

Haciendolo por contradicción, digamos que

$$\sqrt{2} = a, \sqrt{5} = ar, \sqrt{7} = ar^2$$

donde  $a$  y  $r$  son números naturales

Eso significa que:

$$r = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$$

O sea:

$$\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}\right)^2 \rightarrow \frac{5}{2} = \frac{7}{5}$$

$$5 \cdot 5 = 2 \cdot 7 \rightarrow \boxed{25 = 14}$$

Se contradice, así que no es posible tener una progresión geométrica