

IMO 1 2024

① Con la nota del statement, de que 0 es múltiplo de todo número, significa que también es múltiplo de n , por lo que la condición se cumple

$$② 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 \dots + n \cdot 1 = 1 + 2 + 3 \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Como la ecuación queda como fracción, significa que no es múltiplo de n . No se cumple

$$③ 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \dots + n \cdot 2 = 2 + 4 + 6 \dots + 2n = \cancel{\frac{n(n+1)}{2}} \\ = n(n+1)$$

Como la ecuación queda sin ser fracción, significa que es múltiplo de n . Si se cumple

④ Si $a = 2k$, significa que $\frac{a}{2}$ no deja residuo, entonces, es par, lo que significa

$$1 \cdot 2k + 2 \cdot 2k + 3 \cdot 2k \dots + n \cdot 2k = \cancel{2k \frac{n(n+1)}{2}} = kn(n+1)$$

Como la ecuación queda sin ser una fracción, significa que es múltiplo de n . Si se cumple

⑤ Si $a = 2k+1$, significa que $\frac{a}{2}$ da residuo, entonces es impar

$$1 \cdot (2k+1) + 2 \cdot (2k+1) \dots + n \cdot (2k+1) = (2k+1) \cdot \frac{n(n+1)}{2} = \frac{2k+1}{2} \cdot n(n+1)$$

Como queda como fracción, no es múltiplo de n

No se cumple