

Ejercicio 3.6

Nahuel Godoy

27 de septiembre de 2024

1. Problema

3.6.

Una empresa produce aceite comestible mediante la refinación de aceite crudos y su posterior mezcla. El producto final se vende a 150 \$/ton.

Los aceites A y B requieren una línea de producción de refinado distinta de la de los aceites C, D y E. Las capacidades de refinación de cada línea son respectivamente, 200 ton/mes y 250 ton/mes.

Hay una restricción tecnológica de dureza del aceite comestible. Esta debe encontrarse entre 3 y 6 (en unidades de dureza). Se asume que la dureza de aceite comestible es una combinación lineal de las durezas de los aceite crudos.

Además se desean imponer las siguientes condiciones adicionales:

- El aceite comestible no debe contener más de 3 aceites crudos.
- Si se usa un tipo de aceite crudo, deben usarse 20 ton., como mínimo.
- Si se usan el aceite A o el B entonces el aceite C debe también usarse.

En la siguiente tabla, se detalla el precio de cada tipo de aceite crudo (en \$/ton) y su correspondiente nivel de dureza.

Tipo	Precio	Dureza
A	110	8,8
B	120	6,1
C	130	2,0
D	110	4,2
E	115	5,0

Refinar los aceites crudos lleva X min/ton. El costo de mantenimiento de la máquina de refinado varía según la cantidad de horas que funciona, como se detalla a continuación:

Horas	Costo de Mantenimiento
Menos de 100	\$5000
Entre 100 y 200	\$8000
Más de 200 y menos de 500	\$9500
500 ó más	\$10000

Figura 1: Screenshot del problema de la guía

2. Objetivo

Determinar las cantidades de aceite crudo de cada tipo a comprar para maximizar el beneficio a fin de mes, comprendiendo como beneficio a las ganancias del producto final menos los costos de compra y mantenimiento de maquinaria.

3. Hipotesis

- Lo que se produce, se vende
- Se cuenta con el capital suficiente para la producción
- Se puede producir en cualquiera de las dos plantas de producción siempre que se cumpla con la disponibilidad
- La dureza del aceite crudo listado es exactamente la que muestra el cuadro
- Las plantas de producción no cuentan con limitaciones temporales
- No se permite cambiar la proporción de aceite crudo en el proceso de producción
- Los costos de mantenimiento dependen únicamente del tiempo total de refinamiento
- Disponibilidad ilimitada de aceite crudo

4. Variables

$$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{si se usa el aceite } i \forall i = \{A, \dots, E\} \\ 0 & \text{si no se usa} \end{cases}$$

$$Y_{mj} = \begin{cases} 1 & \text{si se encuentra en el intervalo } j \forall j = \{1, \dots, 4\} \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

PF = Cantidad de prod final fabricado

I: Cantidad de aceite crudo I comprado; $\forall I = \{A, \dots, E\}$

TR_j = Tiempo de refinamiento del aceite en el intervalo j $\forall j = \{1, \dots, 4\}$

5. Funcional

$$\text{MAX } Z = 150PF - (110A + 120B + 130C + 110D + 115E + 5000Y_{m1} + 8000Y_{m2} + 9500Y_{m3} + 10000Y_{m4})$$

6. Modelo matemático

6.1. Disponibilidad de planta de producción

$$\begin{aligned} A + B &\leq 200 \\ C + D + E &\leq 250 \end{aligned}$$

6.2. Indicadoras

$$\begin{aligned} 0,01Y_A &\leq A \leq 250Y_A \\ \text{Repito para cada aceite crudo} \\ 0,01Y_i &\leq I \leq 250Y_i \end{aligned}$$

6.3. Dureza

$$\begin{aligned} PF &= A + B + C + D + E \\ 3PF &\leq 8,8A + 6,1B + 2,0C + 4,2D + 5,0E \leq 6PF \end{aligned}$$

6.4. Limites de aceites crudos en la mezcla

$$2 \leq \sum_{i=A}^E Y_i \leq 3$$

6.5. Minimo de cada aceite crudo en mezcla si se usa

$$I \geq 20Y_i \quad \forall i = A, \dots, E$$

6.6. Si A o B entonces C

$$\begin{aligned} Y_A - Y_C &\leq 0 \\ Y_B - Y_C &\leq 0 \end{aligned}$$

6.7. Costos de mantenimiento

$$\begin{aligned} TR &= XPF \\ TR &= TR_1 + TR_2 + TR_3 + TR_4 \\ 0 &\leq TR_1 \leq 99,9Y_{m1} && \text{(Menos de 100)} \\ 100Y_{m2} &\leq TR_2 \leq 200Y_{m2} && \text{(Entre 100 y 200)} \\ 200,01Y_{m3} &\leq TR_3 \leq 499,99Y_{m3} && \text{(Entre 200 y 500)} \\ 500Y_{m4} &\leq TR_4 \leq MY_{m4} && \text{(500 o más)} \\ \sum_{j=1}^4 Y_{mj} &\leq 1 \end{aligned}$$