

Diseño de algoritmos matemáticos bioinspirados: Algoritmo Genético para la optimización de un portafolio de inversión

Santiago Mora Cruz, Gabriel Reynoso Escamilla

Octubre de 2024

1 Artículo estudiado

En el artículo *Portfolio rebalancing based on a combined method of ensemble machine learning and genetic algorithm* [1] proponen una combinación de algoritmos para optimizar el rebalce de una cartera de inversión en base a información como el precio de la acción, el volumen de trading y el índice de fuerza relativa, esto maximizando retorno de inversión y minimizando el riesgo del portafolio. En un primer lugar utilizan un método de ensamble para predecir la tendencia de las acciones en un periodo futuro e indicar si se deben comprar, vender o retener. Posteriormente utilizan un algoritmo genético para optimizar el porcentaje de la inversión en cada acción del portafolio basandose en el modelo de varianza-media de Markowitz, definido de la siguiente manera:

$$\max \mu p = \sum_{i=1}^N \mu_i W_i \quad (1)$$

$$\min \sigma^2 p = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sigma_{ij} W_i W_j \quad (2)$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^N W_i = 1 \quad (3)$$

$$W_i \geq 0 \quad (4)$$

Donde $i = \{1, 2, \dots, N\}$ son compañías en el mercado, μ_i el retorno de la acción i en el periodo en revisión, σ_{ij} la covarianza entre las acciones i y j , y W_i el porcentaje o peso de la inversión para dicha acción. En este artículo se utiliza la información de 208 compañías en el periodo de 2011 a 2020 de la Bolsa de Tehrán.

2 Metodología

En este reporte se probará el uso de un algoritmo genético multiobjetivo NSGA-II (*Non-dominated Sorting Genetic Algorithm*) para optimizar el modelo de Markovitz e identificar el porcentaje de la inversión que irá a 96 *tickers* de la bolsa de valores. Esto será comparado con el uso de un algoritmo genético para solamente maximizar el rendimiento de la cartera, solamente minimizar su variabilidad (riesgo), y maximizar el Ratio Sharpe, una métrica que evalúa el rendimiento de una cartera ajustándolo al riesgo [2] esto es:

$$\max \frac{\sum_{i=1}^n w_i \mu_i - r}{\sigma} \quad (5)$$

Donde:

- w_i : Peso asociado al stock i
- μ_i : Retorno esperado del stock i
- r : *Risk free rate* (generalmente $r = 0.02$)
- $\sigma = W\Sigma W^T$: Desviación estándar asociada al portafolio

Se tomó el precio al cierre diario de 96 *tickers*, el promedio de el logaritmo natural de la diferencia del precio del día i y el día $i-1$ para cada día i fue considerado el retorno del *stock*, con esta información se realizó la matriz de covarianza, estos datos son necesarios para la evaluación de los portafolios. Para el modelo genético concerniente a la optimización de un solo objetivo se propuso como individuo los pesos de cada stock, estos valores flotantes se inicializaron de manera aleatoria sujetos a sujetos a (3) y (4). La evaluación del individuo corresponde a la función de acuerdo al caso (minimización, maximización, Sharpe ratio). La selección de los padres de la siguiente generación se hizo por medio de una selección de torneo, a estos se les aplicó un *crossover* de dos puntos. Algunos individuos de la nueva generación fueron mutados sumando un valor de una distribución uniforme entre -0.20 y 0.20. En los tres casos se utilizaron poblaciones de 30 individuos y 200 generaciones, se ajustó la incidencia de *crossover* y mutación a 0.80 y 0.05 respectivamente. El NSGA-II se implementó con los mismos métodos y parámetros, sin embargo la evaluación fueron las funciones (1) y (2), y se preservaron los individuos no-dominados para aproximar el frente de Pareto, la línea donde se encuentran las combinaciones óptimas de la cartera de inversión.

3 Resultados

El resultado del algoritmo genético si dió como resultado una relación más balanceada entre el retorno y el riesgo de inversión que solamente maximizar o minimizar de acuerdo al caso, sin embargo las métricas son mejores maximizando el Sharpe Ratio. Esta información se encuentra en la Tabla [1]

Solución	Retorno	Riesgo (σ)	Sharpe Ratio
Maximizar Sharpe Ratio	0.3631	0.2332	1.4713
Maximizar Retorno	0.4433	0.3250	1.3025
Minimizar Covarianza	0.0997	0.1568	0.5079
Multiobjetivo: Promedio	0.3064	0.2194	1.2978
Multiobjetivo: Mínima Covarianza	0.1657	0.1770	0.8231
Multiobjetivo: Máximo Retorno	0.4119	0.3260	1.2020

Table 1: Comparación de métricas para cada solución

En las Figuras [1], [2] y [3] se puede observar los pesos para cada stock en cada uno de los casos. Las Figuras [4] y [5] los pesos para los mejores retorno y covarianza de las soluciones que se aproximan al frente de Pareto (Figura 6).

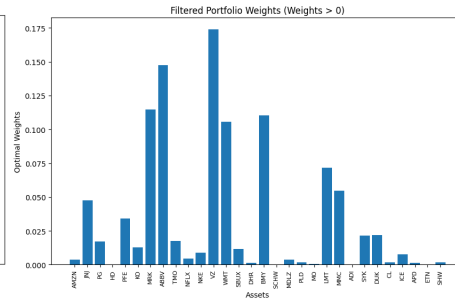
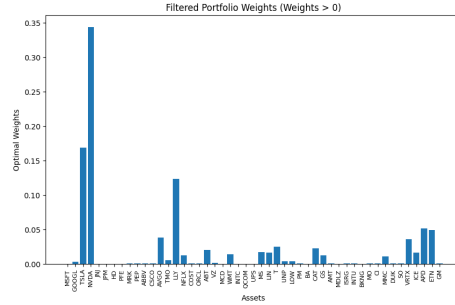


Figure 1: Pesos de stocks en portafolio (Máximo Retorno)

Figure 2: Pesos de stocks en portafolio (Mínima Covarianza)

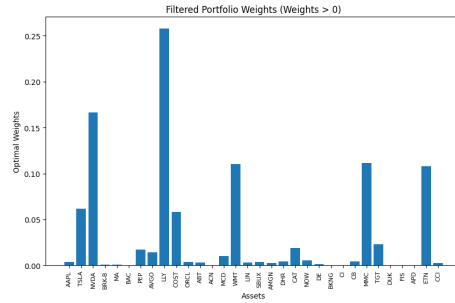


Figure 3: Pesos de stocks en portafolio (Máximo Sharpe) Ratio

4 Interfaz

Se realizó, adicional a la investigación, una interfaz en la que el usuario puede usar los datos actuales de *Yahoo! Finance* para crear sus propios portafolios

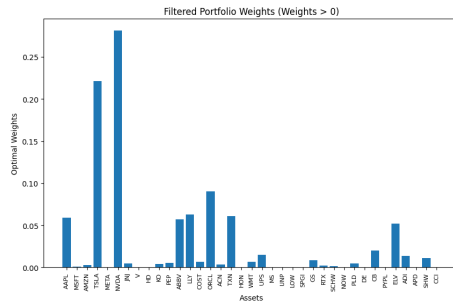


Figure 4: Pesos de stocks en portafolio (Máximo Retorno en frente de Pareto)

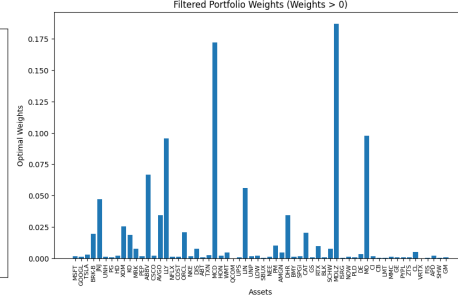


Figure 5: Pesos de stocks en portafolio (Mínima Covarianza en frente de Pareto)

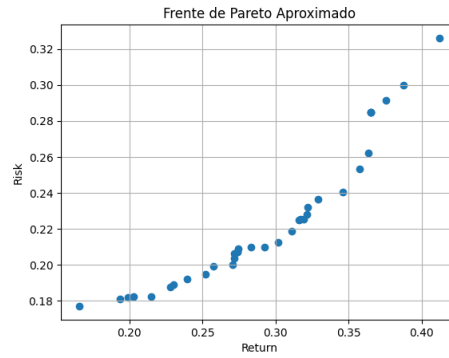


Figure 6: Soluciones en el frente de pareto (Retorno vs Riesgo)

utilizando el Algoritmo NSGA-II que se desarrolló en la investigación. Está disponible en [esta página] y el código de la página está disponible en [este repositorio] .

References

- [1] B. Sahu and P. Kumar, “Portfolio rebalancing model utilizing support vector machine for optimal asset allocation,” *Arabian Journal for Science and Engineering*, 03 2024.
- [2] W. F. Sharpe, “Mutual fund performance,” *The Journal of Business*, vol. 39, no. 1, pp. 119–138, 1966.