

5. Ejercicios de Física III.

Docente: Pujol, Alejandro.

Ejercicio 1. Un rayo de luz se propaga desde un punto A a otro punto B. En su trayectoria se desvía debido a la interacción con un espejo. Utilizando los parámetros de la Figura 1 y el principio de Fermat, encontrar el valor de x que minimiza el camino óptico. Con esto, hallar el valor de los ángulos θ_i y θ_r . ¿Qué cambia si el sistema está inmerso en un medio con índice de refracción n ?

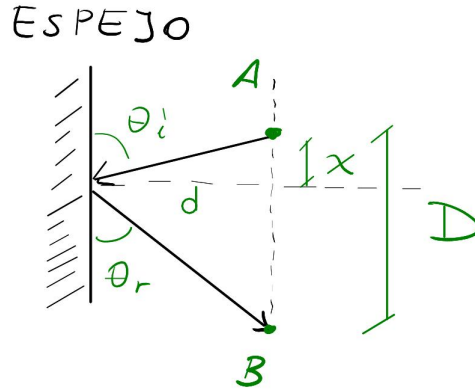


Figure 1: Esquema del Ejercicio 1.

Ejercicio 2. En general, el principio de Fermat enuncia que un rayo que se propaga entre dos puntos A y B lo hace minimizando el tiempo transcurrido, es decir que $T = \int_A^B dt$ es mínimo. Considerando que $v = l/t$ y que $n = c/v$ (es decir, la velocidad es el cociente entre la distancia y el tiempo, y el índice de refracción es el cociente entre la velocidad de la luz en vacío y la velocidad que de hecho tiene la luz en el medio en cuestión), la integral se suele presentar en la forma $\frac{1}{c} \int_A^B n dl$. Si los puntos A y B pertenecen al mismo medio, podemos ignorar n y ocuparnos solo de minimizar $\int_A^B dl$. Para el caso bidimensional, en el plano x-y esta integral se presenta en la forma $S[y] = \int_A^B \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$. Para el caso de la figura, demostrar que siguiendo la trayectoria azul $S[y] = 1$, mientras que siguiendo la trayectoria roja $S[y] = 2$. Ayuda: la trayectoria azul es el hemisferio superior de una circunferencia de radio 1 centrada en el origen $x^2 + y^2 = 1$.

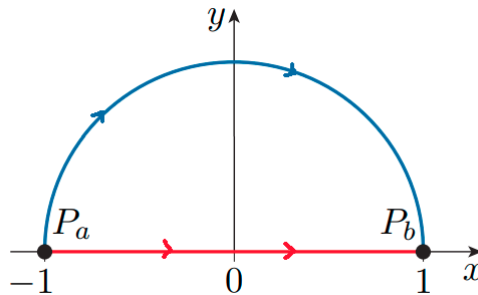


Figure 2: Esquema del Ejercicio 2.

Ejercicio 3. La propagación de rayos a lo largo de un prisma se puede estudiar fácilmente utilizando la ley de Snell en las dos deflexiones que experimenta el rayo incidente. Realizando ese trabajo, puede obtenerse que el ángulo de desviación total a través de un prisma es

$$\theta_d = \theta - \alpha + \arcsin \left[(n^2 - \sin^2 \theta)^{1/2} \sin \alpha - \sin \theta \cos \alpha \right] \quad (1)$$

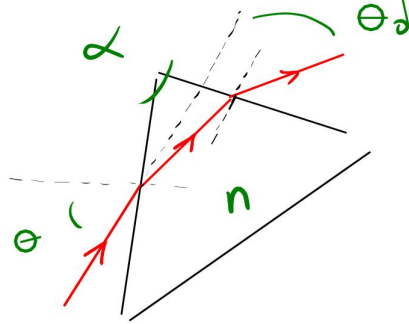


Figure 3: Esquema del Ejercicio 3.

Expresión que se simplifica notablemente considerando un prisma delgado ($\alpha \ll 1$) y un ángulo de incidencia pequeño ($\theta \ll 1$) se obtiene

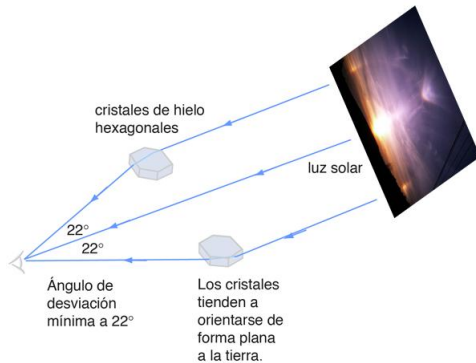
$$\theta_d \simeq (n - 1) \alpha \quad (2)$$

(donde se ha utilizado que para valores pequeños $\sin x \sim x$, $\cos x \sim 1$, $\arcsin x \sim x$, $x^2 \ll n^2$, donde por x nos referimos a α o a θ según corresponda). Observar que esta expresión es independiente del ángulo de incidencia θ .

Supongamos entonces que disponemos de un prisma sobre el que inciden de manera superpuesta tres rayos: uno rojo, uno verde y uno azul. Así mismo, el índice refracción del prisma toma distintos valores según el color: $n_{rojo} = 1.306$, $n_{verde} = 1.311$, $n_{azul} = 1.317$. Si consideramos un ángulo de incidencia $\theta = 5^\circ$ y $\alpha = 10^\circ$, calcule θ_d en los tres casos y para las dos fórmulas. Compare los resultados.

NOTA 1: la luz blanca contiene todos los colores del espectro, y es por ello que este ejercicio ayuda a entender por qué la luz blanca se descompone al atravesar uno.

NOTA 2: en la atmósfera, la condensación y las bajas temperaturas generan figuras de hielo hexagonales, que se comportan de manera similar a un prisma con $\alpha = 60^\circ$. Si consideramos el índice de refracción del hielo $n_{hielo} \simeq 1.31$, esto da un ángulo de desviación $\theta_d \simeq 22^\circ$. Un análisis más detallado según cada color muestra que este ángulo en realidad es creciente si se consideran por ejemplo los colores rojo, verde y azul. Esto origina los llamados halos solares de 22° , cuyo borde interior se observa más enrojecido mientras que el exterior más azulado y menos saturado. Vea las figuras a continuación.



Ejercicio 4. Aplicando la Ley de Snell, responda los siguientes items. En cada caso, realizar además un esquema detallado que describa el problema y las variables involucradas.

1. Calcular la velocidad de la luz en un aceite que tiene un índice de refracción de 1,4. Dato: velocidad de la luz en el vacío = 300.000 km/s.
2. Un haz de luz pasa del aire a un medio, donde se propaga a $1,5 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$, con un ángulo de incidencia de 60° . Calcule el ángulo de refracción. Haga el esquema correspondiente.
3. Determinar el ángulo crítico para rayos de luz que van desde el diamante al agua, sabiendo que los índices de refracción para el diamante y el agua son, respectivamente, $n_d = 2.41$ y $n_a = 1.33$.
4. Un rayo de luz incide con un ángulo de 30 grados sobre una placa de vidrio ($n_{vidrio} = 1.4$) de 5.0 cm de espesor. Calcular la distancia que, tras atravesar la placa, el rayo se ha desplazado paralelamente a la placa.
5. Sea un recipiente con agua cuya superficie está cubierta por una capa de aceite. Realizar un diagrama que indique la trayectoria de los rayos de luz al pasar del aire al aceite y después al agua. Si un rayo de luz incide desde el aire sobre la capa de aceite con un ángulo de 20° , determinar el ángulo de refracción en el agua. ¿Con qué velocidad se desplazará la luz por el aceite? Datos: $n_{aire} = 1$; $n_{aceite} = 1,45$; $n_{agua} = 1,33$.