

## 7. Ejercicios de Física III.

Docente: Pujol, Alejandro.

**Ejercicio 1.** Matrices. Este es un ejercicio para repasar algunas propiedades de manera informal. Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ , calcular:

1.  $A \pm B$ ,  $B \pm A$ . Observación: la suma y resta de matrices conmuta.
2.  $2A$ ,  $5B$ .
3.  $AB$ ,  $BA$ . Observación: el producto de matrices no conmuta.
4.  $\det(A)$ ,  $\det(B)$ ,  $\det(AB)$ ,  $\det(BA)$ ,  $\det(A) \cdot \det(B)$ .
5. Usando alguna calculadora de matrices inversas<sup>1</sup> encontrar, si existen,  $A^{-1}$ ,  $B^{-1}$ . Calcular  $A.A^{-1}$ ,  $B.B^{-1}$ . Calcule  $\det(A^{-1})$ ,  $\det(B^{-1})$  y compare con los resultados  $\frac{1}{\det(A)}$ ,  $\frac{1}{\det(B)}$ , siempre que sean distintos de cero.

**Ejercicio 2.** Matrices de rotación. Con la notación que usamos en clase, escribir matrices de rotación para los ángulos  $\theta = 0, \pi/4, \pi/2, \frac{3}{4}\pi$ . Llamaremos a estas matrices  $M_0$ ,  $M_{\pi/4}$ ,  $M_{\pi/2}$  y  $M_{\frac{3}{4}\pi}$ . Demostrar que  $M_{\frac{3}{4}\pi} = M_{\pi/4}M_{\pi/4}M_{\pi/4} = M_{\pi/2}M_{\pi/4} = M_{\pi/4}M_{\pi/2}$  haciendo las cuentas explícitamente e interprete el significado de estas igualdades. Calcule los determinantes, recordando la propiedad  $\det(A.B.C...) = \det(A) \cdot \det(B) \cdot \det(C) \dots$  que siempre es válida para matrices de rotación.

**Ejercicio 3.** Ángulo de Brewster. Supongamos que disponemos de un material con un índice de refracción  $n_1 > 1$  tal que si se realiza un experimento en el medio ambiente ordinario existe un ángulo de Brewster bien definido ¿Qué elemento de los que estudiamos utilizaría para calcular este ángulo? Describa brevemente el experimento (Ayuda: vea el video de cabecera de esta semana en el campus).

**Ejercicio 4.** Polarizadores. Se tiene una onda plana polarizada linealmente  $\vec{E}_{inc} = A_0 e^{i(\omega t - kz + \phi_0)} \hat{x}''$  que se propaga en la dirección  $\hat{z}$ . El versor  $\hat{x}''$  describe la dirección de polarización de la onda, a saber  $\hat{x}'' = \cos \alpha \hat{x} + \sin \alpha \hat{y}$ . Dicha onda incide sobre un polarizador orientado en la dirección  $\hat{x}' = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y}$ , es decir formando un ángulo  $\theta$  con el eje  $x$ . Describir la onda que se obtiene la salida del polarizador vista desde los ejes  $x', y'$  y también desde  $x, y$  en las siguientes circunstancias:

1. Caso general:  $\alpha$  y  $\theta$  arbitrarios (resolver bien este item casi que soluciona los siguientes).
2.  $\hat{x}'' = \hat{x}$  (es decir  $\alpha = 0$ ). Y los dos casos  $\theta = 0$ ,  $\theta = \pi/2$ .
3.  $\alpha$  arbitrario y los dos casos  $\theta = \alpha$ ,  $\theta = \alpha + \pi/2$ .
4. Llamemos  $\theta \equiv \theta_1$  ¿qué ocurre si se agrega un segundo polarizador a la salida del primero con ángulos:  $\theta_2 = \theta_1$ ,  $\theta_2 = \theta_1 + \pi/2$ ?

---

<sup>1</sup>Por ejemplo aquí <https://matrix.reshish.com/es/inverCalculation.php>

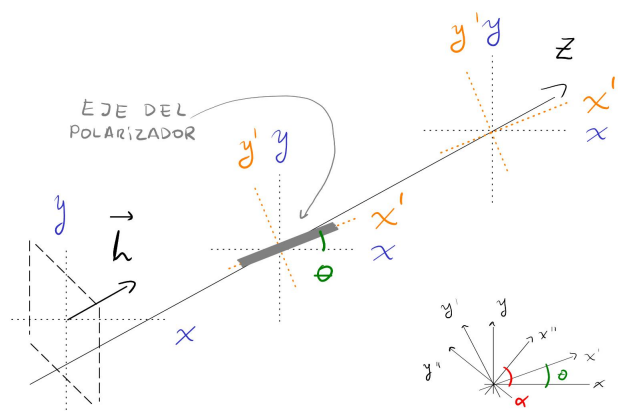


Figure 1: Esquema del Ejercicio 4.