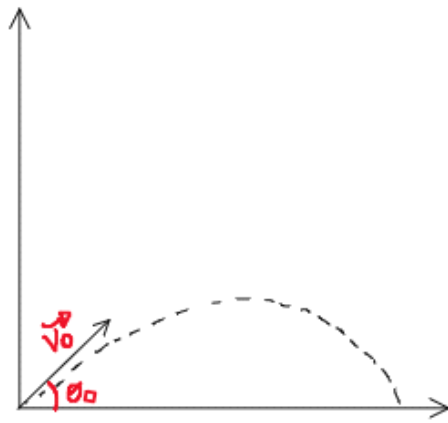


1 a)



\hat{x} : $a = 0$
 $v = v_x$
 $x = v_{x0}t$

$v_0 = 30 \frac{m}{s}$

\hat{y} : $a = -g$
 $v = -g \cdot t + v_y$
 $y = -g \cdot \frac{t^2}{2} + v_y \cdot t$

igualamos $y(t)$ a 0 para ver en que tiempo toca el suelo

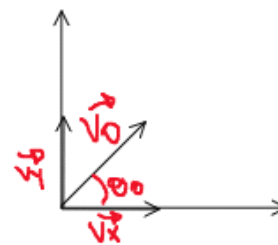
$v_y \cdot \bar{t} - \frac{g \cdot \bar{t}^2}{2} = 0$
 $v_y \cdot \bar{t} = \frac{g \cdot \bar{t}^2}{2}$
 $\bar{t} = \frac{2 v_y}{g}$

colocamos ese tiempo en $x(t)$ para calcular la distancia en función de θ_0

$x(\bar{t}) = v_x \cdot 2 v_y \cdot \frac{1}{g}$

$x(\bar{t}) = \cos(\theta_0) \cdot v_0 \cdot 2 \cdot \sin(\theta_0) \cdot v_0 \cdot \frac{1}{g}$

$x(\bar{t}) = \cos(\theta_0) \sin(\theta_0) \cdot v_0^2 \cdot \frac{2}{g} = k$
 Cte.



$v_x = \cos(\theta_0) \cdot v_0$
 $v_y = \sin(\theta_0) \cdot v_0$

$\frac{d}{d\theta}$ derivo en función de θ_0 e igualo a 0 para hallar el θ_0 que me da la máxima distancia.

$k(\cos^2(\theta_m) - \sin^2(\theta_m)) = 0$

$\cos^2(\theta_m) - \sin^2(\theta_m) = 0 \rightarrow \cos^2(\theta_m) = \sin^2(\theta_m) \rightarrow \frac{\sin^2(\theta_m)}{\cos^2(\theta_m)} = 1$

$\tan^2(\theta_m) = 1 \leftarrow \sqrt{\tan^2(\theta_m)} = \sqrt{1} \leftarrow \tan(\theta_m) = 1$

$\theta_m = \text{Arctg}(1)$

$\theta_{\max} = 45^\circ$

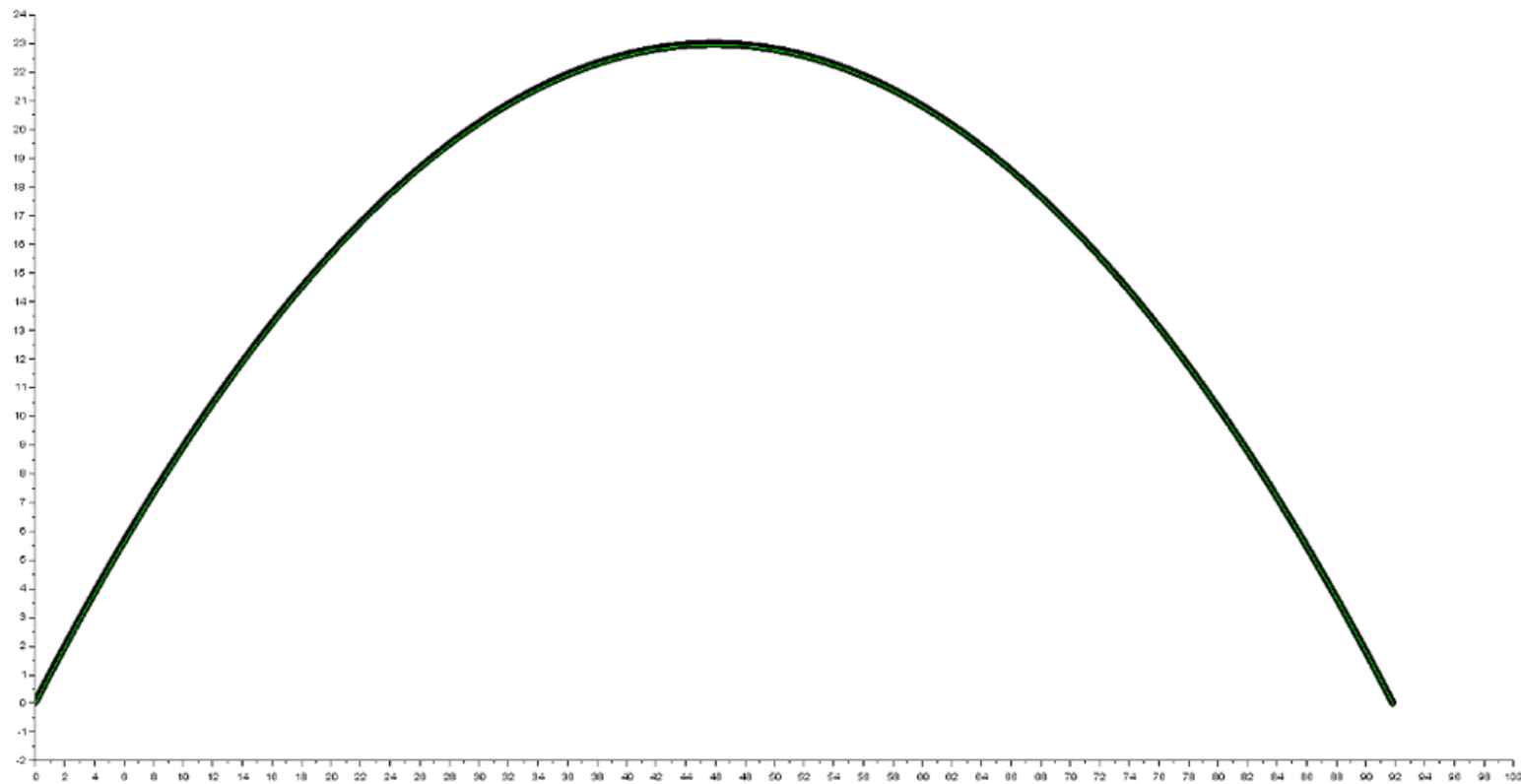
Resultado numérico

MAXIMO PHI SIN AIRE

b)

Analítica

Numérica



② a)

necesito a_x, a_y

hago Newton

$$\hat{x}: m \cdot a_x = -F_{\text{aire}x}$$

$$\hat{y}: m \cdot a_y = F_{\text{aire}y} - m \cdot g$$

$$a_x = F_{\text{aire}x} \cdot \frac{1}{m}$$

$$a_y = F_{\text{aire}y} \cdot \frac{1}{m} - g$$

Densidad de aire

$$\vec{F}_{\text{aire}} = -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot v \cdot \vec{v}$$

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$F_{\text{aire}x} = -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} \cdot v_{0x}$$

$$F_{\text{aire}x} = -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} \cdot v_{0x}$$

$$F_{\text{aire}y} = -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} \cdot v_{0y}$$

$$a_x = -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} \cdot v_{0x} \cdot \frac{1}{m}$$

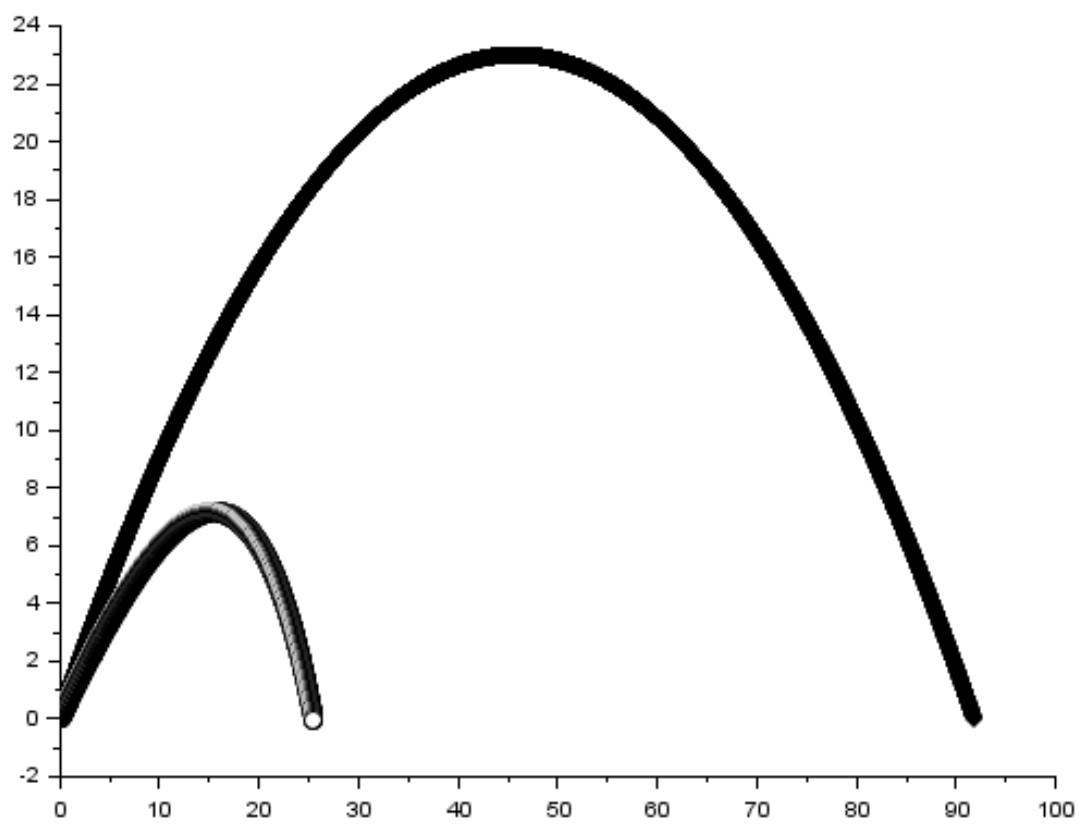
$$a_y = -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} \cdot v_{0y} \cdot \frac{1}{m} - g$$

$$\rho = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$r = 11,0 \text{ cm}$$

$$v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\theta_0)$$

b



Resultado numérico

ANGULO MAXIMO CON AIRE

36.

o) Hago Newton

$$\uparrow: -F_a - F_p = m \cdot a$$

$$-k \cdot v^2 - m \cdot g = m \cdot a$$

$$-\frac{k \cdot v^2}{m} - g = a$$

$$-\frac{k \cdot v^2}{m} - g = \frac{dv}{dt}$$

$$dt = \frac{dv}{\underbrace{-\frac{k \cdot v^2}{m} - g}_a}$$

$$F_a = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot v^2$$

$k = 0,02$

$$Q = -\frac{k}{m} = 0,05$$

$$dt = \frac{dv}{a \cdot v^2 - g}$$

$$\int_0^t dt = \int_{v(t=0)}^{v(t)} \frac{dv}{a \cdot v^2 - g}$$

$$t = \frac{\tanh^{-1}\left(\frac{\sqrt{a} \cdot x}{\sqrt{g}}\right)}{\sqrt{a} \cdot \sqrt{g}} \bigg|_0^{30} = 1,62 \text{ s}$$

Resultado numérico

TIEMPO EN ALCANZAR ALTURA MAXIMA

1.614

d

TRABAJO Trabajo realizado

-175.97096

ENERGIA Variación de energía

-175.79658

```
//OBTIENE EL ANGULO MAXIMO CON O SIN AIRE
```

```
function [max_phi] = maxPhi(aire)
```

```
    iter_phi=0; //es el angulo que va a iterar
```

```
    max_phi=0; //angulo maximo
```

```
    max_dis=0; //distancia maxima hallada
```

```
    d_phi=1; //lo que vamos a iterar del angulo
```

```
    while (iter_phi<=90) //iteramos hasta los 90 grados
```

```
        [x]=calcularRec(iter_phi,0.11,aire); // calculamos el recorrido en el eje X
```

```
        if(x(length(x))>max_dis) then //si este recorrido es mayor que el que teniamos
```

```
            max_dis=x(length(x)); //reemplazamos el actual con ese
```

```
            max_phi=iter_phi; //conseguimos el angulo que logro ese recorrido mayor
```

```
        end
```

```
        iter_phi=iter_phi+d_phi; //le sumamos la iteracion al angulo
```

```
    end
```

```
endfunction
```

```
//CALCULA EL TIEMPO EN ALCANZAR LA ALTURA MAXIMA
```

```
function [t] = maxM(y)
```

```
    m=0; //guardamos la maxima altura
```

```
    i=1; //iterador
```

```
    while(i<length(y)) //iteramos sobre todo el vector
```

```
        if(y(i)>m) //si la altura actual es mayor al maximo
```

```
            m=y(i); //el maximo es esa altura
```

```
            t=i; //conseguimos el tiempo de ese maximo
```

```
        end
```

```
        i=i+1; //seguimos iterando
```

```
    end
```

```
    t=t*0.001; //multiplicamos la cantidad de veces que se itero hasta subir por el tiempo  
    entre cada intervalo
```

```
endfunction
```

```
//REALIZA METODO DE EULER Y OBTIENE
```

```
//(X,Y,TRABAJO DEL AIRE,ENERGIA INICIAL,ENERGIA FINAL, TIEMPO)
```

```
function [x,y,trabajo,ei,ef,t] = calcularRec(phi,R,aire)
```

```
    //phi: angulo
```

```
    //R: radio de la bola
```

```
    //aire: recorrido con o sin aire
```

```
    m=0.45; //masa de la bola
```

```
    g=9.8; //gravedad
```

```
    dt=0.001; //diferencial
```

```
    rho=1.2; //densidad del aire
```

```
    vo=30; //velocidad inicial
```

```
// Condiciones iniciales
```

```
    //comenzamos en el (0,0)
```

```
    x(1)=0;
```

```
    y(1)=0;
```

```
    //conseguimos la velocidad inicial en ambos ejes
```

```
    vox(1)=vo*cos(phi*%pi/180);
```

```
    voy(1)=vo*sin(phi*%pi/180);
```

```
    t(1)=0; //comenzamos en el tiempo 0
```

```
    i=1;
```

```
    ei=m*(vo^2)/2; //energia inicial
```

```
    trabajo=0;
```

```

while(y(i)>=0)
    // Caida libre
    if(aire==%T) //con aire
        FaireY= -1/2*rho*%pi*R^2*sqrt(vox(i)^2+voy(i)^2)*voy(i); //formula de la fuerza del aire en y
        FaireX= -1/2*rho*%pi*R^2*sqrt(vox(i)^2+voy(i)^2)*vox(i); //formula de la fuerza del aire en x
    else //sin aire
        FaireY=0;
        FaireX=0;
    end

    Fy = -g*m+FaireY; // fuerza en eje y con newton, fuerza de la gravedad + fuerza del aire en y

    ax = FaireX/m; //Calculo la aceleracion en el eje x
    ay = Fy/m; //Calculo la aceleracion en el eje y

    trabajo = trabajo + (FaireX*vox(i)*dt) + (FaireY*voy(i)*dt);

    vox(i+1)=vox(i)+ax*dt;
    voy(i+1)=voy(i)+ay*dt;

    x(i+1)=x(i)+vox(i)*dt;
    y(i+1)=y(i)+voy(i)*dt;

    t(i+1)=t(i)+dt;
    i=i+1; //-----
end

ef=m*(vox(i)^2 + voy(i)^2)/2;

endfunction

//EJERCICIO 1
[s] = maxPhi(%F); //conseguimos el maximo angulo sin aire y lo guardamos en s
disp("MAXIMO PHI SIN AIRE")
disp(s); //mostramos s

scf(1) //lo colocamos en la ventana 1
[xN,yN]=calcularRec(s,0,%F); //calculamos el recorrido del angulo maximo
plot2d(xN,yN,-4); //lo ploteamos con los ejes x,y

//t = length(yN)*0.001; //tiempo que demora en caer

t(1) = 0;
dt = 0.001;
i=1;
while(i<=length(yN))
    t(i+1)=t(i)+dt;
    i = i+1 ;
end

scf(1) //en la misma ventana
x = 30 * cos(s*%pi/180) * t; //posicion en x : vo.cos(phiMax).t
y = 30 * sin(s*%pi/180) * t - 9.8*t.^2/2; //posicion en y : vy.sin(phiMax).t
plot2d(x,y,3); //lo ploteamos con los ejes x,y

```

```
//EJERCICIO 2
//ANGULO MAXIMO
[a]=maxPhi(%T);
disp("ANGULO MAXIMO CON AIRE")
disp(a);

//TIEMPO EN ALCANZAR ALTURA MAXIMA CON AIRE
[o,p,m]=calcularRec(90,0.11,%T);
m=maxM(p);
disp("TIEMPO EN ALCANZAR ALTURA MAXIMA")
disp(m);

//TRBAJO Y ENERGIA
[x,y,tr,e,f]=calcularRec(a,0.11,%T);
scf(2)
plot2d(x,y,-9);
disp("TRABAJO");
disp(tr);
disp("ENERGIA");
disp(f-e);
```