinducción

$$L \frac{dI}{dt} = N \frac{d\phi_B}{dt} \Rightarrow \mathcal{E} = -N \frac{d\phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

Basta con conocer L para calcular la fem



Cuando aplicamos un B externo en un conductor se cumple $\vec{E_c} + \vec{E_n} = 0$

$$\Rightarrow \vec{E_c} = -\vec{E_n}$$

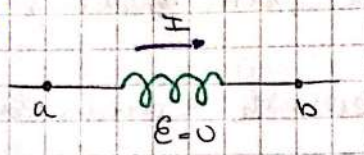
$$\mathcal{E} = \oint \vec{E_n} \cdot \vec{dl} = \int_a^b \vec{E_n} \cdot \vec{dl} = -L \frac{dI}{dt}$$

Escaneado con CamScanner

$$\int_a^b \vec{E}_e \cdot \vec{dl} = L\frac{dI}{dt}$$

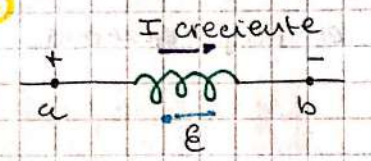
$$\boxed{V_{ab} = V_a - V_b = L\frac{dI}{dt}}$$

(1)



Cuando la I es cte, no hay ε inducida a los extremos, no hay caída de potencial.

(2)

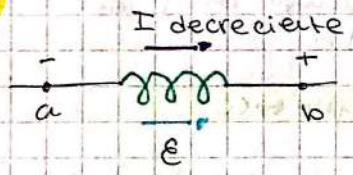


Si I crece en el tiempo $\frac{dI}{dt} > 0$

$\Rightarrow V_{ab} = L\frac{dI}{dt} > 0$

La ε se opone a la circulación de I, la tomamos como + −

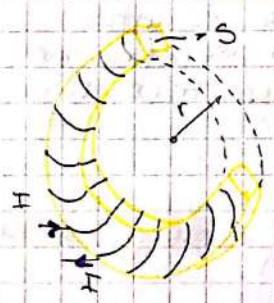
(3)



$\frac{dI}{dt} < 0 \Rightarrow$ ε en el mismo sentido que la corriente. (para evitar el decrecimiento).

$\Rightarrow$ Tomamos la ε como − + $V_{ab} = L\frac{dI}{dt} < 0$

APLICACIÓN: Autoinductancia de un solenoide toroidal con devanado compacto



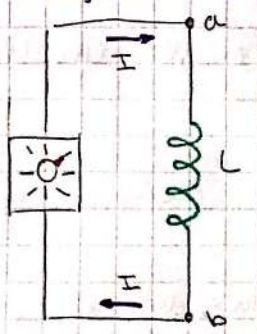
$$\phi_B = BS = \frac{\mu_0 N I S}{2\pi r}$$

↳ cte (prácticamente)

$$\boxed{L = \frac{N\phi_B}{I} = \frac{\mu_0 N^2 S}{2\pi r}}$$

La autoinductancia siempre $\propto N^2$.

Energía del campo magnético - Energía almacenada en un inductor



Conectamos una inductancia a los extremos de una fuente con ε variable en el tiempo.

↳ provoca una circulación de corriente que varía constantemente

En cualquier momento la potencia que ingresa a la inductancia

$$P = V_{ab} I = L I \frac{dI}{dt} \qquad dU = P\,dt = L I\,dI$$

Escaneado con CamScanner

La potencia el absorbida por la inductancia y por ningún otro elemento.

(Suponemos que la resistencia es nula)

La inductancia utiliza la potencia para generar flujo magnético.

=> A medida que I sube, las líneas de campo se van a ir incrementando

↳ La energía se almacena en el flujo generado

Para calcular la energía integramos

$$U = L\int_0^I I\,dI = \boxed{\frac{1}{2}LI^2}$$

↳ es dinámica

↳ valor que toma la I en el momento

Densidad de Energía del campo magnético

El campo magnético está compuesto por líneas de campo cerradas

=> Debemos conocer en todo momento los valores de campo en el espacio.

Usamos una bobina toroidal (líneas de campo cerradas dentro del núcleo del toroide)

Todo el flujo magnético se encuentra dentro del núcleo de toroide

La diferencia entre los radios es despreciable (B cte. a lo largo del toroide)

$V = S \cdot L \qquad u = \frac{U}{V} \qquad U = \frac{1}{2}LI^2$

$V = 2\pi r S$ (núcleo circular)

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{2\pi r}$$

$$\Rightarrow u = \frac{U}{2\pi r S} = \frac{1}{2}\mu_0 \frac{N^2 I^2}{(2\pi r)^2} \quad y \quad B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \quad \text{reemplazamos}$$

$$\boxed{u = \frac{B^2}{2\mu_0}}$$

$u \propto B^2$ solo (igual que la densidad de energía del campo eléctrico)

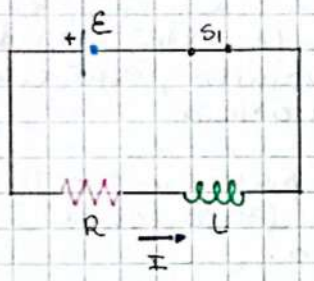
Escaneado con CamScanner

Tanto el campo eléctrico como el campo magnético son expresiones de energías que están distribuidas en el espacio.

↳ En cualquier punto del espacio donde haya campo magnético / eléctrico hay energía distribuida.

Si el núcleo no el vacío $\boxed{u = \frac{B^2}{2\mu}}$

CIRCUITO RL



Camino cerrado de generador en serie con una resistencia y una inductancia

En $t=0$ la aparición brusca de ε a los extremos de la inductancia hace aparecer una ε_{ind} en la L igual a la ε.

$I_0 = 0$ en $t=0$ y $V_L = \varepsilon_i$ a medida que pasa el tiempo se establece una circulación de I, ε_i decrece, I aumenta y $t = \infty$ ya la corriente se estableció en su valor de régimen $I = \frac{\varepsilon}{R}$ y $\varepsilon_i = 0$

Para $t > 0$ y $t < \infty$

Por Kirchhoff $\varepsilon - V_L - V_R = 0$ ($V_R \to IR$, $V_L \to L\frac{dI}{dt}$) $\qquad \varepsilon - IR - L\frac{dI}{dt} = 0$

Buscamos separar variables

$$\frac{\varepsilon}{R} - I - \frac{L}{R}\frac{dI}{dt} = 0 \qquad -\frac{L}{R}\frac{dI}{dt} = I - \frac{\varepsilon}{R}$$ integramos

$$\frac{dI}{I - \frac{\varepsilon}{R}} = -\frac{R\,dt}{L} \Rightarrow \int_0^I \frac{dI'}{I' - \frac{\varepsilon}{R}} = \int_0^t -\frac{R\,dt'}{L}$$

$$\ln\left(\frac{I - \frac{\varepsilon}{R}}{-\frac{\varepsilon}{R}}\right) = -\frac{R}{L}t \Rightarrow \boxed{I = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{t}{L/R}}\right)}$$

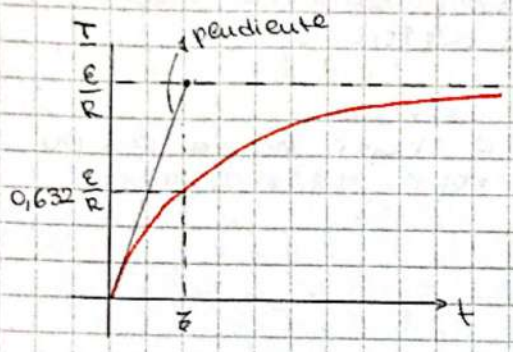
$\tau = \frac{L}{R} \Rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}}$ siempre (RC y RL)

$$\boxed{V_L = L\frac{dI}{dt} = \varepsilon\, e^{-\frac{t}{\tau}}}$$ para $t=0$ $V_L = \varepsilon$

Escaneado con CamScanner

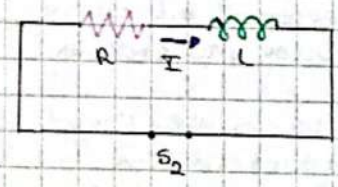
$$\mathcal{E} I = I^2 R - L I \frac{dI}{dt}$$

→ Potencia instantánea < inductancia / resistencia



Calcular la pendiente derivamos respecto de t e igualamos a 0.

Desconexión



Suponemos que el circuito está cerrado hace un tiempo infinito, está circulando la corriente máxima

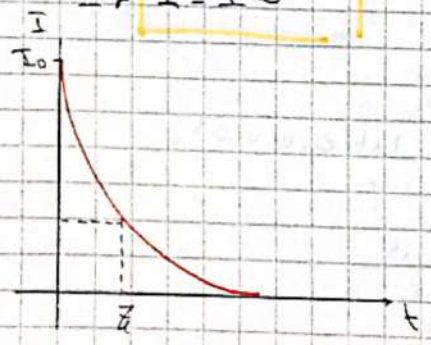
En $t=0$ colocamos un punto más y lo llevamos a la posición 2 (sacamos el generador de la malla.

Toda la energía almacenada en la inductancia se disipa por la resistencia (en forma de calor)

$$IR - L\frac{dI}{dt} = 0$$ separamos variables $$F = -\frac{L}{R}\frac{dI}{dt}$$

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R\,dt}{L} \Rightarrow \int_{I_0}^{I} \frac{dI'}{I'} = \int_0^t -\frac{R\,dt'}{L} \qquad \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\frac{R}{L}t$$

$$\Rightarrow \boxed{I = I e^{-\frac{R}{L}t}}$$



Potencia $$0 = I^2 R + L I \frac{dI}{dt} \Rightarrow \boxed{L I \frac{dI}{dt} = I^2 R}$$

Escaneado con CamScanner