CAPÍTULO 10

ADMINISTRACIÓN DE INVENTARIOS

1. INTRODUCCIÓN

Electryka SA., es una empresa dedicada a la venta de aparatos electrónicos, computadoras, reproductores de videos, cámaras de foto, etc. Roberto gerente de Electryka SA, recientemente ha implementado un plan de reducción de costos y con este fin solicita una reunión con Juan, el encargado de compras.

Roberto dijo: *"Juan hemos implementado un plan de reducción de costos, en este sentido te pido que revises las políticas de inventario".*

Con esta consigna Juan, está analizando la política de compras de un reproductor de videos portátil; de este producto siempre ha solicitado cinco aparatos por pedido ya que el fabricante entrega la mercadería en forma inmediata.

Sin embargo y considerando el hecho de que procesar una orden de pedido cuesta $40, Juan decide cambiar su política de compras. Basándose en una demanda anual proyectada de aproximadamente 500 aparatos, planea ordenar diez unidades cada vez. *"De esta manera realizaré menos pedidos en el año, en realidad la mitad, y esto debe traducirse en un ahorro en los costos de pedidos"*, pensó.

Roberto, gerente de la empresa, revisó el informe de Juan y le señaló que la decisión de comprar diez aparatos por pedido no era la mejor.

Roberto dijo: *"Hemos proyectado que el costo anual de mantener un reproductor portátil en inventario es de aproximadamente el precio de compra es de $500,00. Esto significa que la empresa gastaría $100 por cada aparato que conserva en inventario durante un año. Si duplicamos la cantidad de aparatos que se piden cada vez, estaremos incrementando en la misma proporción el costo de conservación de los mismos. Me parece que la decisión de comprar diez aparatos por pedido no es la mejor, por lo que me gustaría que justificara más ampliamente su decisión, rectificándola o ratificándola".*

Con la observación de Roberto, Juan se dispuso a analizar más detalladamente el problema para realizar su informe.

¿Es erróneo el análisis de Juan? ¿Debería cambiar la política de compras?

Problemas de este tipo pueden ser analizados utilizando modelos de administración de inventarios.

El objetivo de la administración de inventarios es determinar reglas que puedan aplicarse para reducir al mínimo los costos relacionados con el mantenimiento de existencias de mercadería y al mismo tiempo poder cumplir con la demanda.

A través de los años se han desarrollado varios modelos que permiten determinar estas reglas ante diferentes situaciones.

Estos modelos responden a las siguientes preguntas:

¿Cuánto se debe pedir de un producto?
¿Cuándo se debe hacer el pedido?

Como cada modelo de inventario contempla una realidad diferente, al momento de analizar un determinado problema, en primer lugar, se lo debe caracterizar adecuadamente para así poder seleccionar el modelo correcto.

Fundamentalmente se debe identificar la política de administración de inventarios y los elementos más importantes que la componen, como, por ejemplo:

- ✓ Características de la demanda.
- ✓ Costos relevantes.
- ✓ Posibilidad de admitir faltantes en almacén.
- ✓ Retrasos en el ingreso de los pedidos.
- ✓ Precio del producto.
- ✓ Posibilidad de aceptar pedidos pendientes.
- ✓ Modalidad de ingreso del pedido.

Para analizar las políticas de administración de inventarios, usaremos algunos gráficos que representan el comportamiento del stock.

Por ejemplo, observemos la siguiente figura:

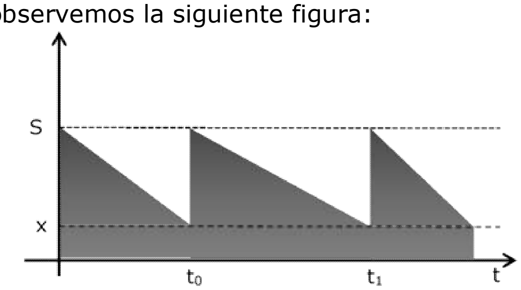


Gráfico 1

En el eje de abscisa se representa el tiempo y en el de las ordenadas la cantidad de unidades almacenadas.

En los momentos 0, t_0, t_1, se tienen S unidades almacenadas, luego a medida que pasa el tiempo esa cantidad va disminuyendo. La oportunidad en que deben realizarse los pedidos está determinada por un nivel mínimo de inventario x, llamado punto de renovación de pedido o nivel de reorden. Este nivel de inventario nos indica el momento de realización del pedido, lo que hace que la periodicidad sea variable.

La cantidad fija que se repone q estará dada por S - x, la cual ingresa en forma instantánea. Este es un sistema de administración de pedidos con cantidades fijas por periodos variables; tiene la ventaja de evitar que se produzcan faltantes de stock, pero es difícil prever el momento en que se debe efectuar el pedido.

Otra de las políticas típicas, es la representada en la siguiente figura:

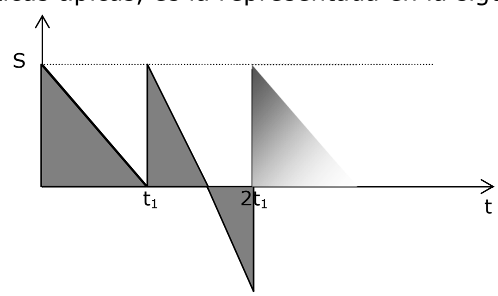


Gráfico 2

En este caso, sabemos exactamente el momento en el que hay que hacer un pedido (t_1, $2t_1$), sin embargo, la cantidad a pedir dependerá del stock existente en ese momento. Es decir que se realizan pedidos en periodo de tiempo fijos, pero con cantidades variables.

El inconveniente de este método es que pueden presentarse rupturas o faltantes en el inventario, que pueden no ser convenientes, tal como ocurre entre los momentos t_1 y $2t_1$.

Por supuesto entre estas dos formas de administrar un inventario existen muchas otras que surgen de la combinación de ambas.

Con respectos a los elementos a considerar al momento de seleccionar el modelo adecuado, además de la política de inventario, debemos contemplar:

- ✓ *Características de la demanda.* La demanda puede ser determinista o aleatoria. Al considerar que la demanda es determinista, implícitamente se está suponiendo que ella es perfectamente conocida y que se da a una tasa constante en el tiempo. En el caso de ser aleatoria podrá corresponder a una variable discreta o continua.

- ✓ *Costos relevantes.* cuando se realiza un análisis de inventarios deben tenerse en cuenta diversos costos, algunos de ellos son:
  - *Costo de pedido:* al emitir una orden de pedido se incurre en diversos gastos, fundamentalmente administrativos. De la misma manera también se tienen gastos al iniciar un lote de producción, por ejemplo, al poner en marcha una línea de producción o al preparar una máquina para una corrida de producción. Se trata de

un costo fijo, es decir independiente del número de unidades pedidas o fabricadas.

- *Costo de almacenamiento:* el hecho de tener mercadería almacenada produce un costo que comúnmente se llama costo de conservación o de almacenamiento, y que generalmente se expresa por unidad de producto y para el periodo total de análisis o por unidad de producto y por unidad de tiempo. Este costo incluye ítems tales como alquileres de los depósitos destinados a almacén, seguros, requerimientos de manejo especial - como refrigeración-, robo, objetos rotos, etc. y el más importante de todos, el costo del capital inmovilizado en inventarios.
- *Costo de ruptura o agotamiento:* se produce una ruptura de stock cuando la demanda supera la cantidad de mercadería en inventario. Cuando se produce una ruptura, puede ocurrir que ésta quede como pedido pendiente, en cuyo caso la mercadería se entregará cuando se disponga nuevamente de stock, o puede suceder que la venta se pierda. En cualquier caso, una ruptura produce un costo, llamado costo de agotamiento o de ruptura. Este costo, que puede incluir tanto componentes explícitos como implícitos, suele medirse por unidad de producto y para el periodo total de análisis o al igual que el de almacenamiento, por unidad de producto y por unidad de tiempo.

✓ *Retrasos en el ingreso de los pedidos:* debe tenerse en cuenta el periodo que transcurre entre el momento de hacer el pedido - o iniciar un lote de producción- y aquel en el cual está disponible la mercadería. La mercadería puede ingresar en forma instantánea, en cuyo caso se dice que el periodo de adelanto (τ) es cero. De lo contrario, puede ocurrir que este periodo sea distinto de cero, pero perfectamente conocido -determinista- o que sea aleatorio.

✓ *Modalidad de ingreso del pedido:* puede suceder que el pedido ingrese al almacén en un solo lote o en forma parcial a lo largo de un periodo de tiempo.

✓ *Precio del producto:* se deben tener en cuenta aquellos casos en los que el precio del producto varía según el tamaño del pedido.

2. CLASIFICACIÓN ABC

Uno de los primeros pasos para la administración y análisis de un sistema de inventarios es realizar un análisis ABC. Este sistema permite determinar qué artículos representan la mayor parte de la inversión y si se justifica mantener invertidos estos recursos.

Ford Dickie en 1951 aplica el principio de Pareto a la administración de inventarios y lo llama análisis ABC.

El *Sistema ABC* ordena los artículos que componen el inventario, en base al porcentaje que su valor monetario representa en el total, de manera que se puedan tomar decisiones eficientes que permitan optimizar la administración de los recursos asignados. Clasifica los artículos en tres grupos:

Vilfredo Pareto, en 1897 afirmó que el

personas

del poder político y la abundancia económica, mientras que el

población se

restante de la riqueza y de la influencia política.

Grupo A: Se incluyen los artículos más importantes para efectos de

general

representan pequeñas cantidades de artículos costosos, los cuales deben estar sujetos a un estricto control y se utilizan procedimientos complejos de pronóstico. Se debe tener cuidado al estimar los diversos parámetros de costo para establecer las políticas de operación.

Grupo B: Corresponde a aquellos artículos de importancia secundaria,

les aplica un control moderado, los artículos se pueden revisar en forma periódica, se solicitan por grupos y no de forma individual y se utilizan métodos de pronóstico menos complicados.

Grupo C: Son artículos de importancia reducida, corresponden entonces

ol, se

deben realizar pedidos de gran tamaño con el fin de minimizar la frecuencia de pedidos.

Esta clasificación es arbitraria pudiendo diferir los porcentajes asignados a cada grupo e incluso existir un número diferente de grupos.

El procedimiento práctico a seguir para el sistema de clasificación de inventarios ABC es el siguiente:

1°. Determinar la participación monetaria de cada artículo en el valor total del inventario.
2°. Tabular los artículos del inventario en orden descendente según el porcentaje de dinero invertido en cada ítem del inventario y calcular el acumulado.
3°. Calcular el porcentaje que cada ítem representa en el total y luego el acumulado.
4°. Graficar la curva ABC del porcentaje acumulado del uso del dinero en función del porcentaje acumulado de ítems.

En el gráfico siguiente se muestra un esquema de clasificación ABC donde la curva representa el del porcentaje acumulado del uso del dinero en función del porcentaje acumulado de artículos.

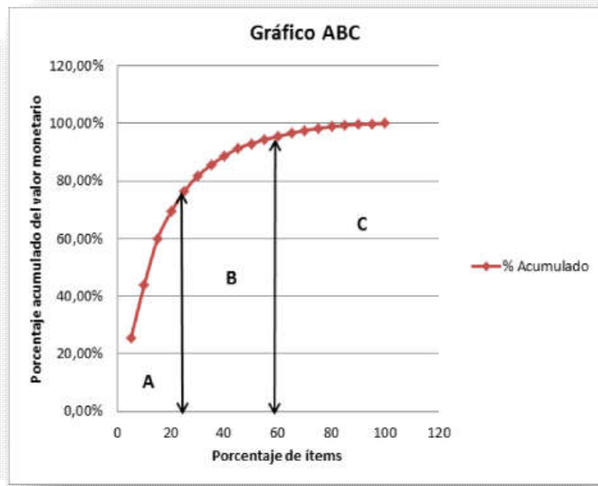


Gráfico 3

De esta manera se espera que una cantidad reducida de ítems que se encuentran en la parte superior de la clasificación serán parte del grupo A, y requerirán la mayor atención por parte de la gerencia; la mayor cantidad de ítems que se encuentran en la parte inferior de la clasificación son asignados al grupo C y requerirán una mínima atención de la gerencia y la cantidad restante de ítems hará parte del grupo B y requieren mediana atención.

Dado que mantener un nivel de inventario implica un capital inactivo, es natural que se ejerza un control sobre aquellos artículos que representen una mayor inversión en capital, por otro lado, aquellos artículos que contribuyen muy poco en la inversión en capital merecen poca atención.

3. DEFINICIÓN DE LA SIMBOLOGÍA A UTILIZAR

Convenimos utilizar la siguiente simbología en todos los desarrollos que realizaremos en el presente capítulo:

T: período de análisis.
N: demanda total en el período de análisis.
t: unidad de tiempo.
h: demanda en la unidad de tiempo o tasa de demanda.
S: nivel máximo de stock.
q: cantidad a pedir o tamaño del lote (de producción o compra).
t_1: periodicidad de efectuar los pedidos o iniciar las corridas de producción.

τ: tiempo que transcurre entre el momento de realización del pedido (o corridas de producción) y su ingreso al almacén. También conocido como período de adelanto o de reaprovisionamiento.
v: cantidad de pedidos (o corridas de producción) a efectuar en el período de análisis T.
p_i: costo unitario de producción o adquisición del producto.
Cs: costo de almacenar una unidad de producto en la unidad de tiempo.
Cp: costo de efectuar un pedido o iniciar un lote de producción.
Cr: costo de ruptura por unidad de producto y por unidad de tiempo.
Cf: costo por unidad de producto faltante al final del período de análisis.
Ce: costo por unidad de producto excedente o sobrante al final del período.
CT: costo total variable de la política de inventarios.

4. MODELO 1 DE UNIVERSO CIERTO O MODELO SIN RUPTURA

Vamos a comenzar con el modelo más simple y clásico, también llamado modelo de la Cantidad Económica de Pedido (CEP). Es un modelo encuadrado dentro de los modelos de universo cierto o determinístico, esta caracterización se realiza a partir de que se considera la demanda como una cantidad conocida.

SUPUESTOS DEL MODELO

Es muy importante, al momento de utilizar un modelo de inventarios en particular, conocer las hipótesis o supuestos que lo sustentan, ya que, si alguno de estos variara, el modelo ya no sería válido.

Las consideraciones o supuestos que lo caracterizan son:

1. La demanda es conocida y se produce a una tasa constante en el tiempo.
2. No se permiten rupturas de stock.
3. El volumen del pedido o lote de producción es constante.
4. Se emite una orden de pedido/producción cuando el nivel del inventario llega a cero.
5. El pedido o lote de producción ingresa instantáneamente, es decir que el periodo de adelanto es cero.
6. La mercadería se recibe en un solo lote.
7. El horizonte de tiempo es infinito y continuo.
8. El precio de costo/producción es constante, no importa la cantidad que se pida/fabrique.
9. Los costos se consideran constantes en el horizonte de tiempo.

Los costos relevantes en este modelo son: el *costo de emisión de la orden de pedido* (Cp) y el *costo de mantener almacenado* el producto (Cs).

GRÁFICA DEL COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO EN EL MODELO CEP

A partir de los supuestos enunciados, podemos graficar el comportamiento del inventario para este modelo de la siguiente manera:

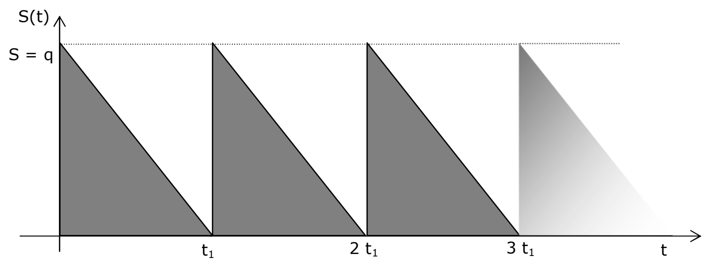


Gráfico 4

DESARROLLO DEL MODELO

El objetivo de este modelo es determinar la cantidad óptima de pedido (q*), de manera que se minimicen los costos totales (CT) y se cumpla con la demanda del producto (N).

Las variables, cuyo valor nos interesa determinar son:

q = cantidad a pedir o tamaño del lote

t_1 = periodicidad de efectuar los pedidos o iniciar las corridas de producción.

v = cantidad de pedidos (o corridas de producción) a efectuar en el período de análisis T.

Dado que la tasa de demanda (h) es constante por unidad de tiempo, podemos establecer las siguientes relaciones entre las variables:

$$h = \frac{N}{T} = \frac{q}{t_1}; \qquad t_1 = \frac{Tq}{N}; \qquad v = \frac{N}{q} \qquad (1)$$

El costo total variable puede expresarse como la suma del costo total variable de hacer los pedidos y del costo total variable de almacenamiento.

$$\left(\text{Costo Total variable}\right) = \left(\text{Costo Total de Pedidos}\right) + \left(\text{Costo Total de Almacenamiento}\right)$$

Donde:

$$\left(\text{Costo Total de Pedidos}\right) = \left(\text{Costo de hacer un pedido}\right)\left(\text{nº de pedidos a realizar en el periodo total}\right)$$

$$\begin{pmatrix}\text{Costo Total del}\\ \text{Almacenamiento}\end{pmatrix} = \left[\begin{pmatrix}\text{Costo de conservacion}\\ \text{por unidad de producto}\\ \text{y unidad de tiempo}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{Inventario promedio}\\ \text{en un periodo}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{subperiodo}\\ \text{de analisis}\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}\text{numero de}\\ \text{periodos}\end{pmatrix}$$

De acuerdo a lo expresado, para la construcción del modelo teórico, procedemos de la siguiente forma:

1º) Se construye la función objetivo que queremos minimizar, esta es una función de costo total variable (CT), teniendo en cuenta que los costos relevantes son Cs y Cp.

$$CT = CTs + CTp \qquad (2)$$

donde:

$$CTs = (Cs\ \frac{q}{2}\ t_1)\ v$$

$$CTp = Cp\ v$$

Reemplazando a v y t_1 por sus iguales según (1)

$$CTs = Cs\ \frac{\cancel{q}}{2}\ \frac{Tq}{\cancel{N}}\ \frac{\cancel{N}}{\cancel{q}} = Cs\ \frac{q}{2}\ T$$

$$CTp = Cp\ v = Cp\ \frac{N}{q}$$

Reemplazando en (2) obtenemos el CT en función de la variable q:

$$CT = Cs\frac{Tq}{2} + Cp\frac{N}{q} \qquad (3)$$

2º) Se calcula el valor de q*, es decir la cantidad a pedir que minimice la función de CT. Como CT es una función continua y derivable, aplicamos las condiciones de máximos y mínimos relativos para funciones de una variable.

$$\frac{\partial CT}{\partial q} = 0$$

$$\frac{\partial CT}{\partial q} = \frac{Cs\ T}{2} - \frac{Cp\ N}{q^2} = 0 \qquad (4)$$

$$\frac{Cs\ T}{2} = \frac{Cp\ N}{q^2};$$

$q^2 = \dfrac{2\ Cp\ N}{Cs\ T}$, despejando q se obtiene: $q^* = \sqrt{\dfrac{2\ Cp\ N}{Cs\ T}}$

Para determinar si el valor obtenido de q* corresponde a un mínimo o máximo de la función CT, calculamos la derivada segunda:

$$\frac{\partial^2 CT}{\partial q} = \frac{2\ Cp\ N}{q^3} \qquad (5)$$

Observando (5), podemos afirmar que, para valores positivos de q, la derivada segunda será positiva y corresponde a un mínimo de la función. Además, el hecho que sea positiva para cualquier valor positivo de q, implica que la función es convexa y esto nos garantiza que el mínimo encontrado es a su vez un mínimo absoluto.

Conociendo el valor óptimo de q, podemos reemplazarlo en (3) y obtener el CT(q*):

Observe que esta es una fórmula que sólo permite encontrar el valor del CT para la cantidad óptima.

$$CT(q^*) = Cs\ T\,\frac{\sqrt{\dfrac{2CpN}{CsT}}}{2} + \frac{Cp\ N}{\sqrt{\dfrac{2CpN}{CsT}}} = \sqrt{2\ Cp\ N\ T\ Cs}$$

RELACIÓN ENTRE CTS Y CTP

A partir de (4), podemos deducir que: "*en el valor óptimo de q, se verifica que el costo total de almacenamiento se iguala al costo total de hacer pedidos*". Situación que podemos observar en el gráfico 4.

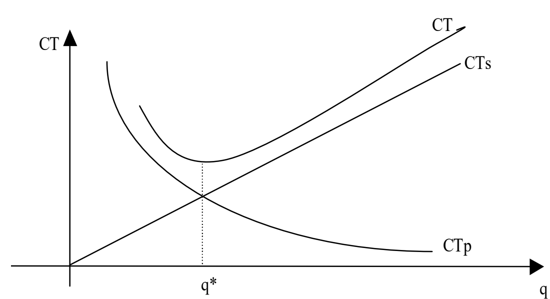


Gráfico 5

Analizando el gráfico, podemos observar una de las características de la función de costo total variable de este modelo, que es la de ser relativamente poco sensible para variaciones cercanas al tamaño del lote óptimo.

EJEMPLO DE APLICACIÓN

La empresa Metalúrgica SA es un fabricante de autopartes, que debe cumplir un contrato por el cual se establece proveer a una automotriz 10.950 amortiguadores por año, a razón de 30 por día. Teniendo en

cuenta que cada lote de producción se inicia y termina en el día, que el costo de iniciar la producción es de $500.- y el mantenimiento del rmine la política óptima de inventarios para el autopartista, sabiendo que cada amortiguador tiene un costo de $600.-
Los datos del problema son:

T= 1 año = 365 días; t = día, h= 30 por día; N= 10950;

Cp= $500 por pedido; Cs= $3 por amortiguador y por día

$$q^* = \sqrt{\frac{2\ Cp\ N}{Cs\ T}} = \sqrt{\frac{2\ (500)\,10950}{3\,(365)}} \simeq 100 \text{ amortiguadores}$$

$$t_1 = \frac{Tq}{N} = \frac{(365)\ 100}{10950} = 3{,}33 \text{ días ;}$$

$$v = \frac{N}{q} = \frac{10950}{100} = 109{,}50 \text{ pedidos en el período T}$$

$$CT(q^*) = \sqrt{2\,Cp\,N\,T\,Cs} = \sqrt{2\,(500)\,10950\,(365)\,3} = \$109.500.-$$

Se puede redondear el valor de q* al entero más próximo, dada la poca sensibilidad de la función de CT alrededor del óptimo.

Podemos observar que la política óptima de inventario es producir 100 amortiguadores cada 3,33 días. Esta política generará un costo total variable mínimo de $109.500.-

5. MODELO 2 DE UNIVERSO CIERTO O MODELO CON RUPTURA

En muchas situaciones puede ser redituable permitir faltantes o rupturas de stocks, ya que, en estos casos, el periodo de tiempo que transcurre entre pedidos se alarga. Esto hace que el número de pedidos en el periodo total sea menor, con lo cual el costo total de pedidos se reduce. Además, el costo total del almacenamiento también disminuye, ya que el nivel de inventario es menor al permitir faltantes o rupturas. No obstante, se produce en estos casos un costo por la falta de mercadería, que debe ser considerado. Lo que se pretende es equilibrar los costos de ruptura, que son crecientes, con los costos decrecientes de pedidos y almacenamiento.

SUPUESTOS DEL MODELO

1. La demanda es conocida y se produce a una tasa constante en el tiempo.

2. Se permiten rupturas o faltantes de stock.
3. El volumen del pedido es constante.
4. El pedido se recibe instantáneamente, es decir que el periodo de adelanto es cero.
5. La mercadería se recibe en un solo lote.
6. El horizonte de tiempo es infinito y continuo.
7. El costo del producto es constante, no importa la cantidad que se pida.
8. Los costos se consideran constantes en el horizonte de tiempo.
9. La demanda que se produce cuando no hay stock no se pierde, se lo toma como pedidos pendientes que se satisfacen al llegar el reabastecimiento.
10. Las q unidades que llegan con cada pedido se tratan de la siguiente manera: se destinan (q-S) unidades a satisfacer los pedidos pendientes y las S unidades restantes se destinan al nuevo ciclo.
11. El ciclo t_1 se divide en dos partes t_2 y t_3. Durante el tiempo t_2 se dispone de mercadería para atender la demanda y durante t_3 se anotan los requerimientos para satisfacerlos cuando llegue el próximo pedido.

Los costos que se consideran relevantes en este modelo son:

Cs = costo de mantener una unidad en inventario por unidad de tiempo.

Cp = costo de pedido.

Cr = costo de tener una unidad como pedido pendiente por unidad de tiempo

GRÁFICA DEL COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO

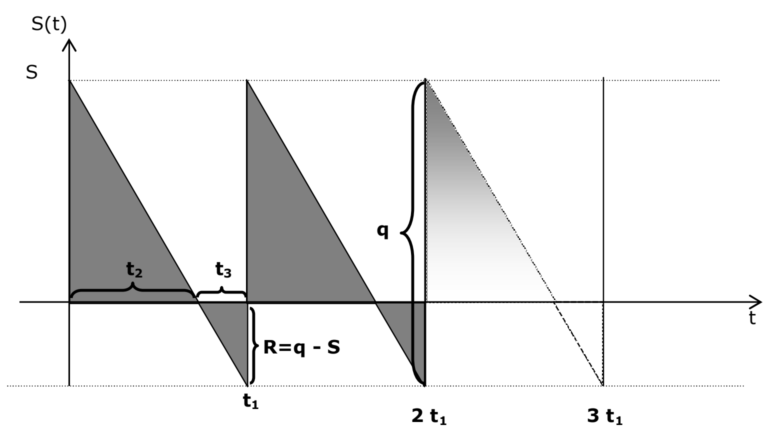


Gráfico 6

DESARROLLO DEL MODELO

Las variables, cuyo valor nos interesa determinar son:

q = cantidad a pedir o tamaño del lote

t_1 = periodicidad de los pedidos

v = cantidad de pedidos (o corridas de producción) a efectuar en el período de análisis T.

t_2 = tiempo durante el cual existe mercadería en el almacén

t_3 = tiempo en el cual no existe mercadería en el almacén o lo que es lo mismo, hay rupturas de stock.

Nuevamente, a fin de realizar el desarrollo, establecemos algunas relaciones entre las variables:

$$v = \frac{N}{q}; \qquad h = \frac{N}{T} = \frac{q}{t_1} = \frac{S}{t_2} = \frac{q-S}{t_3};$$

de donde: (1)

$$t_1 = \frac{T\,q}{N}; \qquad t_2 = \frac{T\,S}{N}; \qquad t_3 = \frac{T\,(q-S)}{N}$$

En la construcción del modelo teórico, procedemos de la siguiente forma:

1º) Se construye la función de costo total variable (CT) teniendo en cuenta que los costos relevantes son Cs, Cp y Cr

$$CT = CTs + CTp + CTr \qquad (2)$$

Las funciones de costos anteriores se construyen de manera análoga a las del modelo CEP, considerando que ahora el subperíodo de análisis se divide en un período durante el cual existe mercadería para atender la demanda y un período donde la demanda se mantiene como pedidos pendientes.

Observe en el gráfico 6, que la mercadería almacenada es la superficie de un triángulo de base t_2 y altura S. Es decir, $\frac{S\,t_2}{2}$.
Igual razonamiento se utiliza para la mercadería pendiente de entrega.

donde:

$$CTs = \left[\left(Cs\ \frac{S}{2}\ t_2\right)\right] v$$

$$CTp = Cp\ v$$

$$CTr = \left[Cr\ \frac{(q-S)}{2} t_3\right] v$$

reemplazando a v, t_1, t_2 y t_3 por sus iguales según las relaciones establecidas en (1)

$$CTs = Cs\ \frac{S}{2}\ \ \frac{T\,S}{N}\ \ \frac{N}{q} \ = \ Cs\ \frac{T\,S^2}{2q}$$

$$CTp \ = \ Cp\,v \ = \ Cp\ \frac{N}{q}$$

$$CTr = \left[Cr\frac{(q-S)}{2}\ \ \frac{T(q-S)}{N} \right]\frac{N}{q} \ = \ Cr\ \frac{T(q-S)^2}{2q}$$

Reemplazando en (2) obtenemos el CT

en función de las variables q y S:

$$CT = \ Cs\ \frac{T\,S^2}{2q} \ + \ Cp\,\frac{N}{q} \ + \ Cr\ \frac{T\,(q-S)^2}{2q}$$

2º) Para obtener el valor de q y S que hagan óptima a CT se procede de la misma forma que lo hicimos en el modelo anterior, sólo que en este caso hay que tener en cuenta que CT es una función de dos variables, por lo que se deberán aplicar las condiciones de máximos y mínimos relativos para este tipo de funciones, es decir:

$$\frac{\partial CT}{\partial q} = 0; \qquad \frac{\partial CT}{\partial S} = 0$$

El valor de q y S, obtenidos al despejar, verifican un mínimo si:

$$\frac{\partial^2\ CT}{\partial q''} \ > 0; \qquad \frac{\partial^2\ CT}{\partial S''} \ > 0 \quad y \quad |\,H\,| = \left(\frac{\partial^2 CT}{\partial q''} \quad \frac{\partial^2 CT}{\partial S''} \right) - \left(\frac{\partial^2 CT}{\partial q\ \partial S} \right)^2 \ > \ 0$$

Los valores óptimos que se obtienen al realizar este proceso de cálculo son:

$$q^{*} = \sqrt{\frac{2\ Cp\ N}{Cs\ T}}\ \sqrt{\frac{Cs+Cr}{Cr}} \qquad y \qquad S^{*} = \sqrt{\frac{2\ Cp\ N}{Cs\ T}}\sqrt{\frac{Cr}{Cs+Cr}}$$

Observemos que la cantidad óptima de pedido se obtiene ahora, de la misma manera que en el modelo CEP, pero multiplicada por un factor que depende de la magnitud relativa Cr y Cs.

Cuanto mayor sea el costo de mantenimiento de inventario con respecto al costo de los pedidos pendientes, conviene mantener un nivel de inventario más bajo y, por el contrario, cuanto mayor importancia tenga el costo por faltantes, el nivel de inventarios será más alto y menor la ruptura.

De acuerdo con esto, a medida que aumenta el costo de ruptura el lote óptimo de este modelo se acerca al valor calculado con el modelo CEP.

También puede observarse que, siempre que la situación lo permita, es conveniente utilizar el modelo con agotamientos planeados, ya que este produce un costo total menor que usando el modelo CEP.

EJEMPLO DE APLICACIÓN

Con los datos de Metalúrgica SA, supongamos que en el contrato con la automotriz se establece que si no puede cumplir con los envíos diarios (30 amortiguadores por día), deberá pagar una multa de $1.- por pieza no entregada y por día de retraso en la entrega.
Los datos ahora son:

T= 1 año = 365 días; t = día; h= 30 unidades por día;

N= 10950;

Cp= $ 500 por pedido; Cs= $ 3 por amortiguador y por día;

Cr= $1 por unidad y por día

$$q^* = \sqrt{\frac{2\ Cp\ N}{Cs\ T}}\sqrt{\frac{Cs\ +Cr}{Cr}} = \sqrt{\frac{2\,(500)\,10950}{3\,(365)}}\sqrt{\frac{3+1}{1}} = 100\,(2) = 200 \text{ amortiguadores}$$

$$S^* = \sqrt{\frac{2\ Cp\ N}{Cs\ T}}\sqrt{\frac{Cr}{Cs\ +Cr}} = \sqrt{\frac{2\,(500)\,10950}{3\,(365)}}\sqrt{\frac{1}{3+1}} = 100\,(0,5) = 50 \text{ amortiguadores}$$

Comparar estos resultados con los del modelo I y sacar conclusiones sobre cómo se modifica la política óptima cuando se admiten rupturas de stock.

$$t_1 = \frac{Tq}{N} = \frac{365(200)}{10950} = 6,67 \text{ días}\,; \qquad t_2 = \frac{TS}{N} = \frac{365(50)}{10950} = 1,67 \text{ días}\,;$$

$$t_3 = t_1 - t_2 = 5 \text{ días}$$

$$v = \frac{N}{q} = \frac{10950}{200} = 54,75 \text{ pedidos en el período T}$$

$$CT = Cs\,\frac{T\,S^2}{2q} + Cp\,\frac{N}{q} + Cr\,\frac{T\,(q-S)^2}{2q} = 3\,\frac{365(50)^2}{2(200)} + 500\,\frac{10950}{200} + 1\,\frac{365(200-50)^2}{2(200)} = \$54.750.-$$

Plantear diferentes escenarios asignando diferentes valores a Cr y comparar los resultados obtenidos en cada situación. Particularmente observar lo que ocurre cuando Cr asume un valor muy grande.

6. RELACIÓN ENTRE EL MODELO 1 Y EL MODELO 2 DE UNIVERSO CIERTO

Si observamos los valores óptimos de ambos modelos, podemos ver que:

- ✓ En el Modelo 1 $\Rightarrow$ q = S
- ✓ En el Modelo 2 $\Rightarrow q \neq S$

En S del segundo modelo, aparece el término $\sqrt{\frac{Cr}{Cr+Cs}}$, el cociente bajo el signo de radicación se llama tasa de ruptura (ρ), y es justamente este término el que hace la diferencia entre el inventario máximo en ambos modelos. Vamos a analizar qué ocurre con la tasa de ruptura a medida que el costo de ruptura aumenta, para ello tomamos límite para Cr :

$$\underset{Cr}{\ell} \quad \frac{Cr}{Cr+Cs}$$

Esto es una indeterminación, para resolverla aplicamos la Regla de L'Hopital:

$$\underset{Cr}{\ell} \quad \frac{Cr}{Cr+Cs}=1$$

Con lo cual podemos afirmar que la relación que existe entre ambos modelos es la siguiente *"el modelo 1 es un caso particular del modelo 2, cuando el costo de ruptura es inmensamente alto"*. Es decir que, cuando el costo de ruptura es muy grande ($Cr\to$), el modelo 2 se transforma en el modelo 1, que justamente no admite rupturas porque tienen un costo imposible de afrontar.

7. MODELO CON REABASTECIMIENTO UNIFORME

Cuando analizamos los modelos 1 y 2 de universo cierto, hemos supuesto que cada orden de producción ingresa al almacén en un solo lote. Relajaremos ahora esta hipótesis y consideraremos que, al colocar una orden, las piezas van ingresando al inventario a una tasa constante durante un cierto periodo de tiempo. Esta tasa, a la cual se fabrica el producto, debe ser mayor que la tasa de demanda; de lo contrario no se podría cumplir con la demanda.

SUPUESTOS DEL MODELO

1. La demanda es conocida y se produce a una tasa constante en el tiempo llamada h.
2. El lote se produce a una tasa de producción conocida de *a* unidades por unidad de tiempo.
3. Los bienes ingresan al almacén a una tasa constante *a* que debe ser mayor a la tasa de demanda h, de otra manera no existiría inventario, es decir $a > h$.
4. No se permiten rupturas de stock.
5. El volumen del lote de producción (q) es constante.
6. Se emite una orden de pedido cuando el nivel del inventario llega a cero.
7. El costo de producción es constante y no depende del número de unidades del lote.

Los costos relevantes son: el costo de emisión de la orden de producción (Cp) y el costo de mantener almacenada una unidad de producto en una unidad de tiempo (Cs). Estos costos se consideran constantes en el horizonte de tiempo.

Observemos que la periodicidad de efectuar los pedidos (t_1) se divide en dos tiempos, el tiempo durante el cual ingresa y se consume mercadería (t_4) y el tiempo durante el cual solamente se consume (t_5), es decir:

$$t_4 + t_5 = t_1$$

Durante el periodo de reabastecimiento (t_4), el inventario crece con una tasa igual a la diferencia entre las tasas de demanda y abastecimiento

GRÁFICA DEL COMPORTAMIENTO DEL INVENTARIO

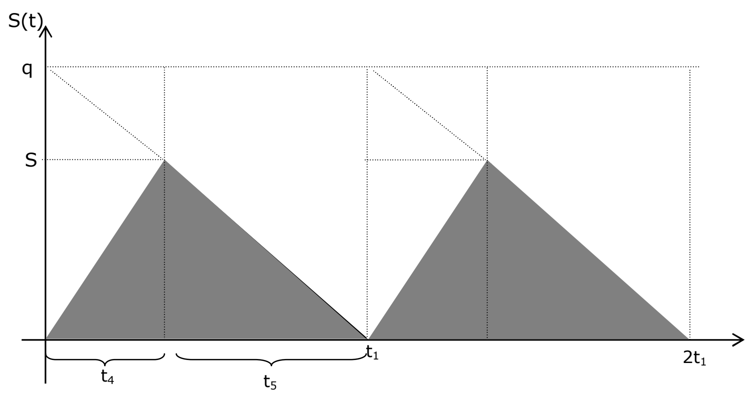


Gráfico 7

DESARROLLO DEL MODELO

Teniendo en cuenta las características anteriores, se desarrolla el modelo del lote de producción a partir de una función de costo total que contempla el costo total de almacenamiento, más el costo total de preparación de la producción, de manera similar a la desarrollada en el primer modelo.

Considerando que:

Durante t_4 la mercadería se produce a una tasa *a,* por lo que al final de este periodo se habrá completado la producción del lote completo q, es decir:

$q = a\ t_4$; despejando $t_4 = q/a$;

$t_1 = t_4 + t_5$; $t_5 = t_1 - t_4$

Debido a que durante el período t_4 ingresa y sale mercadería, la tasa a la cual se acumula el inventario es (a - h) por lo que el stock máximo, que se da al final del periodo t_4, será:

$S = (a - h)\, t_4$; reemplazando a t_4 $\quad S = (a - h)\left(\frac{q}{a}\right)$; $\quad S = q\left(1 - \frac{h}{a}\right)$

Recordando que la función de costo total es igual al costo total de pedir más el costo total de almacenar, para este modelo será:

$$CT = Cp\,\frac{N}{q} + \left(Cs\,\frac{S}{2}\,t_4 + Cs\,\frac{S}{2}\,t_5\right)\frac{N}{q};$$

$$CT = Cp\,\frac{N}{q} + Cs\,\frac{S}{2}\,\frac{N}{q}\,(t_4 + t_5) = Cp\,\frac{N}{q} + Cs\,\frac{S}{2}\,\frac{N}{q}\,t_1 \;;$$

$$CT = Cp\,\frac{N}{q} + Cs\,\frac{S}{2}\,\frac{N}{q}\,\frac{Tq}{N} = Cp\,\frac{N}{q} + Cs\,\frac{q\left(1 - \frac{h}{a}\right)}{2}\,\frac{N}{q}\,\frac{Tq}{N};$$

$$CT\,(q) = Cp\,\frac{N}{q} + Cs\,\frac{q}{2}\,T\left(1 - \frac{h}{a}\right)$$

Aplicando las condiciones de máximos y mínimos para funciones de una variable, obtenemos que el tamaño del lote de producción óptimo será:

$$q^* = \sqrt{\frac{2\,Cp\,N}{Cs\,T\left(1 - \frac{h}{a}\right)}} = \sqrt{\frac{2\,Cp\,N}{Cs\,T}}\,\sqrt{\frac{1}{1 - \frac{h}{a}}}$$

Si comparamos este modelo con reabastecimiento uniforme con el primer modelo, podemos observar que se realizan pedidos más grandes y los costos son menores. Esto es así, porque durante el periodo t_4 algunas unidades que se reciben se distribuyen inmediatamente, lo cual reduce los costos de almacenamiento.

EJEMPLO DE APLICACIÓN

Supongamos que una fábrica de jabón en polvo produce en una línea con capacidad de 5000 cajas mensuales. La demanda anual se estima en 30000 cajas, manteniéndose la tasa de demanda prácticamente constante durante todo el año.

La limpieza, preparación y puesta en marcha de la línea de producción cuesta aproximadamente $140.- El costo de producción es de $2,00 por

Determinar el tamaño del lote de producción y el costo total asociado.

T = 12 meses t = mes

a = 5000 unidades por mes; h = 2500 unidades por mes

N = 30000 unidades por año;

Cp = $140;

C_s = $ 0.04 por unidad y por mes

$$q^* = \sqrt{\frac{2\,Cp\,N}{Cs\,T\left(1-\frac{h}{a}\right)}} = \sqrt{\frac{2\ (140)\ 30000}{0{,}04\,(12)\left(1-\frac{2500}{5000}\right)}} \simeq 5916 \text{ unidades}$$

$$CT\,(q) = Cp\,\frac{N}{q} + Cs\,\frac{q}{2}\,T\left(1-\frac{h}{a}\right) = 709.93 + 709.92 = \$1419.85$$

Obsérvese que, al igual que en el primer modelo, para el tamaño óptimo del lote de producción, los costos totales se igualan.

8. NIVEL DE REORDEN Y STOCK DE SEGURIDAD

En los modelos analizados hasta el momento hemos considerado que:

- ✓ Se emite una orden de pedido cuando el nivel del inventario llega a cero.
- ✓ El pedido se recibe instantáneamente, es decir que el periodo de adelanto (τ) es cero.

Sin embargo, en la mayoría de los casos transcurre un tiempo entre el momento de realizar el pedido y el momento en que éste ingresa al almacén, llamado periodo de adelanto o de reabastecimiento. Esto trae como consecuencia la necesidad de fijar un punto de reorden, es decir un momento en el tiempo en el cual deberíamos realizar el pedido o un nivel de reorden distinto de cero.

Si recordamos que definimos como *nivel de reorden* al nivel de inventario que indica el momento de realizar el pedido, estaremos de acuerdo en que este nivel de inventario debe ser suficiente para atender a la demanda en el periodo τ, dado que la mercadería no ingresa instantáneamente.

Se pueden presentarse dos situaciones, que τ sea determinista o que τ sea una variable aleatoria con distribución de probabilidad conocida.

Caso 1: Periodo de adelanto determinista

Analizaremos cómo calcular el nivel de reorden según el modelo que estemos trabajando cuando el período de reabastecimiento es un tiempo determinista.

MODELO CEP

En este caso será suficiente que fijemos un nivel de reorden igual a la demanda (m) en el período τ. Como hemos supuesto que la tasa de demanda (h) es conocida y constante, entonces el nivel de reorden (x) será:

$$x_0 = m = h.\tau$$

Si consideramos el tiempo, entonces el punto de reorden o memento de reorden t_0 será

$$t_0 = t_1 - \tau$$

Gráficamente:

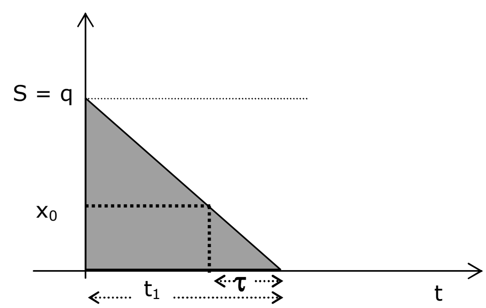


Gráfico 8

MODELO CON RUPTURAS

En este modelo podríamos analizar si el período de reabastecimiento se produce mientras hay mercadería en almacén o cuando el stock está en falla.

a) Caso en que el momento de realizar el pedido (t_1-τ) se encuentra dentro del período que hay stock (t_2)

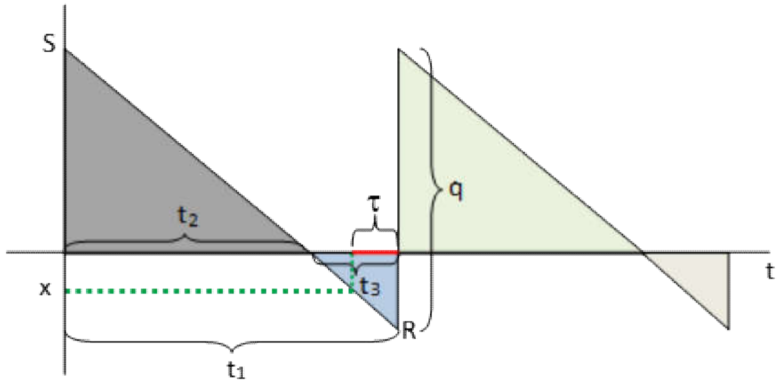


Gráfico 9

El nivel de reorden se calcula como:

$$x = m - R = (h\,\tau) - (h\,t_3);$$

$$\mathbf{x = h\,(\tau - t_3)}$$

b) Caso en que el momento de realizar el pedido (t_1-τ) se encuentra en el período en que no hay stock (t_3)

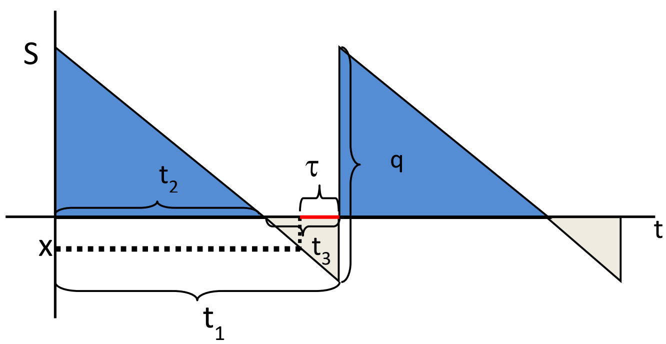


Gráfico 10

No obstante, el nivel de reorden se calcula igual que en la situación anterior:

$$x = m - R = (h\,\tau) - (h\,t_3);$$

$$\mathbf{x = h\,(\tau - t_3)}$$

Observe que en ambos casos el nivel de reorden se calcula de la misma manera. Si el resultado es positivo, indicará el nivel de stock que nos alerta de realizar el pedido, mientras que si es negativo nos mostrará el nivel de ruptura que advierte cuando realizar el pedido.

MODELO CON REABASTECIMIENTO UNIFORME

En este modelo debemos analizar si el período de reaprovisionamiento se produce mientras está ingresando mercadería o en el período de solo consumo.

a) Caso en que el momento de realizar el pedido (t_1-τ) se encuentra durante el período de demanda (t_5)

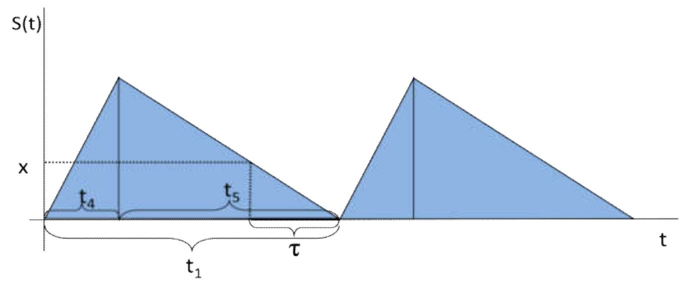


Gráfico 11

El nivel de reorden en este caso lo calculamos como:

$$\mathbf{x = h\ \tau}$$

b) Caso en que el momento de realizar el pedido (t_1-τ) se encuentra durante el período de ingreso de mercadería (t_4)

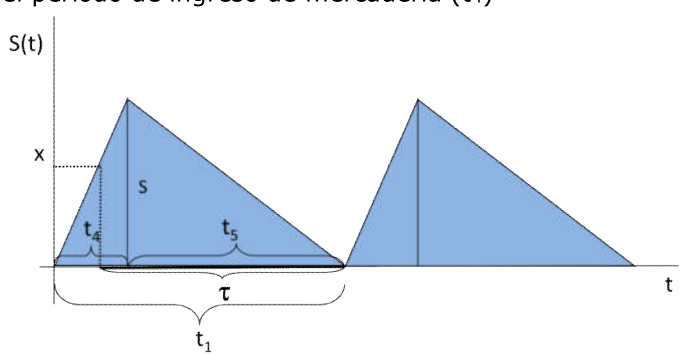


Gráfico 12

El nivel de reorden en este caso será:

$$\mathbf{x = (a-h)\ (t_1-\tau\ )}$$

Caso 2: Periodo de adelanto aleatorio

MODELO CEP

En situaciones en que τ es una variable aleatoria, no podremos fijar como nivel de reorden a la demanda en τ, ya que como a este período lo hemos supuesto aleatorio, entonces la demanda también lo será.

Si trabajamos con el supuesto de que τ se distribuye normal con media igual a $\overline{\tau}$ y desviación estándar igual a σ_τ, tendremos que m también tendrá una distribución normal, con una media igual a $\overline{m}$ y un desvío igual a σ_m.

Es decir que si fijáramos como nivel de reorden a la demanda media en τ

Lo que a nosotros nos interesa, es establecer un nivel de reorden (x) que nos proporcione una cierta confianza de que, durante el periodo τ, este nivel x de inventario no será excedido por la demanda. Esto es:

$$P(m > x) = \alpha$$

donde α es un nivel de probabilidad que nosotros fijamos y que debe ser suficientemente pequeño, esto es lo mismo que decir que:

$$P(m \leq x) = 1 - \alpha$$

Siendo $1-\alpha$ el nivel de confianza.

Gráficamente el nivel de reorden *x* que permite un nivel de confianza de $1-\alpha$ es el siguiente:

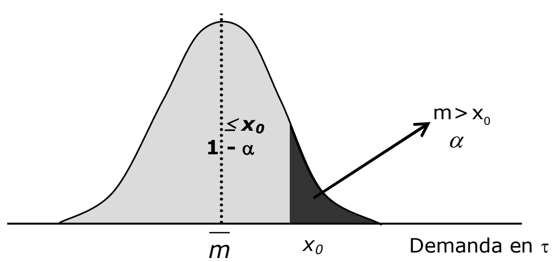


Gráfico 13

Como hemos supuesto que τ y por lo tanto m siguen una distribución normal, entonces, dado un nivel de confianza $1-\alpha$, podremos determinar el nivel de reorden como sigue:

$$z_{1-\alpha} = \frac{x - \overline{m}}{\sigma_m}$$

En consecuencia:

$$\boxed{x_0 = \bar{m} + z_{1-\alpha}.\sigma_m}$$

Donde:

$\bar{m} = h.\bar{\tau}$

$\sigma_m = h.\sigma_\tau$

Podemos observar que ahora el nivel *x* está formado por $\bar{m}$, más una cierta cantidad representada por $z_{1-\alpha}.\sigma_m$. Esta cantidad se llama *stock de seguridad*, y tiene como función cubrir los excesos de la demanda real, por encima de la demanda media, en el periodo de retardo.

EJEMPLO DE APLICACIÓN

Con los datos de Metalúrgica SA para el modelo CEP, supongamos que el período que transcurre entre el inicio y fin del lote de producción es de 1 día, determinar el nivel de reorden.

Recordemos que la política óptima para este caso es fabricar 100 amortiguadores cada 3,3334 días.

Entonces: $h = \frac{q^*}{t_1} = \frac{100}{3,3334} = 30$ amortiguadores por día

y $\tau = 1$ día

$x_0 = m = h\tau = 30(1) = 30$ amortiguadores

Es decir que la empresa Metalúrgica SA deberá iniciar un nuevo lote de producción cada vez que el inventario llegue a 30 amortiguadores.

Supongamos ahora que el tiempo para producir cada lote es una variable aleatoria normal con media 2 días y desvío 0,5. Es decir:

$\tau \sim N\ (2\ ;\ 0,5)$

$\bar{m} = h\bar{\tau} = 30(2) = 60$ amortiguadores

$\sigma_m = h\sigma_\tau = 30(0,5) = 15$ amortiguadores

Entonces:

$m \sim N\ (60\ ;\ 15)$

Fijando un nivel de confianza de 0,05, entonces $z_{0,95} = 1,645$

Buscamos:

$$\text{Prob }(m \leq x_0) = 0{,}95$$

$$\text{Prob }\left(z_{0,95} \leq \frac{x_0 - \bar{m}}{\sigma_m}\right) = 0{,}95$$

$$\text{Prob }\left(1{,}645 \leq \frac{x_0 - 60}{15}\right) = 0{,}95$$

$x_0 = 60 + 1{,}645(15) = 84{,}67$ amortiguadores

En este caso el nivel de reorden se fija en 85 amortiguadores, siendo el stock de seguridad igual a:

$x_0 \quad \bar{m} \quad 84{,}67 \quad 60 \quad 25$ amortiguadores.

MODELO CON RUPTURAS: en este modelo cuando τ es determinista, el nivel de reorden se calcula como

$$x = h\,(\tau - t_3) = h.\tau - h.t_3$$

Si τ es aleatorio con distribución normal, entonces

$$\boxed{x_0 = h.\bar{\tau} - h.t_3 + z_{1-\alpha} h \sigma_\tau}$$

Cabe aquí la misma aclaración con respecto al signo de x_0, realizada en el caso de τ determinista. Es decir que, cuando x_0 es positivo nos está indicando el nivel de inventario que nos alerta de realizar el pedido o iniciar el lote de producción y si x_0 es negativo nos está indicando un nivel de ruptura.

MODELO CON REABASTECIMIENTO UNIFORME

En este caso tendremos que considerar si el pedido ingresa durante el periodo t_4, es decir periodo durante el que se produce el almacenamiento o en el periodo de solo consumo (t_5).

En el primer caso, si llamamos x_0 al inventario acumulado hasta el momento $t_0 = t_1 - \tau$, lo podemos calcular a partir de la tasa de ingreso de la mercadería al almacén, es decir:

Observar que t_0 representa el tiempo que transcurre entre el inicio de un ciclo y ($t_1 - \tau$), cuando $\tau > t_5$

$$x_0 = (a\text{-}h)\ t_0 = (a\text{-}h)\ (t_1 - \tau) = (a\text{-}h)\ t_1 - (a\text{-}h)\ \tau$$

Si consideramos que τ es aleatorio con distribución normal, calcularemos el nivel de reorden como

$$\boxed{x_0 = (a\text{-}h)t_1 - \left[(a\text{-}h)\ \bar{\tau} + z_{1-\alpha}(a\text{-}h)\ \sigma_\tau\right]}$$

Análogamente, si el pedido ingresa durante t_5, la demanda en τ se calcula a partir de la tasa de demanda (h), es decir:

$$m = h\,\tau$$

Si τ es aleatorio con distribución normal, entonces

$$\boxed{x_0 = \overline{m} + z_{1-\alpha}\sigma_{m5} = h\overline{\tau} + z_{1-\alpha} h \sigma_\tau}$$

9. MODELO CON DESCUENTOS POR COMPRAS EN CANTIDADES

En los modelos 1 y 2 de universo cierto, hemos trabajado bajo el supuesto que el precio de producción o adquisición del producto era constante e independiente del tamaño del lote. En la práctica, ocurre frecuentemente que los proveedores ofrecen descuentos si los pedidos son suficientemente grandes. Por ejemplo, supongamos que:

Si el pedido es entre 0 y q_1 unidades, el precio unitario es p_1
Si el pedido es entre q_1 y q_2 unidades, el precio unitario es p_2 (1)
Si el pedido es entre q_2 y q_3 unidades, el precio unitario es p_3

Donde el precio unitario va disminuyendo a medida que se incrementa el tamaño del lote.

Es decir:

$$q_1 < q_2 < q_3 \qquad y \qquad p_1 > p_2 > p_3$$

El precio del producto dependerá de la decisión del tamaño del lote

Esta condición, obliga a que se incorpore el precio del producto en la función de costo total variable. Además, al ser el precio discontinuo, el CT también lo será, por lo tanto, no podremos utilizar el cálculo diferencial para encontrar el punto óptimo de la función.

En estos casos, también suele ocurrir que el costo de almacenamiento deja de ser constante, porque generalmente una parte de este costo está en relación directa con el precio del producto, como por ejemplo el valor del seguro de la mercadería almacenada y el costo del capital inmovilizado, es decir que:

$$Cs = a + b\,p_i$$

La función de costo total variable en este modelo se calcula de la siguiente forma:

$$CT = CTp + CTs + \text{demanda total valuada según el precio del producto}$$

$$CT_{(q,\,pi)} = \left[Cp + Cs\,\frac{q}{2}\,t_1 + q\,p_i \right] v$$

$$CT_{(q,\,pi)} = Cp\,\frac{N}{q} + (a + b\,p_i)\,\frac{q}{2}\,t_1\,\frac{N}{q} + q\,p_i\,\frac{N}{q}$$

Reemplazando a $t_1 = \frac{T\,q}{N}$ y operando :

$$CT_{(q,\,pi)} = Cp\,\frac{N}{q} + (a + b\,p_i)\,\frac{T\,q}{2} + p_i\,N$$

Esta función no es continua porque p_i no lo es. Para cada valor de p_i existirá una función de costo total, la que dependerá sólo de q. Así para el caso de tres precios:

$$CT_{(q,\,p_i)} = Cp\,\frac{N}{q} + (a + b\,p_1)\,\frac{T\,q}{2} + p_1\,N \qquad \text{si } 0 \le q < q_1$$

$$CT_{(q,\,p_i)} = Cp\,\frac{N}{q} + (a + b\,p_2)\,\frac{T\,q}{2} + p_2\,N \qquad \text{si } q_1 \le q < q_2$$

$$CT_{(q,\,p_i)} = Cp\,\frac{N}{q} + (a + b\,p_3)\,\frac{T\,q}{2} + p_3\,N \qquad \text{si } q_2 \le q < q_3$$

En cada función de costo total variable podremos calcular :

$$q_i{}^* = \sqrt{\frac{2\,Cp\,N}{(a + b\,p_i)\,T}}$$

Observemos gráficamente como puede modificarse el valor óptimo de acuerdo al intervalo de precios y a la estructura de la función de CT:

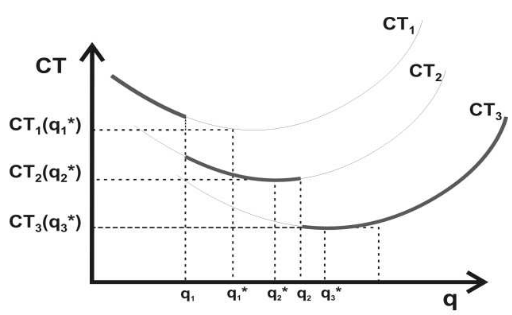


Gráfico 14

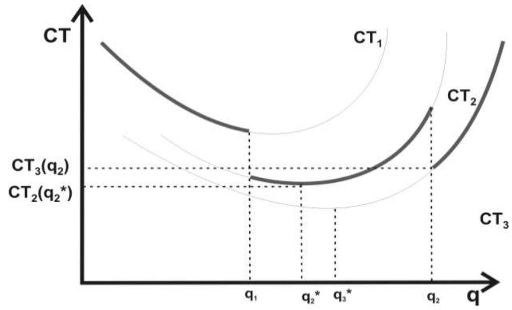


Gráfico 15

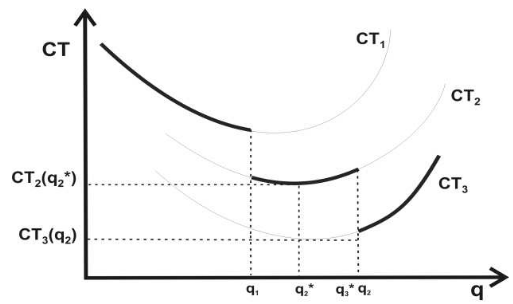


Gráfico 16

Vemos que en el gráfico 13 la cantidad óptima es q_3^*, la que se adquiere al precio más bajo p_3.

En el gráfico 14 la cantidad q_2^* es la que verifica el menor costo total variable, por lo cual, la decisión óptima en este caso es comprar esa cantidad al precio p_2.

En el último gráfico, la cantidad más conveniente a pedir es q_3, menor cantidad que se puede comprar al precio más barato.

¿Cómo se trabaja en la práctica para determinar la cantidad óptima a pedir?

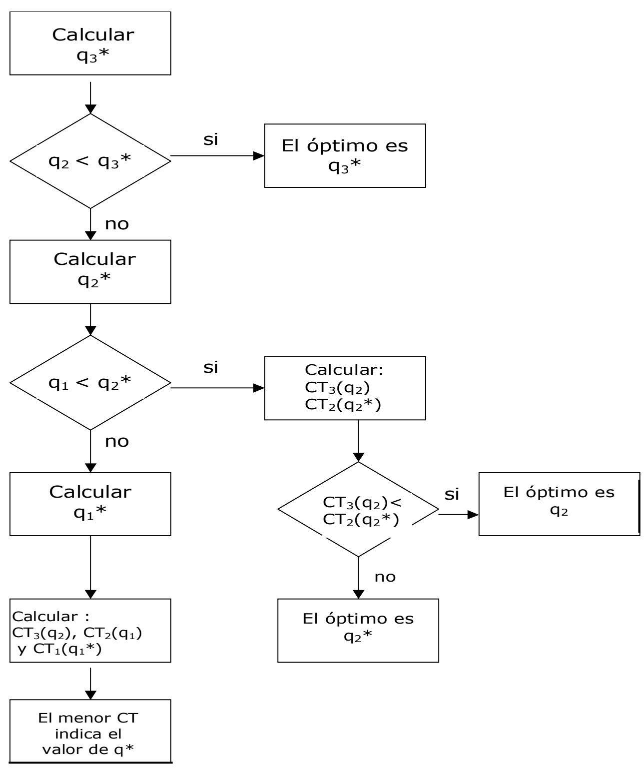
El procedimiento consta de dos etapas

- : Calcular q_i* para cada intervalo de precio, comenzando por el intervalo que tiene el menor precio hasta encontrar un q_i* comprendido en el intervalo de cantidades.
- : Comparar las funciones de costo total para el q_i* encontrado y las cantidades (q) mínimas que permiten acceder a los descuentos en el precio del producto.

Procedimiento

1. Comenzamos por el intervalo de menor precio y calculamos el q_i* con ese precio. Si q_i* está comprendido en ese intervalo entonces ése es el volumen óptimo de pedido. **FIN DEL PROCEDIMIENTO**
2. Si qi* no está en ese intervalo, continuamos con el siguiente intervalo y si está comprendido, calculamos el costo total para ese valor de qi* y para la menor cantidad con la que se puede acceder al descuento; el costo total menor indicará el volumen óptimo (q*).
3. Si q_i* no está en ese intervalo, repetimos el paso 2 hasta encontrar un q_i* comprendido en un intervalo y comparamos el costo total para ese valor con los que surgen de considerar las cantidades mínimas para acceder a cada descuento.

En el siguiente diagrama se muestra la metodología de cálculo del lote óptimo, para el caso de tres precios.



Es importante destacar que, si bien el desarrollo de esta metodología se realizó considerando tres precios diferentes, la misma se utiliza cualquiera sea el número de intervalos de precios.

EJEMPLO DE APLICACIÓN

De una empresa dedicada a la venta de equipamiento industrial, se conocen los siguientes datos respecto al mantenimiento del inventario de heladeras comerciales:

$T = 365$ días; $N = 15.900$ unidades al año;

$Cp = \$50$ por pedido; $Cs = \$1 + 0{,}035p_i$ por día y por producto

$P_1 = \$\ 600$, si $0 \le q < 25$

$P_2 = \$\ 500$, si $25 \le q < 35$; $P_3 = \$\ 400$, si $35 \le q$

Primero calculamos:

$$q_3{}^* = \sqrt{\frac{2\,(50)\,15900}{[1+0{,}035\ (400)]\,365}} = 17{,}04 \text{ unidades}$$

Como $q_3{}^* < q_2$ (límite inferior del último intervalo), calculamos:

$$q_2{}^* = \sqrt{\frac{2\,(50)\,15900}{[1+0{,}035\,(500)]\,365}} = 15{,}34 \text{ unidades}$$

Como $q_2{}^* < q_1$ (límite inferior del segundo intervalo), calculamos:

$$q_1{}^* = \sqrt{\frac{2\,(50)\,15900}{[1+0{,}035\,(600)]\,365}} = 14{,}07 \text{ unidades}$$

Ahora debemos calcular las funciones de CT según (2) y compararlas:

$$CT_{q_2,\,p_3} = CT_{35,\,400} = 50\,\frac{15900}{35} + [1+0{,}035\,(400)]\,\frac{365\,(35)}{2} +$$
$$+(400)\,15900 = \$\ 6.478.526{,}79$$

$$CT_{q_1,\,p_2} = CT_{25,\,500} = 50\,\frac{15900}{25} + [1+0{,}035\,(500)]\,\frac{365\,(25)}{2} +$$
$$+\ (500)\,15900 = \$\ 8.066.206{,}25$$

$$CT_{q_1{}^*,\,p_1} = CT_{14{,}07;\,600} = 50\,\frac{15900}{14{,}07} + [1+0{,}035\,(600)]\,\frac{365\,(14{,}07)}{2} +$$
$$+(600)\,15900 = \$9.652.994{,}25$$