

Tarea 2: Fundamentos de Modelación y Simulación de Robots

◁ Entrega: 19 de abril, 2022 ▷

Instrucciones

- Responda las siguientes preguntas tratadas en clases utilizando los apuntes del curso, notas tomadas en clases u otras referencias que ud. desee investigar (cite toda fuente externa).
- Esta tarea es **individual**.
- Los programas deben ser implementados como scripts de Python. Los códigos deberán estar comentados adecuadamente, estructurados con funciones o clases, procurando evitar el uso de variables globales mediante el paso de valores a las funciones como argumentos según las recomendaciones y buenas prácticas de programación; ver por ejemplo: <https://personales.unican.es/sanchezbp/teaching/faqs/programming.html>.
- El plazo no es modificable. Sin embargo, puede entregar con atraso de acuerdo a las reglas explicadas en el programa del curso.
- Para la entrega suba un archivo .zip que incluya un documento PDF con sus respuestas y los códigos Python implementados. En su documento de respuestas haga referencia a los archivos ejecutables implementados.
- El acto de entregar la tarea con su nombre se entiende como una *declaración de autoría total* de la tarea, es decir que ud. no copio el trabajo ni recibí ayuda indebida, cumpliendo en todo momento con el Código de Honor de la Escuela de Ingeniería y Principios de Integridad Académica de la universidad. Incumplimientos del Código de Honor o Principios de Integridad Académica no son aceptables y serán sancionados aplicando los reglamentos vigentes.

1. Nociones Matemáticas Fundamentales para la Modelación Cinemática y Dinámica de Sistemas Robóticos

1. (10 ptos.) Para el brazo robótico planar de 2 grados de libertad de la figura 1 como el implementado en las actividades en clases realice un programa que:

- (a) (5 ptos.) Grafique los vectores de velocidad y aceleración en coordenadas del marco de referencia global mientras el extremo efector sigue una línea recta entre dos puntos seleccionados en la pantalla. El programa deberá dibujar un segmento de línea $\ell(\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_f)$ entre los dos puntos seleccionados \mathbf{p}_0 y \mathbf{p}_f . El segmento de línea $\ell(\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_f)$ deberá ser muestreado a 2 pixeles por paso de movimiento del robot, es decir generar un listado \mathcal{L} de puntos $\mathbf{p}_k \in \mathcal{L}$, donde:

$$\mathcal{L} \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ \mathbf{p}_k \in \mathbb{R}^2 : \mathbf{p}_k = \mathbf{d}t + \mathbf{p}_0, \mathbf{d} = \frac{\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_0}{\|\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_0\|} \in \ell(\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_f), t \in [0, \|\mathbf{p}_f - \mathbf{p}_0\|] \right\}.$$

Dadas las posiciones $\mathbf{p}_k \in \mathcal{L}$ que deberá seguir el extremo efector, calcule las posiciones angulares de cada articulación $\mathbf{q}_k \in \mathcal{Q} \stackrel{\text{def}}{=} \{\mathbf{q} = (q_1, q_2) : \mathbf{q} = \mathbf{f}_{IK}(\mathbf{p}), \mathbf{p} \in \mathcal{L}\}$, luego las velocidades angulares de cada articulación $\dot{\mathbf{q}} = (\dot{q}_1, \dot{q}_2)$ y finalmente las aceleraciones angulares de cada articulación $\ddot{\mathbf{q}} = (\ddot{q}_1, \ddot{q}_2)$, asumiendo que en un periodo de tiempo fijo $\Delta T = 1$ segundo, el robot se mueve entre dos puntos consecutivos en \mathcal{L} del segmento de línea $\ell(\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_f)$ muestreado.

(b) (5 ptos.) Utilizando Matplotlib grafique los siguientes datos versus tiempo exportados a un archivo desde el programa anterior cuando el robot sigue un segmento $\ell(\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_f)$:

- Angulos de las articulaciones Q .
- Velocidades de las articulaciones \dot{Q} .
- Aceleraciones de las articulaciones \ddot{Q} .
- Las coordenadas en el marco global \mathcal{F}_0 de los vectores *velocidad del extremo efector* $\dot{\mathbf{p}} \stackrel{def}{=} \left\{ \dot{\mathbf{p}} : \dot{\mathbf{p}} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d\mathbf{f}_{fk}(\mathbf{q})}{dt} = \frac{\partial \mathbf{f}_{fk}}{\partial \mathbf{q}} \frac{d\mathbf{q}}{dt} \right\}$.
- Las coordenadas en el marco global \mathcal{F}_0 de los vectores *aceleración del extremo efector* $\ddot{\mathbf{p}} \stackrel{def}{=} \left\{ \ddot{\mathbf{p}} : \ddot{\mathbf{p}} = \frac{d\dot{\mathbf{p}}}{dt} \right\}$ en coordenadas del marco global \mathcal{F}_0

Nota: Utilice los programas realizados en clases. Revise los apuntes y los códigos de ejemplo publicados en la página web del curso contenidos en 01_introduction.zip.

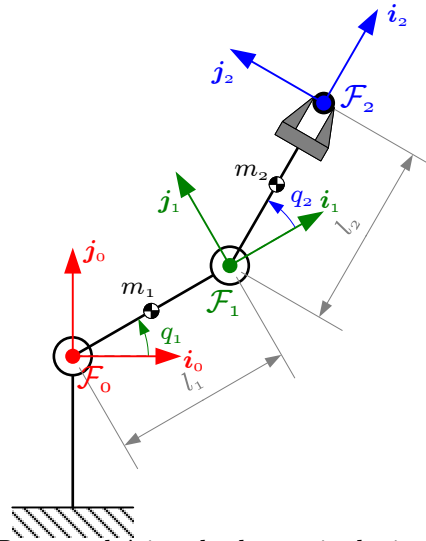


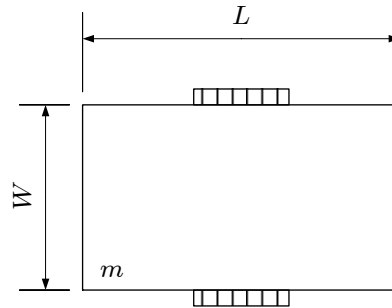
Figura 1: Brazo robótico de dos articulaciones rotatorias.

Tabla 1: Parámetros geométricos e inerciales del brazo robótico de dos articulaciones rotatorias.

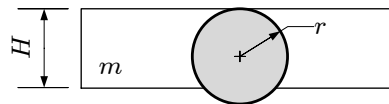
| Símbolo | Descripción |
|---------|-----------------------------|
| l_1 | 0.6 m, largo del brazo. |
| l_2 | 0.4 m, largo del antebrazo. |
| m_1 | 3 kg, masa del brazo. |
| m_2 | 2 kg, masa del antebrazo. |

2. Modelación Cinemática y Dinámica de Robots Móviles

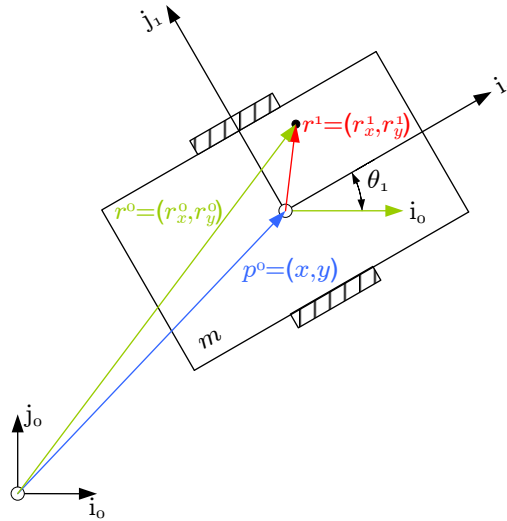
2. (4 ptos.) Para un robot de tracción diferencial como el que se muestra en la figura 2, cuyas dimensiones se especifican en la tabla 2, obtenga:
- (2 ptos.) El modelo cinemático que describe la pose $\mathbf{x} = [x, y, \theta]^T$ en función de las velocidades angulares de la rueda derecha $\dot{\phi}_r$ e izquierda $\dot{\phi}_l$.
 - (2 ptos.) El modelo dinámico completo (ecuaciones de la dinámica longitudinal y lateral) empleando la aceleración inercial en vez de la aproximación a partir del modelo cinemático. Utilice un vector de estado $\mathbf{x} = [x, y, \theta, v_x, v_y]^T$ donde x, y y θ son coordenadas de pose en el marco de referencia del mundo \mathcal{F}_0 , mientras que las velocidades v_x y v_y son velocidades a lo largo de los ejes longitudinal y lateral del marco de referencia móvil \mathcal{F}_1 que se encuentra fijo al robot. Los torques en la rueda derecha e izquierda están dados por τ_r y τ_l .



(a) Vista superior.



(b) Vista lateral.



(c) Sistema de coordenadas.

Figura 2: Robot Móvil de Tracción Diferencial IRB2001.

Tabla 2: Parámetros geométricos e inerciales del robot móvil.

| Símbolo | Descripción |
|---------|--|
| L | 0.2 m, largo de la base. |
| W | 0.1 m, ancho de la base. |
| H | 0.15 m, alto de la base. |
| r | 0.04 m, radio de las ruedas. |
| m | 2 kg, masa del cuerpo de la base. |
| J | $\frac{m_1}{12}(L^2 + W^2)$, momento de inercia de la base alrededor del eje normal al terreno. |
| c | 30 N/(m/s), coeficiente que incluye efectos de fricción dinámica (roce aerodinámico y resistencia viscosa) del sistema en el sentido longitudinal. |
| b | 40 Nm/(rad/s), coeficiente que incluye efectos de fricción dinámica (roce aerodinámico y resistencia viscosa) del sistema entorno al eje de giro. |

3. Simulación de robots móviles

3. (2 ptos.) Realice un diagrama de flujo destacando las etapas principales de un programa de simulación de tiempo real interactiva para el movimiento de un robot móvil de tracción diferencial.

Nota: Para información sobre qué es y cómo hacer un diagrama de flujo se sugiere ver:

<https://youtu.be/Kucgc6NpGwc>, y buscar en Internet abundante información al respecto, por ejemplo:

- <https://www.edrawsoft.com/flowchart/program-flowchart-definition.html#:~:text=Definition%20of%20Programming%20Flowcharts,-A%20flowchart%20is&text=The%20program%20flowchart%20is%20a,as%20they%20collaborate%20with%20others.>*
- <https://www.lucidchart.com/pages/what-is-a-flowchart-tutorial>*

4. (14 ptos.) Implemente un programa que:

- (a) (2 ptos.) Grafique un robot de tracción diferencial sobre el plano de movimiento indicando el frente del robot. Utilice una conversión razonable entre unidades métricas y pixeles para representar un robot como el que se muestra en la figura 2, cuyas dimensiones se especifican en la tabla 2.
- (b) (2 ptos.) Actualice la posición del robot a través de las flechas del teclado del computador usando el **modelo dinámico** desarrollado en la tarea anterior y empleando los parámetros geométricos e inerciales de la tabla 2 para el robot de la figura 2. Usted debe definir como las flechas determinan valores de torque para el motor derecho e izquierdo de modo de afectar al velocidad longitudinal y rotacional del robot. Además debe definir la tecla 'S' para frenar el robot, si el robot se está moviendo, la 'barra de espacio' para disparar un disco y la tecla 'A' para activar/desactivar el modo de seguimiento automático. La tecla 'S' cumple el rol de freno de emergency o *e-stop*, y debe funcionar tanto si es presionado cuando el robot se encuentra en modo de conducción manual o modo automático.
- (c) (2 ptos.) Acepte el input del mouse, específicamente reconozca la posición en la que fue presionado el botón izquierdo. Esta información definirá el lugar donde debe graficarse una bola.
- (d) (2 ptos.) Haga que el robot se dirija a la posición de la bola cuando presiona 'A' para activar el modo de seguimiento automático. Estando en este modo, el robot deberá dirigirse siempre hacia el lugar donde se posicione la bola si se ingresa una nueva ubicación a través del mouse.
- (e) (2 ptos.) Dispare un disco cuando se presiona la 'barra de espacio'. El programa debe disparar un solo disco y no podrá disparar otro disco hasta que el disco existente haya salido de la zona de la imagen.
- (f) (2 ptos.) Haga desaparece la bola cuando es alcanzada por el disco lanzado.
- (g) (2 ptos.) Posee comentarios explicativos en el código explicando el propósito de cada sección. La documentación clara y concisa de las funciones es fundamental.

Nota: Utilice los programas realizados en clases. Revise los apuntes y los códigos de ejemplo publicados en la página web del curso contenidos en 01_introduction.zip y en particular el ejemplo de simulación de un estanque de agua watertank.py.

5. (10 ptos.) Para un perfil de velocidad trapezoidal con tiempo de aceleración $t_a = 1$ s, tiempo de velocidad constante $t_{cv} = 2$, y tiempo de desaceleración $t_s = 1$, y velocidad longitudinal máxima $v_{max} = 2$ m/s obtenga:
- (a) (4 ptos.) Una simulación del torque de los motores, la aceleración, velocidad y posición del robot versus tiempo.
 - (b) (1 pto.) La máxima distancia recorrida en 4 s.
 - (c) (1 pto.) La potencia máxima.
 - (d) (2 pto.) La potencia promedio para realizar la trayectoria con perfil de velocidad trapezoidal.
 - (e) (2 pto.) La distancia que podría avanzar el robot a la velocidad V_{max} con una batería de 12 V y capacidad de 7200 mA-h, y cuanto tiempo duraría la batería si el robot opera a su máxima velocidad v_{max} .