

12. CIMENTACIONES DE HORMIGÓN ARMADO

12.1 Introducción

La estructura de unión entre una edificación y su terreno de apoyo es lo que se denomina cimentación. Estas, por sus mismas características, utilizan preferiblemente el hormigón armado como material de fabricación.

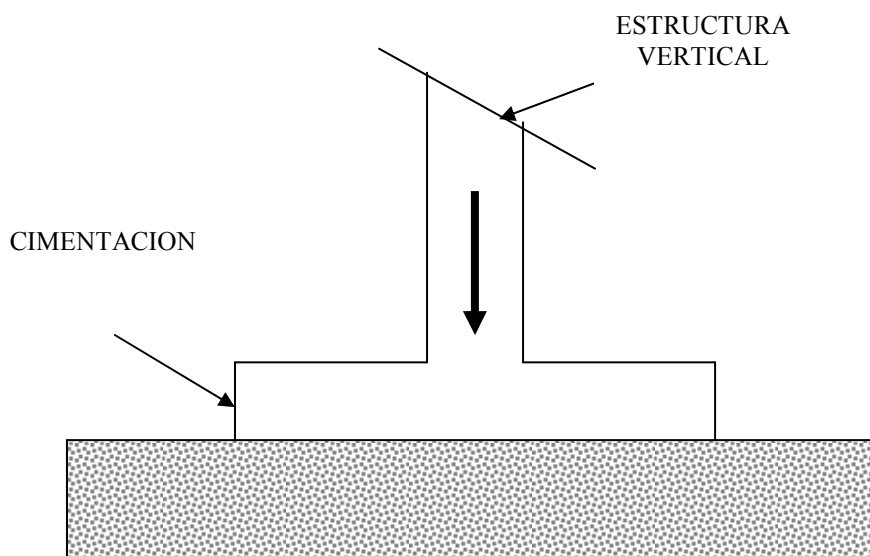


Figura 12.1 Unión de la edificación con el terreno de soporte

La cimentación de una edificación puede variar de acuerdo a las propiedades mecánicas del terreno y al tipo de estructura. Las hay superficiales como las zapatas (continuas, aisladas, combinadas y en medianería), las vigas y las losas de cimentación. Las hay profundas como las pilas o caissons y los pilotes. Las primeras se utilizan cuando las cargas que se transmiten al terreno no son altas y la capacidad superficial es suficiente para transmitir las tensiones al terreno. Las segundas cuando se requiere alta capacidad de soporte y las capas de suelo resistentes son profundas.

En la práctica el ingeniero realiza una primera estimación del tipo de cimentación dividiendo el peso de la edificación entre el área en planta de la estructura. Si esta relación da menor al 25% de la capacidad portante del terreno, a la profundidad que va a cimentar, se puede concluir que la zapata superficial es una solución razonable para la estructura. Si por el contrario esta relación es mayor al 50% de la resistencia del terreno es probable que se requiera cimentar sobre un estrato mas profundo, utilizar una losa de cimentación, pilas o pilotes. De todas formas la elección debe considerar aspectos económicos y técnicos para lograr la mejor alternativa.

La determinación no solo de la capacidad portante sino de las características particulares de comportamiento mecánico del terreno, los asentamientos esperados y la forma como

se deben manejar las excavaciones, llenos y aguas freáticas es un problema que lo debe resolver el estudio geotécnico del sitio. En principio es importante considerar que el suelo no es homogéneo y mas aun esta lejos de serlo. Por lo general se deben realizar varias perforaciones y extracciones de muestras para estudios de laboratorio, en algunos casos se prefieren ensayos en el sitio para determinar las propiedades sobre el terreno natural. En este ultimo caso el ensayo de placa para determinar el modulo de subrasante, de Westergard o modulo edometrico es el mas recomendado. Los resultados de estos estudios son importantes para el dimensionamiento y refuerzo de la estructura de cimentación.

En el caso de estudios preliminares se puede dimensionar la cimentación utilizando valores aproximados de la capacidad portante del terreno de acuerdo a tablas genéricas dadas por algunos estudios, en la tabla 12.1 se indica un ejemplo típico. Sin embargo se debe aclarar que estos resultados son aproximados y no se pueden tomar como datos para el diseño definitivo de un determinado proyecto.

Tabla 12.1 Valores aproximados de capacidad portante del terreno

Tipo de terreno	Capacidad portante (kN/m²)
Arcilla y limo de baja compactación	50
Arcilla y limo arenoso de alta compactación	50 – 100
Arena compactada	100 – 150
Arena y grava compactada	150 – 250
Grava compactada	250 – 400
Roca	Mayor de 400

12.2 Consideraciones estructurales para el diseño de cimentaciones

Las cimentaciones superficiales se pueden utilizar cuando el terreno de apoyo se encuentra a una profundidad menor o igual del ancho del edificio. De igual forma, si se utilizan zapatas, su área total debe ser menor que la mitad del área en planta de la edificación para que su uso sea aceptable. En caso contrario se debe suministrar otro tipo de cimentación.

El refuerzo mínimo en zapatas es el mismo que se utiliza en losas, es decir el equivalente al de retracción y temperatura. Se debe procurar que el recubrimiento del acero sea superior a 70 mm para su adecuada protección química.

La resistencia mínima del hormigón usado en la cimentación es de 21 MPa y la máxima relación agua - cemento de 0.55. Con lo anterior se garantiza un material de baja permeabilidad y resistente al ataque químico de aguas subterráneas contaminadas.

Las dimensiones en planta de la cimentación se determinan a partir de las cargas de servicio estimadas para la estructura. Los requisitos de espesores y cuantías de refuerzo se obtienen con las cargas mayoradas.

12.3 Cimentaciones continuas para muros

Este tipo de cimentación se diseña en forma similar al método de las franjas imaginarias utilizadas en las losas en una dirección. En este caso la cimentación toma la forma de una cinta o banda en la base y en el sentido longitudinal del muro. Esta banda está constituida por una serie de franjas de ancho unitario que representan los elementos de diseño de la cimentación.

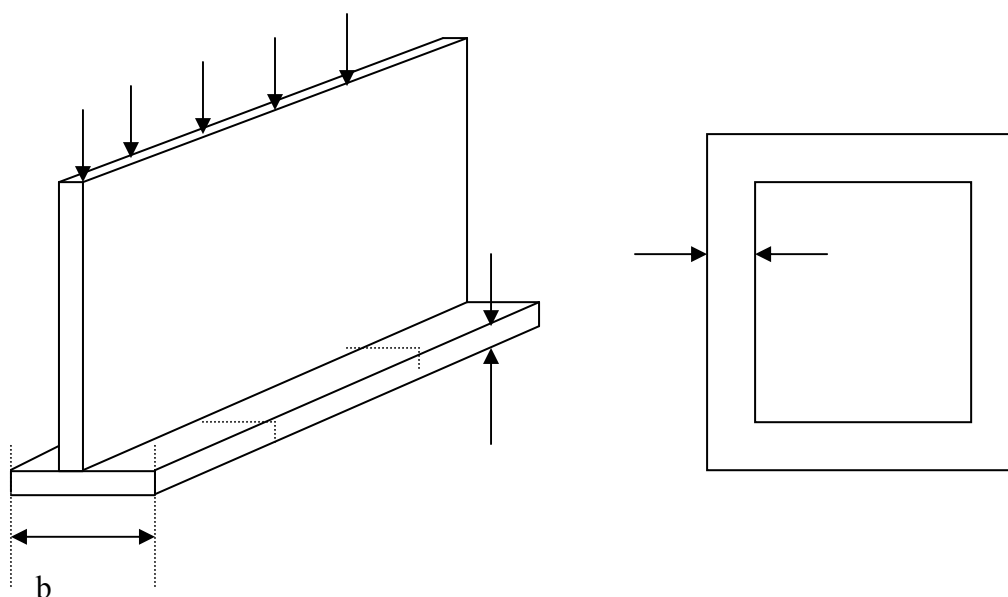


Figura 12.2 Cimentación continua de muro

Cada una de las bandas de apoyo directamente sobre el terreno y recibe una carga vertical y un momento en la zona de contacto muro - zapata. Conocidas las características de soporte del terreno y la magnitud de las acciones producidas por las cargas se estiman las dimensiones y el refuerzo de la cimentación.

Ejemplo 12.1 Se requiere diseñar la cimentación para un muro de hormigón armado de espesor 400 mm. La carga muerta es de 200 kN/m y la viva es de 150 kN/m. La capacidad portante del terreno es de 215 kN/m² a una profundidad del nivel del terreno de 1.22 m. Usar $f'_c = 21$ MPa $f_y = 420$ MPa.

Solución:

1. Determinación de las dimensiones de la zapata. (ancho y espesor)

El procedimiento mas práctico es asumir un espesor para la cimentación (generalmente un valor mayor o igual de 300 mm es adecuado). Sea $h_z = 300$ mm

Peso de la cimentación: $0.3 * 2.4 * 9.8 = 7.2$ kN/m²

Peso del terreno sobre la cimentación: $(1.22 - 0.30) * 1.6 * 9.8 = 14.7 \text{ kN/m}^2$

Presión efectiva sobre el terreno: $q_{\text{eff}} = 215 - 7.2 - 14.7 = 193 \text{ kN/m}^2$

Ancho de la zapata: $b_z = (200 + 150) / 193 = 1.81 \text{ m}$

Una zapata de ancho igual a 1.80 m es inicialmente un valor apropiado.

2. Acciones ultimas sobre la zapata (momento y carga axial).

Presión de contacto: $q_u = (1.4 * 200 + 1.7 * 150) / 1.8 = 297 \text{ kN/m}^2$

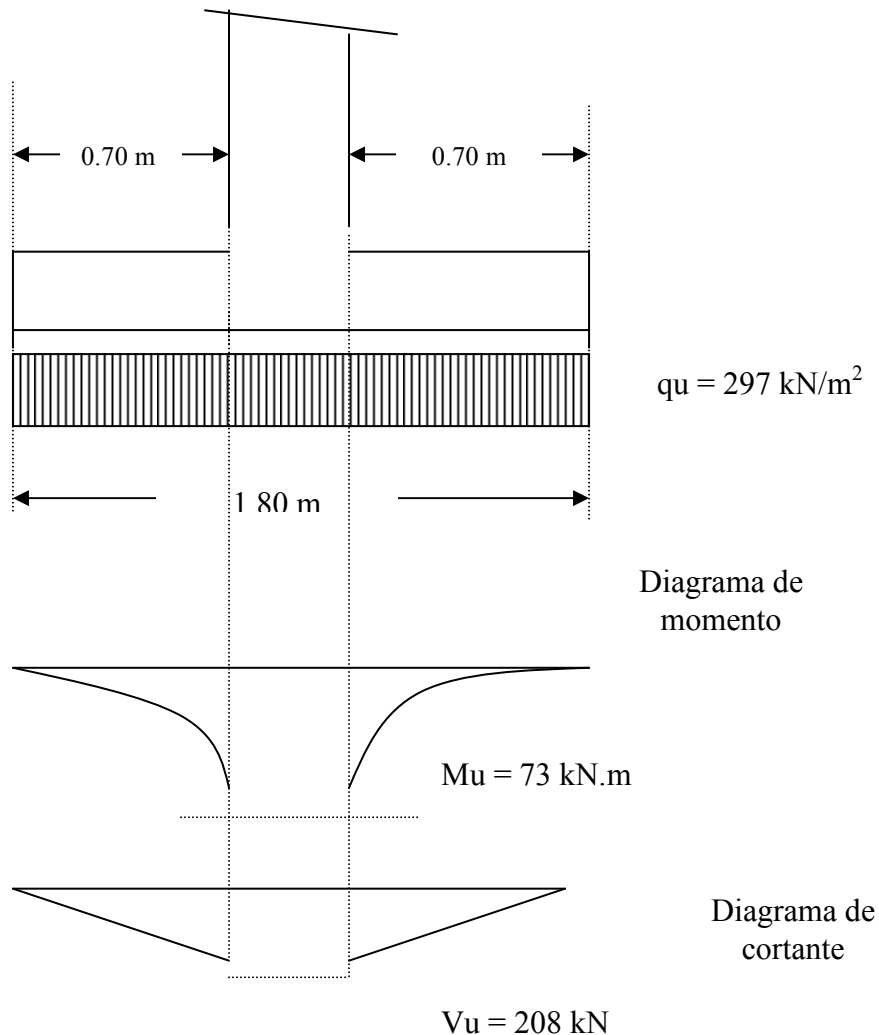


Figura 12.3 Cargas, momentos y cortantes en cimentación del ejemplo 12.1

Para una franja de 1 m de longitud unitaria $\Rightarrow q_u = 297 \text{ kN/m}$

Momento ultimo en la zapata: $M_u = (1/2) * 297 * (0.70)^2 = 73 \text{ kN.m}$

Cortante ultima: $V_u = 297 * 0.7 = 208 \text{ kN}$

3. Revisión a cortante del espesor de la zapata

Altura efectiva del refuerzo: $d = 219 \text{ mm}$ (considerando un recubrimiento de 70 mm).

$$V_{ud} = 208 * (0.7 - 0.219) / 0.7 = 143 \text{ kN}$$

Se debe cumplir que $\phi V_c / 2 > V_u$ para no utilizar estribos.

$$\phi V_c = 0.85 * (1 / 6) * 21^{0.5} * 1000 * 219 = 142 \text{ kN}$$

Se concluye que $V_u > \phi V_c / 2 \Rightarrow$ se debe aumentar el espesor de la zapata.

Si se usa un pedestal de 0.20 m de alto y 0.40 m de largo se obtiene una resistencia a cortante de $\phi V_c = 325 \text{ kN}$ suficiente para no usar refuerzo transversal.

4. Estimación del refuerzo a flexión

Se requiere atender un $M_u = 73 \text{ kN.m} \rightarrow$ Ensayando el refuerzo mínimo equivalente al de retracción y temperatura se tiene:

$$A_s \text{ min} = 0.0018 * 1000 * 300 = 540 \text{ mm}^2 / \text{m}$$

Utilizando barras # 4 \rightarrow Usar # 4 cada $129 / 540 = 0.24 \text{ m}$

Se redondea a barras # 4 cada 0.25 m $\rightarrow A_s = 129 / 0.25 = 516 \text{ mm}^2 / \text{m}$

$$a = (516 * 420) / (0.85 * 21 * 1000) = 12.1 \text{ mm} \Rightarrow c = 12.1 / 0.85 = 14.3 \text{ mm}$$

$$\phi M_n = 0.90 * 516 * 420 * (219 - 12.1 / 2) = 41.5 \text{ kN.m} \ll M_u = 73 \text{ kN.m}$$

Se debe aumentar el refuerzo para atender la flexión en la losa. Una primera aproximación es aumentar el refuerzo en la misma proporción que se requiere para lograr obtener el momento pedido $\rightarrow A_s = 129 * 73 / 41.5 = 227 \text{ mm}^2$ cada 0.25 m $\Rightarrow A_s = 227 / 0.25 = 908 \text{ mm}^2 / \text{m}$.

Si se usan barras # 5 el espaciamiento es de $200 / 908 = 0.22 \text{ m}$. Usar barras # 5 cada 0.20 m ($A_s = 200 / 0.20 = 1000 \text{ mm}^2 / \text{m}$).

Se pueden usar también barras # 6 cada 0.25 m. La capacidad en ambos casos de la sección es mayor de 73 kN.m. El refuerzo en la cimentación queda así:

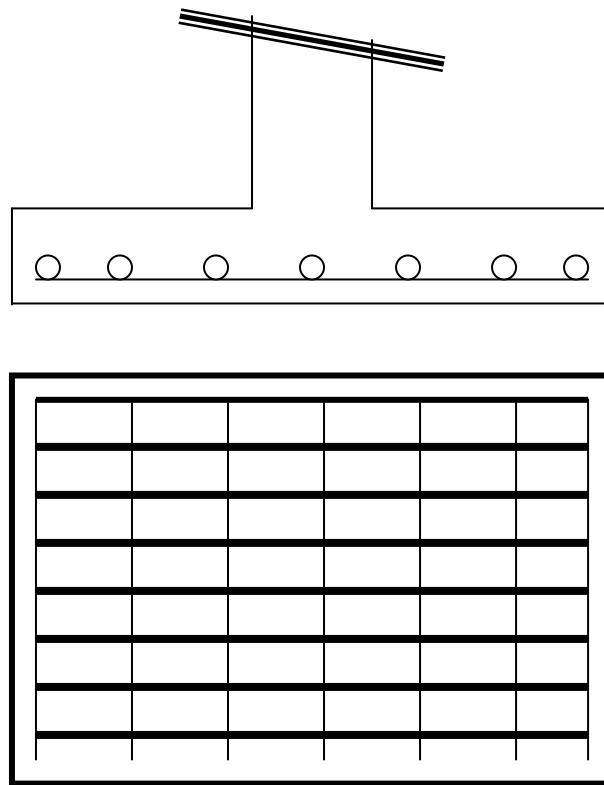


Figura 12.4 Refuerzo de cimentación continua de muro del ejemplo 12.1

12.4 Cimentación en zapata aislada para columnas

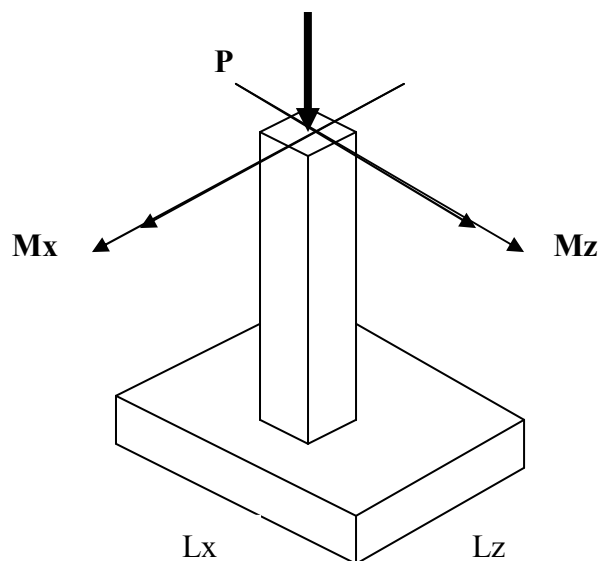


Figura 12.5 Esquema general de una Zapata aislada

Esta es la estructura de cimentación mas usada en la práctica de la ingeniería para la distribución de las tensiones al terreno. Se usa cuando la profundidad del estrato resistente es menor al ancho del edificio. En general esta cimentación esta sometida a la acción de una carga axial y a momento flectores en las dos direcciones en planta de la estructura (P , M_x , M_z).

Cuando la excentricidad de la carga “ P ” es menor que la sexta parte de la dimensión de la cimentación considerada se generan presiones de contacto a compresión en toda la zapata. En caso contrario existe tracción en uno o varios bordes.

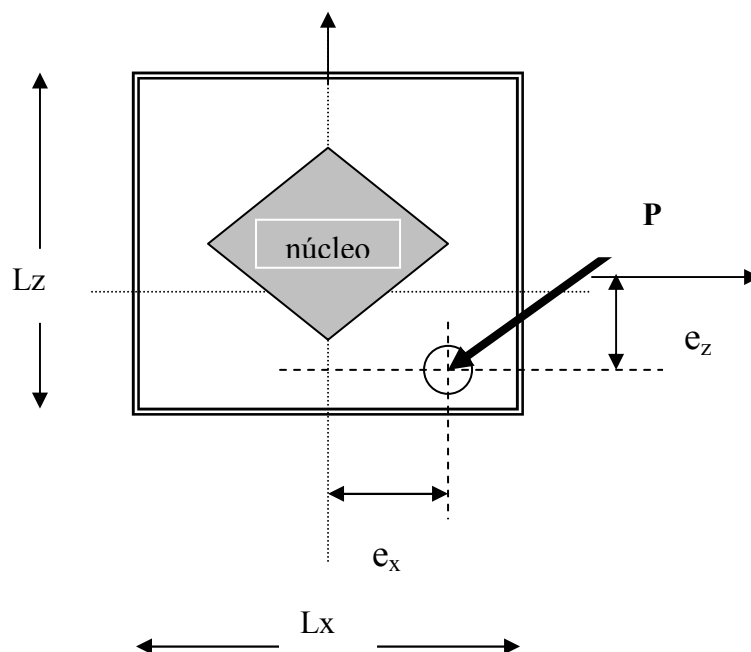


Figura 12.6 Núcleo a compresión

Por definición $e_x = M_z / P$, $e_z = M_x / P$. Si $e_x < l_x / 6$ y $e_z < l_z / 6 \Rightarrow$ no se genera tracción en ningún punto de la zapata.

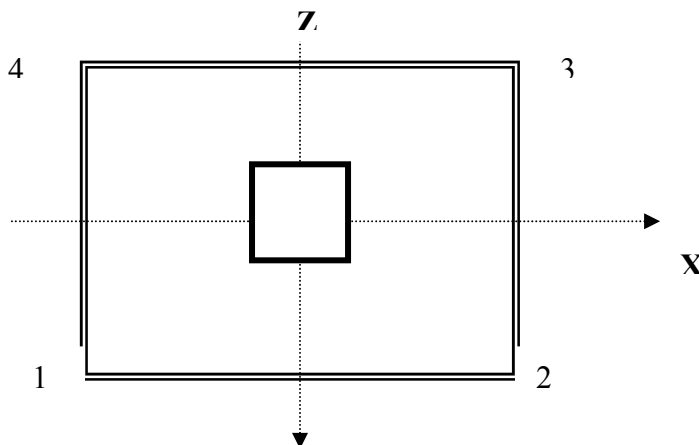


Figura 12.7 Puntos para determinar las tensiones de contacto

Para una determinada combinación de cargas y momentos se debe cumplir que las tensiones máximas a compresión sean menores que las tensiones admisibles del terreno y que las tensiones sean mayores que cero porque el suelo no trabaja a tracción.

Para un estado de carga donde se combinan las tensiones normales y las de flexión se debe cumplir que la ecuación 12.1

$$\sigma = \frac{P}{A} + \frac{M_z.C_x}{I_z} - \frac{M_x.C_z}{I_x} \quad 12.1$$

En donde C_x , C_z son las distancias desde el centro de la zapata al punto donde se van a determinar las tensiones.

En el punto “1” $\Rightarrow C_x = -L_x / 2$ y $C_z = -L_z / 2$ Donde M_x y M_z son positivos \rightarrow

$$\sigma_1 = \frac{P}{A} - \frac{M_z.L_x}{2.I_z} + \frac{M_x.L_z}{2.I_x}$$

En el punto “2” $\Rightarrow C_x = L_x / 2$ y $C_z = -L_z / 2$ Donde M_x y M_z son positivos \rightarrow

$$\sigma_2 = \frac{P}{A} + \frac{M_z.L_x}{2.I_z} + \frac{M_x.L_z}{2.I_x}$$

En el punto “3” $\Rightarrow C_x = L_x / 2$ y $C_z = L_z / 2$ Donde M_x y M_z son positivos \rightarrow

$$\sigma_3 = \frac{P}{A} + \frac{M_z.L_x}{2.I_z} - \frac{M_x.L_z}{2.I_x}$$

En el punto “4” $\Rightarrow C_x = -L_x / 2$ y $C_z = L_z / 2$ Donde M_x y M_z son positivos \rightarrow

$$\sigma_4 = \frac{P}{A} - \frac{M_z.L_x}{2.I_z} - \frac{M_x.L_z}{2.I_x}$$

Se debe verificar que las tensiones en cada punto sea menores que la tensión admisible del terreno. En el caso particular donde solo existe carga axial $\Rightarrow f = P/A < f_{adm}$.

Los pasos para el diseño de una zapata aislada se puede resumir en los siguientes:

- Determinar el área de la zapata en función de cargas y capacidad del terreno.
- Revisar las presiones de contacto.
- Estimar el espesor de la zapata.
- Revisar la cortante bidireccional o punzonamiento en la zapata (acción de losa).
- Revisar la cortante en una dirección (Acción de viga).
- Determinar el refuerzo a flexión
- Revisar la presión de contacto en la unión columna-zapata.
- Determinar el refuerzo por transferencia columna-zapata (dovelas).
- Hallar las longitudes de desarrollo del refuerzo.

Ejemplo 12.2 Se requiere diseñar la cimentación en forma de zapata aislada para una edificación de hormigón armado. El estudio del terreno recomienda una capacidad portante de 250 kN/m^2 a una profundidad de 1.50 m. Las cargas de servicio són:

	AXIAL (kN)	Mx (kN.m)	Mz (kN.m)
MUERTA	1000	120	50
VIVA	800	85	35

Se debe usar $f'c = 28 \text{ MPa}$ y $f_y = 420 \text{ MPa}$. La densidad del suelo es 1.6 Mg/m^3 .

Solución:

1. Estimación de la presión efectiva del terreno: q_{eff} .

Se puede usar uno de los dos siguientes criterios: Estimar el espesor de la zapata o usar una densidad promedio para la zapata y el terreno.

Si se asume una zapata de espesor 0.30 m (este es por lo general el mínimo) \Rightarrow

Peso de la zapata: $W_z = 0.30 \cdot 24 \cdot 9.8 = 7.1 \text{ kN/m}^2$

Peso del terreno sobre la zapata: $W_s = (1.5 - 0.3) 1.6 \cdot 9.8 = 18.8 \text{ kN/m}^2$

Peso total = $7.1 + 18.8 = 25.6 \text{ kN/m}^2 = 26 \text{ kN/m}^2$

La presión de contacto efectiva es de $250 - 26 = 224 \text{ kN/m}^2$.

Si se usa una densidad promedio $\Rightarrow d_{prom.} = (2.4 + 1.6) / 2 = 2.0 \text{ Mg / m}^3$

Peso total cimentación = $1.5 \cdot 2.0 \cdot 9.8 = 29.4 \text{ kN/m}^2 = 30 \text{ kN/m}^2$

Presión de contacto efectiva = $250 - 30 = 220 \text{ kN/m}^2$.

La diferencia entre ambas estimaciones es de solo un 10%. Se va a trabajar el ejemplo con la estimación más desfavorable.

2. Área preliminar de la zapata

$$A = \frac{(1000 + 800)}{220} = 8.2 \text{ m}^2$$

Para una zapata cuadrada $\Rightarrow L_x = L_z = \sqrt{8.2} = 2.9 \text{ m}$

Se asume una zapata cuadrada de 2.9 m de lado.

3. Revisión de las presiones de contacto en el perímetro

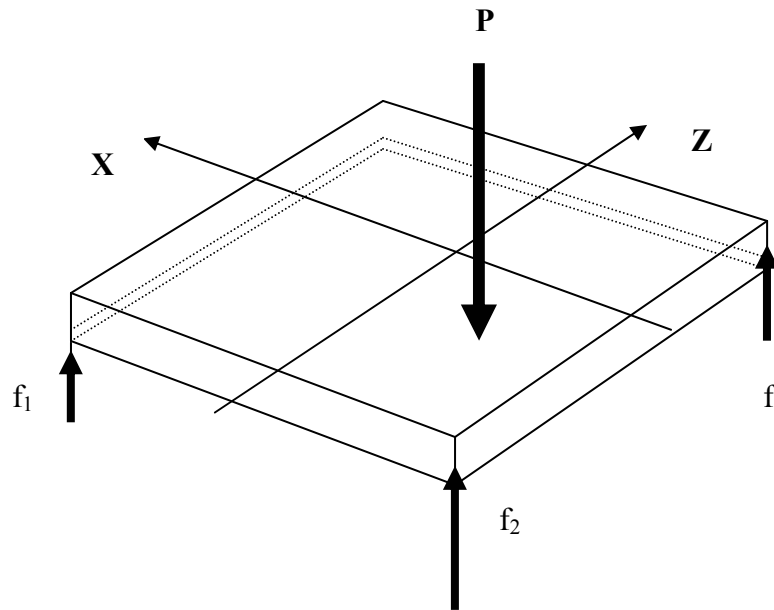


Figura 12.8 Presiones de contacto en una zapata aislada excéntrica

$$\text{Para el punto "1"} \Rightarrow f_1 = \frac{1800}{8.2} - \frac{120 * 2.9}{2 * \left(\frac{2.9^4}{12}\right)} + \frac{170 * 2.9}{2 * \left(\frac{2.9^4}{12}\right)} = 231 \text{ kN/m}^2$$

Análogamente para los otros tres puntos se obtienen los siguientes valores:

$$f_2 = 290 \text{ kN/m}^2, f_3 = 207 \text{ kN/m}^2 \text{ y } f_4 = 148 \text{ kN/m}^2$$

Estas tensiones no deben superar la capacidad máxima del terreno la cual se estima en 1.5 veces la capacidad admisible = $1.5 * 250 = 375 \text{ kN/m}^2$.

4. Presión de contacto de diseño

$$q_u = \frac{1.4 * 1000 + 1.7 * 800}{2.9 * 2.9} = 328 \text{ kN/m}^2$$

Se cumple que la presión de contacto $q_u = 328 \text{ kN/m}^2$ es menor que la capacidad máxima del terreno 325 kN/m^2 por lo que se garantiza adecuada capacidad de carga.

5) Determinación del espesor por punzonamiento de la zapata

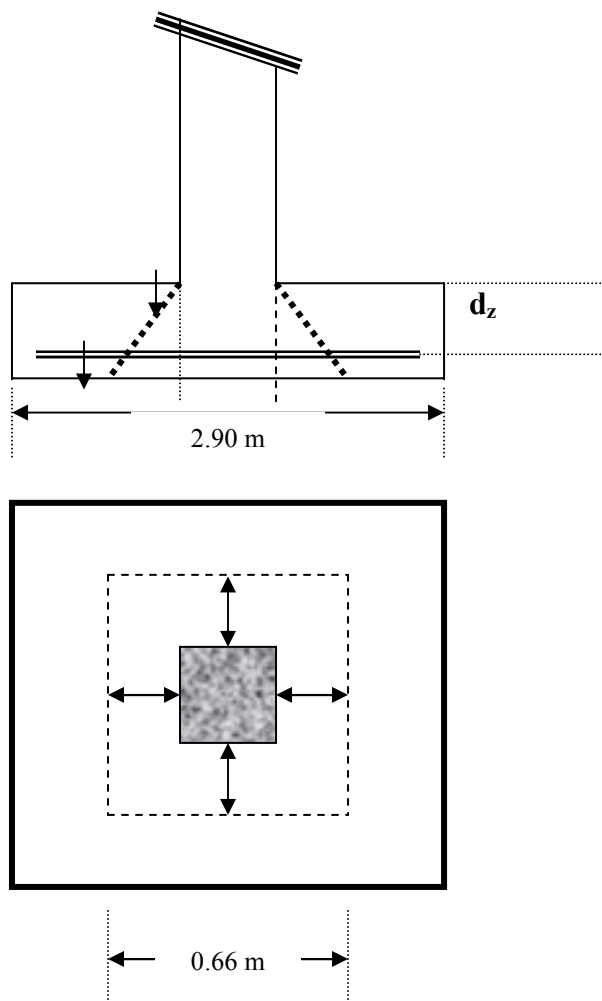


Figura 12.9 Revisión de la cortante en dos direcciones. Ejemplo 12.3

El criterio de punzonamiento o acción de losa en dos direcciones considera que la fuerza cortante que actúa en el perímetro crítico de la columna debe ser menor que ϕV_n . Si esto no se cumple se debe aumentar el espesor de la cimentación.

Perímetro crítico: $P_c = ab + bc + cd + da = 4(bc + dz) = 4(0.45 + 0.21) = 2.64 \text{ m}$

Cortante que actúa en el eje de la columna: $V_u = 328 * (2.9 * 2.9) = 2758 \text{ kN}$

Cortante que actúa en el perímetro crítico: $V_{u1} = 2758 - (328 * 0.61^2) = 2633 \text{ kN}$

Cortante en la parte inferior de la zapata: $V_{u2} = 2755 - (328 * 0.45^2) = 2689 \text{ kN}$

$$\phi V_n = 0.85 * \frac{1}{3} * \sqrt{28} * 4 * 0.61 * 0.21 = 784 \text{ kN}$$

Se concluye que $\phi V_n < V_{u1} \rightarrow$ se debe aumentar el espesor de la zapata. Realizando varios tanteos se llega a un espesor de 0.60 m.

Repitiendo los cálculos anteriores se encuentra que $\phi V_n = 2950 \text{ kN} > V_{u1} = 2633 \text{ kN} \rightarrow$ el espesor es adecuado.

Tabla 12.2 Determinación del espesor por punzonamiento en zapatas

Espesor	dz	Pc	Vu1	ϕV_n	Observac.
mm	mm	mm	kN	kN	
300	205	2620	2688	821	no cumple
400	305	3020	2655	1409	no cumple
500	405	3420	2622	2118	no cumple
600	505	3820	2589	2950	cumple

6. Revisión de la cortante en una dirección

La cortante perimetral a una distancia “dz” de la cara de la columna debe cumplir la ecuación de seguridad $\phi V_n > V_u \Rightarrow$

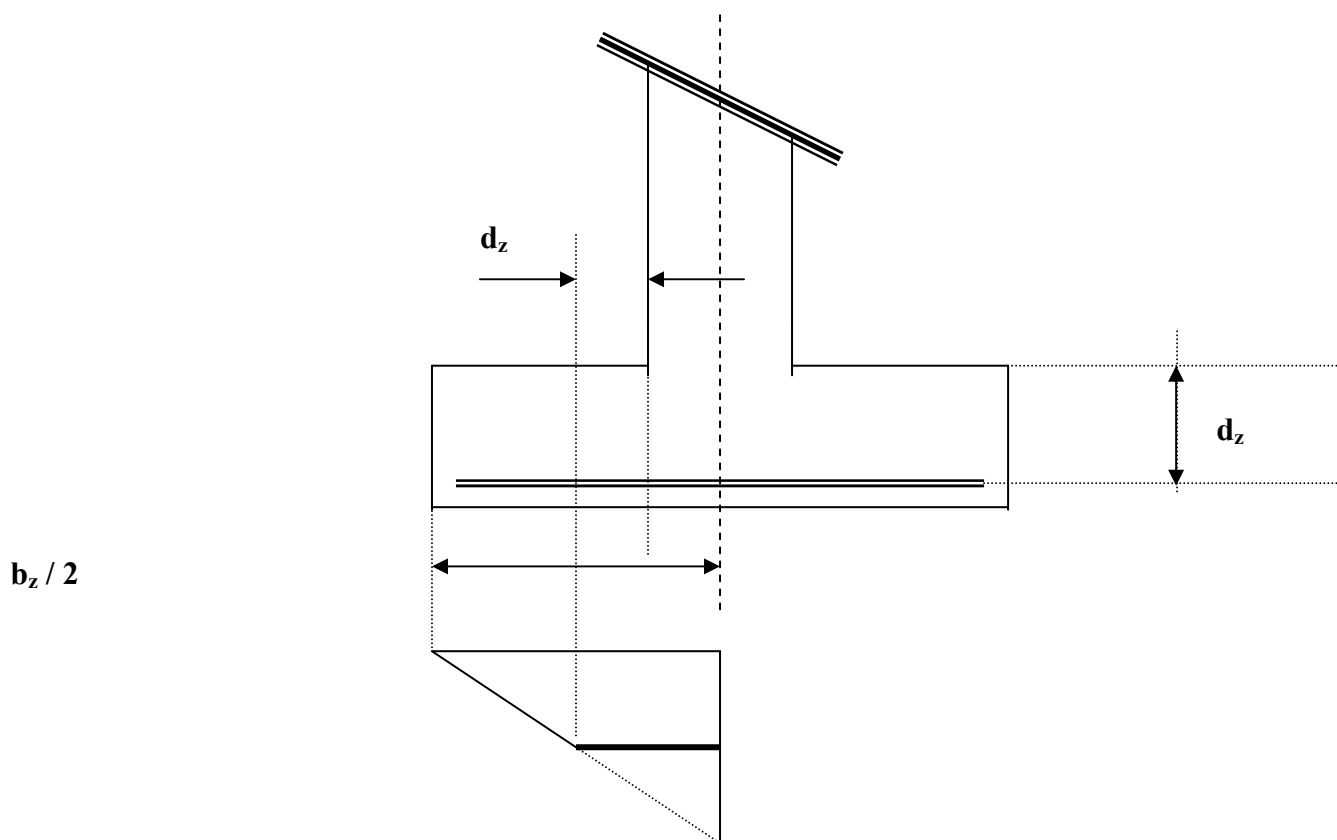


Figura 12.10 Revisión de la cortante en una dirección ejemplo 12.3

$$V_{ud} = q_u \left[\frac{b_z}{2} - \frac{b_c}{2} - d_z \right] * l_z = 328 * \left[\frac{2.9}{2} - \frac{0.45}{2} - 0.505 \right] * 2.9 = 685 \text{ kN}$$

$$\phi V_n = 0.85 * \frac{1}{6} * \sqrt{28} * 2900 * 505 = 1120 \text{ kN}$$

En este caso $\phi V_n = 1120 \text{ kN} >> V_{ud} = 685 \text{ kN} \Rightarrow$ no se requiere refuerzo transversal.

7. Determinación del refuerzo a flexión

El momento “Mu” en la zona de contacto zapata-columna es el de un voladizo \Rightarrow

$$M_u = \frac{(q_u l_z)}{2} * \left(\frac{b_z}{2} - \frac{b_c}{2} \right)^2 = \left(\frac{328 * 2.9}{2} \right) * (1.45 - 0.225)^2 = 714 \cdot \text{kN.m}$$

Se debe cumplir que $\phi M_n > M_u \rightarrow$ En la condición más económica se tiene:

$$\phi M_n = \phi A_s f_y \left(d_z - \frac{a}{2} \right) = 714 \cdot \text{kN.m}$$

Una primera solución es reforzar la zapata con el refuerzo mínimo requerido” $A_{s \text{ min.}}$ ” Equivalente al de retracción y temperatura \rightarrow

$$A_{s, \text{min}} = 0.0018 * 2900 * 600 = 3132 \cdot \text{mm}^2$$

Seleccionando barras # 6 ($A_{sb} = 284 \text{ mm}^2$) se tiene $\Rightarrow 3132 / 284 = 11$ barras \Leftrightarrow Usar # 6 cada $(2900 - 140) / 11 = 250 \text{ mm}$. \rightarrow Usar # 6 cada 0.25 m $\Leftrightarrow A_s = 3294 \text{ mm}^2$

Con este refuerzo la capacidad obtenida en flexión es de:

$$a = \frac{(3294 * 420)}{0.85 * 28 * 2900} = 20 \cdot \text{mm}$$

$$\phi M_n = 0.90 * 3294 * 420 * \left(505 - \frac{20}{2} \right) = 616 \times 10^6 \cdot \text{N.mm}$$

El resultado con el refuerzo mínimo indica que $\phi M_n < M_u \Rightarrow$ se debe aumentar la cantidad de acero en aproximadamente la misma relación del momento faltante (es decir en $714 / 616 = 1.16 \Leftrightarrow$ en un 16 %). Sea $A_s = 1.16 * 3294 = 3821 \text{ mm}^2$. Se puede alternatively disminuir la separación de las barras en un 16% $\Rightarrow 0.25 * 0.84 = 0.21 \text{ m}$.

Con barras # 6 cada 0.20 m $\rightarrow \phi M_n = 767 \text{ kN.m} > M_u = 714 \text{ kN.m} \Rightarrow$ cumple.

Un procedimiento alternativo mas directo, pero algebraicamente más laborioso, es plantear la ecuación cuadrática para “As” y utilizando la raíz positiva correcta se refuerza la sección y se revisa su capacidad de carga. En este caso se debe tener precaución de revisar las cantidades mínimas de refuerzo en la cimentación.

El refuerzo obtenido se debe colocar en las dos direcciones a una distancia de 70 mm tanto de la cara inferior como de las caras laterales de la zapata. Como el diámetro de la barra # 6 es de 19 mm la distancia al centroide de una de las capas de refuerzo es de 79.5 mm mientras que la otra es de $(70 + 19 + 19) / 2 = 98.5$ mm. En zapatas cuadradas cualquier lado puede quedar con menos brazo de palanca “ $z = d_z - a / 2$ ”, pero en zapatas rectangulares el lado de mayor momento debe quedar con mayor “z”.

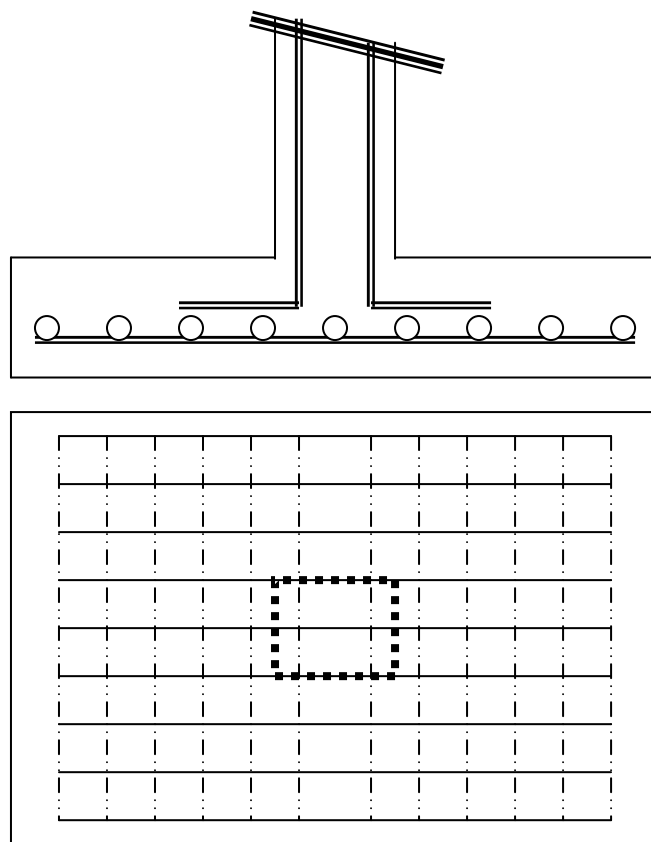


Figura 12.11 Detalles del refuerzo en zapata aislada del ejemplo 12.3

8. Determinación de las longitudes de desarrollo del refuerzo

A partir de las zonas de momento máximo las barras se deben prolongar una longitud mayor o igual a la longitud de desarrollo del refuerzo. En este caso para las condiciones dadas del ejercicio $l_d > 48 d_b$

Para barras # 6 $\Rightarrow l_d = 48 * 19 = 912$ mm = 0.91 m. Esta longitud se puede lograr sin necesidad de usar ganchos porque el refuerzo se puede prolongar por fuera de la columna una longitud de $1.22 - 0.07 = 1.15$ m > 0.91 m.

Si se usan barras # 7 estas aun no requieren ganchos pero a partir de la # 8 las longitudes de desarrollo son mayores que 1.15 m y es necesario usar ganchos.

9. Revisión de las fuerzas de transferencia columna-zapata

Se debe cumplir que: $(\phi P_n)_{zapata} \leq 2 * 0.85 * \phi * f'_c * A_1 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 2.0$

Donde A_1 es el área en planta de la columna: $0.45 * 0.45 = 0.20 \text{ m}^2$ y A_2 es el área en planta del perímetro crítico en la zapata: $0.95 * 0.95 = 0.91 \text{ m}^2$.

Ya que $0.91 / 0.20 = 2.13 > 2.0$ se debe usar pedestal.

12.5 Cimentación de zapatas con vigas de enlace o en medianería

Este tipo de cimentación se presenta cuando la línea de propiedad de la edificación impide que las zapatas de borde puedan prolongarse a todos los lados de la columna. Tal posición excéntrica produce una distribución desigual de presiones de contacto que puede llevar a la inclinación o volcamiento de la zapata. Para controlar esta excentricidad la zapata de borde se conecta con una zapata interna por medio de la viga de enlace.

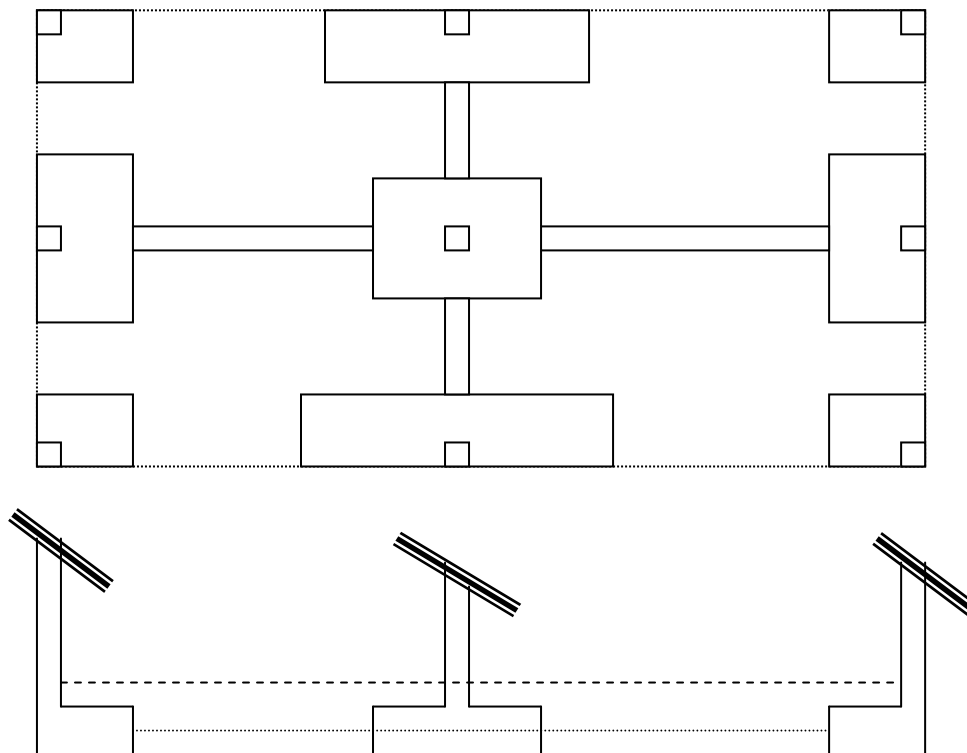


Figura 12.12 Cimentación con zapata y vigas de enlace

Ambas zapatas se dimensionan de tal forma que bajo cargas de servicio la presión bajo cada una de ellas sea uniforme y de igual magnitud. Para lograr esto es necesario que el centroide del área conjunta coincida con la resultante de las cargas que bajan por las columnas. Lo anterior se explica mejor en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 12.3 Se requiere diseñar la cimentación para una edificación que requiere viga de enlace. Los siguientes son los datos preliminares para el diseño:

Dimensiones columna exterior: $b_c = 400 \text{ mm}$ $h_c = 300 \text{ mm}$

Dimensiones columna interior: $b_c = 400 \text{ mm}$ $h_c = 400 \text{ mm}$

Carga axial última columna exterior : $P_{u \text{ ext.}} = 700 \text{ kN}$

Carga axial última columna interior: $P_{u \text{ int.}} = 1300 \text{ kN}$

Capacidad admisible del terreno: $q_{\text{adm.}} = 233 \text{ kN/m}^2$ a 1.85 m de profundidad

$f'_c = 21 \text{ MPa}$ $f_y = 420 \text{ MPa}$.

Solución:

1. Revisión de las presiones de contacto entre columna y zapata $\Rightarrow \phi P_n > P_u$

En la columna exterior: $\phi P_n = 0.70 * 0.85 * 21 * 400 * 300 = 1500 \cdot \text{kN} > 700 \text{ kN}$

En la columna interior: $\phi P_n = 0.70 * 0.85 * 21 * 400 * 400 = 2000 \cdot \text{kN} > 1300 \text{ kN}$

Se cumple que $\phi P_n > P_u$ para ambas columnas y no se requiere pedestal.

2. Dimensionamiento

Carga de servicio en columna exterior: $P_s = \frac{700}{1.5} = 467 \text{ kN}$

Carga de servicio en columna interior: $P_s = \frac{1300}{1.5} = 867 \cdot \text{kN}$

Si se asume un espesor de zapata $h_z = 600 \text{ mm} \Rightarrow d_z = 510 \text{ mm}$ (recub. $> 70 \text{ mm}$)

Área zapata interior: $A_{\text{int}} = \frac{867}{233} = 3.72 \cdot \text{m}^2 \rightarrow L_z = \sqrt{3.72} = 1.92 \cdot \text{m}$

$$\text{Área zapata exterior: } A_{ext} = \frac{467}{233} = 2.00 \cdot m^2 \rightarrow L_z = \sqrt{2.00} = 1.41 \cdot m$$

Como la zapata exterior no puede ser cuadrada, se trabaja con una rectangular equivalente. Si se asume un ancho de 1.0 m la longitud queda de 2.0 m.

3. Reacciones del terreno y revisión de las dimensiones preliminares

$$\sum M_{RI} = 0 \rightarrow 467 \cdot 5 - R_E \cdot (5.0 - 0.35) = 0 \Rightarrow R_E = 502 \cdot kN$$

$$\sum M_{RE} = 0 \rightarrow 867 \cdot (5.0 - 0.35) - R_I \cdot (5.0 - 0.35) - 467 \cdot 0.35 = 0 \Rightarrow R_I = 832 \cdot kN$$

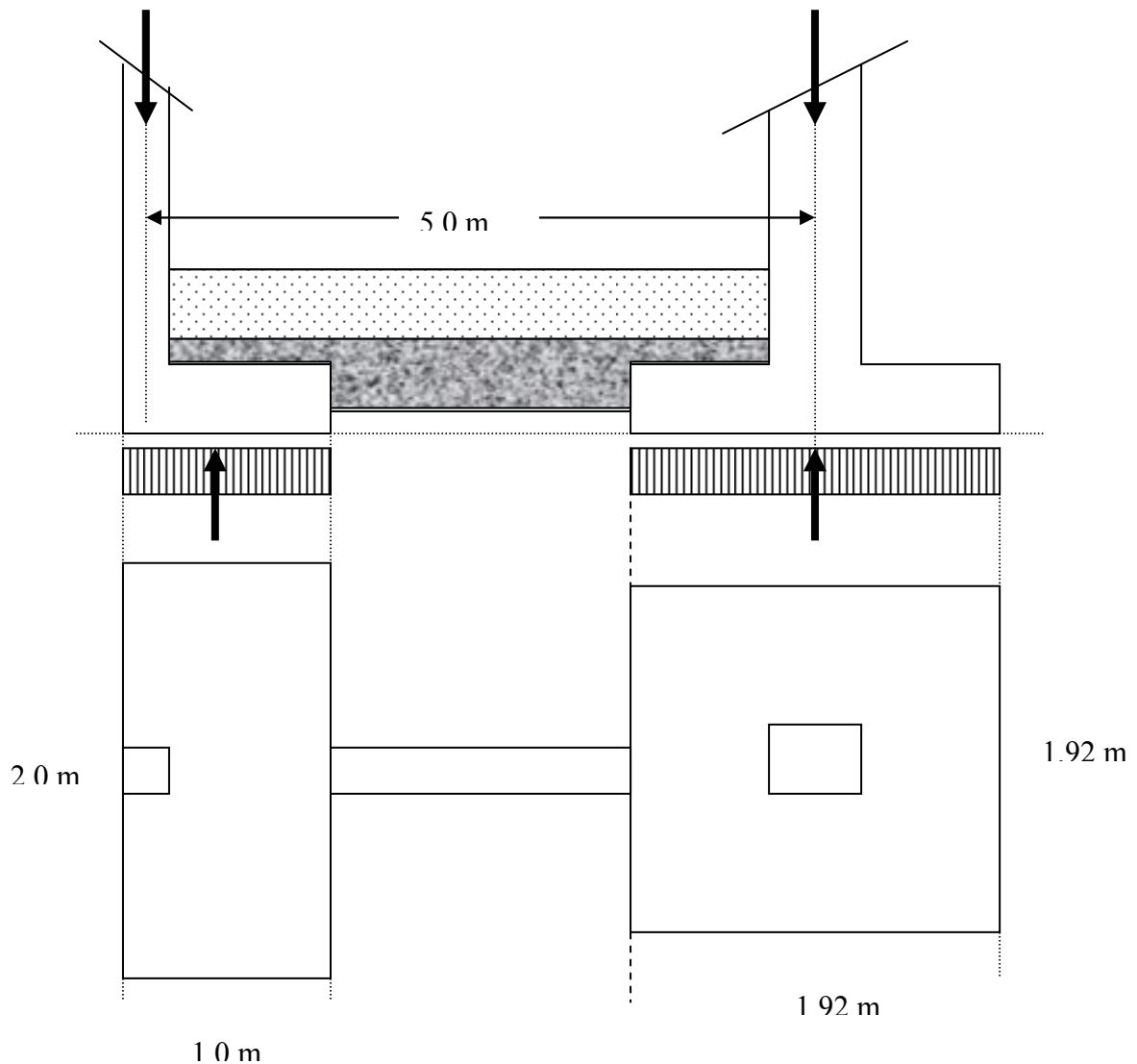


Figura 12.13 Dimensiones preliminares de zapata con viga de enlace

Las dimensiones revisadas son las siguientes:

$$A_{EXT} = \frac{502}{233} = 2.15 \cdot m^2 \Leftrightarrow b_z = 1.0 \cdot m \text{ y } L_z = 2.15 m$$

$$A_{INT} = \frac{832}{233} = 3.57 \cdot m^2 \Leftrightarrow b_z = L_z = 1.90 \cdot m$$

3. Diagramas de momento y fuerza cortante de la cimentación.

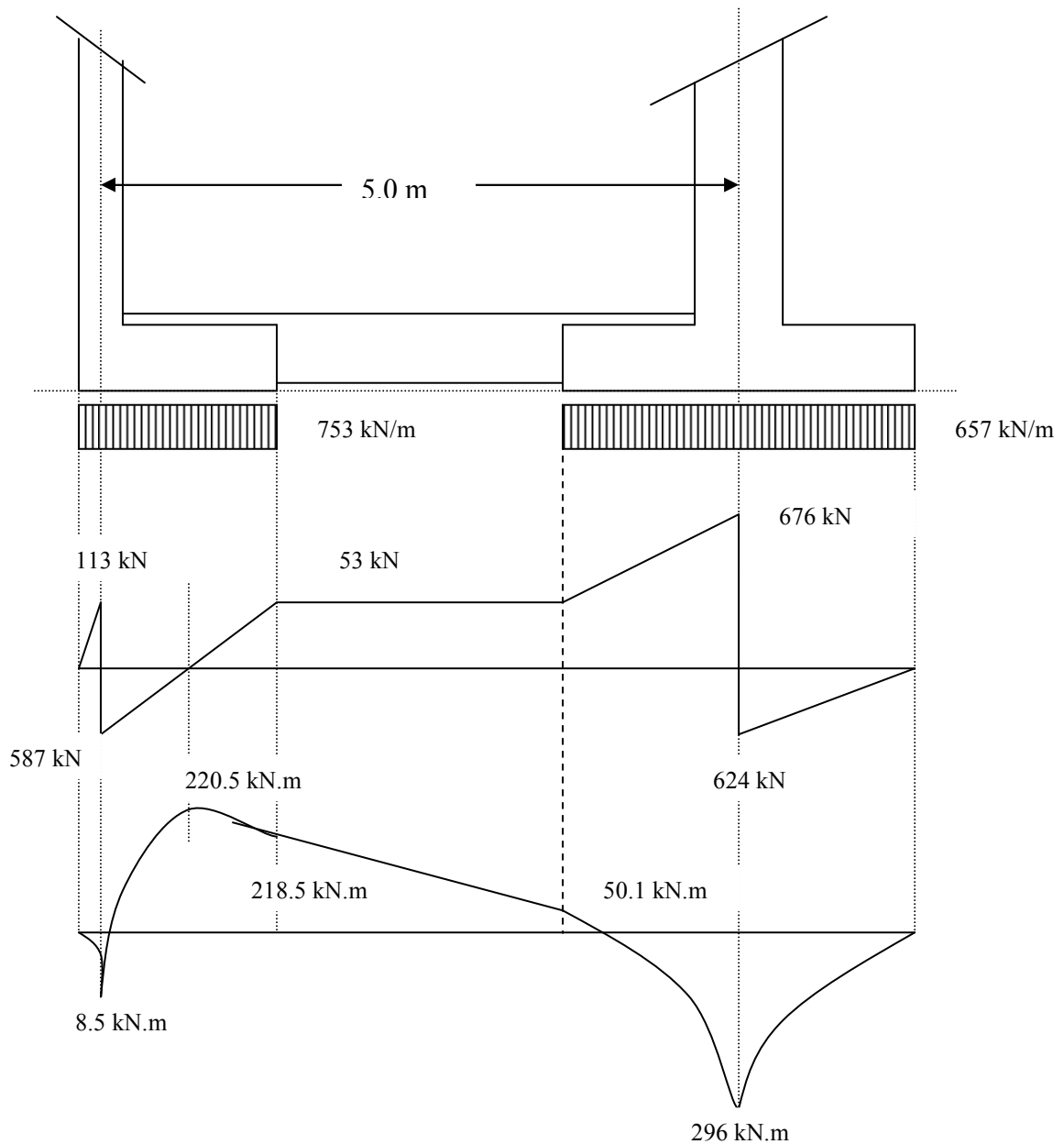


Figura 12.14 Diagramas de momento y cortante del ejemplo 12.3

Reacciones: $R_{ext.} = 502 * 1.5 = 753 \text{ kN}$

$$R_{int.} = 832 * 1.5 = 1247 \text{ kN}$$

Cargas mayoradas: $q_{ext.} = 753 \text{ kN} / 1.0 \text{ m} = 753 \text{ kN/m}$

$$q_{int.} = 1247 \text{ kN} / 1.9 \text{ m} = 657 \text{ kN/m}$$

Capacidad ultima del terreno: $q_u = 1.5 * 233 = 350 \text{ kN/m}^2$

4. Dimensionamiento y refuerzo de la viga de enlace

- Revisión a cortante

La cortante en el tramo central de la viga es constante e igual a $V_u = 53 \text{ kN}$ este valor debe ser menor o igual a ϕV_n .

$$\text{Si no se colocan estribos} \Rightarrow V_u < \phi V_n / 2 \Leftrightarrow 2 * 53000 < 0.85 * \frac{\sqrt{21}}{6} * bd$$

$$bd > 163278 \cdot \text{mm}^2 \text{ Si se asume } h_v = 600 \text{ mm} \Rightarrow b_z > 272 \text{ mm}$$

Sea $b_z = 400 \text{ mm}$ y $h_z = 600 \text{ mm} \rightarrow d_z = 510 \text{ mm}$.

Alternativamente se puede ensayar una viga de menor dimensión y colocar estribos mínimos. Por ejemplo con estribos # 3 cada 0.25 m \Rightarrow

$$\phi V_s = 0.85 * \frac{142 * 420 * d}{250} = 203d$$

$$\phi V_n = 0.65bd + 203d > 53000 \cdot N$$

Si $b_v = 400 \text{ mm} \Rightarrow d = 114 \text{ mm}$ equivalente a un espesor de $h_v = 200 \text{ mm}$.

Se conservarán las dimensiones iniciales de $b_v = 400 \text{ mm}$ y $h_v = 600 \text{ mm}$ para revisar la flexión. Si se requieren ajustes estos se pueden realizar después de verificar la flexión.

- Revisión a flexión

En el tramo central la viga de enlace esta sometida a un momento positivo de 218.5 kN.m en el punto de contacto con la zapata exterior y de 50.5 kN.m en el contacto con la zapata interior.

Para un $M_u = 218.5 \text{ kN.m} \Rightarrow$ El refuerzo mínimo a flexión es:

$$A_{s,MIN} = 0.25 * \frac{\sqrt{21}}{420} * 400 * 510 = 556 \cdot \text{mm}^2 \geq \frac{1.4}{420} * 400 * 510 = 680 \cdot \text{mm}^2$$

El refuerzo mínimo en la viga es de 680 mm²

El acero requerido por $M_u = 218.5 \text{ kN.m}$ es:

$$218.5 * 10^6 \text{ N.mm} \leq 0.90 * A_s * 420 * \left(510 - \frac{A_s * 420}{0.85 * 21 * 400} \right)$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado se obtiene un $A_s = 1341 \text{ mm}^2$

Este valor es mayor que el mínimo de $680 \text{ mm}^2 \Rightarrow$ se debe colocar un refuerzo en la zona de momento mayor o igual al calculado.

Con barras # 6 $\Rightarrow (1341 / 284) = 4.7 \Rightarrow$ Usar 5 barras # 6 $\Leftrightarrow A_s = 1420 \text{ mm}^2$

Para el momento de $M_u = 50.1 \text{ kN.m}$ se obtiene un $A_s = 268 \text{ mm}^2$. Este refuerzo es menor que el mínimo por tanto se incrementa en un 33% $\Rightarrow A_s = 357 \text{ mm}^2 \rightarrow$ Se puede colocar en esta zona 2 barras # 6 $\Rightarrow A_s = 568 \text{ mm}^2$.

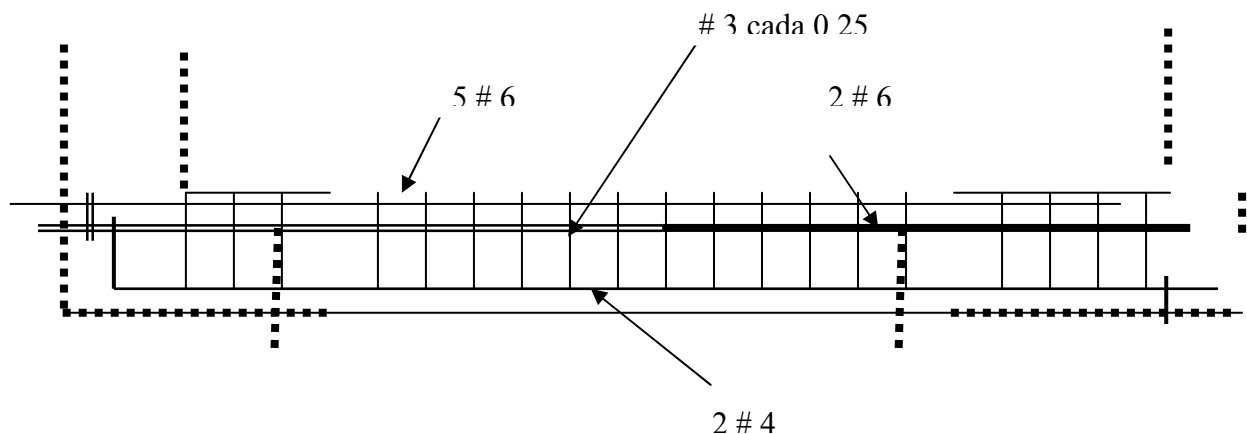


Figura 12.15 Detalles de la viga de enlace del ejemplo 12.4

5. Dimensionamiento y refuerzo de las zapatas

Para el diseño de las zapatas la presión de contacto producida por las cargas externas mayoradas es:

$$q_u = \frac{700 + 1300}{(1.00 * 2.15 + 1.90 * 1.90)} = \frac{2000}{5.76} = 347 \cdot \text{kN} / \text{m}^2$$

Esta es la carga que le transmite el terreno (por reacción) a las zapatas.

- Zapata exterior

Esta se diseña como si fuera una zapata de muro por la presencia de la viga de enlace. En este caso esta última actúa como una carga uniforme sobre el ancho de la zapata en forma similar a lo indicado en el ejemplo 12.1.

$$V_{ud} = 347 \cdot \left[\frac{(2.15 - 0.40)}{2} - 0.51 \right] = 127 \cdot kN / m$$

$$M_u = 347 \cdot \left(\frac{0.875^2}{2} \right) = 133 \cdot kN \cdot m / m$$

Con estos valores se determina el refuerzo a cortante y flexión en forma similar a lo presentado en los dos ejemplos anteriores.

- Zapata interior

En este caso aunque la zapata trabaje conjuntamente con la viga de enlace esta puede diseñarse en forma segura como una zapata aislada cuadrada.

La diferencia principal es que debido a la presencia de la viga de enlace, la cortante de punzonamiento, no se presenta a lo largo de la superficie en forma de tronco de pirámide como se indicó anteriormente. Por esta razón la cortante en dos direcciones debe ser revisada a una distancia “d/2” por fuera de la viga de enlace y de la cara de la columna, siendo “d” la altura efectiva de la zapata. Tanto la flexión como la cortante en una dirección se revisan en una sección localizada a una distancia “d” de la cara de la columna.