UNL FICH Universidad Nacional del Litoral

Mecánica Computacional

Docentes:
Dr. Norberto Marcelo Nigro (nnigro@intec.unl.edu.ar)
MSc. Gerardo Franck (gerardofranck@yahoo.com.ar)
Ing. Diego Sklar (diegosklar@gmail.com)

GUIA DE TRABAJOS PRACTICOS Nº 0

INTRODUCCIÓN A MODELOS DE ECUACIONES

MÉTODO DE DIFERENCIAS FINITAS

Ejercicio 1

Dada la ecuación diferencial de transferencia de calor en una dimensión, hallar el campo de temperaturas T(x) tal que

$$\boldsymbol{\nabla}.(\boldsymbol{k}\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{T}) + \boldsymbol{G} - \boldsymbol{c}\boldsymbol{T} = \boldsymbol{0} \qquad \forall \boldsymbol{x} \in [\boldsymbol{0}, \boldsymbol{L}]$$

$$\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}) = \boldsymbol{T_0}$$

$$\boldsymbol{T}(\boldsymbol{x} = \boldsymbol{L}) = \boldsymbol{T_L}$$

Se sabe que la solución analítica de este problema se puede escribir como:

$$T = Ae^{\lambda_1 x} + Be^{\lambda_2 x}$$

- Reemplace la solución analítica en la ecuación diferencial y aplique las condiciones de contorno usando $T_0 = 0$ y $T_L = 1$, k = 1, c = 1 y G = 1.
- Grafique la solución analítica con Octave/Matlab.
- Calcule el flujo de calor en función de la posición. Grafíquelo.
- Implementar una función en Matlab/Octave [T,q]=Ej1(N) que reciba la cantidad de nodos con los que se desea dividir el dominio y retorne los valores de temperatura y flujo de calor en cada nodo, aplicando el método de diferencias finitas con aproximaciones de segundo orden. Compare con la solución analítica.

Ejercicio 2

Repita el problema anterior pero ahora reemplace la condición de contorno del extremo derecho para x = L por una condición del tipo $\bar{q}$(x = L) = 1. Implementar la misma función que en el problema anterior respetando la nueva condición de borde y compare resultados con la solución analítica.

Ejercicio 3

Los problemas de elasticidad lineal vienen gobernados por la ecuación de equilibrio

$$\nabla.\sigma + X = 0$$

Donde $\sigma = \boldsymbol{D}\varepsilon$, siendo ε el tensor de deformación, σ el tensor de tensiones y **D** la matriz que relaciona las tensiones con deformaciones. Se sabe que existe una relación entre deformaciones y desplazamientos ε = **Lu** donde **L** es un operador diferencial que las relaciona (para más detalles tomar las expresiones de la literatura).
Suponiendo que el campo de desplazamientos obtenido para un problema en 2D ajusta bien la función analítica:

$$\boldsymbol{u} = \binom{u}{v}$$

$$u(x,y) = -0.1\sin\left(\frac{\pi x}{L_x}\right)\cos\left(\frac{\pi y}{2L_y}\right)$$

$$v(x,y) = -0.1\sin\left(\frac{\pi x}{2L_x}\right)\cos\left(\frac{\pi y}{L_y}\right)$$

Calcular:

- El tensor de deformación ε(x,y) y graficarlo.
- El tensor de tensiones σ(x,y) y graficarlo.
- La fuerza externa que es capaz de producir tal solución en desplazamientos y graficarla.
- Implementar una función en Matlab/Octave [E,T,F]=Ej3(u,v) que reciba los vectores de desplazamiento u y v y retorne el tensor de deformaciones E, el tensor de tensiones T y la fuerza externa F de cada nodo, utilizando el método de diferencias finitas con aproximaciones de segundo orden. Compare con la solución analítica.