Guía de ejercicios resueltos y propuestos – Unidad 2

1. Centro de masa

Ejercicio 1

Calcular las coordenadas del centro de masa del sistema formado por las cuatro masas puntuales indicadas en la Figura 1.

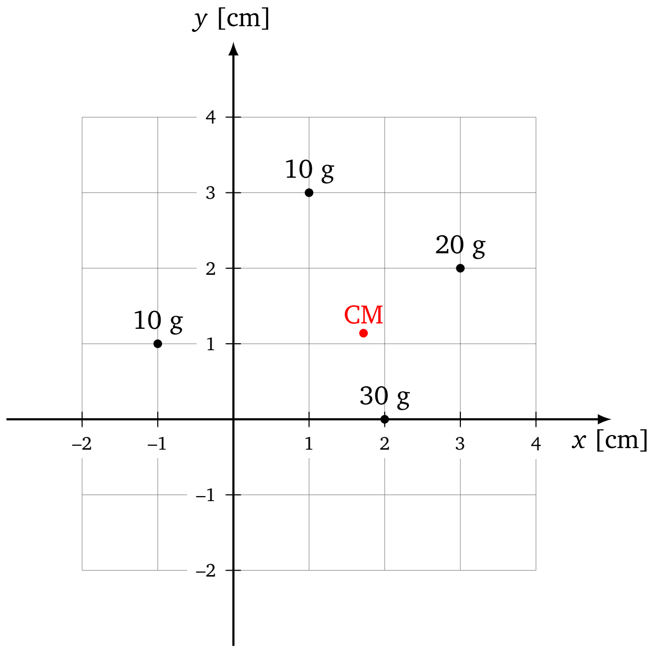


Figura 1

Solución: Las coordenadas del centro de masa del sistema representado en la Figura 1 se pueden determinar de forma directa con las expresiones correspondientes:

$$
\begin{aligned}
x_{\mathrm{CM}} &= \frac{\sum_{i=1}^{4} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{4} m_i} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + m_4 x_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} \\
&= \frac{10\,\mathrm{g} \times (-1\,\mathrm{cm}) + 10\,\mathrm{g} \times 1\,\mathrm{cm} + 20\,\mathrm{g} \times 3\,\mathrm{cm} + 30\,\mathrm{g} \times 2\,\mathrm{cm}}{10\,\mathrm{g} + 10\,\mathrm{g} + 20\mathrm{g} + 30\,\mathrm{g}} \\
&= \frac{120\,\mathrm{g\,cm}}{70\,g} = 1.72\,\mathrm{cm}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
y_{\mathrm{CM}} &= \frac{\sum_{i=1}^{4} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{4} m_i} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3 + m_4 y_4}{m_1 + m_2 + m_3 + m_4} \\
&= \frac{10\,\mathrm{g} \times 1\,\mathrm{cm} + 10\,\mathrm{g} \times 3\,\mathrm{cm} + 20\,\mathrm{g} \times 2\,\mathrm{cm} + 30\,\mathrm{g} \times 0\,\mathrm{cm}}{10\,\mathrm{g} + 10\,\mathrm{g} + 20\mathrm{g} + 30\,\mathrm{g}} \\
&= \frac{80\,\mathrm{g\,cm}}{70\,g} = 1.14\,\mathrm{cm}
\end{aligned}
$$

Ejercicio 2

Una masa de 2 kg, está en el punto (3 m; 0) y otra masa de 4 kg está en el punto (6 m; 0). Hallar el centro de masa del sistema.

Respuesta: $x_{\mathrm{CM}} = 5$ m; $y_{\mathrm{CM}} = 0$.

Ejercicio 3

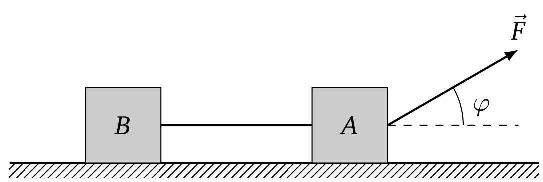
Tres masas puntuales están situadas en un plano xy, del modo siguiente: una masa de 5 kg está en el punto (0; 4 m), una segunda masa de 1 kg está en el punto (4 m; 0) y una última masa de 2 kg en el punto (2 m; 2 m). Hallar el centro de masa del sistema.

Respuesta: $x_{\mathrm{CM}} = 1$ m; $y_{\mathrm{CM}} = 3$ m.

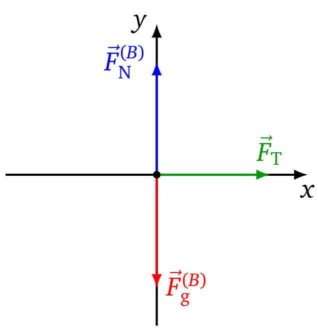
2. Dinámica de un sistema de partículas. Cuerpos vinculados

Ejercicio 4

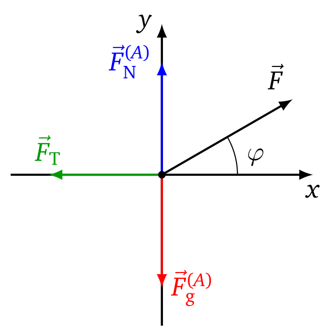
Dos bloques A y B están unidos por un hilo inextensible y de masa despreciable y se encuentran sobre una superficie horizontal lisa. Sobre el bloque A se aplica una fuerza $\vec{F}$, cuyo módulo es de 50 N y forma un ángulo $\varphi = 60°$ con el semieje de los x positivos. La masa del bloque A es $m_A = 6$ kg y la del bloque B es $m_B = 4$ kg. Hallar la tensión del hilo que une a los bloques y la aceleración del sistema.



(a) Esquema del Ejercicio 4.



(b) Diagrama de cuerpo libre del bloque B.



(c) Diagrama de cuerpo libre del bloque A.

Figura 2

Solución: Para resolver este ejercicio, debemos aislar cada cuerpo e identificar las fuerzas que actúan sobre cada uno de ellos y realizar los correspondientes diagramas de cuerpo libre, tal como se muestra en las Figuras 2 (c) y 2 (b).

Las fuerzas que actúan sobre el bloque A son la tensión del hilo, la fuerza $\vec{F}$ aplicada, su propio peso y la reacción normal de la superficie. Las componentes de dichas fuerzas en el sistema de referencia considerado en la Figura 2 (c) son:

- $\vec{F} = (F \cos\varphi; F \operatorname{sen}\varphi)$,
- $\vec{F}_{\mathrm{N}}^{(A)} = \left(0; F_{\mathrm{N}}^{(A)}\right)$,
- $\vec{F}_{\mathrm{g}}^{(A)} = (0; -m_A\, g)$,
- $\vec{F}_T = (-F_{\mathrm{T}}; 0)$.

Las componentes x e y de la resultante son:

$$R_x = \sum f_x = F\cos\varphi - F_{\mathrm{T}} = m_A\, a_x, \tag{1}$$
$$R_y = \sum f_y = F\,\mathrm{sen}\,\varphi + F_{\mathrm{N}}^{(A)} - m_A\, g = 0. \tag{2}$$

Dado que el bloque no se mueve en la dirección vertical, R_y debe ser igual a cero. En cambio, como el bloque se va a acelerar en la dirección horizontal, en virtud de la segunda ley de Newton se tiene que $R_x = m_A\, a_x$, donde a_x es la componente x de la aceleración del sistema.

Podríamos determinar el módulo de la reacción normal del plano usando la Ecuación (2), pero no es un dato relevante para este ejercicio.

Las fuerzas que actúan sobre el bloque B son las mismas que aquellas aplicadas al bloque A, excepto la fuerza $\vec{F}$. Las componentes de estas fuerzas, para el caso del bloque B, en el sistema de referencia considerado en la Figura 2 (b) son:

- $\vec{F}_{\mathrm{N}}^{(B)} = \left(0; F_{\mathrm{N}}^{(B)}\right)$,
- $\vec{F}_{g}^{(B)} = (0; -m_B\, g)$,
- $\vec{F}_T = (F_{\mathrm{T}}; 0)$.

Las componentes de la fuerza resultante que actúa sobre el bloque B son:

$$R_x = \sum f_x = F_{\mathrm{T}} = m_B\, a_x, \tag{3}$$
$$R_y = \sum f_y = F_{\mathrm{N}}^{(B)} - m_B\, g = 0. \tag{4}$$

Como el bloque B tampoco se mueve en la dirección vertical, la componente y de la resultante debe ser también igual a cero y, en consecuencia, podríamos determinar $F_{\mathrm{N}}^{(B)}$ de la Ecuación (4), pero tampoco es un dato relevante para el ejercicio.

Al igual que ocurre con el bloque A, la componente x de la resultante de las fuerzas aplicadas al bloque B también es igual al producto de la masa del bloque B por la aceleración del sistema, tal como se indica en la Ecuación (3).

Podemos observar que las Ecuaciones (1) y (3) forman un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas (F_{T} y a_x):

$$F\cos\varphi - F_{\mathrm{T}} = m_A\, a_x, \tag{5}$$
$$F_{\mathrm{T}} = m_B\, a_x, \tag{6}$$

Este sistema se puede resolver por cualquiera de los métodos conocidos. Teniendo en cuenta que el módulo de la tensión del hilo aparece sumando en la Ecuación (6) y restando en la Ecuación (5), podemos sumar las dos ecuaciones, con lo cual:

$$F\cos\varphi - F_{\mathrm{T}} + F_{\mathrm{T}} = m_A\, a_x + m_B\, a$$

O bien:

$$F\cos\varphi = (m_A + m_B)\, a_x$$

De donde se obtiene:

$$a_x = \frac{F\cos\varphi}{(m_A + m_B)}$$

Reemplazando los valores correspondientes, obtenemos:

$$a_x = \frac{50\,\mathrm{N}\times\cos 60^\circ}{(6\,\mathrm{kg} + 4\,\mathrm{kg})} = 2.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Una vez determinada la aceleración del sistema, podemos calcular la tensión del hilo usando la Ecuación (5) o la Ecuación (6), cualquiera de las dos nos debe llevar al mismo resultado. Si utilizamos la Ecuación (6), tenemos:

$$F_{\mathrm{T}} = 4\,\mathrm{kg}\times 2.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 10\,\mathrm{N}$$

Ejercicio 5

Un bloque de masa $m_1 = 8\,\text{kg}$ y otro de masa $m_2 = 16\,\text{kg}$ (Figura 3) se encuentran sobre una superficie horizontal, sin rozamiento, unidos por una cuerda A, y son arrastrados hacia la derecha sobre la superficie por una segunda cuerda B, adquiriendo una aceleración constante cuyo módulo es de $0.5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Calcular la tensión de cada cuerda.

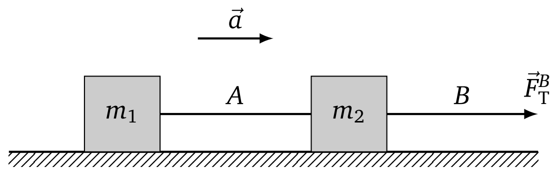


Figura 3

Solución: Aislemos cada cuerpo como se indica por las líneas de puntos, y realicemos los correspondientes diagramas de cuerpo libre para cada uno. Representemos por T_A y T_B las tensiones de las cuerdas A y B, respectivamente. El sistema de fuerzas que actúa sobre el bloque de 8 kg está formado por su peso, $\vec{F}_\text{g}^{(1)}$, la reacción normal, $\vec{F}_\text{N}^{(1)}$, de la superficie sobre él y la tensión, $\vec{F}_\text{T}^{A}$, dirigida hacia la derecha. El sistema de fuerzas que actúa sobre el bloque de 16 kg está formado por su peso, $\vec{F}_\text{g}^{(2)}$, la fuerza normal, $\vec{F}_\text{N}^{(2)}$, la tensión $\vec{F}_\text{T}^{A}$, dirigida hacia la izquierda, y la tensión $\vec{F}_\text{T}^{B}$ dirigida hacia la derecha.

Si para cada bloque elegimos un sistema de referencia cuyo eje x sea paralelo a la superficie y su eje y sea perpendicular a la misma, entonces las componentes de las fuerzas que actúan sobre el bloque de 8 kg son:

- $\vec{F}_\text{g}^{(1)} = (0; -m_1\,g)$, donde $m_1 = 8$ kg;
- $\vec{F}_\text{N}^{(1)} = \left(0; F_\text{N}^{(1)}\right)$;
- $\vec{F}_\text{T}^{A} = (T_A; 0)$.

La sumatoria de las componentes verticales de las fuerzas es:

$$\sum f_y = F_\text{N}^{(1)} - m_1\,g = 0$$

la cual es igual cero porque el bloque está en equilibrio en la dirección vertical. Se obtiene entonces que

$$F_\text{N}^{(1)} = m_1\,g = 8\,\text{kg} \times 9.8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 78.4\,\text{N}$$

Por otro lado, la sumatoria de las componentes x de las fuerzas que actúan sobre el bloque de 8 kg es:

$$\sum f_x = T_A = m_1\,a$$

donde $a = 0.5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. En este caso, debemos aplicar la segunda ley de Newton porque el bloque *no* está en equilibrio en la dirección horizontal. De esta última ecuación, obtenemos:

$$T_A = 8\,\text{kg} \times 0.5\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4\,\text{N}$$

Las componentes de las fuerzas que actúan sobre el bloque de 16 kg son:

- $\vec{F}_\text{g}^{(2)} = (0; -m_2\,g)$, donde $m_2 = 16$ kg;
- $\vec{F}_\text{N}^{(2)} = \left(0; F_\text{N}^{(2)}\right)$;
- $\vec{F}_\text{T}^{A} = (-T_A; 0)$;
- $\vec{F}_\text{T}^{B} = (T_B; 0)$.

Análogamente al caso anterior, la sumatoria de fuerzas en la dirección vertical debe ser igual a cero dado que este bloque también está en equilibrio en esa dirección:

$$\sum f_y = F_{\mathrm{N}}^{(2)} - m_2\, g = 0,$$

de donde se obtiene:

$$F_{\mathrm{N}}^{(2)} = m_2\, g = 16\,\mathrm{kg} \times 9.8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 156.8\,\mathrm{N}$$

En cambio, la sumatoria de las componentes en la dirección horizontal es:

$$\sum f_x = T_B - T_A = m_2\, a$$

La cuerda A sirve simplemente para transmitir la fuerza de un bloque a otro, de modo que las fuerzas designadas por $\vec{F}_{\mathrm{T}}^{A}$ constituyen un par de acción y reacción, y son numéricamente iguales. Entonces, obtenemos:

$$T_B = T_A + m_2\, a = 4\,\mathrm{N} + 16\,\mathrm{kg} \times 0.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 12\,\mathrm{N}$$

Ejercicio 6

Dos bloques A y B están unidos mediante una cuerda flexible e inextensible de masa despreciable que pasa por una polea de masa también despreciable. El bloque A está apoyado sobre una superficie horizontal, mientras que el bloque B cuelga suspendido de la cuerda, tal como se muestra en la Figura 4. La masa del bloque A es de 16 kg, mientras que la masa del bloque B es de 8 kg. Despreciando todas las fuerzas de rozamiento e inercia de la polea, hallar la aceleración y la tensión de la cuerda.

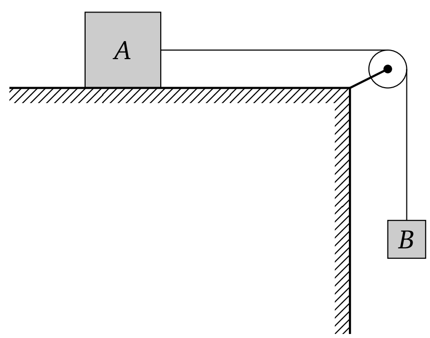


Figura 4

Solución: Aislemos las dos partes, como se indica por las líneas de puntos. El único efecto de la polea es cambiar la dirección de a cuerda, la cual tira con la misma fuerza $\vec{F}_{\mathrm{T}}$ de cada bloque.

Entonces, el sistema de fuerzas que actúa sobre el bloque de 16 kg son su peso, $\vec{F}_{\mathrm{g}}^{(A)}$, la reacción normal de la superficie, $\vec{F}_{\mathrm{N}}$, y la tensión de la cuerda, $\vec{F}_{\mathrm{T}}$. Por otro lado, las fuerzas que actúan sobre el bloque de 8 kg son su peso, $\vec{F}_{\mathrm{g}}^{(B)}$ y la tensión de la cuerda, $\vec{F}_{\mathrm{T}}$.

Si para el bloque A definimos un sistema de referencia cuyo eje x sea paralelo a la superficie horizontal y cuyo eje y sea perpendicular a la misma, entonces las componentes de las fuerzas que actúan sobre el bloque de 16 kg son:

- $\vec{F}_{\mathrm{g}}^{(A)} = (0; -m_A\, g)$, donde $m_A = 16$ kg;
- $\vec{F}_{\mathrm{N}} = (0; F_{\mathrm{N}})$;
- $\vec{F}_{\mathrm{T}} = (F_{\mathrm{T}}; 0)$.

La sumatoria de las componentes de las fuerzas en la dirección vertical deber ser igual a cero porque el bloque se encuentra en equilibrio en esa dirección:

$$R_y^{(A)} = F_\mathrm{N} - m_A\, g = 0,$$

de donde se obtiene:

$$F_\mathrm{N} = m_A\, g = 16\,\mathrm{kg} \times 9.8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 156.8\,\mathrm{N}$$

Por otro lado, la sumatoria de fuerzas en la dirección horizontal es distinta de cero porque no existe fuerza alguna que equilibre la acción de la fuerza $\vec{F}_\mathrm{T}$, entonces:

$$R_x^{(A)} = F_\mathrm{T} = m_A\, a_x \tag{7}$$

donde a_x es la componente x de la aceleración del sistema.

Si para el bloque B elegimos un sistema de referencia cuyo eje x tenga dirección vertical, y se considera positivo el sentido hacia abajo, las componentes de las fuerzas que actúan sobre el bloque que cuelga de la cuerda son:

- $\vec{F}_\mathrm{g}^{(B)} = (m_B\, g; 0)$, donde $m_B = 8$ kg;
- $\vec{F}_\mathrm{T} = (-F_\mathrm{T}; 0)$.

Así, la sumatoria de fuerzas en la dirección vertical resulta:

$$R_x^{(B)} = -F_\mathrm{T} + m_B\, g = m_B\, a_x \tag{8}$$

De esta forma, reuniendo las Ecuaciones (7) y (8), obtenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{aligned} F_\mathrm{T} &= m_A\, a_x \\ -F_\mathrm{T} + m_B\, g &= m_B\, a_x, \end{aligned}$$

del cual obtenemos como resultado que: $F_\mathrm{T} = 52.27\,\mathrm{N}$ y $a_x = 3.27\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Ejercicio 7

El bloque A de la Figura 4 tiene una masa de $12\,\mathrm{kg}$ y se mueve sobre una superficie horizontal lisa unido por una cuerda ligera flexible e inextensible, que pasa por una pequeña polea sin rozamiento, a un segundo bloque B suspendido que tiene una masa de $4\,\mathrm{kg}$.

(a) ¿Cuál es la aceleración del sistema y cuál es la tensión de la cuerda que une ambos bloques?

(b) ¿Cuál será la aceleración del sistema y cuál es la tensión de la cuerda que une ambos bloques si el coeficiente cinético de rozamiento es 0.2 y se le da al bloque A un ligero empujón hacia la derecha?

Respuestas:

a) $a = 2.45\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. $F_\mathrm{T} = 29.4\,\mathrm{N}$.

b) $a = 0.98\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$. $F_\mathrm{T} = 35.28\,\mathrm{N}$.

Ejercicio 8

En la Figura 5, un bloque A, que tiene una masa de $20\,\mathrm{kg}$, se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal unido por una cuerda ligera flexible e inextensible, que pasa por una pequeña polea sin rozamiento, a un balde (B) suspendido, que tiene una masa de $2\,\mathrm{kg}$.

(a) Si el coeficiente *estático* de rozamiento entre el bloque A y la superficie horizontal es 0.4, ¿cuántos litros de agua, como mínimo, se deben agregar al balde B para que el sistema se ponga en movimiento?

(b) Si el coeficiente *cinético* de rozamiento es 0.1, ¿cuánto valen la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda que une a los bloques una vez iniciado el movimiento?

(c) ¿Qué velocidad alcanza el bloque B después de desplazarse 5 metros hacia la derecha? (Se debe tener en cuenta que parte del reposo).

(d) ¿Cuánto tiempo tarda en recorrer esos 5 m?

Dato: $\rho_\mathrm{agua} = 1\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{L}}$.

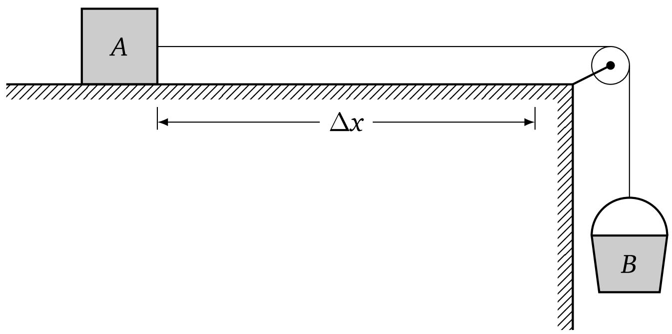


Figura 5

Respuestas:

a) 6 L.
b) $a = 2.1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $F_{\mathrm{T}} = 61.6\,\mathrm{N}$.
c) $v \approx 4.58\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$
d) $\Delta t \approx 2.18\,\mathrm{s}$.

3. Conservación del momento lineal y movimiento del centro de masa

Ejercicio 9

Un bloque A de 2 kg de masa se mueve a velocidad constante de $2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ en dirección del eje x de cierto sistema de referencia y en el sentido de las x positivas. En el instante $t_0 = 0\,\mathrm{s}$ el mismo pasa por el origen de dicho sistema de referencia. Dos segundos más tarde, un bloque B, que tiene una masa de 1.5 kg y se desplaza sobre la misma recta, pasa por el origen del sistema de referencia y se desplaza con una velocidad constante cuyo módulo es el doble que aquél de la velocidad del bloque anterior y ambas tienen la misma dirección y sentido.

(a) Hallar el instante de tiempo y la posición en la que ocurre la colisión.
(b) Si después del choque las velocidades de ambos bloques conservan su dirección y sentido, pero la rapidez del bloque de B se reduce a la mitad, ¿cuál será la rapidez del bloque A después de ocurrida la colisión?
(c) Calcular la velocidad del centro de masa del sistema formado por los dos bloques.
(d) Obtener la expresión de la posición del centro de masa en función del tiempo.

Solución:

(a) En virtud de que ambos bloques se mueven a velocidad constante, la posición del bloque A en función del tiempo es:

$$x_A(t) = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,t,$$

mientras que la posición del bloque B en función del tiempo está dada por:

$$x_B(t) = 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,(t - 2\,\mathrm{s})$$

Como el bloque B pasa ds segundos más tarde por el origen del sistema de coordenadas, pero se desplaza con mayor rapidez que el bloque A, existe un instante de tiempo t_{e} tal que:

$$x_B\,(t_{\mathrm{e}}) = x_A\,(t_{\mathrm{e}})$$

Entonces:

$$4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,(t_{\mathrm{e}} - 2\,\mathrm{s}) = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,t_{\mathrm{e}}$$

Distribuyendo dentro del paréntesis en el lado izquierdo de la igualdad, se obtiene:

$$4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,t_\mathrm{e} - 8\,\mathrm{m} = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,t_\mathrm{e}$$

Reacomodando llegamos a:

$$4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,t_\mathrm{e} - 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,t_\mathrm{e} = 8\,\mathrm{m}$$

O bien:

$$2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,t_\mathrm{e} = 8\,\mathrm{m}$$

Despejando t_e, obtenemos:

$$t_\mathrm{e} = \frac{8\,\mathrm{m}}{2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = 4\,\mathrm{s}$$

La posición donde ocurre el choque se obtiene reemplazando t por t_e en la expresión que da la posición del bloque A o del bloque B:

$$x_A(t_\mathrm{e}) = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,4\,\mathrm{s} = 8\,\mathrm{m}$$

(b) Para hallar la rapidez del bloque A después del choque, debemos plantear que

$$m_A\,v_{A1} + m_B\,v_{B1} = m_A\,v_{A2} + m_B\,v_{B2}$$

donde los subíndices 1 y 2 corresponden a lo estados antes y después del choque, respectivamente, y $m_A = 2\,\mathrm{kg}$, $v_{A1} = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $m_B = 1.5\,\mathrm{kg}$, $v_{B1} = 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ y $v_{B2} = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Así, nuestra incógnita es v_{A2}, la cual se puede despejar de la ecuación planteada:

$$v_{A2} = \frac{m_A\,v_{A1} + m_B\,(v_{B1} - v_{B2})}{m_A}$$

Reemplazando los valores, se obtiene:

$$v_{A2} = \frac{2\,\mathrm{kg} \times 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 1.5\,\mathrm{kg} \times \left(4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)}{2\,\mathrm{kg}} = 3.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(c) En virtud de que el momento lineal del sistema se conserva, podemos calcular la velocidad del centro de masa con la expresión:

$$(m_A + m_B)V_\mathrm{cm} = m_A\,v_A + m_B\,v_B,$$

donde v_A y v_B son las velocidades de los bloques A y B, las cuales pueden corresponder a los valores antes o después del choque. Luego:

$$V_\mathrm{cm} = \frac{m_A\,v_A + m_B\,v_B}{m_A + m_B}$$

Si se usan los valores antes del choque, se obtiene:

$$V_\mathrm{cm} = \frac{2\,\mathrm{kg} \times 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 1.5\,\mathrm{kg} \times 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2\,\mathrm{kg} + 1.5\,\mathrm{kg}} = \frac{10\,\mathrm{kg}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{3.5\,\mathrm{kg}} = \frac{20}{7}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 2.83\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Si usamos los valores de las velocidades después del choque:

$$V_\mathrm{cm} = \frac{2\,\mathrm{kg} \times 3.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 1.5\,\mathrm{kg} \times 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2\,\mathrm{kg} + 1.5\,\mathrm{kg}} = \frac{10\,\mathrm{kg}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{3.5\,\mathrm{kg}} = \frac{20}{7}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 2.83\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(d) Dado que, como vimos, el centro de masa se mueve a velocidad constante, tanto antes como después del choque, entonces la posición del centro de masa, X_cm, es una función lineal del tiempo:

$$X_\mathrm{cm}(t) = V_\mathrm{cm}\left(t - t_0^\mathrm{cm}\right) + x_0^\mathrm{cm}$$

Por otro lado, la posición del centro de masa puede determinarse en cualquier instante de tiempo como:

$$X_\mathrm{cm}(t) = \frac{m_A\,x_{Ai}(t) + m_B\,x_{Bi}(t)}{m_A + m_B}$$

donde $x_{Ai}(t)$ y $x_{Bi}(t)$ son las expresiones de la posición de los bloques A y B, respectivamente, antes ($i = 1$) o después ($i = 2$) del choque. Ahora bien, sabemos que existe un instante de tiempo t_e en el cual ocurre el encuentro, esto es: $x_{Ai}(t_e) = x_{Bi}(t_e) = x_e$. En consecuencia:

$$X_{cm}(t_e) = \frac{m_A x_e + m_B x_e}{m_A + m_B} = \frac{(m_A + m_B) x_e}{m_A + m_B} = x_e$$

y, por consiguiente:

$$X_{cm}(t) = V_{cm}(t - t_e) + x_e$$

Es decir:

$$X_{cm}(t) = \frac{20}{7}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,(t - 4\,\mathrm{s}) + 8\,\mathrm{m}$$

o bien:

$$X_{cm}(t) = \frac{20}{7}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,t - \frac{24}{7}\,\mathrm{m}$$

Esta última expresión implica que:

$$X_{cm}(0) = -\frac{24}{7}\,\mathrm{m}$$

Podemos verificar esto teniendo en cuenta que $x_A(0) = 0\,\mathrm{m}$ y que $x_B(0) = -8\,\mathrm{m}$:

$$X_{cm}(0) = \frac{m_A x_A(0) + m_B x_B(0)}{m_A + m_B} = \frac{2\,\mathrm{kg} \times 0\,\mathrm{m} + 1.5\,\mathrm{kg} \times (-8\,\mathrm{m})}{2\,\mathrm{kg} + 1.5\,\mathrm{kg}} = \frac{-12\,\mathrm{kg\,m}}{3.5\,\mathrm{kg}} = -\frac{24}{7}\,\mathrm{m}$$

4. Movimiento relativo al centro de masa

Ejercicio 10

Estudiar el movimiento de los bloques del ejercicio anterior respecto al centro de masa.

Solución: Tal como vimos, la posición del centro de masa del sistema considerado en el ejercicio anterior está dado por la expresión:

$$X_{cm}(t) = V_{cm}(t - t_e) + x_e = \frac{20}{7}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,(t - 4\,\mathrm{s}) + 8\,\mathrm{m}$$

En virtud de que el punto de encuentro $(t_e; x_e)$ es común a ambos bloques, podríamos escribir la expresiones de la posición de cada bloque en función del tiempo de manera similar. Antes del choque tenemos:

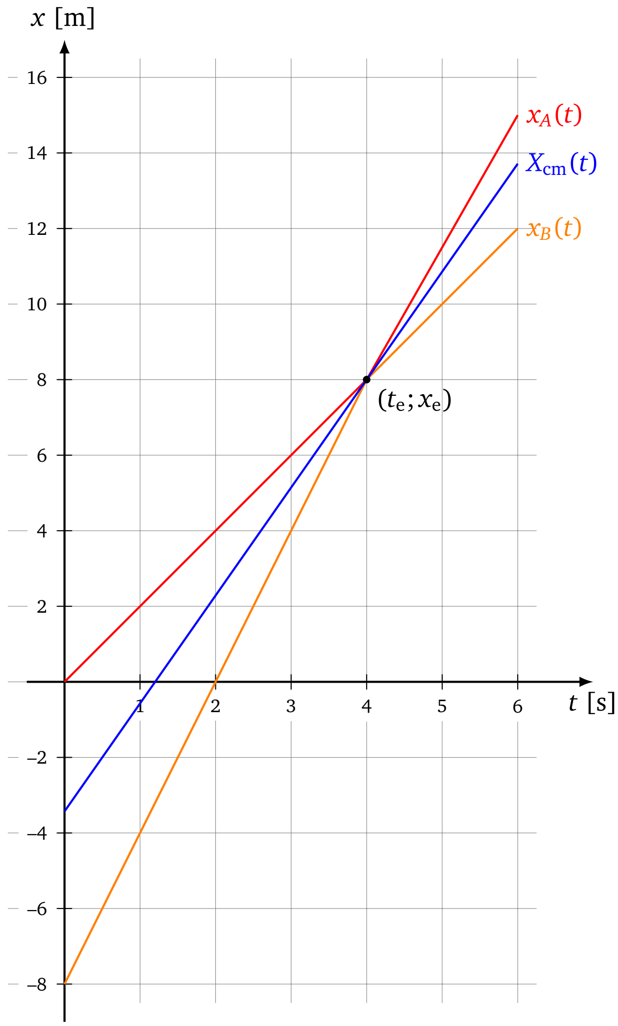
$$x_{A1}(t) = v_{A1}(t - t_e) + x_e = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,(t - 4\,\mathrm{s}) + 8\,\mathrm{m}$$
$$x_{B1}(t) = v_{B1}(t - t_e) + x_e = 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,(t - 4\,\mathrm{s}) + 8\,\mathrm{m}$$

Análogamente, después del choque:

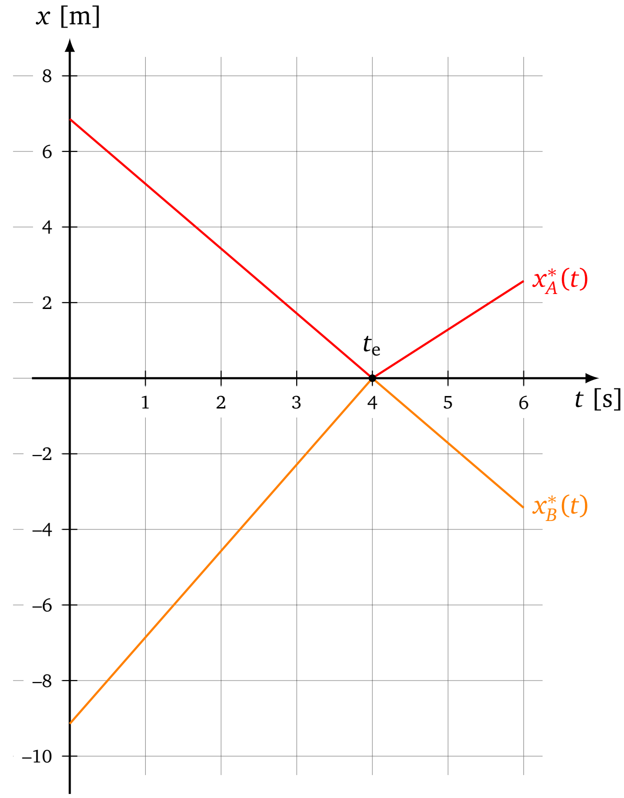
$$x_{A2}(t) = v_{A2}(t - t_e) + x_e = 3.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,(t - 4\,\mathrm{s}) + 8\,\mathrm{m}$$
$$x_{B2}(t) = v_{B2}(t - t_e) + x_e = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,(t - 4\,\mathrm{s}) + 8\,\mathrm{m}$$

Las posiciones de los bloques relativas al centro de masa vienen dadas, antes y después del choque, respectivamente, por:

$$x^*_{A1}(t) = x_{A1}(t) - X_{cm}(t), \qquad x^*_{A2}(t) = x_{A2}(t) - X_{cm}(t);$$
$$x^*_{B1}(t) = x_{B1}(t) - X_{cm}(t), \qquad x^*_{B2}(t) = x_{B2}(t) - X_{cm}(t).$$



(a) Sistema de referencia fijo.



(b) Sistema de referencia unido al CM.

Figura 6

Teniendo en cuenta las expresiones correspondientes de las posiciones de los bloques antes y después del choque, llegamos a:

$$x_{A1}^*(t) = [v_{A1} - V_{\mathrm{cm}}]\,(t - t_e)\,, \qquad x_{A2}^*(t) = [v_{A2} - V_{\mathrm{cm}}]\,(t - t_e)\,;$$
$$x_{B1}^*(t) = [v_{B1} - V_{\mathrm{cm}}]\,(t - t_e)\,, \qquad x_{B2}^*(t) = [v_{B2} - V_{\mathrm{cm}}]\,(t - t_e)\,.$$

Las diferencias entre las velocidades de los bloques, antes y después del choque, y la velocidad del centro de masa son precisamente las *velocidades relativas* de aquellos respecto al último. En otras palabras, el centro de masa puede pensarse como un nuevo sistema de coordenadas en el que expresamos las posiciones y velocidades de los bloques.

Reemplazando los valores correspondientes, obtenemos:

$$x_{A1}^*(t) = -\frac{6}{7}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,(t - 4\,\mathrm{s})\,, \qquad x_{A2}^*(t) = \frac{9}{14}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,(t - 4\,\mathrm{s})\,;$$
$$x_{B1}^*(t) = \frac{8}{7}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,(t - 4\,\mathrm{s})\,, \qquad x_{B2}^*(t) = -\frac{6}{7}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\,(t - 4\,\mathrm{s})\,.$$

5. Choques

Ejercicio 11

Sobre una mesa sin rozamiento, un bloque A de 3 kg que se mueve hacia la derecha con velocidad de 4 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ choca contra otro bloque, B, de 8 kg que se mueve hacia la izquierda con velocidad de 1.5 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

(a) En el caso de quedar ambos bloques unidos, ¿cuál será su velocidad final?

(b) ¿Qué cantidad de energía mecánica se convierte en calor en el choque a que se hace referencia en la parte (a)?

(c) Si los bloques realizan un choque perfectamente elástico, ¿cuál será la velocidad final de cada uno?

Solución:

(a) Recordemos que en toda colisión, independientemente de su naturaleza, se conserva el momento lineal total del sistema, esto es:

$$m_A v_{A\,1} + m_B v_{B\,1} = m_A v_{A\,2} + m_B v_{B\,2}$$

Como los bloques quedan unidos, la velocidad final de ambos será la misma, entonces:

$$m_A v_{A\,1} + m_B v_{B\,1} = (m_A + m_B)\, v_2$$

de donde se deduce que:

$$v_2 = \frac{m_A v_{A\,1} + m_B v_{B\,1}}{m_A + m_B}$$

Reemplazando los valores correspondientes, se obtiene:

$$v_2 = \frac{3\,\mathrm{kg} \times 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + 8\,\mathrm{kg} \times \left(-1.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)}{4\,\mathrm{kg} + 8\,\mathrm{kg}} = 0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(b) En este caso, la energía mecánica es igual a la energía cinética del sistema. Antes del choque, la energía cinética del sistema era:

$$E_\mathrm{c} = \frac{1}{2} m_A v_{A\,1}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B\,1}^2 = \frac{1}{2} \times 3\,\mathrm{kg} \times \left(4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + \frac{1}{2} \times 8\,\mathrm{kg} \times \left(-1.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 = 33\,\mathrm{J}$$

La energía cinética del sistema después del choque es evidentemente cero, dado que ambos bloque quedan en reposo. Por lo tanto, la cantidad de energía mecánica que ha de convertirse en calor durante el choque es de 33 J.

(c) En el caso de un choque perfectamente elástico, se conservan tanto el momento lineal como la energía cinética del sistema. Por lo tanto, debemos plantear que:

$$m_A v_{A\,1} + m_B v_{B\,1} = m_A v_{A\,2} + m_B v_{B\,2}$$

y que

$$\frac{1}{2} m_A v_{A\,1}^2 + \frac{1}{2} m_B v_{B\,1}^2 = \frac{1}{2} m_A v_{A\,2}^2 + m_B v_{B\,2}^2$$

Resolviendo este sistema de dos ecuaciones para las dos incógnitas $v_{A\,2}$ y $v_{B\,2}$, se obtiene:

$$v_{A\,2} = \frac{2\,m_B v_{B\,1} + v_{A\,1}\,(m_A - m_B)}{m_A + m_B}$$
$$v_{B\,2} = \frac{2\,m_A v_{A\,1} + v_{B\,1}\,(m_B - m_A)}{m_A + m_B}$$

Reemplazando los valores correspondientes, se tiene como resultado:

$$v_{A\,2} = \frac{2 \times 8\,\mathrm{kg} \times \left(-1.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \times (3\,\mathrm{kg} - 8\,\mathrm{kg})}{3\,\mathrm{kg} + 8\,\mathrm{kg}} = -4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$
$$v_{B\,2} = \frac{2 \times 3\,\mathrm{kg} \times 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} + \left(-1.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \times (8\,\mathrm{kg} - 3\,\mathrm{kg})}{3\,\mathrm{kg} + 8\,\mathrm{kg}} = 1.5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Ejercicio 12

Una bala de 10 g de masa choca contra un péndulo balístico de masa 2 kg. Por efecto del choque, el centro de masa del péndulo se eleva una distancia vertical de 10 cm, quedando empotrada en él la bala. Calcular la velocidad de esta.

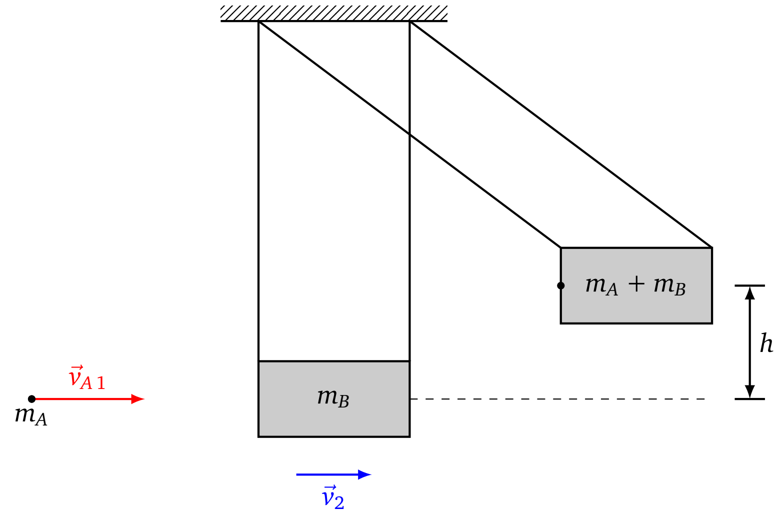


Figura 7

Solución: En virtud de la conservación del momento lineal del sistema, tenemos:

$$m_A\, v_{A\,1} = (m_A + m_B)\, v_2 \approx m_B\, v_2$$

donde se ha despreciado la masa de la bala frente a la del bloque. Despejando la velocidad inicial de la bala, se obtiene:

$$v_{A\,1} = \frac{m_B}{m_A} v_2$$

Para determinar la velocidad del conjunto formado por la bala y el bloque, podemos observar que la energía mecánica en el punto más bajo es igual a la del punto más alto debido a que no actúan fuerzas no conservativas. La energía mecánica en la parte más baja es igual a la energía cinética del conjunto. En cambio, en la parte más alta, la energía mecánica es igual a la energía potencial gravitatoria del sistema:

$$\frac{1}{2}\,(m_A + m_B)\; v_2^2 = (m_A + m_B)\, g\, h$$

de donde se obtiene:

$$v_2 = \sqrt{2\, g\, h}$$

Luego:

$$v_{A\,1} = \frac{m_B}{m_A}\sqrt{2\, g\, h}$$

En consecuencia:

$$v_2 = \frac{2\,\mathrm{kg}}{0.01\,\mathrm{kg}} \times \sqrt{2 \times 9.8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \times 0.1\,\mathrm{m}} = 280\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Ejercicio 13

Un vagón vacío que tiene una masa de 10 000 kg rueda a la velocidad de 4 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ a lo largo de una vía horizontal y choca con un vagón cargado que tiene una masa de 20 000 kg, y que se encuentra en reposo con los frenos sueltos.

(a) Si los vagones quedan acoplados, calcular su velocidad después del choque.

(b) Hallar la disminución de energía cinética como consecuencia del choque.

(c) ¿Con qué velocidad habría que rodar el vagón cargado hacia el vacío para que ambos quedasen en reposo después del choque?

Respuestas:

(a) $1.33\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 0.37\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

(b) $\Delta E_{\mathrm{c}} = -4125.5$ J.

(c) $-2\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = -0.56\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Ejercicio 14

Cuando un proyectil de masa 20 g choca contra un péndulo balístico de masa 10 kg, se observa que el centro de gravedad del péndulo se eleva una altura vertical de 7 cm. La bala queda incrustada en el péndulo.

(a) Calcular la velocidad inicial del proyectil.

(b) ¿Qué fracción de la energía cinética inicial de la bala se conserva en forma de energía cinética del sistema inmediatamente después del choque?

(c) ¿Qué fracción del momento lineal inicial permanece en forma de cantidad de movimiento del sistema?

Respuestas:

(a) $585.66\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

(b) 0.17 %.

(c) 100 %.

Ejercicio 15

Dos bloques de masas 300 g y 200 g se mueven uno hacia el otro sobre una superficie horizontal lisa con velocidades de $50\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$ y $100\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$, respectivamente.

(a) Si los bloques permanecen unidos después del choque, hallar su velocidad final.

(b) Calcular la pérdida de energía cinética durante el choque.

(c) Hallar la velocidad final de cada bloque si el choque es perfectamente elástico.

Respuestas:

(a) $-0.1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

(b) $\Delta E_{\mathrm{c}} = -0.14$ J.

(c) $v_{A\,2} = -0.7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; $v_{B\,2} = 0.8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Ejercicio 16

Un bloque de masa 200 g que desliza con una velocidad de $12\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$ sobre una superficie lisa efectúa un choque perfectamente elástico contra un bloque de masa m gramos, inicialmente en reposo. Después del choque, la velocidad del bloque de 200 g es $4\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$ en el mismo sentido que su velocidad inicial. Hallar:

(a) La masa m.

(b) Su velocidad después del choque.

Respuestas:

(a) 100 g.

(b) $16\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}$.

Ejercicio 17

Un auto de 1200 kg que viaja inicialmente con una velocidad de $25\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ con rumbo al Este choca con la parte trasera de una camioneta de 9000 kg que se mueve en la misma dirección a $20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. La velocidad del auto justo después del choque es de $18\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ en dirección Este.

(a) ¿Cuál es la velocidad de la camioneta justo después del choque?

(b) ¿Cuánta energía mecánica se pierde en el choque? Explique qué pasa con la energía perdida.

Respuestas:

(a) $20.93\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

(b) $\Delta E_{\mathrm{m}} = -9307.95$ J.

Ejercicio 18

Un proyectil de 5 g se dispara horizontalmente sobre un bloque de madera de 1 kg que se halla en reposo sobre una superficie horizontal. El coeficiente cinético de rozamiento entre el bloque y la superficie es 0.20. El proyectil permanece empotrado en el bloque, y se observa que este desliza 25 cm sobre la superficie. ¿Cuál era la velocidad del proyectil?

Respuesta: 197 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Ejercicio 19

Un proyectil de masa 2 g, que se mueve horizontalmente a la velocidad de 500 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, se dispara contra un bloque de madera de masa 1 kg, inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal. El proyectil atraviesa el bloque y sale con su velocidad reducida a 100 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. El bloque desliza una distancia de 20 cm sobre la superficie a partir de su posición inicial.

(a) ¿Cuál es el coeficiente cinético de rozamiento entre el bloque y la superficie?

(b) ¿Cuál ha sido la disminución de energía cinética del proyectil?

(c) ¿Cuál era la energía cinética del bloque un instante después de ser atravesado por el proyectil?

Respuestas:

(a) $\mu = 0.163$.

(b) $\Delta E_c = -240$ J.

(c) $E_c = 0.32$.

Ejercicio 20

Una bala de rifle de masa 10 g, choca contra un bloque de masa 990 g que se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal lisa, y queda incrustada en él. El bloque esta unido a un resorte en hélice como indica la Figura 8 y el choque comprime el resorte 10 cm. El calibrado del resorte indica que para comprimirlo 1 cm es necesaria una fuerza de 1 N.

(a) Calcular la energía potencial máxima del resorte.

(b) Hallar la velocidad del bloque justamente después del choque.

(c) ¿Cuál era la velocidad inicial de la bala?

Figura 8

Respuestas:

(a) 0.5 J.

(b) 1 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

(c) 100 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Ejercicio 21

Dos bloques, A y B, son empujados uno hacia el otro sobre una mesa horizontal lisa. Al principio B está en reposo mientras A se mueve hacia la derecha a 0.5 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Después de que chocan, A retrocede a 0.1 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, mientras que B se mueve a la derecha a 0.3 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. En un segundo experimento, A está cargado con una masa de 1 kg y se le empuja contra B con una velocidad de 0.5 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Después del choque, A queda en reposo y B se mueve hacia la derecha a 0.5 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Hallar la masa de cada bloque.

Respuesta: $m_A = 1$ kg; $m_B = 2$ kg.

Ejercicio 22

Un proyectil de masa $m_\mathrm{A} = 50$ g, moviéndose con una rapidez inicial de 500 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, se dispara hacia un bloque de masa $m_\mathrm{B} = 2$ kg y lo atraviesa, tal como se muestra en la Figura 9. El bloque de masa m_B está unido a un segundo bloque de masa $m_\mathrm{C} = 500$ g mediante un hilo inextensible y de peso despreciable que pasa por una polea de masa también despreciable y sin rozamiento. Al salir, la velocidad del proyectil se reduce a 100 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, mientras que el bloque se desliza por una superficie horizontal hacia la derecha. El coeficiente de rozamiento entre la superficie y el bloque de masa m_B es $\mu = 0.25$. Hallar:

(a) La velocidad del bloque de masa m_B después del choque.

(b) La aceleración del conjunto formado por los dos bloques.
(c) La tensión del hilo que une ambos bloques.
(d) La distancia máxima que alcanza el bloque de masa m_B a partir del punto O.
(e) El tiempo necesario para alcanzar esa distancia máxima y para volver al punto O.

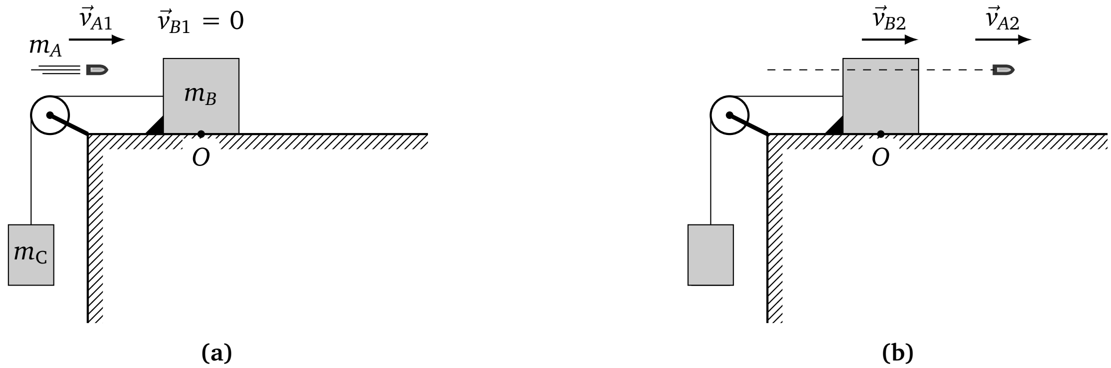


Figura 9

Respuestas:

a) $v_\mathrm{B2} = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.
b) $a = 3.92\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.
c) $F_\mathrm{T} = 2.94\,\mathrm{N}$.
d) $\Delta x \approx 12.75\,\mathrm{m}$.
e) $\Delta t_1 \approx 2.55\,\mathrm{s}$; $\Delta t_2 \approx 5.1\,\mathrm{s}$.

6. Momento de inercia y radio de giro

Ejercicio 23

Una barra de 1 m de longitud tiene ensartados tres bloques de 10 g cada uno como indica la Figura 10. Calcular el momento de inercia del sistema:

(a) respecto a un eje que pase por un extremo;
(b) respecto a un eje que pase por su centro.

Despreciar el momento de inercia de la barra.

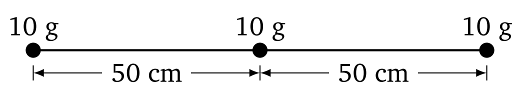


Figura 10

Solución:

(a) Si el eje pasa por el extremo,

$$\begin{aligned} I &= \sum_{i=1}^{3} m_i r_i^2 \\ &= m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 \\ &= 10\,\mathrm{g} \times (0\,\mathrm{cm})^2 + 10\,\mathrm{g} \times (50\,\mathrm{cm})^2 + 10\,\mathrm{g} \times (100\,\mathrm{cm})^2 \\ &= 125000\,\mathrm{g\,cm}^2 \end{aligned}$$

(b) Si el eje pasa por el medio,

$$\begin{aligned}
I &= \sum_{i=1}^{3} m_i\, r_i^2 \\
&= m_1\, r_1^2 + m_2\, r_2^2 + m_3\, r_3^2 \\
&= 10\,\mathrm{g} \times (50\,\mathrm{cm})^2 + 10\,\mathrm{g} \times (0\,\mathrm{cm})^2 + 10\,\mathrm{g} \times (50\,\mathrm{cm})^2 \\
&= 50000\,\mathrm{g\,cm^2}
\end{aligned}$$

Ejercicio 24

Una varilla rígida, de longitud ℓ y masa despreciable, tiene un masa puntual de $2\,m$ en su centro y otra masa m en un extremo, pudiendo girar alrededor del otro extremo O (Ver Figura 11).

(a) Hallar la distancia x_{cm} desde O al centro de masa, en función de ℓ.

(b) Hallar el momento de inercia I del sistema respecto de un eje que pase por O en función de m y de ℓ.

(c) Calcular el momento de inercia I_0, respecto de un eje que pase por el centro de masa en función de m y ℓ.

(d) Hallar el radio de giro respecto de un eje trazado por O en función de ℓ.

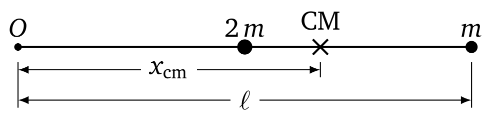


Figura 11

Respuestas:

(a) $x_{\mathrm{cm}} = \frac{2\,\ell}{3}$.

(b) $I = \frac{3}{2} m\,\ell^2$.

(c) $I_0 = \frac{1}{6} m\,\ell^2$.

(d) $k_0 = \frac{\ell}{\sqrt{2}}$.

Ejercicio 25

¿Cuál es el radio de giro de una barra delgada de masa M y longitud ℓ respecto a un eje perpendicular a su longitud y que pasa por su punto medio?

Solución: El momento de inercia de una barra respecto a un eje que pasa por su punto medio y es perpendicular a su longitud es

$$I = \frac{1}{12} M\,\ell^2$$

Por lo tanto:

$$k = \sqrt{\frac{I}{M}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{12} M\,\ell^2}{M}} = \sqrt{\frac{1}{12}}\,\ell = \frac{\ell}{2\sqrt{3}}$$

Ejercicio 26

El radio interior de un cilindro hueco tiene 7.5 cm, el exterior, 10 cm, y su longitud, 15 cm. ¿Cuál es el radio de giro respecto a su eje?

Respuesta: 8.84 cm.

7. Energía cinética de un cuerpo rígido

Ejercicio 27

Una rueda de afilar de 15 cm de diámetro, y que tiene una masa de 2 kg, gira a 3600 rpm.

(a) ¿Cuál es su energía cinética de rotación?

(b) ¿De qué altura tendría que caer para adquirir la misma energía cinética?

Respuestas:

(a) $E_{\mathrm{cr}} \approx 400$ J.

(b) 20.41 m.

8. Dinámica y cinemática del cuerpo rígido

Ejercicio 28

Una rueda de 30 cm de diámetro gira alrededor de un eje fijo con una velocidad angular inicial de 2 rps. La aceleración es constante e igual a $3\,\frac{\mathrm{rev}}{\mathrm{s}^2}$.

(a) Calcular la velocidad angular al cabo de 6 segundos. Puede asumir que $t_0 = 0$.

(b) ¿Qué ángulo habrá girado la rueda en ese intervalo de tiempo?

(c) ¿Cuál será la velocidad tangencial en un punto de la periferia de la rueda en el instante $t = 6$ s?

(d) ¿Cuánto valen los módulos de las aceleraciones centrípeta y tangencial en $t = 6$ s?

Datos: $1\,\mathrm{rev} = 2\,\pi\,\mathrm{rad}$. $1\,\mathrm{rps} = 1\,\frac{\mathrm{rev}}{\mathrm{s}} = 1\,\mathrm{Hz} = 2\,\pi\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$.

Respuestas:

(a) $\omega = 40\,\pi\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$.

(b) $\Delta\theta = 132\,\pi\,\mathrm{rad}$.

(c) $v = 600\,\pi\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$.

(d) $a_{\mathrm{c}} = 24000\,\pi^2\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}^2}$; $a_{\mathrm{t}} = 90\,\pi\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}^2}$.

Ejercicio 29

Una rueda parte del reposo y se acelera uniformemente hasta alcanzar una velocidad angular de 900 rpm en 20 segundos. La distancia del punto al eje es de 15 cm.

(a) Calcular la posición, al cabo de 1 segundo de un punto que se encontraba inicialmente en la parte más alta de la rueda.

(b) Hallar los módulos de las aceleraciones centrípeta y tangencial en dicho instante.

Respuestas:

(a) Gira 135° a partir del punto más alto.

(b) $a_{\mathrm{t}} = 71\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}^2}$; $a_{\mathrm{c}} = 333\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}^2}$.

Ejercicio 30

Una rueda de 90 cm de diámetro parte del reposo y va aumentando su velocidad uniformemente hasta alcanzar una velocidad angular de $100\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ en 20 segundos. Calcular:

(a) la aceleración angular;

(b) el ángulo girado en ese tiempo.

Respuestas:

(a) $5\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}$.

(b) 1000 rad.

Ejercicio 31

La velocidad angular de un volante disminuye uniformemente desde 1000 a 400 rpm, en 5 segundos. Calcular:

(a) la aceleración angular;

(b) el número de revoluciones efectuadas por el volante en el intervalo de 5 segundos.

(c) ¿Cuántos segundos más serán necesarios para que el volante se detenga?

Respuestas:

(a) $-4\pi \, \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$.

(b) Unas 58 revoluciones.

(c) 8.33 s.

Ejercicio 32

Un volante necesita 3 segundos para girar un ángulo de 234 radianes. Su velocidad angular, al cabo de ese tiempo, es 108 $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$. Calcular su aceleración angular, suponiendo que esta es constante.

Respuesta: $\alpha = 20 \, \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$.

Ejercicio 33

Un volante cuya aceleración angular es constante e igual a $2 \, \dfrac{\text{rad}}{\text{s}^2}$, gira un ángulo de 100 radianes en 5 segundos. ¿Cuánto tiempo ha estado en movimiento antes de comenzar el intervalo de 5 segundos, si partió del reposo?

Respuesta: 7.5 s.

Ejercicio 34

Sobre una rueda pivotada se ejerce un momento constante de 20 N m durante un intervalo de tiempo de 10 s, con lo cual la velocidad angular de la rueda aumenta desde cero a 100 rpm. Se suprime entonces el momento exterior, y al cabo de 100 segundos el rozamiento de sus bolilleros hace parar la rueda. Calcular:

(a) El momento de inercia de la rueda.

(b) El momento producido por la fuerza de rozamiento.

(c) El número total de vueltas dado por la rueda.

Respuestas:

(a) $19.1 \, \text{kg m}^2$.

(b) -2 N m.

(c) 92 revoluciones.

Ejercicio 35

Un volante de 400 kg de masa y radio de giro 0.5 m es acelerado, partiendo del reposo, mediante un motor que desarrolla un momento constante de $\dfrac{200}{\pi}$ N m.

(a) ¿Qué tiempo se requiere para alcanzar una velocidad angular de 600 rpm?

(b) ¿Cuántas revoluciones efectúa el volante en este tiempo?

Respuestas:

(a) $10\,\pi^2$ s.

(b) $100\,\pi^2$ rad.

Ejercicio 36

De una cuerda arrollada sobre la superficie de un volante de 60 cm de radio pende un bloque de 5 kg de masa (Figura 12a). El volante puede girar libremente alrededor de un eje horizontal que pasa por su centro. Calcular su aceleración angular y la tensión de la cuerda, suponiendo igual a $2.94 \, \text{kg m}^2$ el momento de inercia del volante.

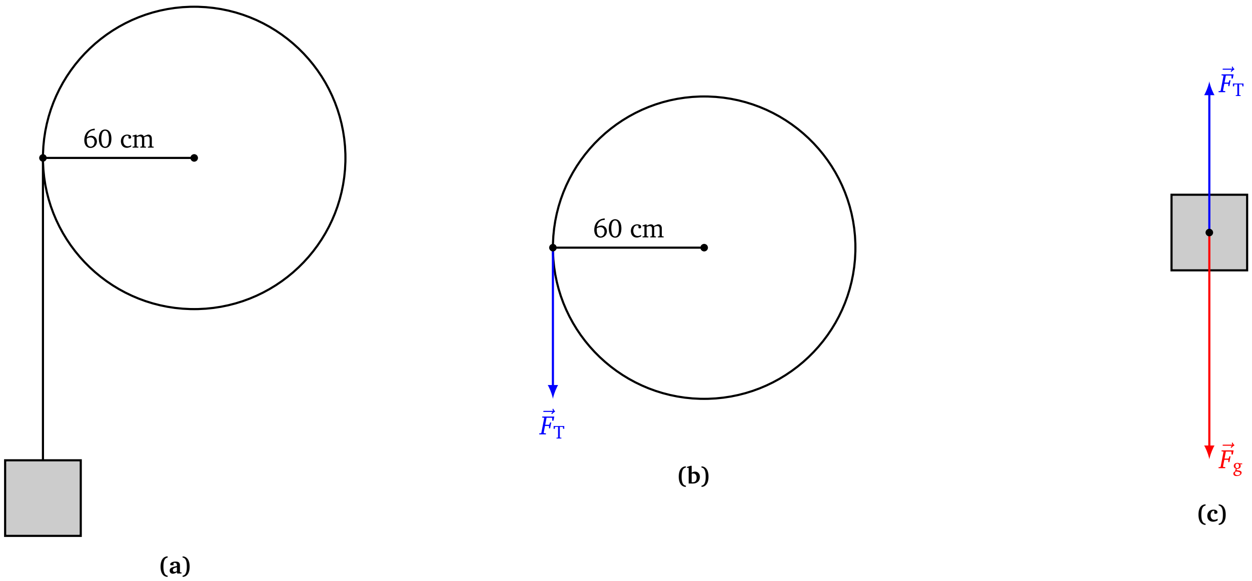


Figura 12

Solución: Los diagramas de fuerzas correspondientes al volante y al bloque aislados se dan en las Figuras 12b y 12c, respectivamente. Se han omitido las fuerzas en el centro del volante debido a que es nulo su momento respecto al eje de rotación.

A partir de la Figura 12b podemos observar que la tensión $\vec{F}_\mathrm{T}$ de la cuerda produce un torque que hace girar el volante en sentido antihorario. La componente z de dicho torque es:

$$T = F_\mathrm{T}\,R$$

donde R es el radio del volante. En virtud de la ecuación de movimiento del sólido rígido, tenemos que:

$$\begin{aligned} T &= I\,\alpha \\ F_\mathrm{T}\,R &= I\,\alpha \end{aligned}$$

Por otro lado, las fuerzas que actúan sobre el bloque son la tensión $\vec{F}_\mathrm{T}$ de la cuerda y el peso $\vec{F}_\mathrm{g}$ del bloque. Las componentes de estas fuerzas son:

$$\begin{aligned} \vec{F}_\mathrm{T} &= (0; F_\mathrm{T}) \\ \vec{F}_\mathrm{g} &= (0; -m\,g)\,. \end{aligned}$$

Por lo tanto, la suma de las fuerzas en la dirección vertical da:

$$\sum f_y = F_\mathrm{T} - m\,g = -m\,a_y$$

Esta suma es distinta de cero por que el bloque no se encuentra suspendido en equilibrio sino que baja con una cierta aceleración que debemos determinar. Para ello, debemos tener en cuenta que el módulo de la aceleración lineal del bloque debe ser igual al módulo de la aceleración tangencial del volante:

$$a_y = a_\mathrm{t} = R\,\alpha$$

Así, obtenemos un sistema de tres ecuaciones que vinculan las tres incógnitas del problema (F_T, α y a_y) con los datos dados en el enunciado:

$$F_\mathrm{T}\,R = I\,\alpha \tag{9}$$
$$F_\mathrm{T} - m\,g = -m\,a_y \tag{10}$$
$$a_y = R\,\alpha \tag{11}$$

Teniendo en cuenta la tercera ecuación, podemos reescribir la segundo como:

$$F_\mathrm{T} = m\,g - m\,R\,\alpha$$

Ejercicio 37

En la llanta de un volante de 60 cm de radio está arrollada una cuerda sobre la que se ejerce una fuerza constante de 49 N, como indica la Figura 12a. El volante está montado sobre bolilleros sin rozamiento en un eje horizontal que pasa por su centro y su momento de inercia es de $0.098\,\mathrm{kg\,m^2}$.

(a) Calcular la aceleración angular del volante.

(b) Probar que el trabajo realizado para desenrollar 6 m de cuerda equivale, aproximadamente, al incremento de energía cinética de la rueda.

(c) Si, como muestra la Figura 12b se cuelga un bloque de 5 kg de masa de la cuerda, ¿cuál sera su aceleración angular? ¿Por qué no es la misma que en el caso (a)?

Respuestas:

(a) $300\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}$.

(b) $W = \Delta E_{\mathrm{cr}} = 294$ J.

(c) $15.49\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}^2}$.

Ejercicio 38

Un cubo de agua que tiene una masa de 32 kg está suspendido de una cuerda arrollada alrededor de un torno que tiene la forma de un cilindro macizo de 30 cm de diámetro y que tiene también una masa de 32 kg (Figura 13). El cubo se deja caer, partiendo del reposo, desde la boca de un pozo y desciende una altura de 20 m antes de llegar al agua.

(a) ¿Cuál es la tensión de la cuerda mientras cae el cubo?

(b) ¿Con qué velocidad llega el cubo al agua?

(c) ¿Cuánto tarda en caer?

Desprecie el peso de la cuerda.

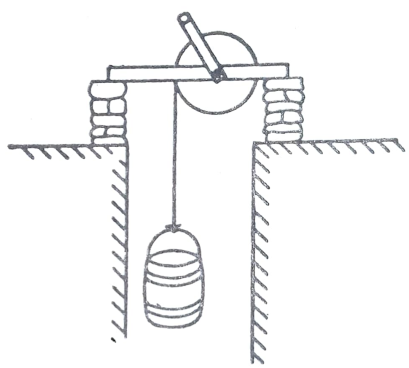


Figura 13

Respuestas:

(a) 104.53 N.

(b) $16.17\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

(c) 2.47 s.

Ejercicio 39

Un bloque de masa $m = 5$ kg desliza por la superficie de un plano inclinado 37° según se indica en la Figura 14. El coeficiente cinético de rozamiento es 0.25. Una cuerda unida al bloque pasa por la llanta de un volante de eje O. La masa del volante es $M = 20$ kg.

(a) ¿Con qué aceleración desciende el bloque por el plano?

(b) ¿Cuál es la tensión en la cuerda?

Respuestas:

(a) $1.31\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

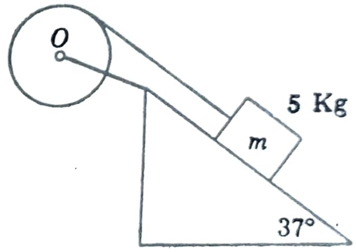


Figura 14

(b) 13.14 N.

Ejercicio 40

Un bloque de 8 kg de masa se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal lisa. Una cuerda atada al bloque pasa por una polea, cuyo diámetro tiene 15 cm, y en el otro extremo de la cuerda cuelga otro bloque cuya masa es también de 8 kg. Se abandona el sistema desde el reposo y se observa que el bloque recorre 5 m en 2 s.

(a) ¿Cuál es el momento de inercia de la polea?

(b) ¿Cuál es la tensión en cada parte de la cuerda?

9. Conservación del momento angular

Ejercicio 41

Una persona que se encuentra de pie en el centro de una plataforma giratoria, tiene sus brazos extendidos horizontalmente, con una masa de 5 kg en cada mano. Se le pone en rotación alrededor de un eje vertical con una velocidad angular de una vuelta cada 2 segundos. Calcular su nueva velocidad angular si deja caer sus manos a ambos lados del cuerpo. El momento de inercia de la persona puede suponerse constante e igual a c. La distancia inicial de las masas al eje (r_0) es de 90 cm y su distancia final (r) es de 15 cm.

Solución: Si es despreciable el rozamiento de la plataforma giratoria, no se ejerce ningún momento exterior al sistema respecto al eje vertical y el momento angular del sistema se conserva. Esto es:

$$L = L_0$$

donde L es el valor final del momento de inercia y L_0 es su valor inicial. Como $L = I\,\omega$:

$$I\,\omega = (I\omega)_0 = I_0\,\omega_0$$

donde, ahora, ω y ω_0 son los valores final e inicial de la velocidad angular, mientras que I e I_0 son los valores final e inicial del momento de inercia. El momento de inercia del sistema formado por la persona y por las dos masas (que pueden considerarse puntuales) es igual a la suma de los momentos de inercia de cada parte, es decir:

$$I = I_{\text{persona}} + I_{\text{masas puntuales}}$$

donde $\Delta\theta = 5.88\,\text{kg m}^2$ e $I_{\text{masas puntuales}} = 2\,m\,r^2$. En consecuencia:

$$I = I_{\text{persona}} + 2\,m\,r^2 = 5.88\,\text{kg m}^2 + 2\,\text{kg} \times (0.15\,\text{m})^2 = 6.11\,\text{kg m}^2$$

$$I_0 = I_{\text{persona}} + 2\,m\,r_0^2 = 5.88\,\text{kg m}^2 + 2\,\text{kg} \times (0.90\,\text{m})^2 = 13.98\,\text{kg m}^2$$

Por otro lado, la velocidad angular inicial es

$$\omega_0 = \frac{1\,\text{vuelta}}{2\,\text{s}} = \frac{2\,\pi\,\text{rad}}{2\,\text{s}} = \pi\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Luego, despejando la velocidad angular final de la expresión de la conservación del momento angular, se obtiene:

$$\omega = \omega_0\,\frac{I_0}{I} = 2.29\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Es decir, cuando la persona baja las manos, su velocidad angular aumenta un poco más del doble.

10. Torque de la resultante y centro de gravedad

Ejercicio 42

Determinar la intensidad y línea de acción de la resultante de las tres fuerzas de la Figura 15.

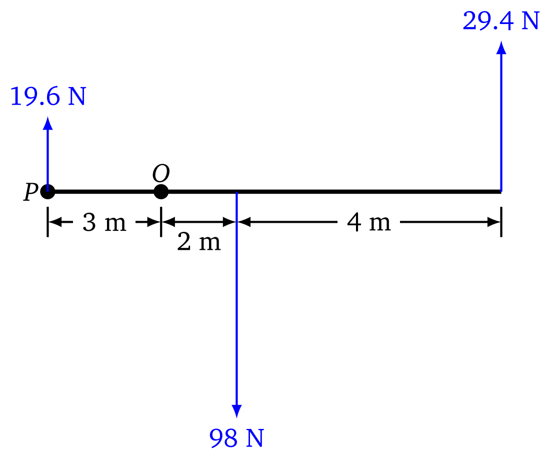


Figura 15

Solución: Consideremos primero un eje perpendicular al plano de la Figura 15 que pase por el punto O. Entonces:

$$x = \frac{19.6\,\mathrm{N} \times (-3\,\mathrm{m}) + (-98\,\mathrm{N}) \times 2\,\mathrm{m} + 29.4\,\mathrm{N} \times 6\,\mathrm{m}}{19.6\,\mathrm{N} - 98\,\mathrm{N} + 29.4\,\mathrm{N}} = \frac{-78.4\,\mathrm{N\,m}}{-49\,\mathrm{N}} = 1.6\,\mathrm{m}$$

Si hubiésemos considerado el punto P, tendríamos:

$$x = \frac{19.6\,\mathrm{N} \times 0 + (-98\,\mathrm{N}) \times 5\,\mathrm{m} + 29.4\,\mathrm{N} \times 9\,\mathrm{m}}{19.6\,\mathrm{N} - 98\,\mathrm{N} + 29.4\,\mathrm{N}} = \frac{-225.4\,\mathrm{N\,m}}{-49\,\mathrm{N}} = 4.6\,\mathrm{m}$$

Ejercicio 43

Hallar la posición del centro de gravedad de los tres pesos de la Figura 16.

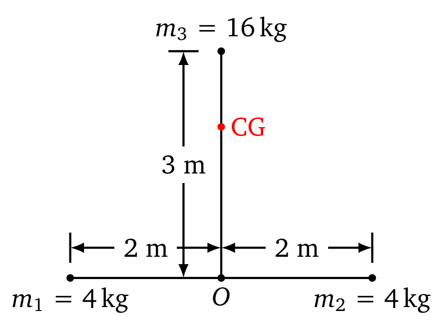


Figura 16

Solución: Si consideramos un sistema de referencia cartesiano, cuyo origen coincida con el punto O de la Figura 16, tendremos:

- $F_g^{(1)} = m_1\, g = 4\,\mathrm{kg} \times 9.8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 39.2\,\mathrm{N}$; $x_1 = -2\,\mathrm{m}$, $y_1 = 0$.

- $F_g^{(2)} = m_2\, g = 4\,\text{kg} \times 9.8\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} = 39.2\,\text{N}$; $x_2 = 2\,\text{m}$, $y_2 = 0$.
- $F_g^{(3)} = m_3\, g = 16\,\text{kg} \times 9.8\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} = 156.8\,\text{N}$; $x_3 = 0$, $y_3 = 3\,\text{m}$.

Luego:

$$\bar{x} = \frac{F_g^{(1)}\,x_1 + F_g^{(2)}\,x_2 + F_g^{(3)}\,x_3}{F_g^{(1)} + F_g^{(2)} + F_g^{(3)}} = \frac{39.2\,\text{N} \times (-2\,\text{m}) + 39.2\,\text{N} \times 2\,\text{m} + 156.8\,\text{N} \times 0\,\text{m}}{39.2\,\text{N} + 39.2\,\text{N} + 156.8\,\text{N}} = 0\,\text{m}$$

$$\bar{y} = \frac{F_g^{(1)}\,y_1 + F_g^{(2)}\,y_2 + F_g^{(3)}\,y_3}{F_g^{(1)} + F_g^{(2)} + F_g^{(3)}} = \frac{39.2\,\text{N} \times 0\,\text{m} + 39.2\,\text{N} \times 0\,\text{m} + 156.8\,\text{N} \times 3\,\text{m}}{39.2\,\text{N} + 39.2\,\text{N} + 156.8\,\text{N}} = 2\,\text{m}$$

11. Segunda condición de equilibrio

Ejercicio 44

Un niño de 21 kg de masa se sienta en un subibaja a 2 m del centro de giro O, donde se encuentra el soporte (Figura 17).

(a) ¿A qué distancia d del centro de giro deberá sentarse, al otro lado, su padre, que tiene una masa de 105 kg para que el subibaja se encuentre en equilibrio?

(b) ¿Cuánto vale el módulo de la fuerza **F** que el soporte ejerce sobre el subibaja?

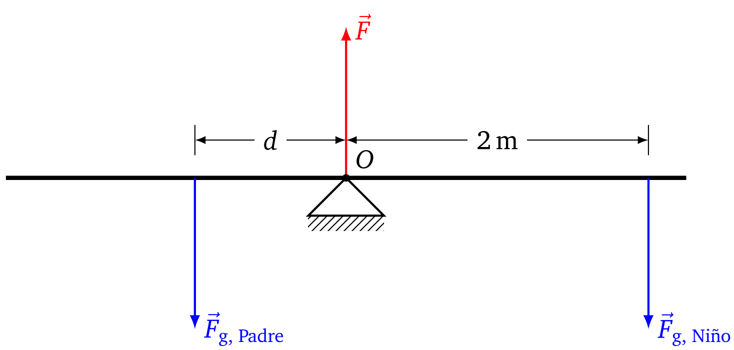


Figura 17

Solución: A fin de evitar que el subibaja gire, se debe cumplir la segunda condición de equilibrio, es decir, que la suma de los momentos de las fuerzas sea igual a cero. Si tomamos como origen del sistema de referencia al punto de giro O del subibaja, entonces tenemos que

$$\sum T^O = P_{\text{Padre}} \cdot d - P_{\text{Niño}} \cdot 2\,\text{m} = 0$$

El segundo término del lado izquierdo puede pasarse sumando al lado derecho:

$$P_{\text{Padre}} \cdot d = P_{\text{Niño}} \cdot 2\,\text{m}$$

Luego, se puede despejar la distancia d:

$$d = \frac{P_{\text{Niño}} \cdot 2\,\text{m}}{P_{\text{Padre}}}$$

Ahora bien, tenemos además que $P_{\text{Padre}} = m_{\text{Padre}} \cdot g$ y que $P_{\text{Niño}} = m_{\text{Niño}} \cdot g$. Entonces:

$$d = \frac{m_{\text{Niño}} \cdot g \cdot 2\,\text{m}}{m_{\text{Padre}} \cdot g} = \frac{m_{\text{Niño}} \cdot 2\,\text{m}}{m_{\text{Padre}}}$$

Reemplazando los valores $m_{\text{Niño}} = 21\,\text{kg}$ y $m_{\text{Padre}} = 105\,\text{kg}$, obtenemos:

$$d = \frac{21\,\text{kg} \cdot 2\,\text{m}}{105\,\text{kg}} = 0.4\text{m}$$

Para determinar la fuerza que el soporte ejerce sobre el subibaja, debemos plantear la primera condición de equilibrio. Como las fuerzas solamente tienen dirección vertical, entonces es suficiente sumar las fuerzas en esa dirección (y):

$$\sum f_y = F - P_{\text{padre}} - P_{\text{Niño}} = 0$$

Luego:

$$F = P_{\text{padre}} + P_{\text{Niño}} = m_{\text{Padre}} \cdot g + m_{\text{Niño}} \cdot g = (m_{\text{Padre}} + m_{\text{Niño}}) \cdot g$$

Reemplazando los valores correspondientes, se obtiene:

$$F = \left(105\,\text{kg} + 21\,\text{kg}\right) \cdot 9.8\frac{\text{m}}{\text{s}} = 1234.8\,\text{N}$$

Ejercicio 45

Una balanza se encuentra suspendida por un cable delgado cuya masa es despreciable. La balanza consiste en una varilla rígida de masa también despreciable, de la que cuelga en su extremo izquierdo un bloque A de 3 kg a 20 cm del punto donde la balanza se une con el cable que la sostiene, tal como se muestra en la Figura 18.

(a) ¿A qué distancia x a la derecha de dicho punto se debe suspender una bloque de B de 2 kg para que el sistema se encuentre en equilibrio estático?

(b) ¿Cuánto vale la tensión F_T del cable?

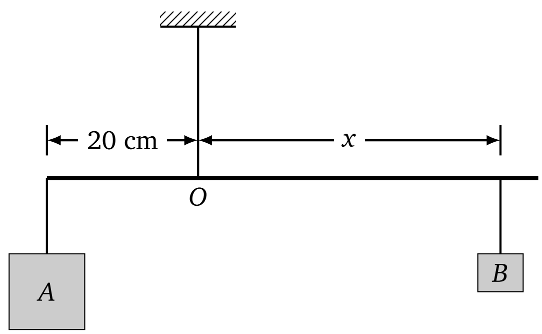


Figura 18

Respuestas: $x = 0.3\,\text{m}$; $F_T = 49\,\text{N}$.

Ejercicio 46

Para mantener en equilibrio, en la posición representada, la barra de la Figura 19 ha de aplicarse una sola fuerza, $\vec{F}$. La masa del bloque A es de 5 kg y la masa del bloque B es de 2 kg. Pueden despreciarse el peso de la barra y las masas de las cuerdas.

(a) ¿Cuáles son las componentes x e y de la fuerza requerida?

(b) ¿Cuál es el módulo de la fuerza requerida y el ángulo, φ, que forma su dirección con el eje de los x positivos?

(c) ¿Dónde debe aplicarse dicha fuerza?

Respuestas:

(a) $F_x = 28.29$ N; $F_y = 68.6$ N.

(b) $F = 74.20$ N; $\varphi = 67^\circ\, 35'\, 21.14''$.

(c) $d = 0.86$ m, es decir, a 86 cm a la derecha del punto O.

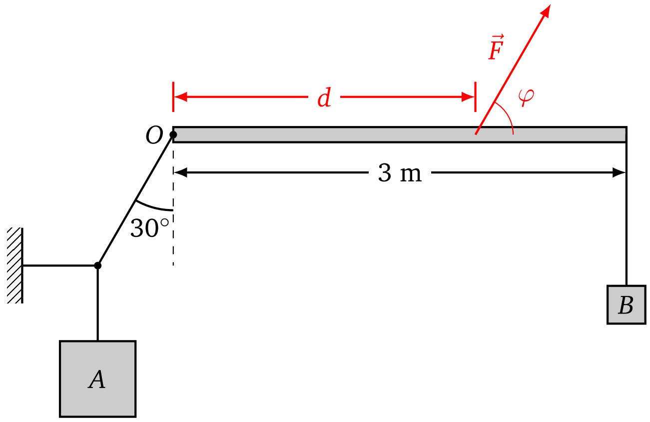
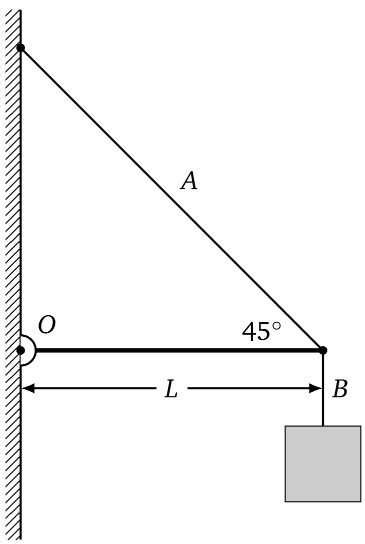


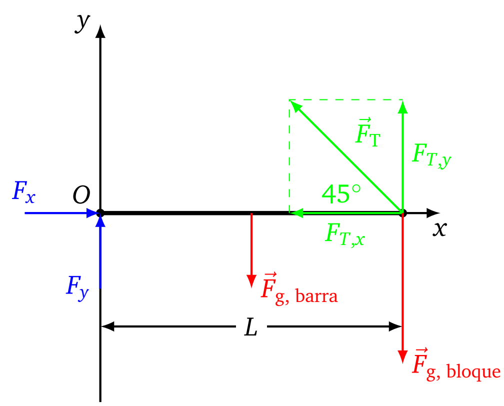
Figura 19

Ejercicio 47

Determinar los módulos de las tensiones de las cuerdas A y B en la Figuras 20a y las componentes de la fuerza que el perno O, de manera que el sistema permanezca en equilibrio estático. Despreciar la masa de las cuerdas. La masa del bloque es de 80 kg y la de la barra es de 40 kg.



(a)



(b)

Figura 20

Solución: Consideremos un sistema de referencia cartesiano cuyo origen coincide con el punto O, donde se encuentra el perno, tal como se muestra en la Figura 20b. Las componentes de los vectores $\vec{F}_\text{T}$, $\vec{F}$, $\vec{F}_{\text{g,barra}}$ y $\vec{F}_{\text{g,bloque}}$ en dicho sistema de referencia son:

- $\vec{F}_\text{T} = \left(-F_{T,x}; F_{T,y}\right)$.
- $\vec{F} = \left(F_x; F_y\right)$.
- $\vec{F}_{\text{g, barra}} = (0; -m_\text{barra}\, g)$.
- $\vec{F}_{\text{g, bloque}} = \left(0; -m_\text{bloque}\, g\right)$.

El siguiente paso es plantear las dos condiciones de equilibrio:

$$\sum f_x = F_x - F_{T,x} = 0 \tag{12}$$

$$\sum f_y = F_y + F_{T,y} - m_{\text{barra}}\, g - m_{\text{bloque}}\, g = 0 \tag{13}$$

$$\sum T^O = F_{T,y}\, L - m_{\text{barra}}\, g\, \frac{L}{2} - m_{\text{bloque}}\, g\, L = 0 \tag{14}$$

De la Ecuación (14) podemos despejar $F_{T,y}$:

$$F_{T,y} = \frac{\left(m_{\text{bloque}} + \frac{m_{\text{barra}}}{2}\right) g\, L}{L} = \left(m_{\text{bloque}} + \frac{m_{\text{barra}}}{2}\right) g$$

Luego:

$$F_{T,y} = \left(80\,\text{kg} + \frac{40\,\text{kg}}{2}\right) \times 9.8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 980\,\text{N}$$

Una vez determinado el valor de $F_{T,y}$, podemos usarlo para hallar el valor de F_y en virtud de la Ecuación (13):

$$F_y = \left(m_{\text{bloque}} + m_{\text{barra}} g - F_{T,y}\right) = \left(80\,\text{kg} + 40\,\text{kg}\right) \times 9.8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 980\,\text{N} = 196\,\text{N}$$

Por último, de la Ecuación (12) se obtiene:

$$F_x = F_{T,x}$$

Las componentes horizontal y vertical de la tensión están relacionadas mediante:

$$\frac{F_{T,y}}{F_{T,x}} = \tan 45^\circ = 1$$

y, por lo tanto:

$$F_{T,x} = F_{T,y} = 980\,\text{N}$$

En consecuencia,

$$F_x = F_{T,x} = 980\,\text{N}$$

Ejercicio 48

Hallar la el módulo de la tensión (F_T) del cable *BD* de la Figura 21 y las componentes horizontal (F_x) y vertical (F_y) de la fuerza ejercida sobre el el puntal *AB* por el perno *A*. La masa del bloque es de 10 kg.

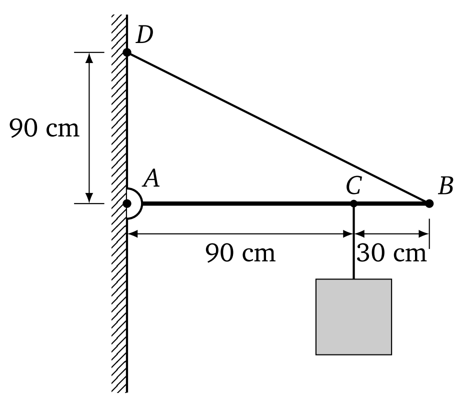


Figura 21

Respuestas: $F_\text{T} = 122.5$ N; $F_x = 98$ N; $F_y = 24.5$ N.

Ejercicio 49

Hallar nuevamente el módulo de la tensión (F_T) del cable *BD* de la Figura 21 y las componentes horizontal (F_x) y vertical

(F_y) de la fuerza ejercida sobre el el puntal AB por el perno A, pero esta vez considerando que la masa del bloque es de 40 kg y que la masa de la barra es de 10 kg.

Respuestas: $F_\mathrm{T} = 408.34$ N, $F_x = 326.67$ N y $F_y = 245$ N.

α (grados)	0°	30°	45°	60°	90°	135°	180°	225°	270°	315°
α (radianes)	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3}{4}\pi$	π	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{-\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$	-1	0	1	$-\infty$	-1