Leyes de Newton y movimiento curvilíneo

Tema 1

Física III

Instituto de Tecnología e Ingeniería

Universidad Nacional de Hurlingham

Primera parte

En esta clase veremos:

Introducción

Introducción al movimiento en el plano

Hasta aquí hemos estudiado el movimiento rectilíneo en el cual los vectores desplazamiento, velocidad y aceleración eran todos paralelos.

Repaso

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \begin{cases} \vec{0} & \rightarrow \text{equilibrio} \Leftrightarrow \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0} \rightarrow \vec{v} \begin{cases} = \vec{0} & \rightarrow \text{equilibrio estático} \\ \neq \vec{0} & \rightarrow \text{MRU} \end{cases} \\ m\,\vec{a} & \rightarrow \text{Dinámica} \rightarrow \text{Si } \dfrac{d\vec{a}}{dt} = \vec{0} \text{ y } \vec{a} \neq \vec{0} \parallel \vec{v} \Rightarrow \text{MRUV.} \end{cases}$$

$$\vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = 0. \end{cases}$$

$$\vec{R} = m\,\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} R_x = m\,a_x;\ R_y = m\,a_y \\ R_x = m\,a_x;\ R_y = 0 \\ R_x = 0;\ R_y = m\,a_y \end{cases}$$

Introducción al movimiento en el plano

Ahora, vamos a considerar casos un poco más generales en los que estos vectores no son todos paralelos entre sí, por lo que no es suficiente una dimensión espacial y un temporal para describir el movimiento.

Esto da origen al movimiento en el plano. Esto es, vamos a necesitar dos coordenadas espaciales y la coordenada temporal para describir completamente el movimiento.

En particular, vamos a estudiar dos tipos de movimiento plano:

- Tiro oblicuo y
- Movimiento circular.

Tiro oblicuo

Tiro oblicuo

Se llama tiro oblicuo al caso en el que se lanza un cuerpo con una cierta velocidad inicial no nula, formando un ángulo (θ_0) con la horizontal distinto de 90° o de 270°.

Como siempre, el objetivo es encontrar la expresión del vector de posición en función del tiempo, es decir la función $\vec{r}(t)$, que describe el movimiento del cuerpo durante el vuelo.

Si despreciamos el rozamiento con el aire, entonces la única fuerza que actúa sobre el cuerpo es su peso, $\vec{F}_{\mathrm{g}} = (0; -m\,g)$. En virtud de esto tendremos que:

$$\begin{aligned} R_x &= 0; \\ R_y &= -m\,g = m\,a_y. \end{aligned}$$

De donde se obtiene que $\vec{a} = (0; -g)$.

Tiro oblicuo

Resulta entonces que el tiro oblicuo es una composición de dos movimientos: un MRU en la dirección x y un MRUV en la dirección y.

Por lo tanto, en estas condiciones, podemos determinar tanto el vector de posición como el de velocidad del cuerpo en cualquier instante de tiempo.

Ecuaciones del tiro oblicuo

$$a_x = 0$$

$$v_x(t) = v_{x,0}$$

$$x(t) = x_0 + v_{x,0}\,(t - t_0)$$

$$a_y = -g$$

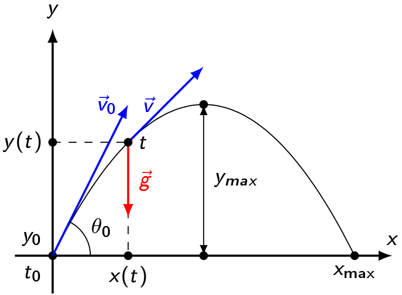
$$v_y(t) = v_{y,0} - g\,(t - t_0)$$

$$y(t) = y_0 + v_{y,0}\,(t - t_0) - \frac{1}{2} g\,(t - t_0)^2$$

Tiro oblicuo

Puede demostrarse que la trayectoria en el espacio es una parábola cuya ecuación es:

$$y(x) = y_0 + \frac{v_{y,0}}{v_{x,0}}\,(x(t) - x_0) - \frac{g}{2\,v_{x,0}^2}\,(x(t) - x_0)^2$$



- $\vec{a} = \vec{g} = (0, -g)$.
- $\vec{r}_0 = (x_0; y_0)$.
- $\vec{v}_0 = (v_{x,0}, v_{y,0})$.
- $\vec{v}(t) = (v_x(t), v_y(t))$.
- $\vec{r}(t) = (x(t), y(t))$.

Tiro oblicuo

Si se conoce el valor de θ_0 y la rapidez inicial (v_0), entonces las componentes de la velocidad inicial se pueden calcular con las expresiones:

$$\begin{aligned} v_{x,0} &= v_0 \cos\theta_0 ; \\ v_{y,0} &= v_0 \operatorname{sen}\theta_0 . \end{aligned}$$

En tal caso, la ecuación de la trayectoria puede reescribirse de la siguiente manera:

$$y(x) = y_0 + \tan\theta_0 \,(x(t) - x_0) - \frac{g}{2\, v_0^2 \cos^2\theta_0} (x(t) - x_0)^2$$

Tiro oblicuo

Las expresiones que dan los valores de $t_{y\max}$ y de $y_{\max}$ para los cuales el cuerpo alcanza la altura máxima en el tiro oblicuo son las mismas que las del tiro vertical.

Altura máxima

$$t_{y\max} = t_0 + \frac{v_{y,0}}{g} \quad \text{e} \quad y_{\max} = y_0 + \frac{v_{y,0}^2}{2\,g}$$

$$x_{1/2} = x(t_{y\max}) = x_0 + \frac{v_{x,0}\,v_{y,0}}{g}$$

Tiro oblicuo

El valor de x_{max} corresponde al valor de $x(t)$ para el cual $y(t) = y_0$.

Alcance

$$t_{x\mathrm{max}} = t_0 + 2\frac{v_{y,0}}{g} \quad \text{y} \quad x_{\mathrm{max}} = x(t_{x\mathrm{max}}) = x_0 + 2\frac{v_{x,0}\,v_{y,0}}{g}$$

Se puede demostrar que:

$$x_{1/2} = \frac{x_{\mathrm{max}} + x_0}{2} \quad \text{y que} \quad t_{y\mathrm{max}} = \frac{t_0 + x(t_{x\mathrm{max}})}{2}$$

Movimiento circular uniforme

Introducción

El movimiento en una trayectoria circular es otro ejemplo clásico de movimiento en el plano (dos dimensiones espaciales).

Cuando estudiamos la segunda ley de Newton, definimos a las fuerzas como todo ente que produzca un cambio en el tiempo del vector velocidad.

De esta forma establecimos una relación causa-consecuencia, en la que una fuerza, o la resultante de un conjunto de fuerzas, aplicada a un cuerpo le imprime a este una aceleración:

$$\underbrace{\vec{F}}_{\text{causa}} = m \underbrace{\vec{a}}_{\text{consecuencia}} \rightarrow \vec{r}(t).$$

Posteriormente, estudiamos las consecuencias, es decir la trayectoria que resulta, de una fuerza nula (estática y MRU) y una fuerza constante (MRUV).

Introducción

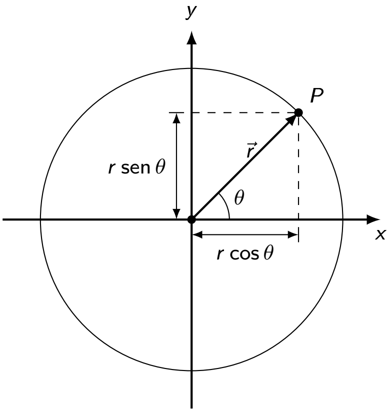
En el caso del movimiento circular vamos a proceder de manera inversa. Esto es, como ya conocemos la trayectoria, vamos a definir algunos conceptos que nos van a resultar útiles para describir un tipo de movimiento circular (el MCU) y luego vamos a deducir las características de la fuerza necesaria para producir este tipo de movimiento.

Esquemáticamente:

$$\vec{r}(t) \rightarrow \vec{v}(t) \rightarrow \vec{a}(t) \rightarrow \vec{F}(t)$$

Desplazamiento angular

Consideremos una partícula que se mueve en una trayectoria circular de radio R.



En cada instante t las coordenadas de P son

$$x = R\cos\theta,$$
$$y = R\operatorname{sen}\theta,$$

por lo que

$$\vec{r} = (R\cos\theta, R\operatorname{sen}\theta)$$

o bien

$$\vec{r} = R\,(\cos\theta; \operatorname{sen}\theta)$$

donde $R = ||\vec{r}|| =$ constante.

Desplazamiento angular

En virtud de que la distancia entre la partícula y el centro de la trayectoria circular es constante, se deduce que la posición de la partícula queda determinada por el ángulo θ. Por tal motivo, θ se suele llamar *posición angular*.

Además, como la posición va cambiando con el tiempo, entonces θ debe ser una función del tiempo:

$$\vec{r}(t) = R\,(\cos\theta(t), \operatorname{sen}\theta(t))$$

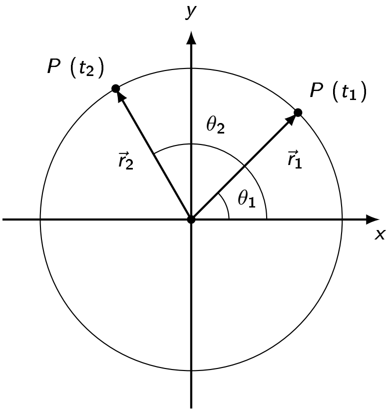
Sea $\vec{r}_1$ el vector de posición de la partícula en el instante t_1 y sea $\vec{r}_2$ el vector de posición en un instante posterior t_2. Es decir:

$$\begin{aligned} \vec{r}_1 &= \vec{r}(t_1) = R\,(\cos\theta(t_1); \operatorname{sen}\theta(t_1)) = R\,(\cos\theta_1; \operatorname{sen}\theta_1) \\ \vec{r}_2 &= \vec{r}(t_2) = R\,(\cos\theta(t_2); \operatorname{sen}\theta(t_2)) = R\,(\cos\theta_2; \operatorname{sen}\theta_2) \end{aligned}$$

donde $\theta_1 = \theta(t_1)$ y $\theta_2 = \theta(t_2)$.

Desplazamiento angular

Sabíamos que, por definición, el vector desplazamiento es $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$.



De forma análoga, podemos definir el *desplazamiento angular* de la siguiente manera:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

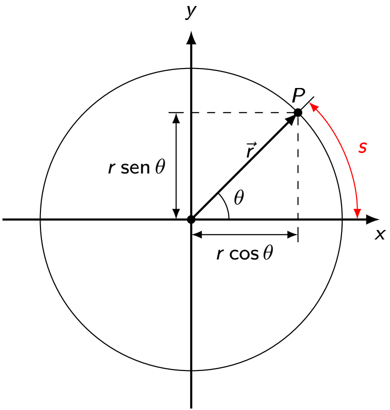
¡Atención!

El desplazamiento angular **NO** es un vector.

Desplazamiento angular

Tanto el ángulo θ como el desplazamiento angular pueden expresarse en grados o en radianes. La relación entre ellos es:

$$2\,\pi\ \text{rad} = 360^\circ$$



El radián se define como el cociente entre la longitud de arco, s, y el radio R:

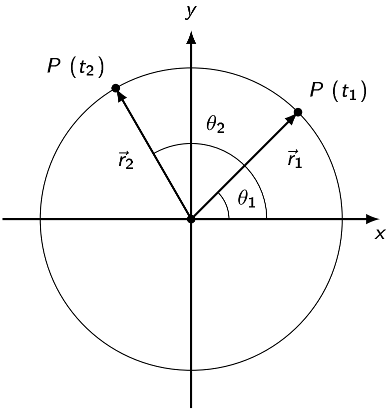
$$\theta[\text{rad}] = \frac{s}{R} \Rightarrow s = R\,\theta$$

Si el ángulo se expresa en grados:

$$s = R\left(\frac{2\,\pi}{360^\circ}\right)\theta[^\circ]$$

Frecuencia angular

Podemos definir dos tipos de frecuencia angular.



- Frecuencia angular media:

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

donde, como siempre, $\Delta t = t_2 - t_1$.

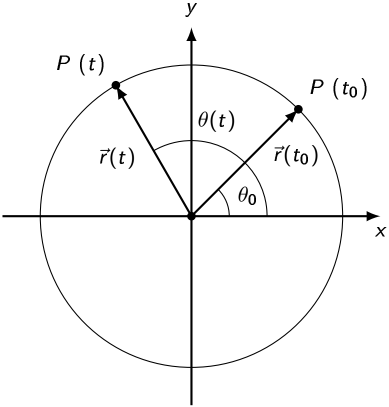
- Frecuencia angular instantánea:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta(t)}{dt}$$

En ambos casos, la unidad de frecuencia angular es: $[\omega] = \dfrac{\text{rad}}{\text{s}}$

Ecuación horaria del MCU

Si $\omega =$ constante $\neq 0$ entonces el cuerpo se moverá en una trayectoria circular con frecuencia angular constante.



Esto quiere decir que

$$\langle\omega\rangle = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \omega$$

En consecuencia,

$$\Delta\theta = \omega\,\Delta t$$

Si $\Delta\theta = \theta(t) - \theta_0$ y $\Delta t = t - t_0$, entonces:

$$\theta(t) - \theta_0 = \omega\,(t - t_0)$$

Ecuación horaria del MCU

Así, se obtiene la

Ecuación fundamental del MCU

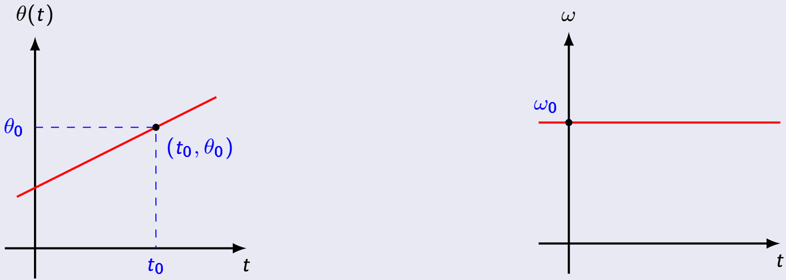
$$\theta(t) = \theta_0 + \omega\,(t - t_0)$$

Resulta interesante comparar esta expresión con la ecuación horaria del MRU:

$$x(t) = x_0 + v_x\,(t - t_0)$$

Ecuación horaria del MCU

Gráficas de θ e ω en función del tiempo



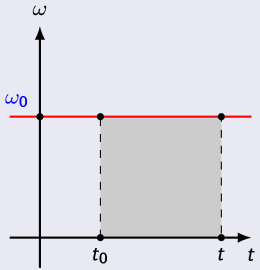
Ecuación horaria del MCU

Una observación interesante

La ecuación

$$\theta(t) - \theta_0 = \omega(t - t_0)$$

implica que el desplazamiento angular es igual al área bajo la recta que representa la gráfica de la frecuencia angular en el tiempo.



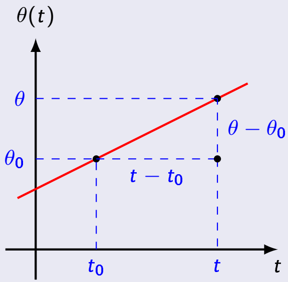
Ecuación horaria del MCU

Una observación interesante

La ecuación

$$\theta(t) - \theta_0 = \omega(t - t_0)$$

implica que el desplazamiento angular es igual al área bajo la recta que representa la gráfica de la frecuencia angular en el tiempo.



Período

El período P se define como el intervalo de tiempo (Δt) que tarda un cuerpo en dar una vuelta completa.

Una vuelta, o revolución, completa corresponde a un desplazamiento angular de 2π rad. Entonces:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi}{P}$$

O bien:

$$P = \frac{2\pi}{\omega}$$

Frecuencia

ω representa la frecuencia angular, es decir, la cantidad de radianes que se desplaza la partícula por unidad de tiempo que, como vimos, se puede calcular como

$$\omega = \frac{2\,\pi}{P}$$

Como sabemos que $1\,\text{revolución} = 2\,\pi\,\text{rad}$, entonces:

$$\omega = \frac{2\,\pi}{P}\left(\frac{1\,\text{rev}}{2\,\pi}\right) = \frac{1}{P} = f$$

Es decir, f representa la frecuencia angular expresada en unidad de revoluciones o ciclos por unidad de tiempo. Es por esto que resulta ser igual al inverso multiplicativo del periodo:

$$f = \frac{1}{P}$$

Frecuencia

En el SI, la unidad de tiempo es el segundo y, por lo tanto:

$$[f] = \frac{1}{\mathrm{s}} = \mathrm{Hz}$$

Otra unidad muy utilizada de frecuencia es son las revoluciones por minuto.

Como $1\,\mathrm{min} = 60\,\mathrm{s}$ y $1\,\text{revolución} = 2\,\pi\,\mathrm{rad}$ entonces:

$$1\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}} = 1\,\frac{\mathrm{rad}}{s} \times \left(\frac{60\,\mathrm{s}}{1\,\mathrm{min}}\right) \times \left(\frac{1\mathrm{rev}}{2\,\pi\,\mathrm{rad}}\right) = \frac{60}{2\,\pi}\,\mathrm{rpm}$$

O bien:

$$1\,\mathrm{rpm} = \frac{2\,\pi}{60}\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$$

Velocidad tangencial

Velocidad tangencial

El vector de posición de una partícula que se mueve en una trayectoria circular es

$$\vec{r}(t) = R\left(\cos\theta(t), \operatorname{sen}\theta(t)\right)$$

Si el movimiento se caracteriza por tener frecuencia angular constante, entonces

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega\left(t - t_0\right)$$

Velocidad tangencial

Sabemos que la velocidad de la partícula se obtiene como

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) = \frac{\mathrm{d}\vec{r}(t)}{\mathrm{d}t} &= R\left(\frac{\mathrm{d}\cos\theta(t)}{\mathrm{d}t}, \frac{\mathrm{d}\,\mathrm{sen}\,\theta(t)}{\mathrm{d}t}\right)\\ &= R\left(-\,\mathrm{sen}\,\theta(t)\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t}, \cos\theta(t)\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t}\right)\end{aligned}$$

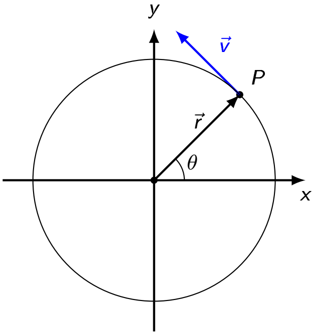
Pero $\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t} = \omega$. Entonces,

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= R\left(-\omega\,\mathrm{sen}\,\theta(t), \omega\cos\theta(t)\right)\\ &= R\,\omega\left(-\,\mathrm{sen}\,\theta(t), \cos\theta(t)\right)\end{aligned}$$

Velocidad tangencial

A partir de la expresión $\vec{v}(t) = R\,\omega\,(-\operatorname{sen}\theta(t), \cos\theta(t))$ podemos hacer dos observaciones:

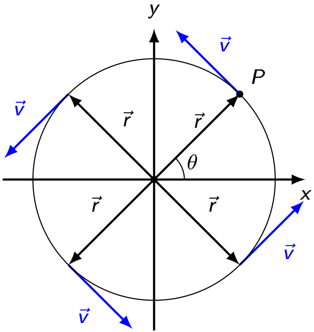
- $||\vec{v}(t)|| = v = R\,\omega \Rightarrow v = \text{constante}.$
- $\vec{v}(t)\cdot\vec{r}(t) = 0.$



Velocidad tangencial

A partir de la expresión $\vec{v}(t) = R\,\omega\,(-\operatorname{sen}\theta(t), \cos\theta(t))$ podemos hacer dos observaciones:

- $||\vec{v}(t)|| = v = R\,\omega \Rightarrow v =$ constante.
- $\vec{v}(t)\cdot\vec{r}(t) = 0$.



Aceleración centrípeta

Aceleración centrípeta

La aceleración se obtiene como la derivada de la velocidad respecto al tiempo:

$$
\begin{aligned}
\vec{a}_{\mathrm{c}}(t) &= \frac{\mathrm{d}\vec{v}(t)}{\mathrm{d}t} \\
&= R\,\omega\left(-\frac{\mathrm{d}\,\mathrm{sen}\,\theta(t)}{\mathrm{d}t}, \frac{\mathrm{d}\cos\theta(t)}{\mathrm{d}t}\right) \\
&= R\,\omega\left(-\cos\theta(t)\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t}, -\,\mathrm{sen}\,\theta\frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t}\right) \\
&= R\,\omega\left(-\omega\cos\theta(t), -\omega\,\mathrm{sen}\,\theta(t)\right) \\
&= R\,\omega^2\left(-\cos\theta(t), -\,\mathrm{sen}\,\theta(t)\right)
\end{aligned}
$$

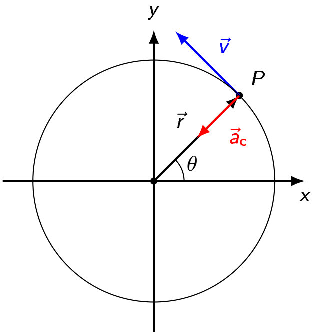
Aceleración centrípeta

Podemos hacer tres observaciones de la expresión $\vec{a}_c = R\,\omega^2\,(-\cos\theta(t), -\operatorname{sen}\theta(t))$.

- $||\vec{a}_c(t)|| = a_c = R\,\omega^2 \Rightarrow a_c = \text{constante}.$
- Considerado que $v = R\,\omega$, tenemos

$$a_c = v\,\omega$$
$$a_c = \frac{v^2}{R}$$
$$a_c = R\,\omega^2$$

- $\vec{a}_c(t) \cdot \vec{v}(t) = 0.$
- $\vec{a}_c(t) \parallel \vec{r}(t).$

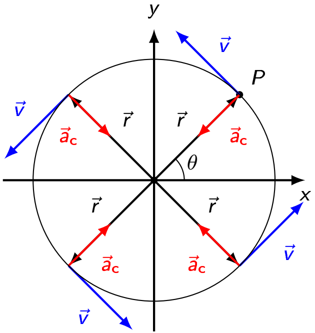


Aceleración centrípeta

Podemos hacer tres observaciones de la expresión $\vec{a}_c = R\,\omega^2\,(-\cos\theta(t), -\operatorname{sen}\theta(t))$.

- $||\vec{a}_c(t)|| = a_c = R\,\omega^2 \Rightarrow a_c = \text{constante}$.
- Considerado que $v = R\,\omega$, tenemos

$$
\begin{aligned}
a_c &= v\,\omega \\
a_c &= \frac{v^2}{R} \\
a_c &= R\,\omega^2
\end{aligned}
$$



- $\vec{a}_c(t) \cdot \vec{v}(t) = 0$.
- $\vec{a}_c(t) \parallel \vec{r}(t)$.

Sistema de referencia “móvil”

Sistema de referencia "móvil"

Tal como vimos en la Unidad II, todo vector se puede expresar como combinación lineal de versores. En el caso del vector de posición, $\vec{r}(t) = (x(t); y(t))$, podemos expresarlo de la siguiente forma:

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{e}_x + y(t)\hat{e}_y$$

Decimos en este caso que los versores $\hat{e}_x$ y $\hat{e}_y$ forman una *base* en la cual expresar cualquier vector del plano.

Ahora bien, teniendo en cuenta que $x(t) = R\cos\theta(t)$ y que $y(t) = R\,\mathrm{sen}\,\theta(t)$, también podemos expresar el vector de posición como

$$\vec{r}(t) = (R\cos\theta(t); R\,\mathrm{sen}\,\theta(t)) = R\,(\cos\theta(t); \mathrm{sen}\,\theta(t)) = R\,\hat{e}_r(t)$$

donde $\hat{e}_r(t) = (\cos\theta(t); \mathrm{sen}\,\theta(t))$ es el versor que da la dirección y el sentido del vector de posición. Por tal motivo, se suele decir que $\hat{e}_r$ es el versor que apunta en la dirección *radial*.

Sistema de referencia "móvil"

A partir de la expresión de la aceleración centrípeta, $\vec{a}_c = R\,\omega^2\,(-\cos\theta(t), -\operatorname{sen}\theta(t))$, y teniendo en cuenta lo anterior, podemos expresar $\vec{a}_c(t)$ de la siguiente manera:

$$\vec{a}_c = -R\,\omega^2\,(\cos\theta(t), \operatorname{sen}\theta(t)) = -R\,\omega^2\,\hat{e}_r(t)$$

donde se ve claramente que el sentido de la aceleración centrípeta es opuesto al del vector de posición.

Sistema de referencia "móvil"

Por su parte, la velocidad viene expresada mediante $\vec{v} = R\,\omega\,(-\operatorname{sen}\theta(t); \cos\theta(t))$. Ahora bien, puede verse que $(-\operatorname{sen}\theta(t); \cos\theta(t))$ es un versor que, además, es siempre perpendicular a $\hat{e}_r$:

$$\begin{aligned}
||(-\operatorname{sen}\theta(t); \cos\theta(t))|| &= \sqrt[2]{[-\operatorname{sen}\theta(t)]^2 + [\cos\theta(t)]^2} \\
&= \sqrt[2]{\operatorname{sen}^2\theta(t) + \cos^2\theta(t)} \\
&= \sqrt[2]{1} \\
&= 1;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{\vec{e}}_r \cdot (-\operatorname{sen}\theta(t); \cos\theta(t)) &= (\cos\theta(t); \operatorname{sen}\theta(t)) \cdot (-\operatorname{sen}\theta(t); \cos\theta(t)) \\
&= -\cos\theta(t)\ \operatorname{sen}\theta(t) + \operatorname{sen}\theta(t)\ \cos\theta(t) \\
&= 0.
\end{aligned}$$

Sistema de referencia "móvil"

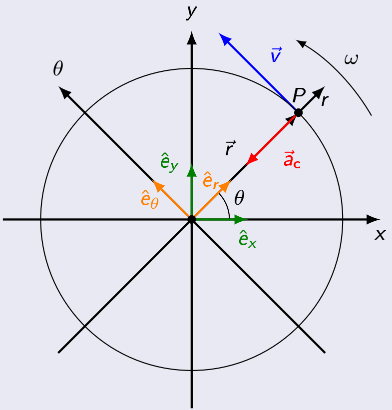
El versor $(-\operatorname{sen}\theta(t); \cos\theta(t))$ se lo suele denominar $\hat{e}_\theta$. Por lo que $\hat{e}_\theta = (-\operatorname{sen}\theta(t); \cos\theta(t))$ y, en consecuencia:

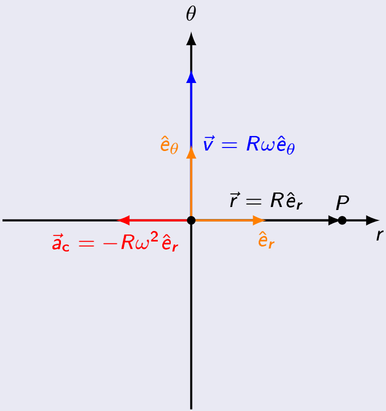
$$\vec{v}(t) = R\,\omega\,\hat{e}_\theta$$

El hecho de que los versores $\hat{e}_r$ y $\hat{e}_\theta$ sean siempre perpendiculares entre sí, al igual que $\hat{e}_x$ y $\hat{e}_y$, nos brinda la posibilidad de pensarlos como los versores que definen un nuevo sistema de referencia que, en virtud de sus definiciones, giran junto con la partícula, es decir, definen un sistema de referencia móvil.

Sistema de referencia "móvil"

Sistema de referencia móvil





MCU y dinámica

Aceleración centrípeta y fuerza centrípeta

En virtud de la segunda ley de Newton, la aceleración centrípeta puede asociarse con una *fuerza centrípeta*.

Fuerza centrípeta

$$\vec{F}_\mathrm{c} = m\,\vec{a}_\mathrm{c}$$

Su módulo, F_c, es

$$F_\mathrm{c} = m\,a_\mathrm{c} = m\,R\,\omega^2 = m\,v\,\omega = m\,\frac{v^2}{R}$$

y, por supuesto, su dirección y sentidos serán los mismos que los de la $\vec{a}_\mathrm{c}$, es decir, en dirección del radio y sentido hacia el centro de la circunferencia:

$$\vec{F}_\mathrm{c} = -m\,R\,\omega^2\,\hat{e}_r$$

Aceleración centrípeta y fuerza centrípeta

Cabe destacar que la relación

$$\vec{F}_c = m\,\vec{a}_c$$

va más allá de una simple relación matemática entre la aceleración y la fuerza centrípetas.

¡Importante!

Desde el punto de vista conceptual, la ecuación $\vec{F}_c = m\,\vec{a}_c$ representa la *condición necesaria y suficiente* para que ocurra el movimiento circular en un plano.

Aceleración centrípeta y fuerza centrípeta

$\vec{F}_c$ puede representar la resultante de un conjunto de fuerzas que actúa sobre el cuerpo. Si, en particular, esa resultante está *siempre* dirigida hacia un punto fijo del plano, entonces la partícula va a describir una trayectoria circular alrededor de ese punto.

Inversamente, si un cuerpo describe una trayectoria circular alrededor de un punto fijo, entonces inmediatamente nos damos cuenta de que la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, cualesquiera sea el origen de estas fuerzas, apunta hacia ese punto fijo.

En este sentido, la fuerza centrípeta solamente modifica la dirección del vector velocidad, pero no su módulo.

Aceleración centrípeta y fuerza centrípeta

A la luz de lo que vimos en esta unidad, podemos ampliar el esquema conceptual que venimos construyendo a lo largo del curso.

Repaso

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \begin{cases} \vec{0} & \to \text{Equilibrio} \Leftrightarrow \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0} \to \vec{v} \begin{cases} = \vec{0} & \to \text{Equilibrio estático} \\ \neq \vec{0} & \to \text{MRU} \end{cases} \\ m\,\vec{a} & \to \text{Dinámica} \to \text{Si } \dfrac{d\vec{a}}{dt} = \vec{0} \text{ y } \vec{a} \neq \vec{0} \to \begin{cases} \parallel \vec{v} \Rightarrow \text{MRUV.} \\ \perp \vec{v} \Rightarrow \text{MCU.} \end{cases} \end{cases}$$

$$\vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = 0. \end{cases}$$

$$\vec{R} = m\,\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} R_x = m\,a_x;\ R_y = m\,a_y \\ R_x = m\,a_x;\ R_y = 0 \\ R_x = 0;\ R_y = m\,a_y \end{cases}$$

Esto es todo por hoy

¡Muchas gracias!

Ahora a repasar y practicar.