2020

Teoría de Señales Trabajo Práctico Nro. 1

Prof. Ing. Olivero Marcelo

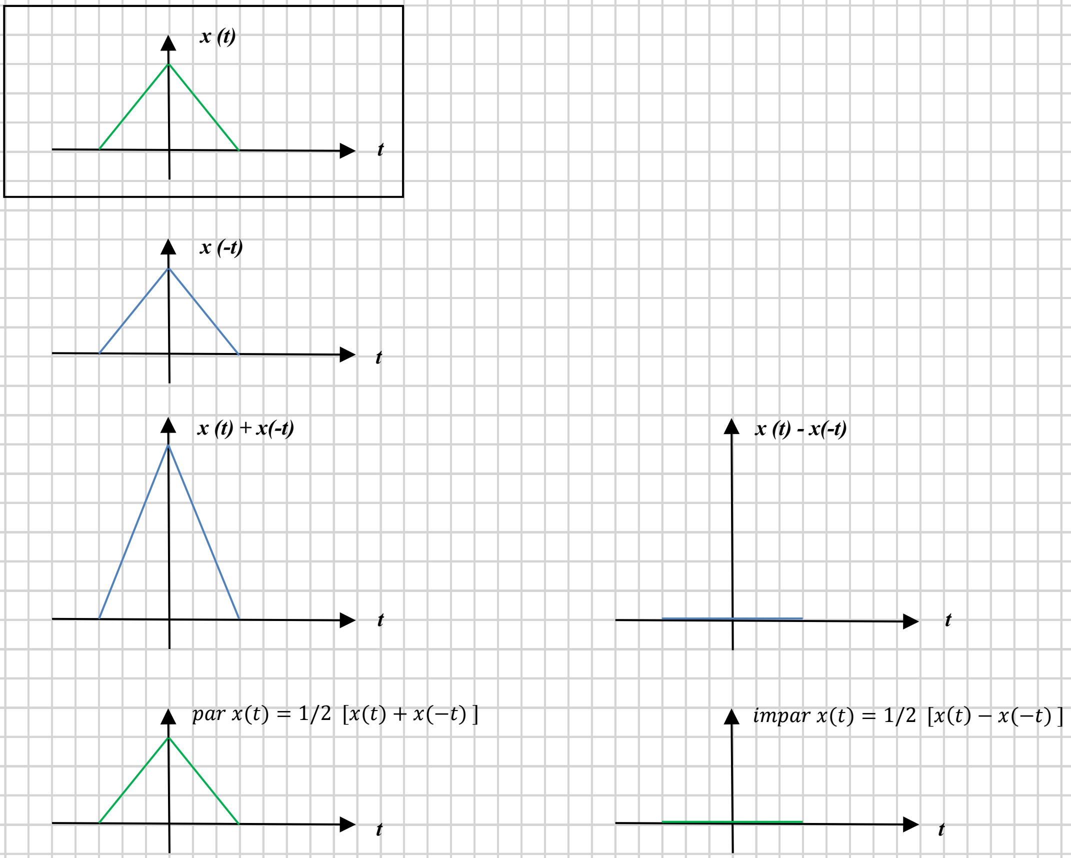
Alumnos:

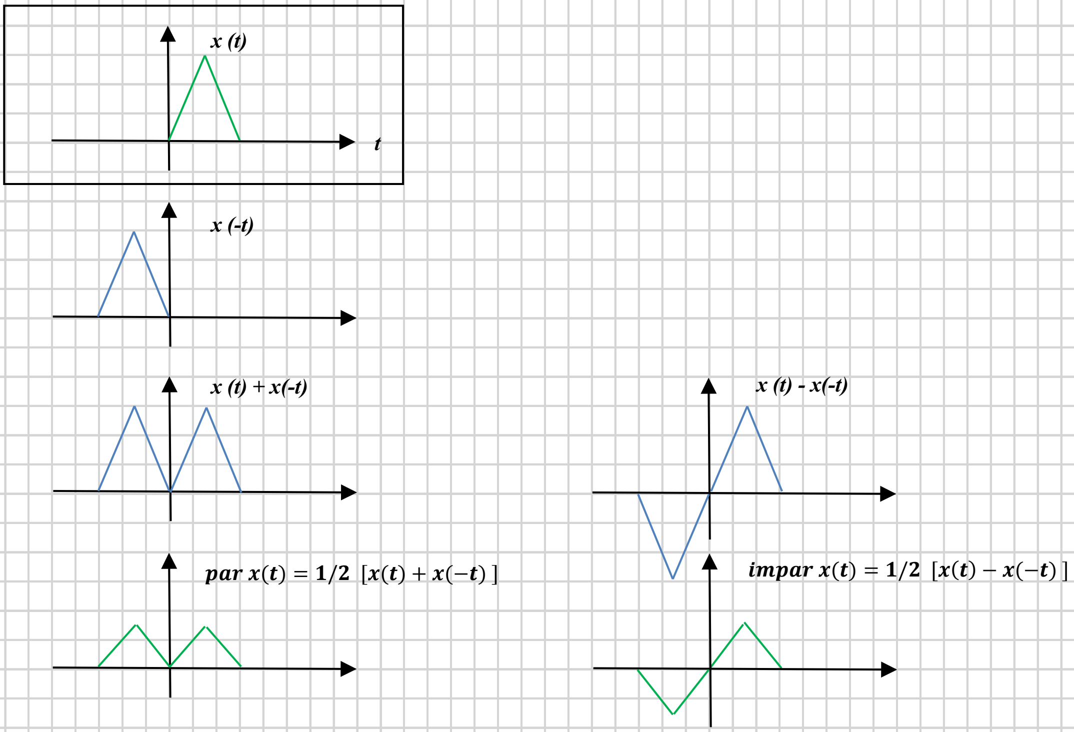
GRANDON ADRIAN

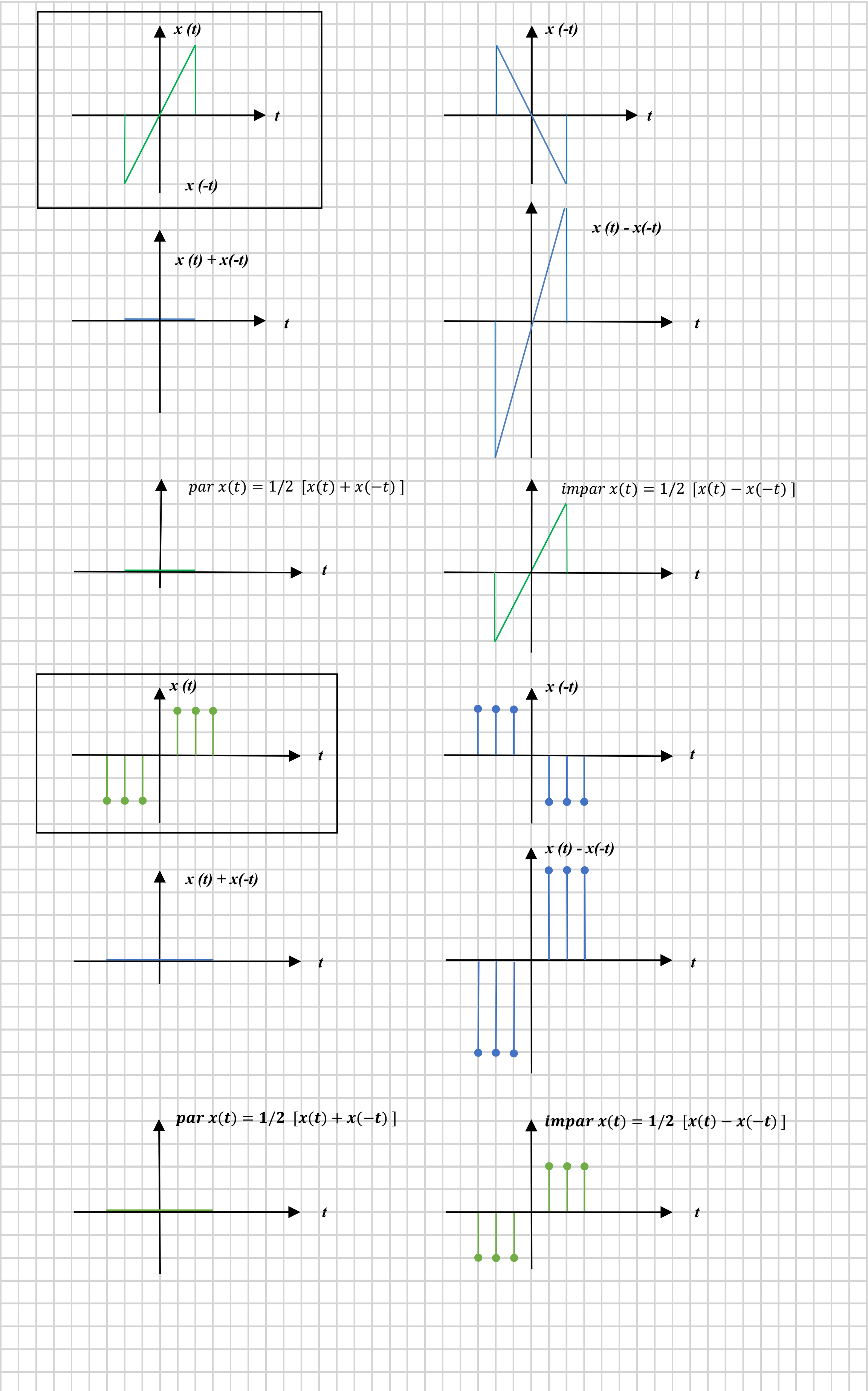
VIETTO SANTIAGO

Ejercicio 1

Determine si las siguientes señales son PAR, IMPAR o NO CUMPLEN NIGUNA DE AMBAS CONDICIONES. SEPARE EN COMPONENTES.

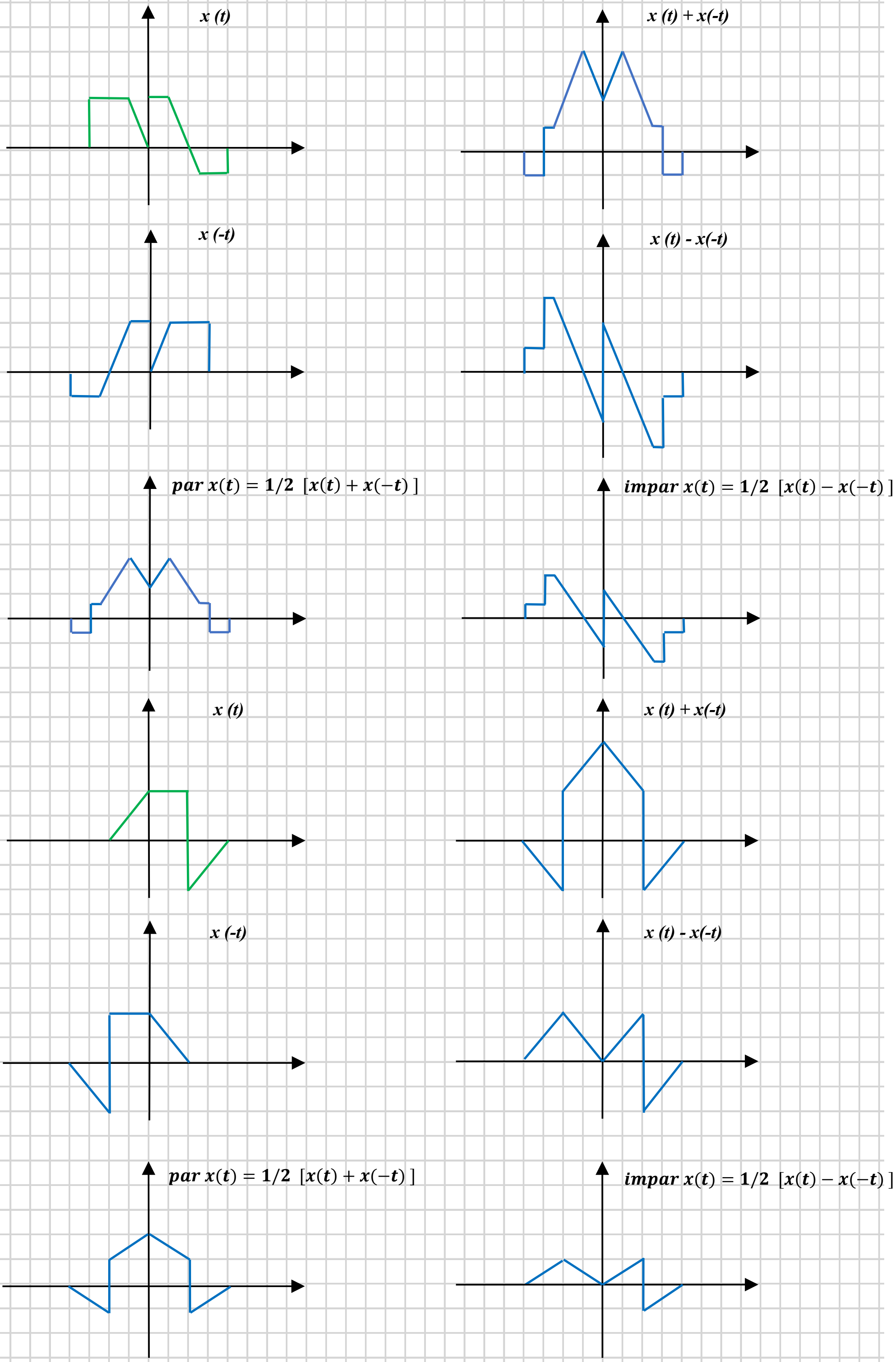





x (t)
t
x (-t)
x (-t)
t
x (t) + x(-t)
t
x (t) - x(-t)
t
par x(t) = 1/2 [x(t) + x(−t)]
t
impar x(t) = 1/2 [x(t) − x(−t)]
t
x (t)
t
x (-t)
t
x (t) + x(-t)
t
x (t) - x(-t)
t
par x(t) = 1/2 [x(t) + x(−t)]
t
impar x(t) = 1/2 [x(t) − x(−t)]
t

Ejercicio 2

Encontrar la parte PAR e IMPAR de las siguientes señales.



Ejercicio 3

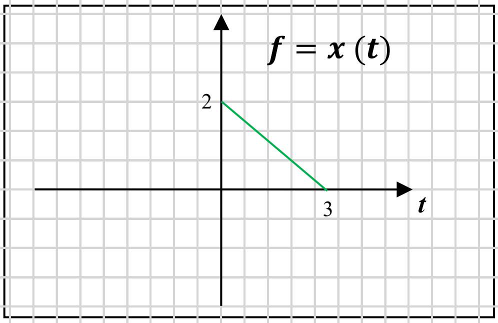
Encuentre para $f = x(t)$ dada

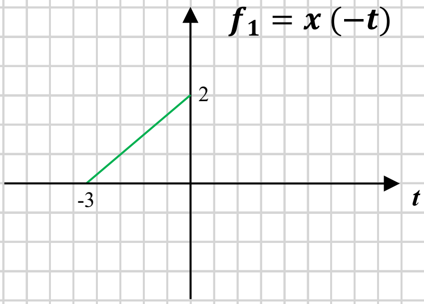
$$f_1 = x(-t)$$

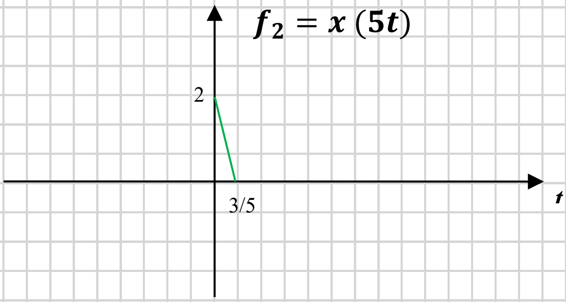
$$f_2 = x(5t)$$

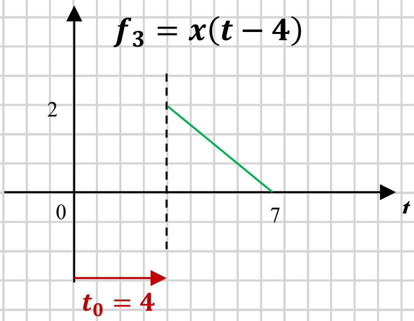
$$f_3 = x(t-4)$$

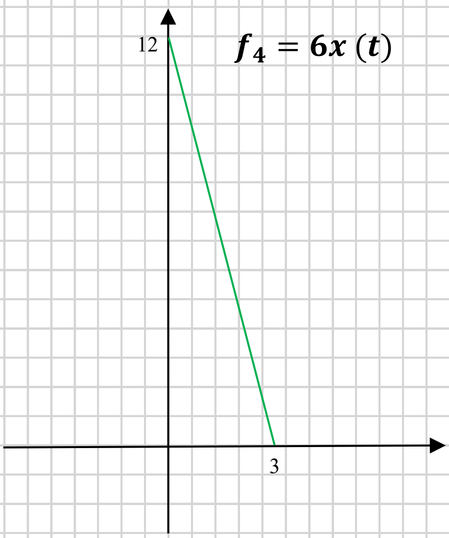
$$f_4 = 6x(t)$$











Ejercicio 3

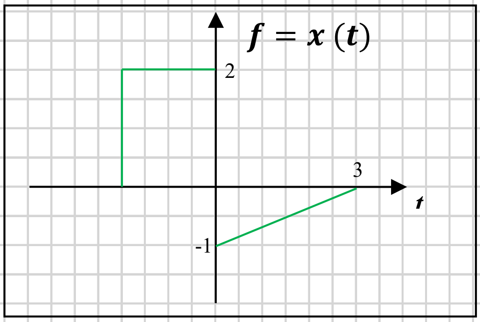
Encuentre para $f = x(t)$ dada

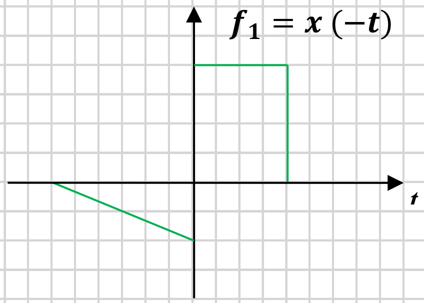
$$f_1 = x(-\,t)$$

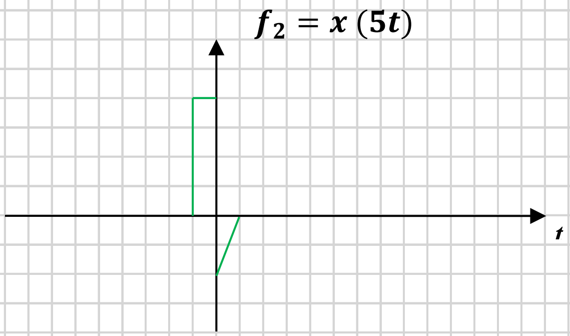
$$f_2 = x(5t)$$

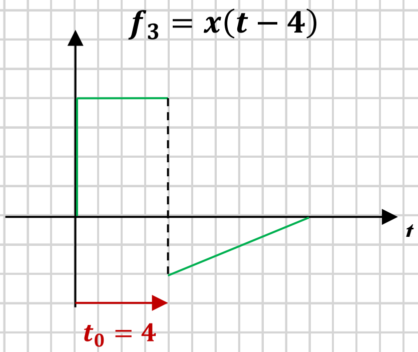
$$f_3 = x(t-4)$$

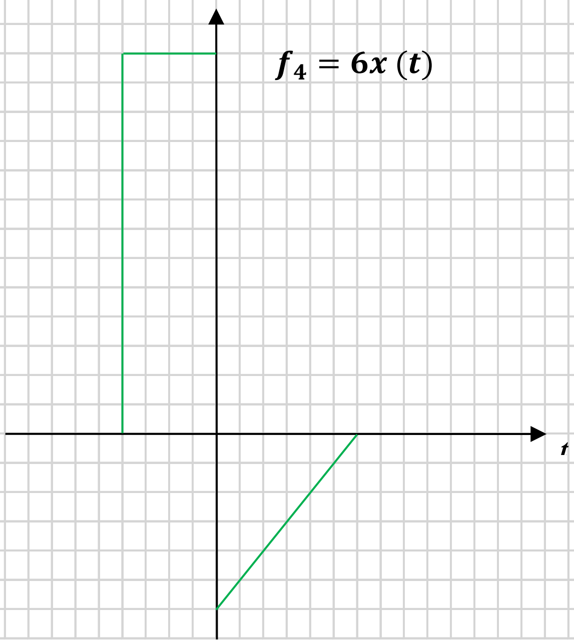
$$f_4 = 6x(t)$$







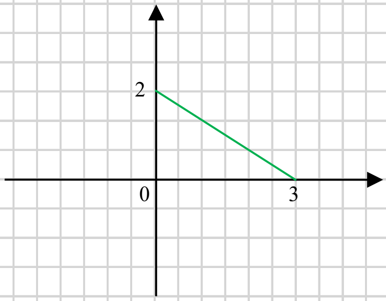


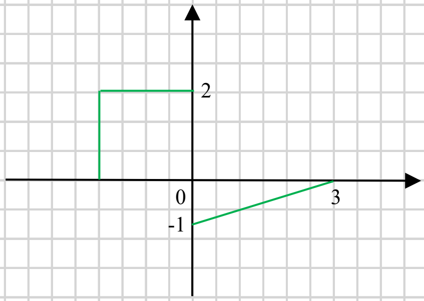


Ejercicio 4

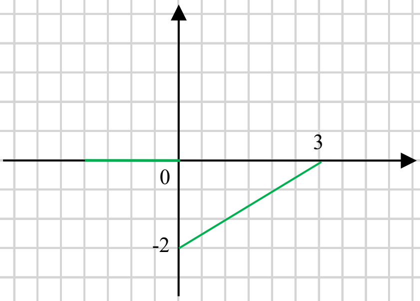
Hallar el producto, la diferencia y la suma entre ambas señales.

$$f(x)_1 = -\frac{2}{3}x + 2 \qquad f(x)_2 = \begin{cases} 2 \rightarrow x < 0 \\ \frac{1}{3}x - 1 \rightarrow x \geq 0 \end{cases}$$





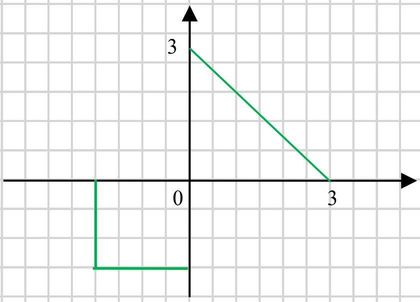
Producto



$$f(x)_3 = \left(\frac{2}{3}x + 2\right) \cdot \left(\frac{1}{3}x - 1\right)$$

$$f(x)_3 = -\frac{2}{9}x^2 + \frac{4}{3}x - 2$$

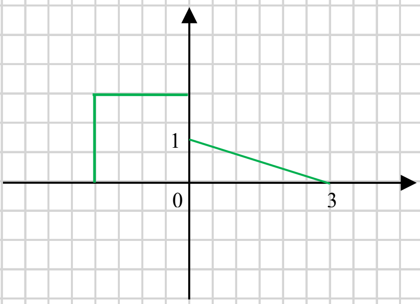
Diferencia



$$f(x)_3 = \left(\frac{2}{3}x + 2\right) - \left(\frac{1}{3}x - 1\right)$$

$$f(x)_3 = -x + 3$$

Suma



$$f(x)_3 = \left(\frac{2}{3}x + 2\right) - \left(\frac{1}{3}x - 1\right)$$

$$f(x)_3 = -\frac{1}{3}x + 1$$

Ejercicio 5

Sean $x_1(t)$ y $x_2(t)$ señales periódicas con periodo T_1 y T_2 respectivamente:

La suma de ambas señales será periódica si las frecuencias de las señales suma, son tales que su relación sea un número racional. Es decir:

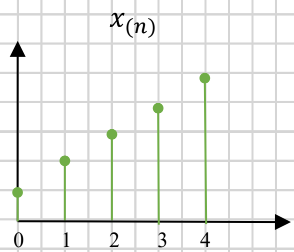
$$x_1(t) = x_1(t + T_1) \quad y \quad x_2(t) = x_2(t + T_2)$$

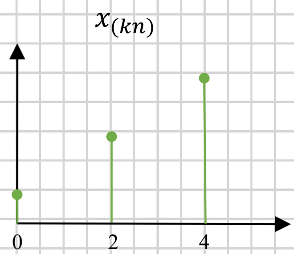
$$T_0 = nT_1 = mT_2$$

T_0 es el mínimo común múltiplo de $\{T_1 \; ; \; T_2\}$ de lo contrario, si no existe este mínimo común múltiplo no es periódica.

Ejercicio 6

Sea una $x_{(n)}$ y $x_{(kn)}$ un proceso de compresión para $k > 1$



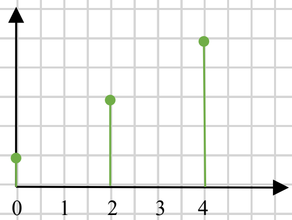


Vemos que para el ejemplo si k=2 la señal no será nula en n=1 y n=2 donde $x_{(2n)}$ toma el valor de $x_{(2)}$ y $x_{(4)}$.

Al realizar la inversa es decir expandir, resulta que lo que recuperamos es:

$$y_n = x_{2n} \quad \rightarrow expandir \rightarrow z_n = \left(\frac{y_n}{2}\right) \neq x_n$$

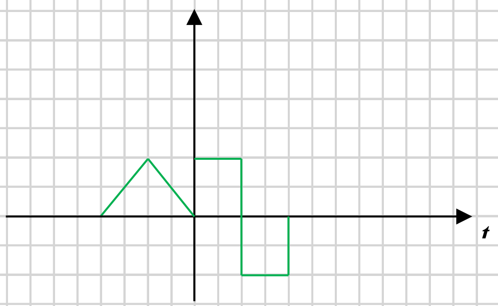
Sucede que x_n difiere de la señal original ya que para los valores de 1 y 3 no existe valor y se le asigna cero. Lo que nos quedaría:



Por lo tanto, las operaciones de expansión y compresión que en tiempo continuo eran operaciones inversas en tiempo discreto no es posible. Al comprimir se pierde información y al expandir no hay como recuperarla.

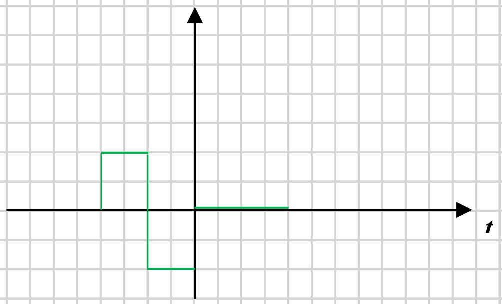
Ejercicio 7

Sea $x(t) = f(t)$

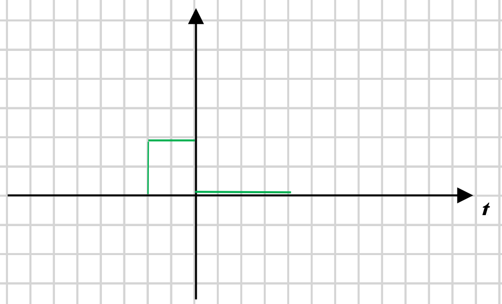


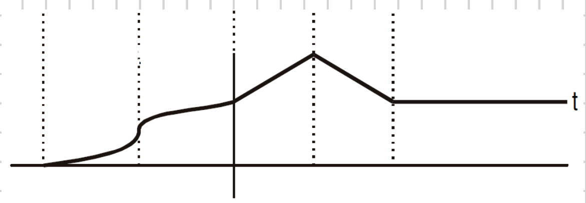
Grafique

$\frac{d\,x(t)}{dt} = f_1(t)$ → Derivación



$\int_0^t x\,(\tau)\,d\tau = f_2(t)$ → Integración



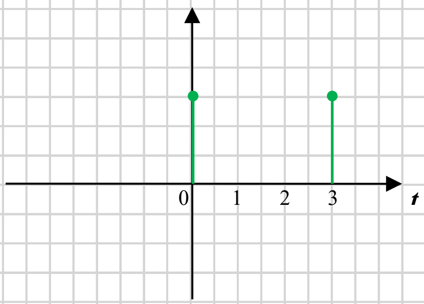


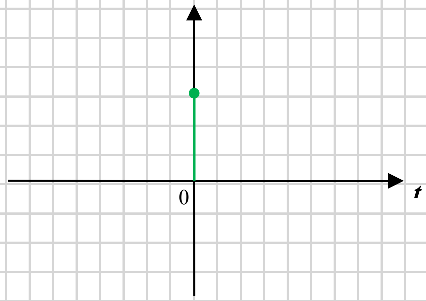
Ejercicio 8

Graficar:

$$X(n) = \partial(n) + \partial(n-3)$$

$$\partial(n) = \begin{cases} 0 \rightarrow n \neq 0 \\ 1 \rightarrow n = 0 \end{cases}$$



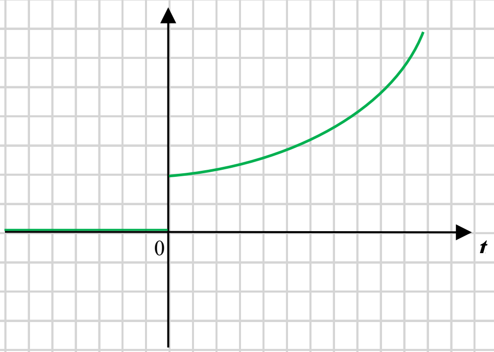


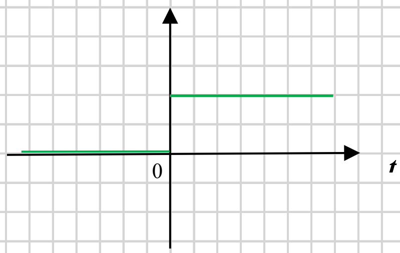
Ejercicio 9

Graficar:

$$X(t) = e^{at} \cdot U(t)$$

$$U(t) = \begin{cases} 0 \rightarrow t < 0 \\ 1 \rightarrow t \geq 0 \end{cases}$$





Ejercicio 10

Dos sistemas LIT en serie tienen como resultado siempre un sistema LIT.

VERDADERO

Siempre y cuando cada sistema cumpla con las condiciones de linealidad e invariabilidad el resultado será un sistema LIT el cual podrá tener un desplazamiento temporal. En estos casos el orden puede ser intercambiado sin que se vea afectada la salida del sistema. Los sistemas en serie también son llamados como sistemas en cascada.

Ejercicio 11

Dos sistemas LIT en paralelo tienen como resultado siempre un sistema LIT.

VERDADERO

Si dos o más sistemas LTI están en paralelo con otro, un sistema equivalente es aquel que está definido como la suma de estos sistemas individuales.

Ejercicio 12

Dos sistemas no LIT en serie tienen como resultado siempre un sistema no LIT.

VERDADERO

Ejercicio 13

Determinar el periodo: $\boxed{X(t) = 3 \cdot \cos(300 \cdot t) + 4 \cdot sen(10 \cdot t)}$

$$X(t)_1 = 3 \cdot \cos(300 \cdot t) \quad \rightarrow \quad \omega_1 = 300 \quad \rightarrow \quad \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{300} \quad \rightarrow \quad T_1 = \frac{\pi}{150}$$

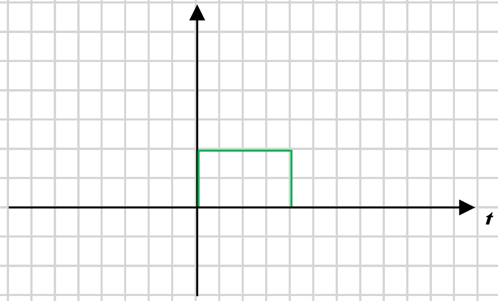
$$X(t)_2 = 4 \cdot \mathrm{sen}(10 \cdot t) \quad \rightarrow \quad \omega_2 = 10 \quad \rightarrow \quad \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10} \quad \rightarrow \quad T_2 = \frac{\pi}{5}$$

La suma será periódica si se cumple que el cociente de los periodos T_1 y T_2 es un numero natural.

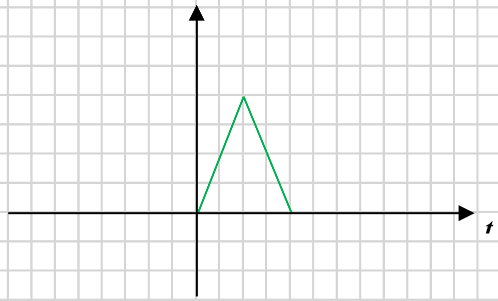
$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{n}{m} = \frac{150}{5} = 30T_0 \quad \rightarrow \quad T_0 = nT_1 = mT_2 \quad \rightarrow \quad T_0 = \frac{2\pi}{300} = \frac{2\pi}{10 \cdot 30}$$

Ejercicio 14

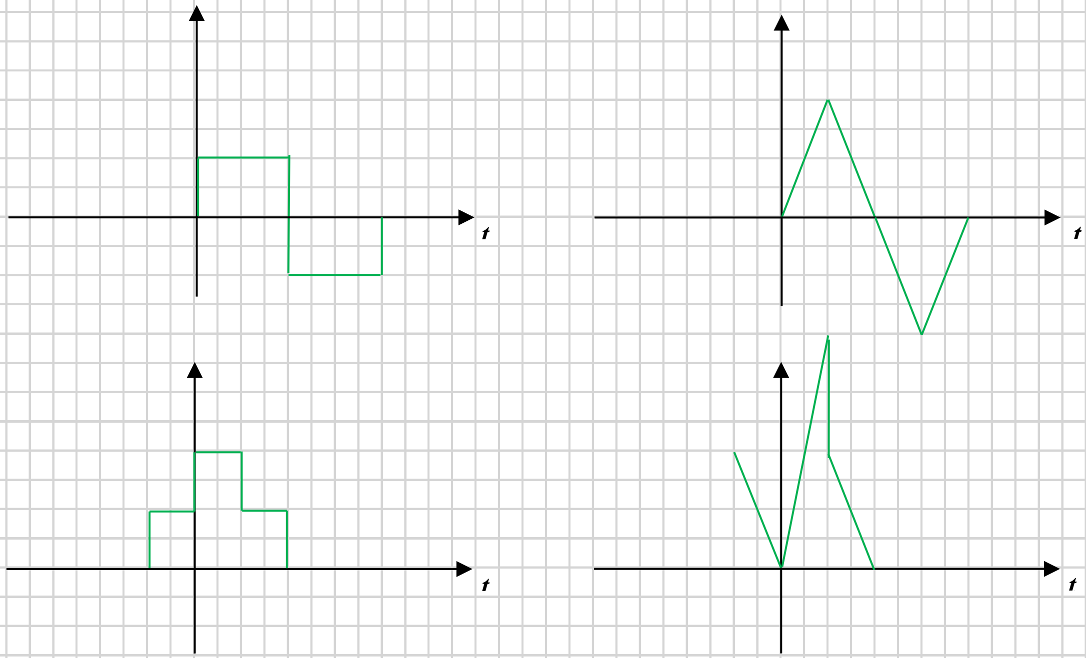
Si $x(t)$



e $y(t)$



Salidas para $x(t)$



Ejercicio 15

Coeficientes de la exponencial:

- j : Número imaginario
- 2π : Giro completo de un seno o coseno
- k : Término que estoy tomando y este me indica con cuál de las armónicas trabajo.
- f_0 : Frecuencia fundamental.
- t : Tiempo

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{j2\pi kfot}$$

Con frecuencia: $f_0 = \frac{1}{T_0}$

Lo único que modifico de este exponente es el valor de k. Porque este lo uso cada vez que quiero encontrar un coeficiente de la serie. Luego multiplicamos por la exponencial compleja ambos lados de la sumatoria, y finalmente integramos:

$$\int_{T_0} x(t)e^{-j2\pi nfot}\,dt = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \left[\int_{T_0} e^{j2\pi(k-n)fot}\,dt \right]$$

El tiempo es continuo, pero el valor de los coeficientes es discreto. n: es otro termino fuera de la serie. Lo que está entre corchetes es lo importante, porque buscamos una fórmula que represente los coeficientes a_k.

Continuamos matemáticamente hasta que:

$$\int x(t)e^{-j2\pi nfot}\,dt = a_n T_0$$

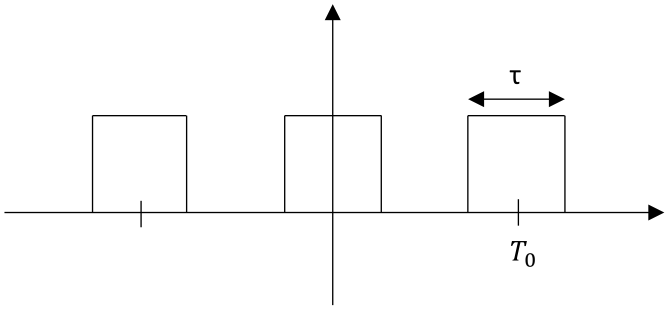
Acá estoy logrando una formula en donde para encontrar los coeficientes de la serie debo integrar en el periodo a la señal que se tiene y no conozco por la exponencial compleja con un exponente que posee todos los elementos mencionados.

$$a_k = \frac{1}{To}\int_{To} x(t)e^{-j2\pi kfot}\,dt$$

Es decir, logramos dos ecuaciones, la de síntesis y análisis.

Para señal Cuadrada:

Sea x(t) el tren de pulsos cuadrado de ancho de pulso τ, amplitud A y período fundamental T0.



Este ejemplo puede ser una función $x(t) = sen\ 2\pi fot$ donde podemos encontrar los coeficientes y en el eje no hay tiempo sino frecuencia. Nos interesa conocer las componentes de las distintas frecuencias que lo sintetizan, a priori vemos flancos verticales lo que implica frecuencias muy altas y vemos también crestas planas horizontales lo que implica frecuencias muy bajas. Una función senoidal del tipo $sen\ 2\pi fot$ tiene la energía de la frecuencia con un valor de ½ en fo. Esta función oscila con la frecuencia en el valor fo. Lo que pasa en el tiempo es la función $x(t)$ misma. Y con la serie de Fourier encuentro cuanta energía tiene para esa frecuencia. Por ejemplo, podemos definir a esta señal como:

$$x(t)\begin{cases} -\frac{\tau}{2} \leq t \leq \frac{\tau}{2} \\ Periodica\ de\ periodo\ T_0 \end{cases}$$

Gracias a esta información podemos calcular los coeficientes utilizando la ecuación de análisis, ya que tenemos el intervalo definido. La variable es k, es una sucesión.

Ejercicio 16

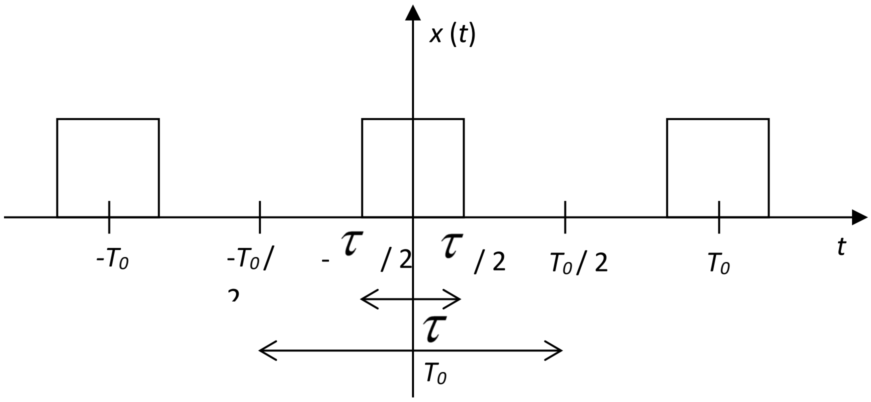
Función Cuadrada (cajón):

Esta función, tiene su imagen como una función sinc en frecuencia.
Parámetros:

- Fundamental (periodo) de repetición es T0
- τ es el ancho del pulso, y este es una función del tiempo que transcurre cuando la función cajón existe y vale la mitad del periodo.
- El valor del coeficiente de continua a0 (valor medio de la señal) es τ / T0 y este es la energía.

τ permite incorpora mayor coeficientes múltiplos enteros de la fundamental. Podemos definir el ancho del pulso como lo que sucede en τ / – 2 y τ / + 2.

Lo que puedo modificar acá son 3 cosas: el ancho de pulso, el T0, y la amplitud.



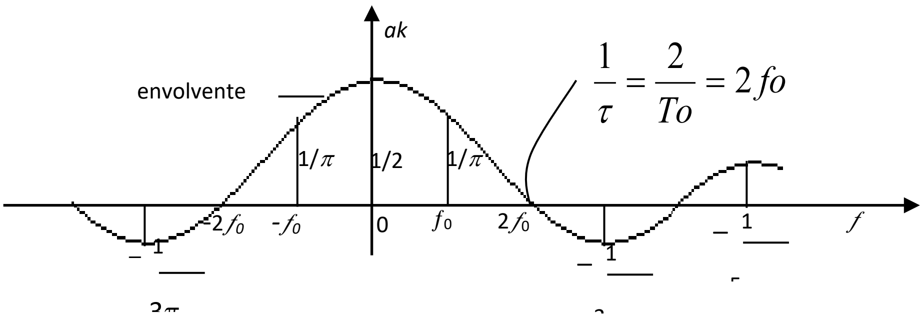
K es 0 y como To se puede tomar en cualquier intervalo, elegimos: –T1 a +T1 = τ

Los coeficientes del pulso están definidos por τ / T_0 (son cosas que yo puedo saber), del seno de πx (kf_0t) sobre πx, es decir los únicos elementos que voy a cambiar es la cantidad de coeficientes que quiero tener k, porque πf_0 es la fundamental y t el tiempo.

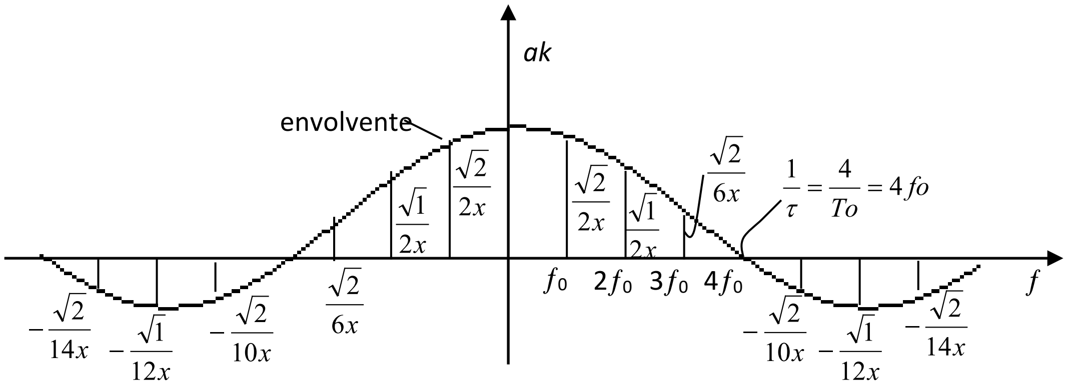
La función senπx / πx es la función sinc, esta, está en función de valores de frecuencia, porque en la ecuación de análisis el tiempo me desaparece al hacer los cálculos anteriores. Y los coeficientes también están en función de la frecuencia, y se van a ir alojando en el diagrama de frecuencia. En múltiplos de f_0 (frecuencia fundamental). El coeficiente k marca el ritmo del espaciado. Tomo f_0 y no T_0, porque f_0 está en función de la frecuencia y el periodo en tiempo.

<u>Función SINC:</u>

Esta función no es continua. Los coeficientes se van a alojar bajo la envolvente, y aplicando distintos valores de k en Kfo y voy a obtener las armónicas (con k=1 obtengo la primera armónica). El cruce esta en 1 / τ, en la segunda armónica. Este modifica la posición del punto de corte en el primer ciclo de la envolvente:



Lo que yo estoy viendo en la función de la envolvente es una relación entre los coeficientes con T_0. Por lo tanto podemos decir que esta función es la función cajón vista desde el punto de vista del **espectro de frecuencia**.



En este caso achicamos el pulso, pero no su valor de repetición. Lo que pasa acá es que la función sinc se va estirando, y meto más armónicas debajo de la envolvente, y al corte lo estiro a valores de frecuencias más altas.

En el caso de un pulso muy pequeño la curva va a ser cada vez más ancha (surge el concepto de ancho de banda: cuando tengo un impulso muy estrecho, tengo que tener mucha energía de alta frecuencia para poderlos generar). No cambia el espaciamiento entre las armónicas, pero si se me corren los primeros ceros. Además, no cambia el espaciamiento respecto al gráfico anterior, pero se corren los primeros ceros.