

Fenómenos ondulatorios

Unidad 4

Física III

Instituto de Tecnología e Ingeniería

Universidad Nacional de Hurlingham

En esta clase veremos:

Fenómenos
ondulatorios

Física III

Introducción

Descripción
matemática
de las ondas

La ecuación
de ondas
clásica

1 Introducción

2 Descripción matemática de las ondas

3 La ecuación de ondas clásica

Introducción

Una de las características más interesantes de los medios capaces de deformarse es la de transmitir ondas de un punto a otro dentro de su extensión, tal como ocurre cuando se arroja una pequeña piedra a una masa de agua estancada.

La presente unidad tiene como propósito estudiar el fenómeno de la transmisión de las ondas en el espacio, pero para ello debemos definir algunos conceptos.

Definición

Una *onda* es una perturbación o señal, generada por un *emisor* que se propaga a través de un *medio* y, eventualmente, llega hasta un *receptor*.

Podemos notar en esta definición que para generar, transmitir y detectar una onda son necesarios un emisor, un medio y un receptor, respectivamente.

Las ondas pueden clasificarse según el medio en el que se propaguen. Tres ejemplos importantes son las siguientes:

- **Ondas mecánicas:** Son aquellas que se propagan a través de un medio material, como por ejemplo en un sólido deformable (*ondas elásticas*) y en un fluido (*olas, ondas de presión, sonido*).
- **Ondas electromagnéticas:** Como su nombre lo sugiere, son las que se propagan a través del campo electromagnético, tales como la luz visible, ultravioleta, rayos X, rayos gamma, infrarrojo, etc.
- **Ondas gravitacionales:** Aquellas que se propagan a través del campo gravitatorio.

Descripción matemática de las ondas

Descripción matemática de las ondas

Fenómenos
ondulatorios

Física III

Introducción

Descripción
matemática
de las ondas

La ecuación
de ondas
clásica

Anteriormente señalamos que una onda es una perturbación que se propaga por un determinado medio. Entendemos por perturbación a toda modificación o apartamiento del estado de equilibrio, por lo tanto, es de fundamental importancia identificar las variables que definen el estado de equilibrio de un sistema dado. A modo de ejemplo, consideremos una cuerda tensa que se encuentra de forma horizontal sujeta a dos soportes, tal como se muestra en la Figura 1.



Figura: Cuerda tensa en equilibrio.

Supongamos ahora que en el instante t_0 se le da a la cuerda un impulso tal que la cuerda se genera una perturbación que se propaga hacia la derecha con cierta rapidez v , como la que se muestra a continuación.

Descripción matemática de las ondas

Fenómenos
ondulatorios

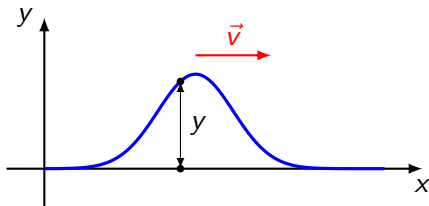
Física III

Introducción

Descripción
matemática
de las ondas

La ecuación
de ondas
clásica

Supongamos ahora que en cierto instante se le da a la cuerda un impulso tal se genera una perturbación que se propaga hacia la derecha con cierta rapidez v , como la que se muestra a continuación.



En este caso, la perturbación se describe como la distancia y (hacia arriba o hacia abajo) en la que la cuerda se aparta de la línea horizontal que caracteriza su estado de equilibrio.

La coordenada y de cada punto de la cuerda debe ser una función tanto de su posición x como del tiempo t , esto es: $y = f(x, t)$.

Descripción matemática de las ondas

Fenómenos
ondulatorios

Física III

Introducción

Descripción
matemática
de las ondas

La ecuación
de ondas
clásica

Puede comprobarse que, en la medida que puedan despreciarse todos los efectos disipativos, la forma del pulso se conserva a lo largo de todo su recorrido por la cuerda y que este se propaga a velocidad constante.

Si $y = f(x, t_0)$ representa la forma del pulso en el instante t_0 , en un instante de tiempo arbitrario t posterior o anterior, el pulso se desplaza s unidades hacia la derecha o hacia la izquierda, respectivamente, donde

$$s(t) = x_0 + v(t - t_0),$$

donde x_0 es el valor de s en t_0 , y, por lo tanto, en el instante t la forma del pulso está dada por $y = f(x - s(t))$. En virtud de que la dependencia temporal está incluida en la expresión de $s(t)$, no es necesario incluirla en la forma $f(x - s(t), t)$.

Descripción matemática de las ondas

Fenómenos
ondulatorios

Física III

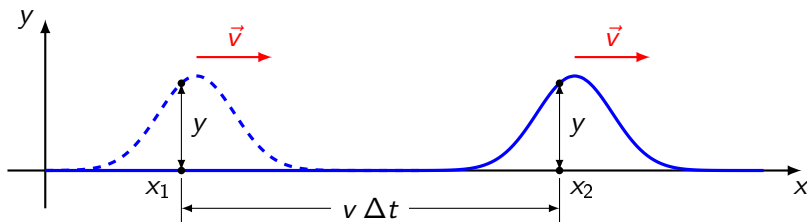
Introducción

Descripción
matemática
de las ondas

La ecuación
de ondas
clásica

Por otro lado, si la forma del pulso ha de conservarse, entonces la altura y de un punto cuya abscisa es x_1 , en cierto instante t_1 , al cabo de cierto intervalo de tiempo Δt , la altura de otro punto de abscisa $x_2 = x_1 + v \Delta t$ debe ser también y en el instante $t_2 = t_1 + \Delta t$, esto es:

$$y(x_2, t_2) = y(x_1, t_1)$$



Puede demostrarse fácilmente que la condición $y(x_2, t_2) = y(x_1, t_1)$ queda satisfecha si la perturbación está dada por $y(x, t) = f(x - s(t))$.

En conclusión, si la magnitud ξ representa una desviación de cierto estado de equilibrio, entonces la propagación de esta perturbación se describe matemáticamente con una función $\xi = f(\vec{r} - \vec{s}(t))$, donde \vec{r} es el vector de posición del punto genérico en el que se evalúa la perturbación y $\vec{s}(t)$ es una función vectorial lineal en el tiempo que describe el desplazamiento de la perturbación.

Toda función que represente una onda se la suele llamar *función de onda*.

Descripción matemática de las ondas

Fenómenos
ondulatorios

Física III

Introducción

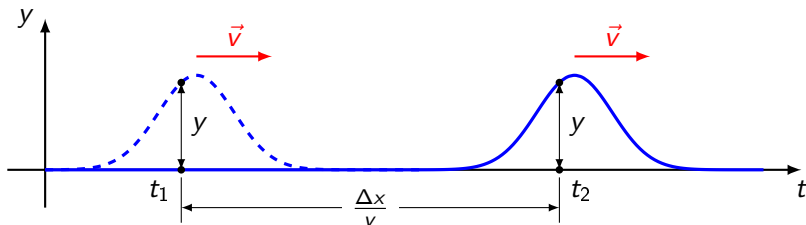
Descripción
matemática
de las ondas

La ecuación
de ondas
clásica

En virtud de que la función de onda depende tanto de las coordenadas espaciales como del tiempo, podemos analizar la propagación de la perturbación asociada en el tiempo de forma análoga a como lo hicimos para el espacio.

Si ahora $y = f(x_0, t)$ representa la forma del pulso en función del tiempo, esto es cómo cambia la altura y de un punto de la cuerda cuya abscisa es x_0 en el tiempo, entonces un *desplazamiento* en el tiempo de esta función está dado por $y = f(t - \tau(x))$ donde,

$$\tau(x) = t_0 + \frac{x - x_0}{v}$$



Ondas armónicas

Fenómenos
ondulatorios

Física III

Introducción

Descripción
matemática
de las ondas

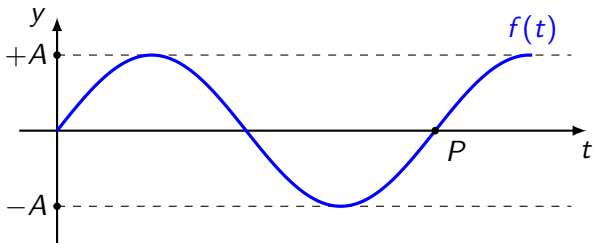
La ecuación
de ondas
clásica

En consecuencia, podemos pensar a las ondas como perturbaciones que se propagan en espacio y tiempo.

Un claro ejemplo del desplazamiento en el tiempo de una función es el de una onda armónica. Supongamos que la coordenada y de un punto de abscisa x_0 varía en el tiempo según

$$y = f(t) = A \operatorname{sen}(\omega t),$$

donde A es la amplitud y ω es la frecuencia angular. En otras palabras, el punto considerado describe un movimiento armónico simple en la dirección vertical.



Si ahora consideramos que se trata de una perturbación armónica que se propaga por la cuerda, debemos incluir en la expresión de la función que describe el movimiento vertical del punto el desplazamiento temporal:

$$y(x, t) = f(t - \tau(x)) = A \operatorname{sen}(\omega [t - \tau(x)])$$

Reemplazando la expresión de $\tau(x)$, se obtiene:

$$y(x, t) = A \operatorname{sen} \left(\omega \left[(t - t_0) - \frac{(x - x_0)}{v} \right] \right).$$

Expresión que también podemos reescribir como:

$$y(x, t) = A \operatorname{sen}(\omega \Delta t - k \Delta x),$$

donde $k = \frac{\omega}{v}$ se conoce como el *número de onda* y el término $\omega \Delta t - k \Delta x$ es la *fase*, siendo $\Delta t = t - t_0$ y $\Delta x = x - x_0$.

Como habíamos visto, toda función de onda cumple con la propiedad de que $y(x_1, t_1) = y(x_2, t_2)$, donde $x_2 = x_1 + v(t_2 - t_1)$. Dado que en el caso de las ondas armónicas $y(x, t)$ es una función periódica, tanto en el tiempo como en el espacio, esta propiedad se satisface cuando $\Delta t = t_2 - t_1 = P$, siendo P el periodo de la función. Cuando esto ocurre, el desplazamiento espacial de la onda es $\Delta x = x_2 - x_1 = \lambda$, donde λ se conoce como *longitud de onda*. Esto es:

$$\lambda = v P$$

Pero como $P = \frac{1}{f}$, se obtiene que

$$\lambda = \frac{v}{f}, \quad \text{o bien,} \quad v = \lambda f$$

En virtud de que $\omega = 2\pi f$, podemos expresar el número de onda en función de la longitud de onda:

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{\lambda f}. \quad \text{En consecuencia:} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Ondas armónicas

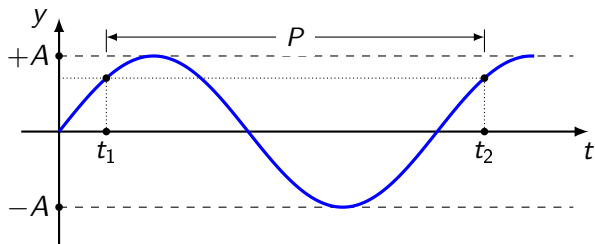
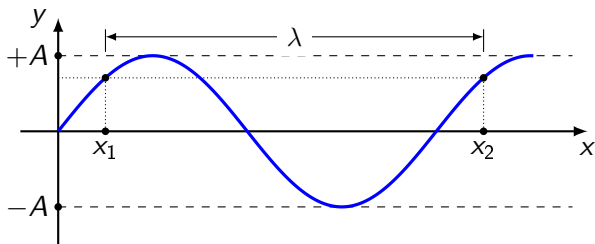
Fenómenos
ondulatorios

Física III

Introducción

Descripción
matemática
de las ondas

La ecuación
de ondas
clásica



La ecuación de ondas clásica

La ecuación de ondas clásica

Fenómenos
ondulatorios

Física III

Introducción

Descripción
matemática
de las ondas

La ecuación
de ondas
clásica

La ecuación de ondas clásica, o de D'Alembert, es una de las más importantes de la Física dado que describe *cualquier* tipo de onda clásica, independientemente del medio y de la manera en que se propague.

Para derivarla, vamos a considerar nuevamente una cuerda tensa capaz de deformarse.