

Material adicional a la Semana III

- ▶ Esquema modular
- ▶ Un ejemplo práctico
- ▶ Restricciones financieras

Definiciones:

- ▶ Módulo: Conjunto de vinculaciones que poseen una misma naturaleza funcional Por naturaleza funcional entendemos que el conjunto de vínculos representan una misma función.
- ▶ Modularidad: Interdependencia entre los módulos.
- ▶ Estructura: conjunto de módulos vinculados entre sí que cumplen la condición de modularidad. Un modelo podría plantearse como una estructura.

“La invención de Morel”

- ▶ La primera idea de este ejemplo didáctico (que está basado en la novela “La invención de Morel” de Adolfo Bioy Casares, ¡¡¡se las recomendamos!!!) es introducir en el tema de esquema modular para plantear un modelo matemático.

El enunciado del problema es el siguiente:

Steelco produce dos tipos de acero (Acero 1 y Acero 2) en dos plantas (Morel y Faustine). Se necesitan 3 recursos para producir una tonelada de acero: hierro, carbón y tiempo de alto horno. Las dos plantas tienen diferente tipo de horno y, por lo tanto, los recursos necesarios para producir una tonelada de acero dependerán de la planta en la cual se produzca (como se ve en la tabla que está en la siguiente página).

Cada planta tiene su propia mina de carbón. Cada mes, se dispone de 120 toneladas de carbón en Morel y 150 toneladas de carbón en Faustine.

Se puede enviar carbón de Morel a Faustine, pero no a la inversa.

Mensualmente Morel dispone de 100 horas de alto horno y Faustine de 140 horas.

Producto	Hierro nec. (ton Fe /ton Acero)	Carbón nec. (ton carbón /ton acero)	Tiempo alto horno (h/ton acero)
A1 en Morel	8	3	2
A2 en Morel	6	1	1
A1 en Faustine	7	3	1
A2 en Faustine	5	2	1,5

El mineral de hierro se compra a \$5 la tonelada (se paga a 90 días). Se dispone de 800 toneladas de hierro por mes para comprar.

Se pueden vender en el mercado nacional las toneladas de Acero 1 a \$550 la tonelada y a \$560 la tonelada de Acero 2.

Hay una demanda mínima de 80 toneladas de Acero 1 por parte de un cliente internacional que paga \$545 la tonelada.

¿Cómo se plantea un problema usando esquema modular?

- ▶ El planteo de esquema modular se utiliza para problemas de mucho mayor tamaño que éste, pero la idea es similar a los esquemas que se hacen en programación de cualquier lenguaje:
- ▶ Lo que está dentro de un módulo tiene que estar vinculado por una función común (por ejemplo, todo lo que se refiere a la producción) y el pasaje de variables entre módulos debe ser mínimo.
- ▶ Es decir, la cohesión dentro del módulo debe ser máxima (todo lo que está dentro del módulo debe responder a una misma función) y el acoplamiento entre módulos debe ser mínimo (si hay demasiado pasaje de variables entre módulos, se podría deducir que esos dos módulos debieran ser uno solo o que no están correctamente divididos).
- ▶ Por ejemplo, en nuestro problema de los fertilizantes, podríamos

plantear un módulo para producción (subdividido en un módulo por cada centro), un módulo para la venta (con las demandas, el cambio de unidades), uno para la MP y otro para el funcional.

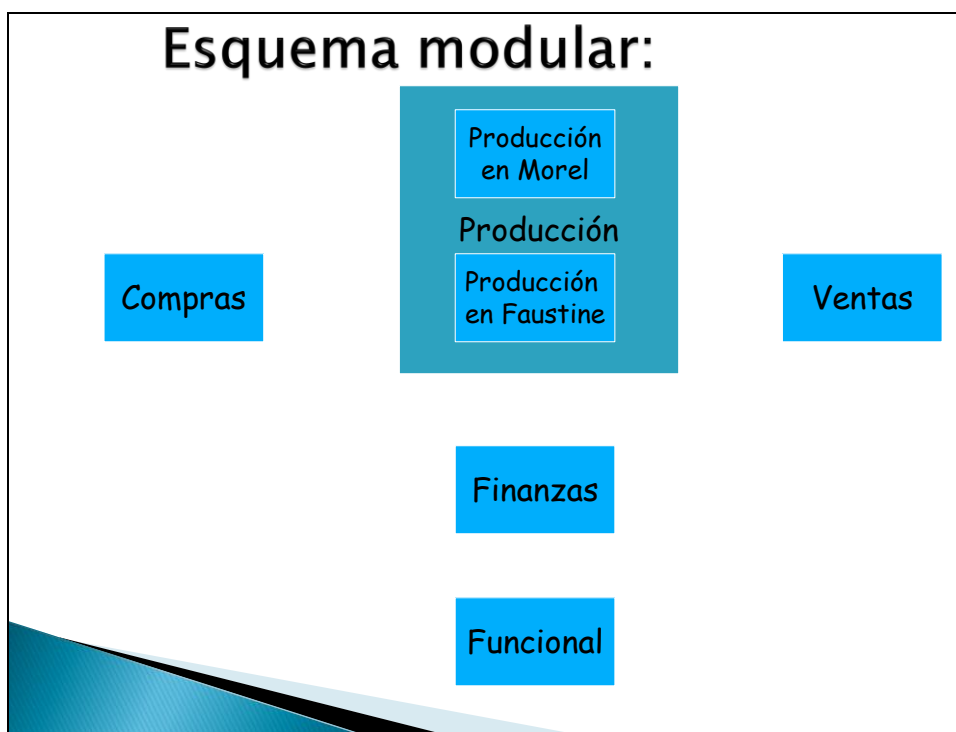
- ▶ No sería bueno en ese caso juntar en un módulo todas las relaciones de E/S, en otro todas las mezclas a la entrada, etc, porque habría un alto pasaje de variables entre módulos.
- ▶ La idea principal del planteo por módulos es que se pueden modelar por separado cada uno de los módulos y luego solamente hace falta agregar unas restricciones de unión de las variables de cada módulo con sus módulos relacionados (si el modelo está bien hecho, no deberían ser muchas).

Antes de empezar, una aclaración respecto de la restricción financiera

- ▶ En casi todos los modelos que trabajamos en nuestra materia, el funcional es económico, es decir, incluimos en el funcional todos los ingresos y todos los egresos que vamos a tener como consecuencia de nuestro modelo, sin importar el momento en el cual efectivamente cobremos el dinero por ellos.
- ▶ Las restricciones financieras se refieren al dinero que realmente tenemos en el bolsillo en este momento.
- ▶ Por ejemplo, si en un modelo mensual cobramos el producto a 90 días, en el funcional tenemos que poner el ingreso por ventas (suponiendo que no hay inflación) pero si hubiera una restricción de que a fin del mes tengo que tener \$X en la caja, no puedo contar el ingreso por ventas como un ingreso de caja porque no lo voy a cobrar dentro del mes.

Ahora veamos cómo planteamos los módulos de nuestro problema

- ▶ Primero los vamos a ver sin relación entre ellos.
- ▶ Hagan el ejercicio de tratar de conectarlos (sin hacer trampa y ver más adelante en las transparencias cómo quedan conectados).
- ▶ Ayuda: sólo uno de los módulos NO SE CONECTA con el de Finanzas



Objetivo

- ▶ El objetivo es determinar la cantidad de Acero 1 y 2 a fabricar en cada planta, la cantidad a vender a clientes nacionales e internacionales y la cantidad a prestar (o pedir prestado) en el término de un mes, para maximizar las ganancias (ingresos menos costos).

Hipótesis

- ▶ Todo lo producido se vende
- ▶ Se puede prestar tanto como el modelo decida
- ▶ No hay pérdida de carbón ni de tiempo entre las dos plantas
- ▶ Para los clientes es indistinto si el acero es producido en Morel o en Faustine
- ▶ No hay deudas pendientes al inicio del mes (ni tampoco dinero para cobrar)
- ▶ Todo lo producido es de primera calidad
- ▶ Los tiempos de alto horno son netos
- ▶ ¿qué más pueden agregar?.....

Planteemos nuestros módulos

- ▶ Ahora vamos a ver las variables de los módulos. Como notarán, planteamos variables que tienen distinto nombre en los módulos conectados aunque podría ser la misma. Lo hacemos para enfatizar el hecho de que pueden plantearse por separado.
- ▶ Les pedimos el siguiente ejercicio: traten de plantear cada módulo sin ver la resolución y luego chequéenla con la transparencia que tiene las restricciones.

Esquema modular

Compras:

HC: Hierro a comprar (ton/mes)
CCOMPRA: Costo de compra del hierro (\$/mes)

Ventas:

A1VN: Acero 1 vendido a clientes nacionales (ton/mes)
A1VI: Acero1 vendido a clientes internacion. (ton/mes)
A2VN: Acero 2 vendido a clientes nacionales (ton/mes)
FACT: Facturación mensual (\$/mes)

Módulos de Compras y de Ventas

Compras:

$$HC \leq 800$$
$$CCOMPRA = 5 HC$$

Ventas:

$$A1VI \geq 80$$
$$FACT = 550 A1VN + 560 A2VN + 545 A1VI$$

Esquema modular

Producción en Morel:

HCM: Hierro comprado que va a Morel (ton/mes)
 CM: Carbón de Morel (ton/mes)
 CMM: Carbón de Morel usado en Morel (ton/mes)
 CMF: Carbón de Morel usado en Faustine (ton/mes)
 A1M: Acero 1 producido en Morel (ton/mes)
 A2M: Acero 2 producido en Morel (ton/mes)
 HSAHM: Horas de alto horno en Morel (hs/mes)
 CTOHSAHM: Costo hs de alto horno en Morel (\$/mes)

Producción en Faustine:

HCF: Hierro comprado que va a Faustine (ton/mes)
 CF: Carbón de Faustine (ton/mes)
 CFM: Carbón de Morel usado en Faustine (ton/mes)
 A1F: Acero 1 producido en Faustine (ton/mes)
 A2F: Acero 2 producido en Faustine (ton/mes)
 HSAHF: Horas de alto horno en Faustine (hs/mes)
 CTOHSAHF: Costo hs de alto horno en Faustine (\$/mes)

Módulos de Producción

Producción en Morel:

$$\begin{aligned}
 HCM &= 8 A1M + 6 A2M \\
 CM &= CMM + CMF \\
 CM &\leq 120 \\
 CMM &= 3 A1M + 1 A2M \\
 HSAHM &= 2 A1M + 1 A2M \\
 HSAHM &\leq 100 \\
 CTOHSAHM &= 3 HSAHM
 \end{aligned}$$

Producción en Faustine:

$$\begin{aligned}
 HCF &= 7 A1F + 5 A2F \\
 CF &\leq 150 \\
 CFM + CF &= 3 A1F + 2 A2F \\
 HSAHF &= 1 A1F + 1.5 A2F \\
 HSAHF &\leq 140 \\
 CTOHSAHF &= 3.5 HSAHF
 \end{aligned}$$

Antes de continuar, vamos a ver en detalle la restricción financiera

- Se debe cumplir con una caja mínima el día 31 de \$2000.
- Si falta dinero se pide al 11% mensual.
- No se pueden pedir más de \$5000 por mes.
- Si sobra dinero se coloca con un rendimiento del 6% mensual.
- Ambos intereses se pagan vencidos.
- El nivel de caja al principio de mes es de \$1500.

Una aclaración respecto de la restricción financiera

- ▶ En todos los modelos que en nuestra materia maximizan o minimizan lo que tiene que ver con dinero, el funcional es económico, es decir, incluimos en el funcional todos los ingresos y todos los egresos que vamos a tener como consecuencia de nuestro modelo, sin importar el momento en el cual efectivamente cobremos el dinero por ellos.
- ▶ Las restricciones financieras se refieren al dinero que realmente tenemos en el bolsillo en este momento.
- ▶ Por ejemplo, si en un modelo mensual cobramos el producto a 90 días, en el funcional tenemos que poner el ingreso por ventas (suponiendo que no hay inflación) pero si hubiera una restricción de que a fin del mes tengo que tener \$X en la caja, no puedo contar el ingreso por ventas como un ingreso de caja porque no lo voy a cobrar dentro del mes.

Restricciones Financieras

$$\begin{aligned} &(\text{CAJA INICIAL} + \text{INGRESOS DE CAJA} - \text{EGRESOS DE CAJA}) \\ &- \text{NIVEL DE CAJA A ALCANZAR} = \\ &\text{EXCESO DE CAJA} - \text{DEFECTO DE CAJA} \end{aligned}$$

(los subrayados son valores constantes)

Diferencia entre intereses vencidos e intereses por adelantado:

- ▶ Cuando los intereses se pagan (o cobran) vencidos NO son egresos (o ingresos) de caja
- ▶ Cuando los intereses se pagan (o cobran) por adelantado, SI son egresos (o ingresos) de caja

Restricciones Financieras

$$1500 + (\text{VENTAS} - \text{CTOAH}) - 2000 = \text{EXCESO} - \text{DEFECTO}$$

$$\text{DEFECTO} \leq 5000$$

$$\text{IG} = 0.06 \text{ EXCESO}$$

$$\text{IP} = 0.11 \text{ DEFECTO}$$

Influencia de las restricciones financieras en el Funcional

$$\text{MAX } Z = \text{VENTAS} - \text{CTOAH} - \text{CTOCOMPRAHIERRO} - \text{IP} + \text{IG}$$

Respondamos algunas preguntas:

- ▶ ¿por qué CTCOMPRAHIERRO, IP e IG no aparecían en la restricción financiera y sí aparecen en el funcional?
 Porque el hierro no se paga al contado, entonces no puede estar en la restricción financiera. Los intereses pagados y cobrados tampoco se cobran o pagan al contado y en la restricción financiera debe figurar todo lo que se paga al contado o se cobra al contado (dentro del período que estamos modelizando). En la función objetivo o funcional (si está referida a dinero) deben figurar todos los pagos que algún día vamos a hacer y los cobros que algún día vamos a recibir como consecuencia de lo que determina el modelo, no importa cuándo se haga.
- ▶ ¿por qué la cantidad que pedimos prestada y la cantidad que prestamos no está en el funcional?
 Justamente por lo que dijimos en la respuesta a la pregunta anterior.

En la función objetivo o funcional (si está referida a dinero) deben figurar todos los pagos que algún día vamos a hacer y los cobros que algún día vamos a recibir como consecuencia de lo que determina el modelo, no importa cuándo se haga. Entonces tendríamos que poner el préstamo que recibimos sumando (por el ingreso) y restando (para reflejar el momento en que lo vamos a devolver). Esto implica que se anula (sumamos y restamos la misma variable) y por eso no figura. Un análisis similar se puede hacer con la cantidad que prestamos.

Esquema modular

Finanzas:

VENTAS: Ventas en dinero (\$/mes)
CTOAH: Costo de alto horno al contado (\$/mes)
EXCESO: Exceso de caja (\$/mes)
DEFECTO: Defecto de caja (\$/mes)
IG: Interés ganado (\$/mes)
IP: Interés pagado (\$/mes)

Funcional:

ING: Ingresos de caja (\$/mes)
EG: Egresos de caja (\$/mes)
CC: Costo de compra del hierro (\$/mes)

Módulos de Finanzas y Funcional

Finanzas:

$1500 + (\text{VENTAS} - \text{CTOAH}) - 2000 =$
 $\text{EXCESO} - \text{DEFECTO}$
 $\text{DEFECTO} \leq 5000$
 $\text{IG} = 0.06 \text{ EXCESO}$
 $\text{IP} = 0.11 \text{ DEFECTO}$

Funcional:

$\text{MAX ING} - \text{EG} - \text{CC}$

Ahora, a unir nuestros módulos

- ▶ Para que el modelo sea uno solo, tenemos que unir los módulos (recuerden que las variables de cada uno tenían nombres diferentes, aún cuando significaban lo mismo).
- ▶ Todas las restricciones que ustedes van a ver en la próxima transparencia sobre la flecha tienen que figurar en el modelo porque son las de unión entre módulos.

