

Práctico 6

Regresión lineal. Regresión logística. Redes Neuronales.

Ejercicio 1

Considere al siguiente conjunto de entrenamiento, utilizado para aprender la función de hipótesis $h_\theta(x) = \theta_0 + \theta_1 x_1$ mediante regresión lineal.

#	x_1	y
1	-1.0	2.6
2	0.0	2.0
3	1.0	2.4
4	2.0	4.1
5	3.0	6.5
6	4.0	9.8

- Utilice el método de las ecuaciones normales para calcular los valores de θ que minimizan la función de costo.
- Implemente el algoritmo de descenso por gradiente y utilícelo para calcular θ . Compare los resultados con los obtenidos en el punto anterior.
- ¿Cómo mejoraría la función de hipótesis para este problema en particular? Repita los pasos a) y b) con la nueva función de hipótesis.
- ¿Cuál es el objetivo de utilizar regularización en la función de costo?

Ejercicio 2

Considere el siguiente conjunto de entrenamiento:

#	x_1	x_2	Clase
1	-2	1	0
2	-1	1	0
3	0	1	1
4	1	1	1
5	2	1	1
6	-2	-1	0
7	-1	-1	0
8	0	-1	0
9	1	-1	1
10	2	-1	1

- Obtenga el valor de la función de hipótesis de regresión logística para los ejemplos. ¿Qué representan estos valores? Prediga una clase para cada instancia de entrenamiento según esta hipótesis.
- Calcule la función de pérdida para los ejemplos del conjunto de entrenamiento.
- Utilice descenso por gradiente para determinar si la pérdida es mínima.
- Indique la clase asignada al ejemplo:

#	x_1	x_2	Clase
1	-2.5	1.5	?

Ejercicio 3

Considere el siguiente conjunto de entrenamiento:

#	x_1	x_2	Clase
1	-2	1	B
2	-1	1	B

3	0	1	A
4	1	1	A
5	2	1	A
6	-2	-1	B
7	-1	-1	C
8	0	-1	A
9	1	-1	A
10	2	-1	A

Implemente el método regresión logística multiclase (1-versus-all) y obtenga los parámetros de las función de hipótesis de cada clase. Indique la clase asignada al ejemplo:

#	x_1	x_2	Clase
1	-2.5	1.5	?

Ejercicio 4 (Evaluación 2019)

Dado el siguiente conjunto de entrenamiento, indique si es posible utilizar regresión lineal para construir un modelo que no sufra de *underfitting*.

#	x	y
1	- 1,0	1,2
2	0,0	- 0,2
3	1,0	1,2
4	2,0	4,2
5	3,0	8,7

Ejercicio 5

- Explique la diferencia entre descenso por gradiente batch y descenso por gradiente estocástico. Enumere ventajas y desventajas comparativas.
- ¿Cuál es el rol de α en el descenso por gradiente? ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de utilizar un valor muy grande o muy pequeño para este hiperparámetro?
- ¿Cuál es el propósito de normalizar las variables de entrada en la regresión lineal y en la regresión logística?

Ejercicio 5

- Diseñe unidades sigmoide para las operaciones lógicas AND, OR y NOT.
- Diseñe una red multicapa para la operación XOR.
- Diseñe una red multicapa para la función booleana: $((A \wedge B) \vee C) \wedge \neg D$.
- ¿Cómo implementaría un problema de clasificación multiclase utilizando una red neuronal?

Ejercicio 6

- Diseñe e implemente una red neuronal con una única capa oculta pero cantidad arbitraria de neuronas.
- Implemente el algoritmo de Backpropagation (realice chequeo de gradiente durante el desarrollo para verificar la corrección del algoritmo implementado)
- Considere las siguientes funciones con las entradas en el rango $[-1,1]$:

$$\begin{aligned}f(x) &= x^3 - x^2 + 1 \\g(x,y) &= 1 - x^2 - y^2 \\h(x,y) &= x + y\end{aligned}$$

Utilice su implementación para ajustar estas funciones, inicializando los pesos con valores aleatorios y utilizando como ejemplos de entrenamiento 40 puntos uniformemente distribuidos en el espacio. Grafique:

- el error cometido en el conjunto de entrenamiento en cada iteración;
- las aproximación de las funciones obtenidas luego de 10^2 , 10^3 , 10^4 y 10^5 iteraciones.

Ejercicio 7

- ¿Qué problema presenta la función sigmoide al aprendizaje de redes neuronales?
- ¿Cuáles son las ventajas de la función de activación ReLU?
- ¿Cuándo se utiliza una capa softmax como última capa de una red neuronal?
- Calcule la función softmax para el vector (55,43,11,8). Verifique que el resultado es una distribución de probabilidad.
- ¿Qué medida utilizaría como condición de finalización para el entrenamiento de una red neuronal, suponiendo que tiene suficientes datos y cómputo disponibles? Justifique.