materia: fecha:

22/01/25

Si es posible, encuentra a, b, c enteros positivos tales que $a^2+b^2=4c+3$

$a^2+b^2=4c+3$

El lado derecho siempre es congruente con 3 (mod 4) porque 4c es múltiple de 4.

Un cuadrado perfecto n^2 es congruente con 0 o 1.

Prueba: $n \equiv 0, 1, 2, 3 \pmod 4$

$n \equiv 0 \rightarrow 0^2 \equiv 0 \pmod 4$

$n \equiv 1 \rightarrow 1^2 \equiv 1 \pmod 4$

$n \equiv 2 \rightarrow 2^2 \equiv 4 \equiv 0 \pmod 4$

$n \equiv 3 \rightarrow 3^2 \equiv 9 \equiv 1 \pmod 4$

Entonces reemplazando a^2 y b^2, las combinaciones serían (mod 4)

$0+0=0$ $\quad$ $0+1=1$, $1+0=1$ $\quad$ $1+1=2$

No existen a, b, c enteros positivos ya que la suma de 2 cuadrados nunca es congruente a 3

Primos

Haciendo una contradicción, que sea finito.
Digamos n el mayor primo, entonces $n!+1$ no es primo porque $>n$, eso significa que tiene un factor primo $\leq n$, pero no puede dividirse entre ningún num de 1 a n.
Entonces el factor primo $>n$, contradicción