Física III – Examen integrador y final

- Nombre y apellido: ______________________________
- DNI: ______________________________

Ejercicio 1

Un resorte de constante k_1 se une a un bloque de masa m. Luego el sistema formado por estos se dispone en dirección horizontal y se lo hace oscilar alrededor de la posición de equilibrio del resorte. Si se observa que el periodo es P_1, mostrar que si el resorte se reemplaza por otro de constante k_2, el sistema formado por este nuevo resorte y el bloque oscilará con un periodo P_2 dado por:

$$P_2 = P_1\sqrt{\frac{k_1}{k_2}}.$$

Ejercicio 2

Un volante, que tiene forma de un cilindro hueco, de masa M, radio interno R_0 y radio externo R, puede girar alrededor de un eje horizontal que pasa por su centro geométrico, el cual se indica con el punto O de la Figura 1a. Una cuerda arrollada a la circunferencia del volante une a este último con un balde de masa m. El volante se considera un cuerpo rígido cuyo momento de inercia es $I = \frac{1}{2}M\left(R^2 + R_0^2\right)$, mientras que el balde se asume como una masa puntual.

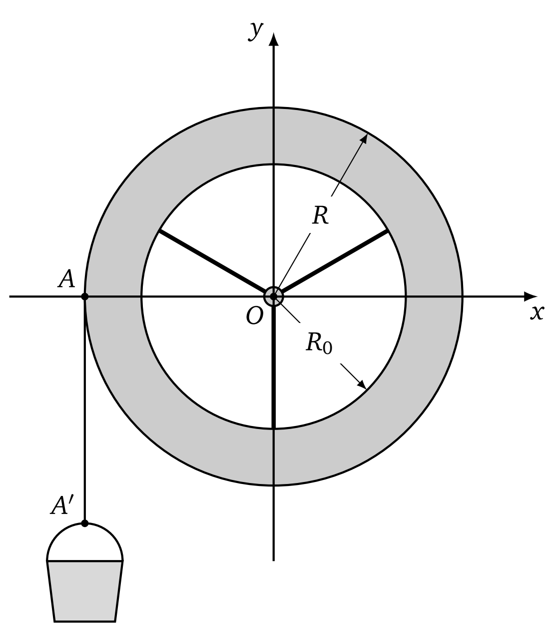
(a) Mostrar que si el rozamiento entre el eje y el volante produce un torque $\vec{T}_{\text{roz}}$, entonces la aceleración con la que desciende el balde es:

$$\vec{a} = \left(\frac{T_{\text{rox}}}{R} - m\,g\right)(m + \xi\,M)^{-1},$$

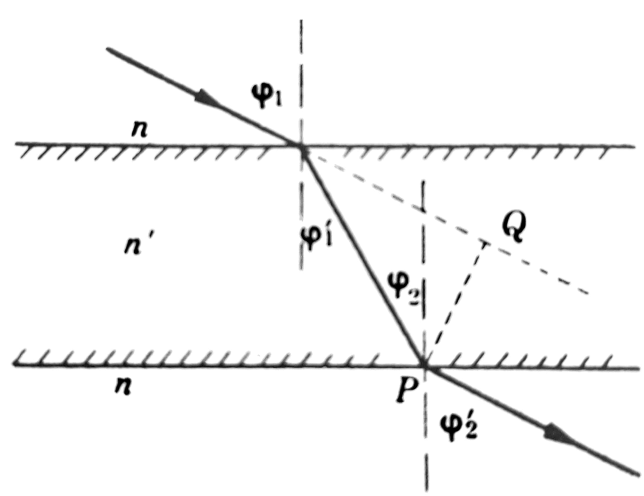
donde $\xi = \dfrac{I}{M\,R^2}$ es el factor momento de inercia.

(b) Analizar los casos en que $R_0 = 0$ (cilindro macizo) y $R_0 \approx R$ (cilindro hueco de pared delgada). ¿Para cuál de ellos la aceleración del balde es mayor?

(c) ¿Bajo qué condición o condiciones el balde descendería a velocidad constante?



(a) Esquema del Ejercicio 2.



(b) Esquema del Ejercicio 7.

Figura 1

Ejercicio 3

Una onda electromagnética plana y monocromática que se propaga a lo largo del eje x, es emitida por una fuente que se encuentra en $+\infty$ e incide sobre una superficie plana perfectamente conductora ubicada en el plano yz, es decir $x = 0$.

(a) Hallar la expresión del campo eléctrico ($\vec{E}_i$) y del campo magnético ($\vec{B}_i$) correspondientes a la onda electromagnética plana monocromática que incide sobre la superficie conductora, teniendo en cuenta que la polarización del campo eléctrico es paralela a $\hat{\mathbf{e}}_y$.

(b) Si la condición de contorno correspondiente a la superficie conductora exige que la componente del campo eléctrico total que es tangencial a la misma debe anularse cuando la onda llega a esta a dicha superficie para todo y, z y t, mostrar que las expresiones de $\vec{E}$ y de $\vec{B}$ (campos totales) que satisfacen la condición de contorno son

$$\vec{E}(x,t) = -2E_{0,i}\,\text{sen}\,(\omega\,t)\,\text{sen}\,(k\,x)\;\hat{\mathbf{e}}_y \qquad \text{y} \qquad \vec{B}(x,t) = -\frac{2E_{0,i}}{c}\cos(\omega\,t)\cos(k\,x)\;\hat{\mathbf{e}}_z,$$

donde $E_{0,i}$ es la amplitud del campo eléctrico incidente, ω es la frecuencia angular, k es el número de onda.

(c) Mostrar que si se agrega otra superficie perfectamente conductora en el $x = L$, paralela a la anterior, entonces las ondas electromagnéticas que pueden propagarse confinadas entre 0 y L solamente pueden tener frecuencias bien definidas.

Ejercicio 4

Dos cuerdas de densidades ρ_1 y ρ_2 están unidas en $x = 0$, están sometidas a la misma tensión y sus respectivas secciones transversales tienen áreas iguales. Si $y_1(x,t) = f_1(x - v_1\,t)$ representa una onda que incide en $x = 0$ desde $-\infty$, a partir del análisis de la discontinuidad se obtiene que debe haber, en general, una onda reflejada g_1 y una onda transmitida f_2, las cuales pueden determinarse mediante las expresiones:

$$g_1(x + v_1\,t) = C_R f_1(x + v_1\,t) \qquad \text{y} \qquad f_2(x - v_2\,t) = C_T f_1(x - v_2\,t)\,,$$

donde

$$C_R = \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} \qquad \text{y} \qquad C_T = \frac{2\,v_2}{v_2 + v_1}$$

son los llamados coeficientes de reflexión y de transmisión, respectivamente. Considerando las posibles relaciones entre las densidades de las cuerdas, demostrar que $-1 \le C_R \le 1$ y que $0 \le C_T \le 2$, por lo que, en consecuencia, $C_T - C_R = 1$.

Ejercicio 5

Enunciar el principio de Huygens y, a partir de este, deducir la ley de la reflexión y la ley de Snell. Para ello, considere una onda plana monocromática que incide sobre una superficie plana, con un cierto ángulo de incidencia φ_i, medido respecto de la dirección perpendicular al plano sobre el que incide la onda. Además, considerar que esta superficie divide dos medios, uno de índice de refracción n, en donde se propaga la onda incidente y la reflejada, y otro de índice de refracción n', en donde se propaga la onda refractada.

Ejercicio 6

Enunciar el principio de Fermat y describir cómo se podrían obtener las leyes de la reflexión y de la refracción usando este principio.

Ejercicio 7

Un haz de luz incide bajo un ángulo φ_1 sobre la superficie superior de una lámina transparente cuyas superficies son planas y paralelas entre sí, tal como se muestra en la Figura 1b.

(a) Demostrar que $\varphi_1 = \varphi_2'$.

(b) Demostrar que esto se verifica se verifica para un número láminas paralelas diferentes.

(c) Demostrar que el desplazamiento lateral d del haz emergente (distancia entre los puntos P y Q) viene dado por la relación:

$$d = h\frac{\text{sen}\left(\varphi_1 - \varphi_1'\right)}{\cos\varphi_1'},$$

donde h es el ancho de la lámina, esto es, la distancia entre sus caras.

Ejercicio 8

Dos orificios separados por 0.5 mm están iluminados por un haz de láser helio-neón que emite luz monocromática de longitud de onda de 0.6328×10^{-6} m. Una pantalla está ubicada 5 m detrás de aquella que contiene a los orificios.

(a) ¿Cuál es la separación de las franjas de interferencia sobre la pantalla?

(b) ¿A qué se debe la diferencia de fases entre las ondas emitidas desde los orificios que producen las franjas oscuras y brillantes, típicas del patrón de interferencia en este caso? ¿Cuáles son las hipótesis bajo las cuales se obtiene la expresión que permite calcular la separación de las franjas?