



# Recursión

Estructura de Datos

Dr. Víctor de la Cueva

[vcueva@itesm.mx](mailto:vcueva@itesm.mx)

## Recursión

- Es el proceso de resolver un problema reduciéndolo a versiones más simples del mismo.
- En computación, la recursión se da cuando **una función se llama a sí misma** con un **argumento más simple**.
- La recursión es un proceso muy poderoso para resolver ciertos problemas para los que la solución de otro tipo sería muy complicada.
- Desde luego, la recursión tienen ventajas y desventajas que hay que tomar en cuenta a la hora de aplicarla.

```

Function A* at:
  allocate:
  openat :=
  come from:
  g_score at:
  p_score at:
  f_score at:
  while open:
    current:
    if open:
      ret:
      remove:
      new cur:
      for use:
      if:
      ter:
      if:
  return fail
Function recode:
  if current:
    p := re:
    return:
  else:
    return:

```

## Definición recursiva de un problema

- Para garantizar que un problema se puede resolver con recursión basta plantear una **definición recursiva** del mismo.
- Una definición es recursiva cuando se hace **en función del mismo concepto**.
- Desde luego que, como se está definiendo algo en función de sí mismo, deben cumplirse ciertas condiciones para que esta redefinición **no se haga infinita**.
- Todas las definiciones recursivas inician (o terminan) en alguno (o algunos) **caso base**, cuya definición es independiente del concepto.

```

Function A* at:
  allocate:
  openat :=
  come from:
  g_score at:
  p_score at:
  f_score at:
  while open:
    current:
    if open:
      ret:
      remove:
      new cur:
      for use:
      if:
      ter:
      if:
  return fail
Function recode:
  if current:
    p := re:
    return:
  else:
    return:

```

## Ej de definición recursiva: factorial

- El factorial de un número entero no negativo es el producto que se obtiene de todos los números positivos menores o iguales a él.
- El factorial se representa con el símbolo !  
 $5! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 120$
- El factorial es una función que se puede definir en forma recursiva:

$$n! = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ n * (n - 1)! & n > 0 \end{cases}$$

$5! = 5 * 4!, 4! = 4 * 3!, 3! = 3 * 2!, 2! = 2 * 1!, 1! = 1 * 0! \text{ Y } 0! = 1$

Observe que el 0! Ya no se define en función del factorial sino que es 1.

```

Function A* at
  closeMap :=
  openMap :=
  come from :=

  g_score[sta]
  // Retorno
  f_score[sta]

  while open
    current :=
    if cur
    ret

  remove
  new cur
  for sta
    if

  ter

  if

  return fact

Function recora
  if current
    p := re
    return
  else
    return

```

## Casos en la definición recursiva

- Una definición recursiva debe contener de 2 elementos:
  - **Caso base:** un caso que no depende del concepto
    - En el ejemplo es el 0 ya que  $0! = 1$
  - **Caso recursivo:** un caso que se define en función del mismo concepto pero para un valor más simple.
    - En el ejemplo es  $n!$  la cual es igual a  $n$  multiplicado por el factorial de un número más pequeño en una unidad  $(n-1)!$
- Los casos base pueden ser más de 1, al igual que los casos recursivos.

```

Function A* at
  closeMap :=
  openMap :=
  come from :=

  g_score[sta]
  // Retorno
  f_score[sta]

  while open
    current :=
    if cur
    ret

  remove
  new cur
  for sta
    if

  ter

  if

  return fact

Function recora
  if current
    p := re
    return
  else
    return

```

## Funciones recursivas

- Una vez que se tiene una definición recursiva de una función (problema) la codificación de la misma es inmediata en cualquier lenguaje de programación que soporte la recursión.

```

int fact(int n){
    if (n == 0)
        return 1;
    else
        return n * fact(n-1);
}

```

```

Function A* at:
  if (current == 0)
    return 1
  else
    return A* at:
      current - 1
end

Function A* at:
  if (current == 0)
    return 1
  else
    return A* at:
      current - 1
    end
  end
end

```

## Características de una función recursiva

- De la misma forma que las definiciones recursivas tienen 2 elementos, las funciones recursivas también tienen algunos:
  - Un condicional para saber si se trata de un caso base (**condición de paro**) o un caso recursivo, dependiendo del valor del argumento.
  - Si se trata de un caso base, la función regresa un valor, sin llamar más a la función (se **detienen las llamadas recursivas** para empezar a calcular los resultados parciales).
  - Si es un caso recursivo, la función regresa un valor que se calcula con el argumento actual y una llamada recursiva a la misma función pero con un argumento más simple (**llamada recursiva más simple**).

```

Function A* at:
  if (current == 0)
    return 1
  else
    return A* at:
      current - 1
    end
  end
end

Function A* at:
  if (current == 0)
    return 1
  else
    return A* at:
      current - 1
    end
  end
end

```

## Ejercicios para recursión

- Hacer una función recursiva que:
  - Calcule la multiplicación de dos números, utilizando solamente sumas
  - Calcule la potencia de dos números usando solamente multiplicaciones
    - Use la función de multiplicación que hizo en el punto anterior
  - Obtener el máximo número de un arreglo
  - Obtener el número de vocales en un string
  - Obtener los números de Fibonacci

- Una función tiene **recursión directa** si se llama a sí misma.
- Una función que llama a otra función y eventualmente esta llama a la función original se dice que tienen **recursión indirecta**.
  - Si una función A llama a la función B y la función B llama a la función A, se dice que la función A tienen recursión indirecta o es **indirectamente recursiva**.
- La recursión indirecta puede ser de **varios niveles** de profundidad.
  - Si A llama a B, B llama a C, C llama a D y D llama a A, se dice que A es indirectamente recursiva y necesitó 4 niveles.
- La recursión indirecta requiere una **mayor análisis** para garantizar que nuestra implementación no se cicla.

- Si en una función la **última instrucción** ejecutada es una **llamada recursiva** (o la de regresar un valor), se dice que tienen recursión de cola (*tail recursion*).
- La recursión de cola requiere de un **acumulador** que se pasa como parámetro y es el que se regresa cuando se cumple el criterio de paro.
- La recursión de cola es muy eficiente y permite que algunos compiladores transformen un código recursivo a un ciclo (iterativo) en forma automática.
  - Cuando se llama por primera vez a la función el acumulador debe tener un valor adecuado para hacer la operación (e.g. 0 si son sumas).

## Factorial con recursión de cola

```
int function fact-tail(int n, int a){
    if (n == 0)
        return a;
    else
        return fact(n-1, n*a);
}
```

## Conversión de *no-tail* a *tail*

- Se puede convertir cualquier función recursiva *no-tail* a *tail* simplemente agregando una función *tail* y llamándola desde la función *no-tail* (sin acumulador) con el valor del acumulador adecuado.

```
int fact(int n){
    return fact-tail(n, 1);
}
```

```

Function A* at
  if (current ==
    openat :=
    come from:
  g_score :=
  h_score :=
  while open
    current
    if (curr
      ret
    remove
    new cur
    for sta
    if
  ter
  if
  return fail
Function recora
  if (current
    p := re
    return
  else
    return

```

## Uso de una pila en recursión

- El corazón de la recursión es una estructura de datos especial llamada **PILA** (la cual estudiaremos a detalle más adelante).
- Una pila es una “caja especial” para guardar cosas en la cual, las cosas se meten a la caja por la parte de arriba y se sacan también por la parte de arriba.
- Esto hace que la **última** cosa que metimos a la caja sea la **primera** que tenemos que sacar de ella (e.g. pila de platos, pila de camisas, etc).
- Cuando se llama a una función, siempre se tiene que guardar la **dirección de memoria a la que se tiene que regresar cuando la función se termina de ejecutar**.
- La mejor forma para guardar estas dirección es **usar una pila**.

```

Function A* at
  if (current ==
    openat :=
    come from:
  g_score :=
  h_score :=
  while open
    current
    if (curr
      ret
    remove
    new cur
    for sta
    if
  ter
  if
  return fail
Function recora
  if (current
    p := re
    return
  else
    return

```

## Proyecto 2: Recursión

Haga 4 funciones (sólo funciones sin clase) recursivas:

- Dado un string, regresar el string “limpio”, lo que significa que si hay caracteres adyacentes iguales, sólo deja uno de ellos.
  - Por ejemplo, “aabbcccccdd”, debe regresar “abcd”.
- Contar el número de veces que un substring dado aparece en un string.
  - E.g. “ab” en el string “abbaabba”, debe regresar un 2.
- Dado un entero no negativo, regresar la suma de sus dígitos.
  - E.g. “12345” debe regresar 15.
- Dado un string formado por paréntesis anidados, regresar TRUE si están anidados correctamente o FALSE en caso contrario.
  - E.g. “(())” regresa TRUE, “((()”) regresa FALSE.

Fuente: <http://codingbat.com/java/Recursion-1>

```
Function A* at:  
  calculate:  
    operator :=  
    come_from:  
  
  g_score:=0  
  h_score:=0  
  f_score:=0  
  
  while open:  
    current  
    if cur:  
      not  
  
      remove  
      not cur  
      not  
      if  
  
      not  
  
      if  
  
  
  return fail  
  
Function recon:  
  if current:  
    p:=re  
    return  
  else  
    return
```

## Referencias

- [1] Elliot B. Koffman. Objects, abstraction, data structures, and design: using C++. John Wiley & Sons Inc. (2005).
- [2] Silvia Guardati. Estructura de datos orientada a objetos: Algoritmos con C++. Pearson (2007).