Investigación de Operativa

Modelos y simulación

Universidad Católica de Córdoba

1417749@ucc.edu.ar

Ing. Sergio H. Rosa

Curso 2020

Programación Lineal

Clase 2

Ejemplo: modelo

$$
\begin{array}{lrcrl}
\text{Máx. (Z)} = & 70\ x_1 + 40\ x_2 & & & \\
\text{S a} & 2\ x_1 & + & 5\ x_2 & <= 2.000 \\
 & 1\ x_1 & + & 1\ x_2 & <= \quad 500 \\
 & 2\ x_1 & + & 1\ x_2 & <= \quad 800 \\
 & x_1 & ; & x_2 & >= \quad 0
\end{array}
$$

Formas de expresar un modelo de PL

Función Objetivo

$$\text{Máx } [\text{Mín}]\ Z = f(X)$$

Restricciones Funcionales

$$g_i(X)[\leq, \geq, =]\ b_i \qquad i = \{1, 2, \ldots.. m\}$$

Restricciones de No Negatividad

$$X \geq \phi$$

Modelo Matemático General de PL

- Forma canónica (explícita)

Maximizar $Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + \ldots + c_n x_n$

Sujetas las x_j a:

$$
\begin{array}{l}
a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + \ldots + a_{1n} x_n \leq b_1 \\
a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 + \ldots + a_{2n} x_n \leq b_2 \\
. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\
a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + a_{m3} x_3 + \ldots + a_{mn} x_n \leq b_m
\end{array}
$$

$\forall\, x_j \geq 0 \;\; (j = 1, 2, \ldots, n)$

Modelo Matemático General de PL

- Forma canónica (explícita)

Minimizar $Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + \ldots + c_n x_n$

Sujetas las x_j a:

$$
\begin{array}{l}
a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + \ldots + a_{1n} x_n \geq b_1 \\
a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 + \ldots + a_{2n} x_n \geq b_2 \\
. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\
a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + a_{m3} x_3 + \ldots + a_{mn} x_n \geq b_m
\end{array}
$$

$\forall\ x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \ldots, n)$

Modelo Matemático General de PL

- Forma Mixta (Explícita)

$$\text{Max (Min) } Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + \ldots + c_n x_n$$

Sujetas las x_j a:

$$\begin{array}{l}
a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + \ldots + a_{1n} x_n \leq b_1 \\
a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 + \ldots + a_{2n} x_n = b_2 \\
. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\
a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + a_{m3} x_3 + \ldots + a_{mn} x_n \geq b_m
\end{array}$$

$$\forall\, x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \ldots, n)$$

Modelo Matemático General de PL

- Forma estándar (Explícita)

Max (Min) $Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + \ldots + c_n x_n$

Sujetas las x_j a:

$$
\begin{array}{l}
a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + \ldots + a_{1n} x_n = b_1 \\
a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 + \ldots + a_{2n} x_n = b_2 \\
. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\
a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + a_{m3} x_3 + \ldots + a_{mn} x_n = b_m
\end{array}
$$

$\forall\ x_j \geq 0 \ \ (j = 1, 2, \ldots, n)$

Ejemplo: modelo

$$
\begin{array}{lrcrcr}
\text{Máx. (Z)} = & 70\,x_1 & + & 40\,x_2 & & \\
\text{S a} & 2\,x_1 & + & 5\,x_2 & <= & 2.000 \\
 & 1\,x_1 & + & 1\,x_2 & <= & 500 \\
 & 2\,x_1 & + & 1\,x_2 & <= & 800 \\
 & x_1 & ; & x_2 & >= & 0
\end{array}
$$

Forma estándar

Forma estándar

$$\text{Máx. (Z)} = 70\,x_1 + 40\,x_2 + 0\,s_1 + 0s_2 + 0s_3$$

$$\text{S a} \quad \left\{ \begin{array}{l} 2\,x_1 + 5\,x_2 + s_1 = 2.000 \\ 2\,x_1 + 1\,x_2 + s_2 = 800 \\ 1\,x_1 + 1\,x_2 + s_3 = 500 \end{array} \right\} \text{Sistema ecuaciones}$$

$$x_1\ ;\quad x_2\ ;\ s_1\ ;\ s_2\ ;\ s_3\ >= \ 0$$

Tenemos un sistema de ecuaciones que es compatible indeterminado, es decir que tiene infinitas soluciones.

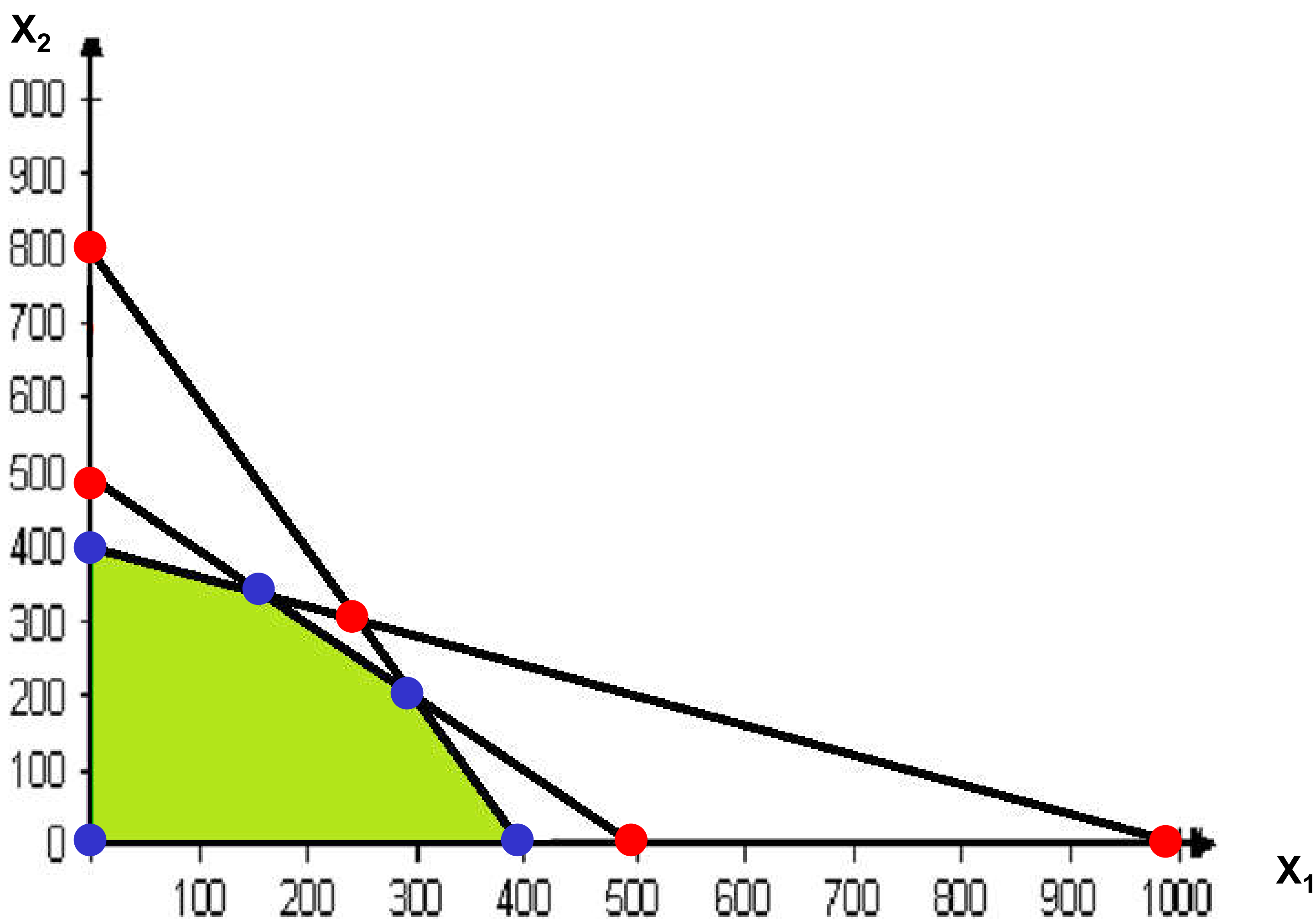
Podemos obtener una solución básica haciendo n-m variables = 0

Cantidad de soluciones básicas

$$C\binom{n}{m} = n!/[(n-m)!m!]$$

$$=5!/[(5-3)!\ *3!] =10$$

¿Dónde están esas soluciones?



Repasando los tipos de soluciones

Todas las $x_j \geq 0$

SOLUCIÓN FACTIBLE O POSIBLE

<u>Más</u> de *m* $x_j > 0$
SOLUCIÓN FACTIBLE
NO BÁSICA

<u>No más</u> de *m* $x_j > 0$
SOLUCIÓN FACTIBLE
BÁSICA

<u>Exactamente</u> de *m* $x_j > 0$
NO DEGENERADA

<u>Menos</u> de *m* $x_j > 0$
DEGENERADA

Modelo Matemático General de PL

- Forma Matricial canónica

$$\textbf{Maximizar } Z = C\,X$$

$$A\,X \leq B$$

$$X \geq \phi$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} c_1, c_2, \dots, c_n \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ . \\ b_m \end{bmatrix}$$

Modelo Matemático General de PL

- Forma vectorial estándar

$$\text{Máx} \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

sa

$$\sum_{j=1}^{n} P_j x_j = P_0 \qquad P_j = \begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ . \\ . \\ a_{mj} \end{bmatrix} \qquad P_0 = B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ . \\ . \\ b_m \end{bmatrix}$$

$$x_j \geq 0, \forall j$$

Supuestos del modelo de PL

- Un solo objetivo.
- Un conjunto de restricciones.
- Proporcionalidad.
- Divisibilidad.
- Aditividad.
- Certidumbre.
- No negatividad de las variables.

$$
\begin{array}{lrcrl}
\text{Máx. (Z)} = & 70\,x_1 & + & 40\,x_2 & \\
\text{S a} & 2\,x_1 & + & 5\,x_2 & <= 2.000 \\
 & 1\,x_1 & + & 1\,x_2 & <= 500 \\
 & 2\,x_1 & + & 1\,x_2 & <= 800 \\
 & x_1 & ; & x_2 & >= 0
\end{array}
$$

Ejemplo producción de trigo

Para la producción de trigo, un Ing. Agrónomo está buscando los distintos tipos de fertilizante que debería utilizar en la cosecha. Dispone de 500 hectáreas de terreno, las que desea utilizar en su totalidad. En el Mercado existen 4 fertilizantes a utilizar; ellos son: F18, JP1, FER2000 y TSP91. Los costos por utilizarlos en una hectárea de terreno son de $120, $150, $270 y $180 respectivamente. Además, c/u de ellos producen un incremento en la producción de trigo de un 10%, 15%, 22% y 17%. En la temporada, por cada hectárea de terreno se producen 10 toneladas de trigo. Se disponen de $60.000 para invertir en fertilizantes y se espera obtener al menos un mínimo de producción de 5200 toneladas de trigo sobre las 500 hectáreas de terreno. Como contrapartida, luego de la utilización de los fertilizantes, el terreno quedará arruinado en función del tipo de fertilizante que se utilice ya que los mismos reducen la cantidad de nitrato. Si se utiliza el F18 la cantidad de nitrato se reduce en un 50%, en un 62% en caso de usar JP1 y en un 27% y 35% para FER2000 y TSP91 respectivamente. No se desea que el nitrato se vea reducido en más de un 37% en promedio para las 500 hectáreas.

a) Describa correctamente las variables y objetivos del problema.
b) Formule un modelo de Programación Lineal que permita conocer la combinación óptima que maximice la producción de trigo.

Ejemplo modelización

1. **Variables de decisión:**

x_F = Cantidad de hectáreas a fertilizar con F18 p/ la siguiente cosecha.

x_J = Cantidad de hectáreas a fertilizar con JP1 p/ la siguiente cosecha.

X_2 = Cantidad de hectáreas a fertilizar con FER2.000 p/ la siguiente cosecha.

x_T = Cantidad de hectáreas a fertilizar con TSP91 p/ la siguiente cosecha.

2. **Objetivo:** Maximizar la producción.

Ejemplo modelización

3. **Restricciones:**

- Disponibilidad de terreno, 500 hectáreas a utilizar completamente.
- Presupuesto de $60.000 posible a utilizar
- Producción mínima 5.200 toneladas.
- Reducción máxima de nitrato 37%.

4. **Condición de no negatividad.**

Ejemplo modelización

$$\text{Max. }(Z) = 11X_F + 11{,}5X_J + 12{,}2X_2 + 11{,}7X_T$$

$$\text{S a} \quad X_F + X_J + X_2 + X_T = 500$$

$$120X_F + 150X_J + 270X_2 + 180X_T <= 60.000$$

$$11X_F + 11{,}5X_J + 12{,}2X_2 + 11{,}7X_T >= 5.200$$

$$0{,}5X_F + 0{,}62X_J + 0{,}27X_2 + 0{,}35X_T <= 0{,}37(X_F + X_J + X_2 + X_T)$$

$$X_F, \quad X_J, \quad X_2, \quad X_T >= 0$$

Ejemplo modelización

Una compañía elabora dos tipos de sombreros. Cada sombrero del primer tipo requiere dos veces más tiempo de mano de obra que un sombrero del segundo tipo. Si todos los sombreros son exclusivamente del segundo tipo, la compañía puede producir un total de 500 unidades al día. El mercado limita las ventas diarias del primero a 150 y para el segundo modelo se ha determinado como norma producir el triple del modelo 1. Supóngase que la ganancia que se obtiene por producto es $80 para el tipo 1 y $50 para el tipo 2.

Se pide:

a)Formule un problema de PL que maximice la ganancia de cada producto.

b)Defina las variables de decisión, las de holgura y la función objetivo.

c)En un gráfico indique el polígono de soluciones y la solución óptima.

Ejemplo modelización

1. **Variables de decisión:**

x_1 = Cantidad sombreros tipo 1 a fabricar por día.

x_2 = Cantidad sombreros tipo 2 a fabricar por día.

2. **Objetivo:** Maximizar el beneficio

3. **Restricciones:**
   - Capacidad de producción diaria.
   - Demanda máxima de sombreros tipo 1.
   - La producción de sombreros del tipo 2 deber ser igual al triple del sombrero tipo 1.
4. **Condición de no negatividad.**

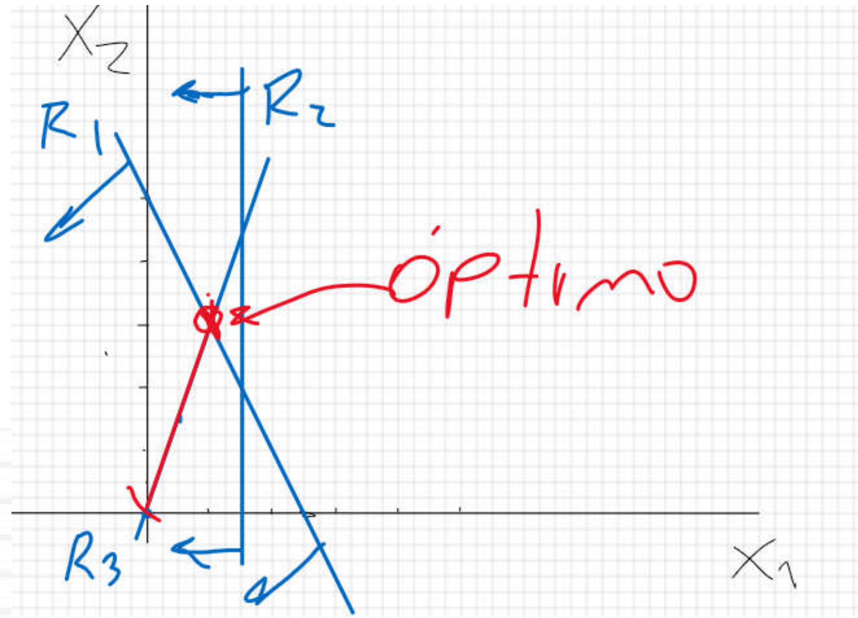
Ejemplo modelización

$$
\begin{array}{lllll}
\text{Max. (Z) =} & 80\, x_1 + 50\, x_2 & & & \\
\text{S a} & 1/250\, x_1 & + 1/500\, x_2 & <= 1 & \text{(R1)} \\
 & 1\, x_1 & & <= 150 & \text{(R2)} \\
 & & x_2 & = 3\, x_1 & \text{(R3)} \\
 & x_1 \;; & x_2 & >= 0 &
\end{array}
$$

$R(3) \rightarrow \; -3\, x_1 + 1\, x_2 = 0$

Ejemplo modelización

$$
\begin{array}{llcll}
\text{Max. } (Z) = & 80\,x_1 + 50\,x_2 & & & \\
\text{S a} & 2\,x_1 \;+\; 1\,x_2 & <= & 500 & (R1) \\
 & 1\,x_1 & <= & 150 & (R2) \\
 & x_2 & = & 3\,x_1 & (R3) \\
 & x_1 \;;\; x_2 & >= & 0 &
\end{array}
$$



R1 = R3

500-2X1 = 3X1

5X1 = 500

X1=100

X2= 300

$$X^* = \begin{cases} X1=100 \\ X2=300 \end{cases}$$

$Z^* = 80(100)+50(300) = 23.000$

Ejemplo modelización, forma estándar

Max. (Z) =	$80\,x_1 + 50\,x_2 + 0S_1 + 0S_2$	
S a	$2\,x_1 + 1\,x_2 + S_1 = 500$	(R1)
	$1\,x_1 + S_2 = 150$	(R2)
	$-3\,x_1 + x_2 = 0$	(R3)
	$x_1\ ;\ x_2, S_1, S_2 >= 0$	

R(3) → $-3\,x_1 + 1\,x_2 = 0$

Ejemplo modelización

Establecimiento “El Tala” produce dos tipos de alimentos para ganado. Ambos alimentos están hechos completamente de trigo y alfalfa. El alimento 1 debe contener cuando menos el 80% de trigo y el alimento 2 como máximo el 70% de alfalfa. El alimento 1 se vende a $3.00 por kg y el alimento 2 se vende a $2.60 por kg. “El Tala” dispone en el almacén de 1.600 kg de trigo que lo quiere utilizar en su totalidad (el costo para reponer el trigo es de $1.10) y puede comprar hasta 1.800 kg a $0.80 de alfalfa por semana. La demanda de ambos alimentos no tiene límite, se pide:

a) Formule un PL para maximizar las ganancias de “El Tala”.
b) Defina las variables de decisión y las variables de holgura.

Ejemplo “El tala”

1) Definición de las variables

Ing,\alimento	Alimento 1	Alimento 2	
Trigo	XT1	XT2	XT
Alfalfa	XA1	XA2	XA
	XL1	XL2	

Xij= Cantidad del ingrediente i utilizada en la producción del alimento j por semana.

2)Objetivo= Maximizar ganancia

3) Planteo de las restricciones

I) Disponibilidad de trigo =1600 kg a utilizar completamente.
II) Disponibilidad máxima de alfalfa = 1.800 kg.
III) Para el alimento 1 cuando menos el 80% de trigo.
IV) Para el alimento 2 como máximo el 70% de alfalfa.

4) Condición de no negatividad

Ejemplo “El tala”

$$\max (Z) = 1{,}9XT1 + 2{,}2XA1 + 1{,}5XT2 + 1{,}8XA2$$

S.A.

$$XT1 + XT2 = 1.600 \quad \text{(restricción disp. de trigo)}$$

$$XA1 + XA2 <= 1.800 \quad \text{(restricción disp. de Alfalfa)}$$

$$0{,}2XT1 - 0{,}8\,XA1 >= 0 \quad \text{(Restricción contenido min.)}$$

$$-0{,}7\,XT2 + 0{,}3\,XA2 <= 0 \quad \text{(Restricción contenido max.)}$$

$$Xij >= 0$$

Ejemplo “El tala” con 8 variables

Max (Z) = 3 XL1 + 2,6 XL2 – 1,1 XT – 0,8 XA

S.A.	XT1 + XT2							= 1.600 (restricción disp. de trigo)
		XA1 + XA2						<= 1.800
	XT1							>= 0,8 (XT1 + XA1)
			XA2					<= 0,7(XT2 + XA2)
				XL1				= XT1+XA1
					XL2			= XT2 + XA2
						XT		= XT1+XT2
							XA	= XA1+XA2
				XL1, XL2, XT, XA,			Xij	>= 0

Ejemplo cartera de inversión

Una importante organización financiera debe determinar como invertirá sus activos en el año en curso. Actualmente dispone de 1,4 millones de dólares y analiza invertirlos en bonos, préstamos hipotecarios, préstamos para automóviles y préstamos personales. La tasa de rendimiento anual para cada inversión del 0.08 para bonos, 0.12 para préstamos hipotecarios, 0.15 para préstamos para compra de automóviles y 0.18 para préstamos personales. Para asegurar que la cartera no sea demasiado riesgosa, el gerente ha propuesto las siguientes restricciones:

- La cantidad invertida en préstamos personales no puede superar la cantidad invertida en bonos.
- No puede invertirse en préstamos personales más del 22% de la inversión total.
- La cantidad invertida en préstamos hipotecarios no puede ser mayor que la cantidad invertida en préstamos para automóviles.

Formule un modelo de PL que le permita a la compañía maximizar el rendimiento anual de su cartera.

Planteo del modelo

1. **Variables de decisión:**

Xj = Cantidad de dólares a invertir en cada tipo de inversión para el siguiente año. Para toda j= b, h, a, p

2. **Objetivo=** Maximizar el rendimiento total de las inversiones.

3. **Restricción:**
   I. Disponibilidad de dólares
   II. La cantidad invertida en préstamos personales no puede superar la cantidad invertida en bonos.
   III. No puede invertirse en préstamos personales más del 22% de la inversión total.
   IV. La cantidad invertida en préstamos hipotecarios no puede ser mayor que la cantidad invertida en préstamos para automóviles.

4. **Condición de no negatividad**

Modelo

$$
\begin{array}{ll}
\text{Max. (Z)} = & 0{,}08X_b + 0{,}12\,X_h + 0{,}15X_a + 0{,}18X_p \\
\text{S. A.} & X_b + X_h + X_a + X_p \le 1.400.000 \\
 & X_p \le X_b \\
 & X_p \le 0{,}22\,(X_b + X_h + X_a + X_p) \\
 & X_h \le X_a \\
 & X_b,\ X_h,\ X_a,\ X_p \ge 0
\end{array}
$$

Ejemplo producción cerámicos

Cerámica San José quiere determinar un plan de producción óptimo de sus productos: cerámico esmaltado, ladrillo block y tejas. El proceso de producción de estos ítems requiere diferentes combinaciones de horas de mano de obra, horas de secado y horas de horneado, que se muestran a continuación.

Ítems	**Cerámicos (por 100 Un.)**	**Tejas (por 100 Un.)**	**Ladrillos (por 50 Un.)**
Horas M O	5	6	8
Horas secado	4	8	10
Horas horneado	4	3	6

Ítems	**Cerámicos (por 20 Un.)**	**Tejas (por 10 Un.)**	**Ladrillos (por 10 Un.)**
Beneficios	8	5	12

Se ha establecido una relación (dadas por ventas pasadas) entre la cantidad de tejas a producir y la producción de ladrillos, la que dice que, la producción de tejas debe es igual al 30% de la producción de ladrillos. Por otro lado el gerente de producción ha determinado como norma producir al menos una cantidad de cerámicos equivalente 15% de la producción total (cerámicos, tejas y ladrillos). La empresa dispone de 320 horas de mano de obra, no hay restricción con las horas de secado ni con las horas de horneado. No se debe producir mas de 1.500 unidades de cerámicos.

Plantee un PL para ayudar a la organización en su planificación.

Planteo del problema

Modelo

$$
\begin{array}{llllll}
\text{Max } (z) = & 0{,}4X_c + 0{,}5X_t + 1{,}2\,X_l & & & & \\
\text{S. A.} & 0{,}05X_c + 0{,}06X_t + 0{,}16\,X_l \le 320 & & & & \\
 & & X_t & & & = 0{,}3X_l \\
 & X_c & & & & \ge 0{,}15\,(X_c + X_t + X_l) \\
 & X_c & & & & \le 1.500 \\
 & X_c, & X_t, & X_l & & \ge 0
\end{array}
$$

Ejemplo Planificación de personal

Un hospital está realizando estudios de Ingeniería para optimizar los recursos con que cuenta. Una de las principales preocupaciones del Director del hospital es la del personal. El problema que actualmente enfrenta es con el número de enfermeras en la sección de "Emergencias". Para tal efecto, mandó realizar un estudio estadístico que arrojó los resultados siguientes:

Hora	Número mínimo requerido de enfermeras
0 a 4	40
4 a 8	80
8 a 12	100
12 a 16	70
16 a 20	120
20 a 24	50

Cada enfermera de acuerdo a la Ley Federal del Trabajo, debe trabajar 8 horas consecutivas por día. Formular el problema de contratar el mínimo de enfermeras que satisfagan los requerimientos arriba citados, como un modelo de PL.

Planteo del modelo

1. **Variables de decisión**

X_j = cantidad de enfermeras que ingresan en el turno j, para todo j= 1,2,3,4,5,6

2. Objetivo = Minimizar la cantidad total de enfermeras

3. Restricciones

Las enfermeras deben trabajar 8 horas.
Requerimiento mínimo de enfermeras por cada turno (6 restricciones)

4. Condición de no negatividad

Modelo

Min (Z) =	$X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6$	
SA	$X1 + X6$	≥ 40 → Restricción turno 1
	$X1 + X2$	≥ 80 → Restricción turno 2
	$X2 + X3$	≥ 100 → Restricción turno 3
	$X3 + X4$	≥ 70 → Restricción turno 4
	$X4 + X5$	≥ 120 → Restricción turno 5
	$X5 + X6$	≥ 50 → Restricción turno 6
	$X1, X2, X3, X4, X5, X6$	≥ 0

Ejemplo Fabricante de equipos

Un importante fabricante de equipos electrónicos para medicina debe planificar su producción. Manufactura dos tipos de fuentes de alimentación para sus equipos principales, la organización puede vender las fuentes en forma individual para el mercado de repuestos o bien venderlos en los equipos. En la siguiente tabla se muestra la composición de las fuentes de alimentación y su disponibilidad mensual:

Composición de las fuentes de alimentación:

Productos \insumos	Kit de diodos	Kit de capacit.	Kit de resistenc.	Micro tipo I	Micro tipo II	Hs sección F
Fuente tipo I	1 Un.	2 Un.	2 Un.	1 Un.		2,3
Fuente tipo II	2 Un.	1 Un.	3 Un.		1Un.	1,8
Disponibilidad (Mes)	1250 Un.	1500 Un.	2600 Un.	950 Un.	700Un.	528

Existen pedidos en firme para el mes por 250 unidades para la fuente tipo I y se estima que como máximo se pueden vender 500 unidades de la fuente tipo II. En cuanto a la composición de los equipos es como se muestra en la tabla:

Ejemplo Fabricante de equipos

Productos\insumos	Fuente tipo I	Fuente tipo II	Kit Eléctrico	Kit tornillos	Hs sección E
Equipo 1	1 Un		1 Un	2 Un	5,5
Equipo 2		1 Un	2 Un	1 Un	4,8
Disponibilidad (Mes)			1350 Un	2150 Un	692

Nota: los kits están constituidos por un conjunto de elementos.

Precios de venta de los productos:

Productos	Ganancia
Fuente tipo I	$150,00
Fuente tipo II	$130,00
Equipo 1	$520,00
Equipo 2	$420,00

Se pide:

a) Defina adecuadamente las variables y el objetivo.

b) Describa las restricciones.

c) Formule un PL para maximizar las ganancias de la empresa.

Planteo del modelo

1). Variables de decisión

Xf1v, Xf2v, Xf1e1, Xf2e2, Xe1, Xe2

2). Objetivo= Maximizar ganancias

3). Restricciones

i) Restricción disponibilidad de kit de diodos.
ii) Restricción disponibilidad de kit de capacitores
iii) Restricción disponibilidad de kit de resistencias.
iv) Restricción disponibilidad de micros tipo 1.
v) Restricción disponibilidad de micros tipo 2.
vi) Disponibilidad de horas secc. F.
vii) Restricción disponibilidad de kit eléctrico
viii) Restricción disponibilidad de kit de tornillos
ix) Disponibilidad de horas secc. E.
x) Restricción demanda mínima de 250 Un. Fuentes tipo 1 para la venta.
xi) Restricción demanda máxima de 500 Un. Fuentes tipo 2 para la venta.
xii) La cantidad de fuentes tipo 1 destinadas al equipo 1 de ser igual a la cantidad de equipos 1.
xiii) La cantidad de fuentes tipo destinadas al equipo 2 de ser igual a la cantidad de equipos 2.

4) Condición de no negatividad