



Universidad Nacional del Litoral



Mecánica Computacional

Docentes:

Dr. Norberto Marcelo Nigro (nnigro@intec.unl.edu.ar)

MSc. Gerardo Franck (gerardofranck@yahoo.com.ar)

Ing. Diego Sklar (diegosklar@gmail.com)

GUIA DE TRABAJOS PRACTICOS Nº 2.2

MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS 2D

Ejercicio 1

Armar la matriz elemental del operador Laplaciano:

- a) Para un elemento triangular lineal genérico.
- b) Para un elemento cuadrangular bilineal genérico.

Ejercicio 2

- a) Determinar la distribución de temperatura en una placa cuadrada de espesor unitario de dimensión 5 [cm] de lado, resolviendo la conducción de calor en estado estacionario $k\Delta T + Q = 0$. Discretizar el dominio en dos elementos triangulares cortando la placa desde el extremo superior izquierdo hacia el extremo inferior derecho. El elemento triangular superior tiene una tasa de generación de calor de 1.2 [W/cm³]. En cambio en el elemento triangular inferior hay una fuente puntual de 5.0 [W/cm] en la dirección del espesor, ubicada en el punto $P = (1,1)$. Además de las fuentes mencionadas, el lado inferior de la placa está aislado y el lado derecho tiene una temperatura de 100 °C, el lado superior está sujeto a un flujo de calor convectivo con un coeficiente de $h = 1.2$ [W/cm² K] y a una temperatura ambiente constante de 30 °C. Por último el lado vertical izquierdo presenta un flujo de calor de $q = 2$ [W/cm²]. La conductividad térmica del material es de $k = 2$ [W/cm K].
- b) Repetir la condición de contorno mixta con diferentes coeficientes peliculares (h).
- c) Determinar la temperatura máxima. ¿Cómo se comporta la temperatura máxima a medida que el coeficiente pelicular disminuye? ¿Cuál sería la temperatura máxima para el coeficiente pelicular tendiendo a cero? ¿A qué condición de contorno correspondería?

Ejercicio 3

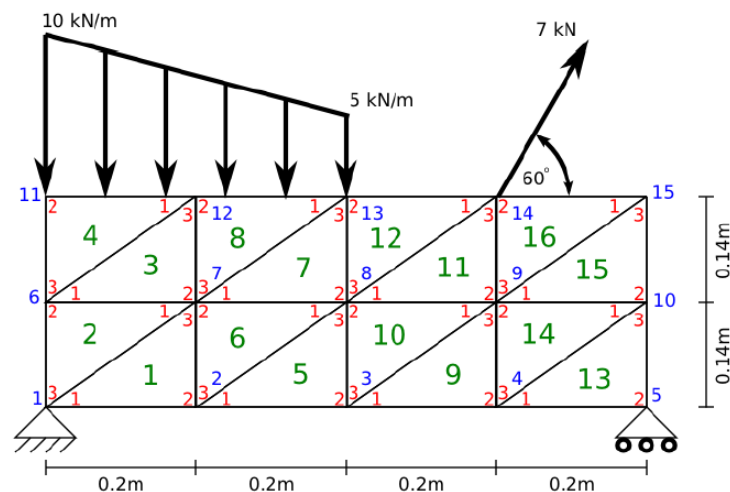
Resolver el ejercicio 5, 6 y 7 de la Guía de Residuos Ponderados a partir de elementos triangulares y cuadrangulares.

Ejercicio 4

Dada la viga cuyas dimensiones son las mostradas en la Figura 1, suponiendo que la densidad del material es 7850 kg/m^3 , la aceleración de la gravedad es 9.81 m/seg^2 , el Módulo de Elasticidad $E = 200 \text{ GPa}$, el coeficiente de Poisson 0.30 y con un espesor de 10 cm . Calcule y programe por el método de Elementos Finitos los campos de esfuerzos (tensiones), desplazamientos y deformaciones de dicha viga, utilizando un modelo bidimensional de Tensión Plana:

- Con Elementos planos triangulares lineales.
- Con Elementos planos cuadriláteros lineales.

NOTA: Se puede utilizar la numeración mostrada en la figura para elementos triangulares, proponer una para elementos cuadriláteros.



Ejercicio 5

- Un elemento isoparamétrico tiene cuatro nodos en los vértices de coordenadas cartesianas $(0,0)$; $(40,0)$; $(10,10)$ y $(0,20)$ expresadas en cm (ver la Figura 1). Calcular:
 - Las ecuaciones de transformación de coordenadas cartesianas a naturales.
 - El Jacobiano y comprobar si el elemento es aceptable.
- Para el conjunto de elementos triangulares lineales de la Figura 2, calcular:
 - Las ecuaciones de transformación de coordenadas cartesianas a naturales.
 - El Jacobiano de los elementos y su inversa.
 - La matriz de deformación de los triángulos.
 - La matriz de rigidez del conjunto.

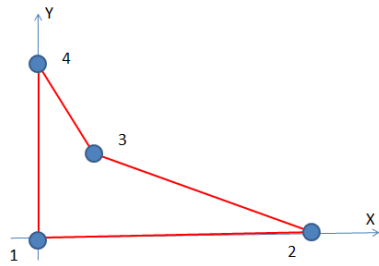


Figura 1: Elemento isoparamétrico

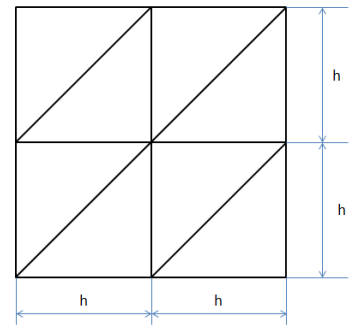


Figura 2

Ejercicio 6

Escriba un programa de elementos finitos que resuelva el problema de transmisión de calor en la placa de la figura 3.1 (placa de espesor unitario). Las condiciones de contorno son las de las impuestas en dicha figura. La solución al problema es la mostrada en la figura 3.2.

- Resolver la ecuación en estado estacionario: $\nabla \cdot (-k \nabla \phi) = 0$
- Resolver la ecuación en estado transiente: $\frac{\partial \phi}{\partial t} = \nabla \cdot (-k \nabla \phi)$. Calcule la evolución temporal de la temperatura en el punto P de la figura para estimar cuando se llega a un estado estacionario. Graficar dicha evolución.

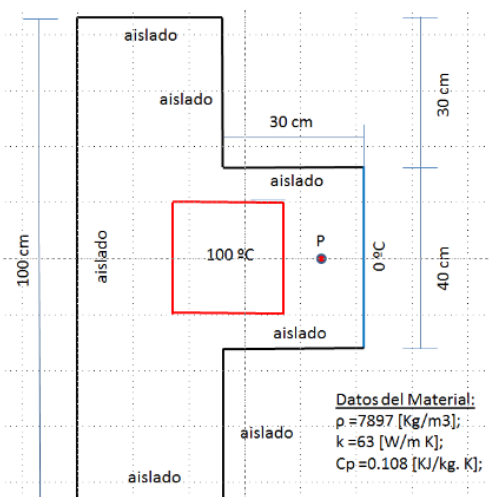


Figura 3.1 Dominio del problema y condiciones de borde.

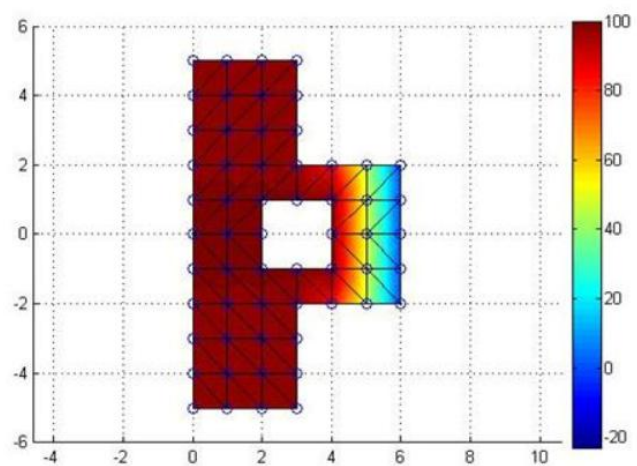


Figura 3.2 Campo de Temperaturas