Semana III

Temario

- Programación de metas
- Problemas con varios períodos

Elementos de un modelo

Condiciones de vínculo
Son las que relacionan las actividades entre sí o con el contexto.

- Fuertes: deben ser cumplidas siempre.
- Débiles: pueden no cumplirse a un cierto costo (se resuelven con programación de metas).
- Conflictivas o contradictorias: dos o más condiciones no pueden cumplirse simultáneamente.

Programación de Metas

Siguiendo con el ejemplo de hace dos semanas (el de la familia De Grön). Recordemos cómo era el modelo (DC era la cantidad de litros de detergente concentrado a producir por fin de semana y LV era la cantidad de litros de lavavajilla a producir por fin de semana)

MAX 7 DC + 4 LV

BOTELLA) 1 DC + 1 LV <= 400

ETIQUETA) 1 DC + 1 LV <= 500

SUSTBASE) 0.2 DC + 0.1 LV <= 60

AROMAT) 0.04 DC + 0.25 LV <= 70

MINDC) DC >= 100

MINLV) LV >= 80

MAXLV) LV <= 280

Ahora aparece algo nuevo en la situación de la familia De Grön:

Nos dicen que se rompió el transporte que traía las botellas

- Tenemos la posibilidad de contratar el flete de Tito que nos cobra \$2 por botella pero a ese precio solamente nos transporta hasta 300 botellas

- Además, Tito dice que si transportamos menos de 300 botellas con su flete nos va a cobrar \$1 por cada botella por debajo de las 300 (con el flete medio vacío pierde plata)

- Si queremos transportar más de 300 botellas nos saldrá \$4 por cada botella que deseemos transportar por encima de las 300 botellas (hay que contratar otro flete)

¿Cómo hacemos para poner una restricción que nos detecte cuánto transportamos por encima de 300 botellas y cuánto por debajo de 300 botellas?

Si ponemos una variable para medir la diferencia entre lo que transporta y 300 botellas

DIFERENCIA = (DC + LV) – 300

¿Qué valores podría tomar la variable DIFERENCIA?

- Podría ser positiva (si DC+LV es mayor que 300)

- Podría ser negativa (si DC+LV es menor que 300)

- Podría valer cero (si DC+LV = 300)

¡Pero no puede haber variables negativas! Entonces ¿cómo hacemos para representar un valor negativo?

Puede transportar más o menos de 300 botellas. (restricción débil que puede no cumplirse a cierto costo)

Para eso se comparan las botellas transportadas con la meta (300) y reemplazamos la variable DIFERENCIA por una resta de dos variables (EXCESO – DEFECTO)

(DC + LV) - 300 = EXCESO – DEFECTO

¿qué valores toman EXCESO y DEFECTO?

Si (DC+LV) es igual a 400

(DC + LV) - 300 = EXCESO – DEFECTO
400 - 300 = 100 - 0

Si (DC+LV) es igual a 250

(DC + LV) - 300 = EXCESO – DEFECTO
250 - 300 = 0 - 50

Es decir, EXCESO y DEFECTO son variables mayores o iguales que cero y, sin embargo, con las metas podemos representar diferencias negativas

y así quedaría el Z

MAX 7 DC + 4 LV – 2 (DC + LV - EXCESO) - 4 EXCESO – 1 DEFECTO

Ahora ¿por qué aseguramos que cuando EXCESO es distinta de cero, DEFECTO vale cero (y también que cuando DEFECTO es distinta de cero, EXCESO vale cero)?
¡Porque le conviene a la función objetivo!

Si al Z le conviniera que tomaran valor simultáneamente EXCESO y DEFECTO el esquema de metas no funcionaría bien.

<u>En programación lineal continua no tenemos manera de hacer que cuando una variable es distinta de cero haya otra variable que esté obligada a valer cero</u>. Para eso vamos a tener que definir variables enteras binarias (que tomen valor cero o uno solamente), pero eso lo vamos a ver en la clase de variables enteras.

Problemas con varios períodos:

Un fabricante debe cumplir un contrato a cuatro meses durante los cuales varían los costos de producción. El costo de almacenamiento de unidades producidas en un mes determinado y no vendidas en ese mes es de 10 pesos por unidad y por mes. Se dispone de la siguiente información:

Mes	Contrato de venta en unidades	Capacidad de producción en unidades	Costo unitario de producción en pesos
1	20	40	140
2	30	50	160
3	50	30	150
4	40	50	170

Este es un problema dinámico (ver clasificación de la primera clase) en el cual cada período está relacionado con el anterior y con el siguiente.

Dado que en cada mes se tiene una capacidad de producción diferente, un costo unitario de producción diferente y un contrato de venta diferente, podría ser útil no poner la hipótesis que siempre usamos cuando hay un solo período (todo lo que se produce se vende) porque podemos aprovechar la capacidad productiva de un mes para fabricar cosas que podamos vender el mes siguiente. Inclusive hay situaciones en las cuales esto es imprescindible, por ejemplo si en el mes 3 no tenemos unidades fabricadas con antelación, no podremos cumplir con el contrato de venta, porque el contrato es de 50 unidades y la capacidad productiva de ese mes es de 30 unidades. Si suponemos que el producto no se echa a perder a lo largo de los meses y que tenemos lugar para almacenar, podremos decir que:

Ventas de un determinado mes i + Unidades que quedan en stock al final del mes i =

Producción del mes i + Unidades que quedaban en stock al principio del mes i

Es decir que para cada mes i tendremos que hacer el siguiente balance de unidades:

$V(i) + SF(i) = P(i) + SF(i - 1)$

Si suponemos que no hay stock inicial (el enunciado no nos dice nada al respecto) diremos que SF(0) vale cero o no existe la variable.

Si suponemos que no es necesario dejar stock al final de los cuatro meses (el enunciado no nos dice nada al respecto) diremos que SF(4) vale cero o no existe la variable.

Además tenemos que controlar que se cumpla con el contrato de venta. Si suponemos que podemos vender más unidades de las que nos indica el contrato, cada variable V(i) será mayor o igual que el contrato para ese mes. Si supusiéramos que solamente se vende la cantidad indicada en el contrato, el modelo sería muy limitado, casi al borde de una cuenta, porque lo que quedaría es encontrar la mejor manera de distribuir la producción de las unidades comprometidas.

Nótese que es muy importante que se indique para cada mes la cantidad de unidades de las que se dispone. No basta con decir que en los cuatro meses se necesita contar con (20 + 30 + 50 + 40) unidades para vender, porque podríamos tener cero unidades en el mes 1 y 50, 50 y 40 en los tres restantes, con lo que el primer mes no estaríamos cumpliendo con el contrato y el modelo diría que sí, que "globalmente" cumplimos.

Tal como la semana pasada decíamos que la única manera de controlar las restricciones de armado es poner una restricción para cada componente del armado, para controlar que cada mes proporcione unidades suficientes a la venta como para cumplir el contrato de ese mes, necesitamos hacer un balance de unidades mes a mes.

Definición de variables

Pi = Cantidad de unidades producidas en el mes i

Vi = Cantidad de unidades vendidas en el mes i.

SFi = Stock de unidades al final del mes i.

Restricciones

P1 = SF1 + V1

V1 >= 20

P1 <= 40

P2 + SF1 = V2 + SF2

V2 >= 30

P2 <= 50

P3 + SF2 = V3 + SF3

V3 >= 50

P3 <= 30

P4 + SF3 = V4

V4 >= 40

P4 <= 50

Z min = 140 P1 + 160 P2 + 150 P3 + 170 P4 + 10 SF1 + 10 SF2 + 10 SF3

¿Qué nos queda de esta clase?

- ❑ Programación de metas
- ❑ Problemas con varios períodos

No olvidar…
Leer el material adicional a esta clase.
Abarca los temas de: Estrategia modular de modelización, aplicación de Programación de metas en una ecuación de caja.