

Anexos - Dime con quién andas .. : Identificación de preferencias por estatus socioeconómico en redes - Universidad de los Andes

Santiago Neira Hernández

21 de julio de 2025

Índice

A. Anexos	2
A.1. Estadísticas descriptivas - Composición de cohortes	2
A.2. Ejemplificando la metodología cuando cuando $D = L = 1$, $X = \{A, B\}$	3
A.2.1. Tipos de red	3
A.2.2. Clases de preferencias	3
A.2.3. Problema QP	4
A.2.4. Solución al problema QP	5
A.3. Objetos y complejidad computacional para modelo con $D = L = 1$, $X = \{A, B\} \times \{1, \dots, n\}$	6
A.3.1. Objetos	7
A.3.2. Implementación y simplificación del problema QP.	8
A.4. Resultados de <i>type-shares</i> para redes de mejores amigos	10
A.5. Preferencias por status socioeconómico	11
A.6. Análisis de contrafactuals	36
A.7. Diferencias de medias para distribuciones por contrafactuals vs factual.	61

A. Anexos

A.1. Estadísticas descriptivas - Composición de cohortes

Cuadro 1: Composición de cohortes y carreras. N_B y N_A son la cantidad de estudiantes de estrato bajo (1,2) y alto (≥ 3) respectivamente. $\frac{\mu_B}{\mu}$ mide la proporción de estudiantes de estrato bajo dentro del número total de estudiantes.

	201610			201620			201710			201720			201810			201820		
	N_B	N_A	$\frac{\mu_B}{\mu}$															
Arquitectura	7	57	11 %	3	64	4 %	15	56	21 %	3	62	5 %	11	35	24 %	5	51	9 %
Biología	11	24	31 %	2	26	7 %	9	14	39 %	1	15	6 %	1	8	11 %	3	14	18 %
IngBiomédica	21	48	30 %	5	46	10 %	32	30	52 %	3	38	7 %	9	53	15 %	6	57	10 %
Administración	2	58	3 %	0	69	0 %	3	56	5 %	0	72	0 %	4	67	6 %	1	105	1 %
IngQuímica	31	59	34 %	0	65	0 %	36	54	40 %	6	43	12 %	15	39	28 %	8	31	21 %
Química	14	17	45 %	0	5	0 %	8	12	40 %	5	3	63 %	1	7	13 %	0	3	0 %
IngCivil	32	49	40 %	2	64	3 %	31	40	44 %	6	80	7 %	26	44	37 %	9	56	14 %
IngSistemas	43	63	41 %	5	53	9 %	33	53	38 %	1	78	1 %	17	60	22 %	9	58	13 %
Economía	15	66	19 %	2	93	2 %	7	66	10 %	2	74	3 %	15	75	17 %	3	95	3 %
IngEléctrica	17	5	77 %	1	8	11 %	16	7	70 %	1	6	14 %	3	7	30 %	3	8	27 %
IngElectrónica	31	39	44 %	1	25	4 %	24	24	50 %	1	33	3 %	15	25	38 %	4	28	13 %
IngAmbiental	24	42	36 %	1	27	4 %	26	28	48 %	0	23	0 %	4	23	15 %	3	20	13 %
Geociencias	6	21	22 %	0	7	0 %	6	6	50 %	2	10	17 %	3	16	16 %	9	8	53 %
Gobierno	9	27	25 %	3	47	6 %	10	29	26 %	1	41	2 %	2	30	6 %	3	34	8 %
IngIndustrial	29	113	20 %	1	122	1 %	19	77	20 %	5	120	4 %	10	98	9 %	1	164	1 %
Derecho	20	60	25 %	2	83	2 %	15	49	23 %	1	56	2 %	19	63	23 %	11	91	11 %
Literatura	4	18	18 %	1	14	7 %	11	18	38 %	2	14	13 %	2	21	9 %	3	11	21 %
Matemáticas	1	9	10 %	0	6	0 %	1	11	8 %	2	9	18 %	2	9	18 %	0	11	0 %
IngMecánica	28	64	30 %	2	67	3 %	22	55	29 %	3	68	4 %	13	57	19 %	7	66	10 %
Medicina	23	36	39 %	6	62	9 %	15	21	42 %	5	59	8 %	11	22	33 %	11	55	17 %
Microbiología	10	9	53 %	2	14	13 %	15	11	58 %	4	9	31 %	2	13	13 %	1	8	11 %
Música	11	18	38 %	2	16	11 %	4	17	19 %	5	22	19 %	2	9	18 %	2	11	15 %
Física	9	21	30 %	2	12	14 %	8	21	28 %	1	12	8 %	11	12	48 %	8	20	29 %
Total	502	1168	30 %	55	1320	4 %	476	1003	32 %	75	1285	6 %	226	1014	18 %	136	1281	10 %

A.2. Ejemplificando la metodología cuando $D = L = 1$, $X = \{A, B\}$

Para exemplificar el modelo, sus objetos, y la construcción del equilibrio, primero mostraré el caso cuando de $D = L = 1$ y $X = \{A, B\}$. Esto quiere decir que nuestro objeto de estudio serán individuos cuya única característica relevante será si son de estrato socioeconómico alto ($x_i = A$) o bajo ($x_i = B$), y únicamente permitiremos que cada individuo esté aislado o tenga un único amigo. Para esta especificación, las utilidades relevantes sólamente ocurren cuando un individuo tiene conexión. Estas se simplifican en:

$$\begin{aligned} u_i(A, A) &= f(A, A) + \epsilon_i(A) & u_i(A, B) &= f(A, B) + \epsilon_i(B) \\ u_i(B, A) &= f(B, A) + \epsilon_i(A) & u_i(B, B) &= f(B, B) + \epsilon_i(B) \end{aligned}$$

Si renombramos los parámetros como $f_{AA}, f_{AB}, f_{BA}, f_{BB}$ el vector asociado θ se define como $\theta : (f_{AA}, f_{AB}, f_{BA}, f_{BB})$. Cada individuo estará dotado también de dos choques de preferencias, uno cuando el individuo es de estrato alto, y otro cuando es de estrato bajo.

A.2.1. Tipos de red

Los tipos de red en esta especificación están determinados por si un individuo está conectado o no, y en caso de que esté conectado, por si está conectado con alguien de su mismo estrato socioeconómico o por alguien de un estrato diferente. Estos se simplifican en

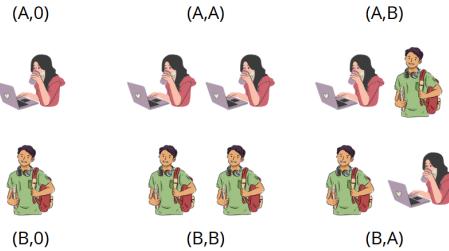


Figura 1: Tipos de red para $D = L = 1$, $X = \{A, B\}$

La figura anterior muestra que hay 6 tipos relevantes que colapsan las características de los individuos y las posibles redes. Los tipos $(A, 0)$, $(B, 0)$ hacen referencia a los individuos de estrato alto y bajo que están solos. Los tipos quedan enteramente determinados por las covariables de los individuos, lo cual simplifica de manera considerable la definición de los objetos.

En este contexto, una red queda tipificada por un vector de type-shares definido como:

$$\pi = \left\{ \pi_{(B,0)}, \pi_{(B,B)}, \pi_{(B,A)}, \pi_{(A,0)}, \pi_{(A,B)}, \pi_{(A,A)} \right\}$$

A.2.2. Clases de preferencias

En esta nueva forma de entender la red con base a tipos quisieramos caracterizar los equilibrios con base a la noción de *Estabilidad por pares* denotada antes. Para esto se usan las denominadas clases de preferencia.

Supongamos un ejemplo de un individuo de estrato bajo donde sus choques de preferencia son tales que prefiere tener una conexión con un individuo de estrato bajo a estar solo, pero no preferiría estar con un individuo de estrato alto a estar solo. Esto quiere decir que $f_{BB} + \epsilon_i(B) \geq 0$ y que $f_{BA} + \epsilon_i(A) < 0$. Para este individuo su clase de preferencia sería $H : \{(B, 0), (B, B)\}$ ¹.

¹Bajo la definición de H, no es posible quitar conexiones para un individuo aislado, por lo que $(B, 0)$ y $(A, 0)$ estarán en todas las clases de equivalencia dependiendo de si el individuo es B o es A

Para los individuos de estrato bajo, hay 4 clases de preferencia: $H_1 = \{(B, 0)\}$, aquellos que prefieren estar solos a tener conexión alguna, $H_2 = \{(B, 0), (B, B)\}$ aquellos que prefieren tener una conexión con individuos de estrato bajo, $H_3 = \{(B, 0), (B, A)\}$, aquellos que prefieren tener una conexión con individuos de estrato alto, y $H_4 = \{(B, 0), (B, B), (B, A)\}$ aquellos que prefieren estar conectados con cualquier persona. De manera similar las clases de preferencia para los individuos de estrato alto serán $H_5 = \{(A, 0)\}$, $H_6 = \{(A, 0), (A, A)\}$, $H_7 = \{(A, 0), (A, B)\}$, y $H_8 = \{(A, 0), (A, B), (A, A)\}$.

Recordando a $\alpha_H(t)$ como parámetro de asignación de un individuo de tipo t a una clase H , y abusando notación a través de la numeración de clases mostrada para este ejercicio, podríamos ver por ejemplo, que la proporción predicha de individuos de estrato bajo que tienen conexiones con individuos de estrato alto sería:

$$m_{(B,A)}(\theta, \alpha) := \frac{\mu_{(B,A)}}{\mu} \left(Pr(H_1|B)\alpha_1(B, A) + Pr(H_2|B)\alpha_2(B, A) \right. \\ \left. + Pr(H_3|B)\alpha_3(B, A) + Pr(H_4|B)\alpha_4(B, A) \right)$$

A.2.3. Problema QP

Con los objetos ejemplificados, procedo a simplificar el problema QP utilizando las condiciones de estabilidad por pares:

1. Condición 1: Aquellos individuos que están conectados prefieren tener la conexión a no tenerla.

En términos de las clases de preferencia, esto quiere decir que si un tipo no está en la clase de preferencia, debe ser cierto que el parámetro de asignación en equilibrio para esa combinación debe ser necesariamente 0.

Notacionalmente lo anterior es equivalente a $t \notin H \Rightarrow \alpha_H(t) = 0$, la tercera condición de la restricción del problema QP generalizado.

Siendo así, tendremos que considerar únicamente 16 parámetros de asignación:

$$\begin{array}{cccc} \alpha_1(B, 0) & \alpha_3(B, A) & \alpha_5(A, 0) & \alpha_7(A, B) \\ \alpha_2(B, 0) & \alpha_4(B, 0) & \alpha_6(A, 0) & \alpha_8(A, 0) \\ \alpha_2(B, B) & \alpha_4(B, B) & \alpha_6(A, A) & \alpha_8(A, B) \\ \alpha_3(B, 0) & \alpha_4(B, A) & \alpha_7(B, 0) & \alpha_8(A, A) \end{array}$$

2. Condición 2: Aquellos individuos que no tienen conexión prefieren no tener esta conexión a estar conectados

Teniendo en cuenta que las variables de control son los parámetros de asignación, la matriz Q será una matriz cuadrada de dimensión 16 (número de variables) que está llena de 1's y 0's. En esta matriz habrán unos cuando individuos pertenecientes a las clases de equivalencia denotadas en los parámetros *puedan* desviarse y añadir un link entre sí.

En nuestra simplificación, la matriz Q será:

$\alpha_1(B, 0)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\alpha_2(B, 0)$	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\alpha_2(B, B)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\alpha_3(B, 0)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
$\alpha_3(B, A)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\alpha_4(B, 0)$	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
$\alpha_4(B, B)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\alpha_4(B, A)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\alpha_5(A, 0)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\alpha_6(A, 0)$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
$\alpha_6(A, A)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\alpha_7(A, 0)$	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\alpha_7(A, B)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\alpha_8(A, 0)$	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
$\alpha_8(A, A)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\alpha_8(A, B)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Figura 2: Matriz Q para $D = L = 1$ y $X = \{A, B\}$

Dos ejemplos para entender mejor esta construcción. Note que en H_1 no pueden haber otros tipos que no sean $(B, 0)$ luego no habrá la posibilidad de que individuos en esta clase tengan incentivos a generar vínculos con otros individuos de *cualquier* clase. Para el caso de $\alpha_2(B, 0)$, notemos que sólamente podrá haber incentivos a generar enlaces con individuos que estén en H_2 o en H_4 . Por la restricción de $L = 1$, sólamente podrán haber incentivos a generar enlaces con tipos que estén aislados. Por este motivo hay 1's en la entrada de su diagonal, y con la columna asociada a $\alpha_4(B, 0)$.

La función a optimizar $\alpha^T Q \alpha$ contendrá entonces la medida de individuos con incentivos a querer generar enlaces, por lo que en el óptimo dicho valor *deberá* ser 0.

A.2.4. Solución al problema QP

Por las restricciones al problema, y teniendo en cuenta el hecho de que la función valor debe ser cero, podemos encontrar una forma cerrada para los parámetros de asignación en relación a los *type-shares* observados. Veamos un par de comentarios para el desarrollo de la solución.

En primer lugar, y teniendo en cuenta la construcción del problema QP, no pueden existir factores cuadráticos la función a minimizar. Estos factores cuadráticos se encuentran en las entradas no nulas de la diagonal de la matriz. De esta manera podemos ver que $\alpha_2(B, 0)$, $\alpha_4(B, 0)$, $\alpha_6(A, 0)$ y $\alpha_8(A, 0)$ tienen que ser 0. Teniendo en cuenta las restricciones del problema QP de la formulación ?? vamos a tener que $\alpha_2(B, B) = \alpha_4(B, B) = \alpha_6(A, A) = \alpha_8(A, A) = 1$. Bajo el mismo argumento, y teniendo en cuenta que hay un único tipo en las clases de preferencia H_1 y H_5 , tendremos que $\alpha_1(B, 0) = \alpha_5(A, 0) = 1$. Para finalizar el análisis de los parámetros de asignación, podemos observar que, nuevamente por las restricciones del problema QP y la inicial simplificación del tamaño de parámetros a escoger,

$$\begin{aligned}\alpha_3(B, 0) + \alpha_3(B, A) &= 1 \rightarrow \alpha_3(B, 0) = 1 - \alpha_3(B, A) \\ \alpha_4(B, B) + \alpha_4(B, A) &= 1 \rightarrow \alpha_4(B, 0) = 1 - \alpha_4(B, A) \\ \alpha_7(A, 0) + \alpha_3(A, B) &= 1 \rightarrow \alpha_7(A, 0) = 1 - \alpha_7(A, B) \\ \alpha_8(A, A) + \alpha_8(A, B) &= 1 \rightarrow \alpha_8(B, 0) = 1 - \alpha_8(B, A)\end{aligned}$$

Esto muestra que, de 16 parámetros iniciales de asignación que se debían optimizar, tendremos un problema que limita únicamente a encontrar 4.

En segundo lugar, veamos cómo se relacionan el vector de *type-shares* con el vector de parámetros de utilidad en una solución del problema QP.

Por el primer conjunto de restricciones de la formulación ??, tendremos un set de 6 ecuaciones que relacionarán el vector de tipos con el vector de parámetros de utilidad. Construiremos la primera restricción a manera de ejemplo.

Para el caso de $\pi_{(B,0)}$, tendríamos que garantizar que:

$$\begin{aligned}\pi_{(B,0)} &:= \frac{\mu_{(B,0)}}{\mu} \left(Pr(H_1|B)\alpha_1(B,0) + Pr(H_2|B)\alpha_2(B,0) \right. \\ &\quad \left. Pr(H_3|B)\alpha_3(B,0) + Pr(H_4|B)\alpha_4(B,0) \right) \\ &= \frac{\mu_{(B,0)}}{\mu} \left(Pr(H_1|B) + Pr(H_3|B)\alpha_3(B,0) \right)\end{aligned}$$

Para encontrar $Pr(H_1|B)$ es suficiente ver que el individuo (de clase B) no debe tener incentivos a tener cualquier tipo de relación de amistad: $u_i(B, B) < 0, u_i(B, A) < 0$. Siendo así²:

$$\begin{aligned}Pr(H_1|B) &= Pr(u_i(B, B) < 0)Pr(u_i(B, A) < 0) \\ &= Pr(f_{BB} + \epsilon_i(B) < 0)Pr(f_{BA} + \epsilon_i(A) < 0) \\ &= Pr(f_{BB} < -\epsilon_i(B))Pr(f_{BA} < -\epsilon_i(A)) \\ &= Pr(-f_{BB} > \epsilon_i(B))Pr(-f_{BA} > \epsilon_i(A)) \\ &= (1 - f_{BB})(1 - f_{BA})\end{aligned}$$

De la misma forma se puede ver que $Pr(H_3|B) = (1 - f_{BB})f_{AA}$. Así, podemos simplificar la restricción como:

$$\pi_{(B,0)} = \frac{\mu_{(B,0)}}{\mu} \left((1 - f_{BB})(1 - f_{BA}) + (1 - \alpha_3(B, A))(1 - f_{BB})f_{BA} \right)$$

De esta manera, un vector θ soluciona el problema QP dado un π cuando³:

$$\begin{aligned}\tilde{\pi}_{(B,0)} &= (1 - f_{BB})(1 - f_{BA}) + (1 - \alpha_3(B, A))(1 - f_{BB})f_{BA} \\ \tilde{\pi}_{(B,B)} &= f_{BB}(1 - f_{BA}) + (1 - \alpha_4(B, A))f_{BB}f_{BA} \\ \tilde{\pi}_{(B,A)} &= \alpha_3(B, A)(1 - f_{BB})f_{BA} + \alpha_4(B, A)f_{BB}f_{BA} \\ \tilde{\pi}_{(A,0)} &= (1 - f_{AA})(1 - f_{AB}) + (1 - \alpha_7(A, B))(1 - f_{AA})f_{AB} \\ \tilde{\pi}_{(A,A)} &= f_{AA}(1 - f_{AB}) + (1 - \alpha_8(A, B))f_{AA}f_{AB} \\ \tilde{\pi}_{(A,B)} &= \alpha_7(A, B)(1 - f_{AA})f_{AB} + \alpha_8(A, B)f_{AA}f_{AB} \\ \alpha_7(A, B)(1 - \alpha_3(B, A)) &= 0 \quad \alpha_4(B, A), \alpha_8(A, B) \text{ libres}\end{aligned}\tag{1}$$

Esta noción de equilibrio se puede dar en el *dual*. Esto quiere decir que, dado un θ , un vector π es consistente con una red de estabilidad por pares si se cumplen las ecuaciones mostradas. El conjunto de ecuaciones A.2.4 generan un par de correspondencias óptimas para encontrar soluciones al problema de identificación:

$$\pi^* = \Gamma_1(\theta^*, \alpha), \theta^* = \Gamma_2(\pi^*, \alpha)$$

A.3. Objetos y complejidad computacional para modelo con $D = L = 1$, $X = \{A, B\} \times \{1, \dots, n\}$

Este anexo se encarga de evidenciar la magnitud del problema de aproximar el componente de exposición a una situación donde los estudiantes se asignan a un conjunto de n clases. Veremos los nuevos objetos, posibles configuraciones de utilidad, *type-shares* y un poco de la derivación del nuevo problema QP.

²La última igualdad proviene de que si $x \sim U(-1, 0)$, $Pr(x < a) = x + 1, a \in (-1, 0)$

³Para simplificar la notación, decimos que $\tilde{\pi}_t = \pi_t \times \frac{\mu}{\mu_t}$

A.3.1. Objetos

1. **Espacio de covariables X :** Abusando de notación, podemos ver que el espacio de covariables se puede determinar como

$$X = \{A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_n\}$$

En este caso, si un estudiante tiene covariables A_1 quiere decir que es un individuo de estrato Alto y que pertenece a la clase 1.

2. **Possibles configuraciones de utilidad, conjunto de parámetros a estimar** Teniendo en cuenta este nuevo espacio de covariables, el conjunto de posibles combinaciones de utilidad relevantes a estimar en este caso es:

$$U = \{u_i(\cdot, \cdot)\} = \left\{ f(x_i, x_j) + \epsilon_i(x_j) : x_i, x_j \in X \right\}$$

Dado que, hay $2 \times n$ combinaciones de covariables para cada individuo, tendremos un total de posibles combinaciones de utilidad (y de parámetros asociados) de $(2 \times n)^2 = 4n^2$

3. **Tipos de red:** El vector de typeshares asociados estará determinado por:

$$\pi = \left\{ \pi_{(x_i, \tilde{x}_j)} : x_i \in X, \tilde{x}_j \in X \cup \{0\} \right\}$$

Bajo esta construcción, es claro que $|\pi| = 2n + 4n^2 = 2n(2n + 1)$

4. **Clases de preferencia:** Las clases de preferencia se pueden definir como⁴:

$$H = \left\{ H_{(x_i, S)} : x_i \in X, S \subseteq X \right\}, H_{(x_i, S)} = \{(x_i, 0)\} \bigcup_{x_j \in S} \{(x_i, x_j)\}$$

Acá podemos definir a S como el conjunto de posibles características de individuos del alter (con el que está conectado el individuo) que son “suficientes” para él. Por ejemplo, si consideramos a un individuo con $x_i = A_1$ y $S = \{A_1, A_2\}$ la clase de preferencia relevante será $H_{(A_1, \{A_1, A_2\})} = \{(A_1, 0), (A_1, A_1), (A_1, A_2)\}$. Este individuo está en la región del hipespacio de errores que lo hacen querer tener relaciones con individuos que sean o A_1 o A_2 . Teniendo en cuenta que $|S| = 2^{|X|}$ el tamaño del conjunto de las posibles clases de preferencia será $|H| = |X| \times 2^{|X|} = 2n \times 2^{2n}$

5. **Parámetros de asignación:** Los parámetros de asignación estarán **inicialmente** definidos para cualquier combinación de tipo y clase de preferencia:

$$\alpha = \{\alpha_{(x_i, S)}(x_i, \tilde{x}_j), x_i \in X, \tilde{x}_j \in X \cup \{0\}, S \subseteq X\}$$

En este caso, tendremos que habrán $|\alpha| = 4n^2(2n + 1)2^{2n}$ parámetros de asignación.

Para distintos valores de n , la cantidad de objetos a considerar es :

n	$ U $	$ \pi $	$ H $	$ \alpha $
2	16	20	64	1,280
3	36	42	384	16,128
4	64	72	2,048	147,456
6	144	156	49,152	7,667,712
10	400	420	20,971,520	8,808,038,400

Cuadro 2: Tamaño de objetos clave en el modelo para distintos valores de n

⁴Por convención, $H_{(x_i, \emptyset)} = \{(x_i, 0)\}$

A.3.2. Implementación y simplificación del problema QP.

La sección anterior deja en clara evidencia la complejidad computacional de este nuevo framework, en tanto que la cantidad de objetos a tener en cuenta, y en particular, la cantidad de parámetros de asignación crece exponencialmente.

Realizaremos un par de comentarios sobre la posible simplificación del problema QP, utilizando condiciones de estabilidad por pares heredadas del modelo original. Así mismo, se darán observaciones para la construcción de las restricciones del problema cuadrático.

1. **Condiciones de estabilidad por pares en el problema QP** Utilizando las condiciones derivadas en la solución del modelo, podemos disminuir el número de parámetros de asignación a estimar.

La condición 1 se traduce en esta generalización en el hecho de que $\tilde{x}_j \notin S \Rightarrow \alpha_{(x_i, S)}(x_i, \tilde{x}_j) = 0$. Utilizando la propiedad de que $2^{2n} = \sum_{i=0}^{2n} \binom{2n}{i}$, habrán

$$\underbrace{2n}_{|\{\alpha_{(x_i, \emptyset)}(x_i, 0)\}|} + \sum_{i=1}^{2n} \underbrace{\binom{2n}{i}(i+1)}_{\substack{|\{\alpha_{(x_i, S)}(x_i, \tilde{x}_j) : \\ x_j \in S \cup \{0\}, |S|=i\}|}}$$

Parámetros de asignación no nulos.

2. Restricciones del problema QP

- a) **Restricciones que relacionan a typeshares con parámetros de utilidad:** Las restricciones sobre los typeshares relevantes bajo esta nueva notación son:

$$\pi_{(x_i, \tilde{x}_j)} = \frac{\mu_{(x_i, \tilde{x}_j)}}{\mu} \sum_{S \subseteq X} P(H_{(x_i, S)} | \theta, x_i) \alpha_{(x_i, S)}(x_i, \tilde{x}_j)$$

La enumeración y notación escogida para caracterizar las clases de preferencia sirve de ayuda para desarrollar las probabilidades asociadas dentro de los términos de la sumatoria. En particular, podemos separar el conjunto X en aquellos tipos de individuo que hacen parte de S y aquellos que están en su complemento $X \setminus S$. Teniendo en cuenta que $\epsilon_i(x_j) \stackrel{\text{iid}}{\sim} U(-1, 0)$, podemos ver que:

$$\begin{aligned} P(H_{(x_i, S)} | \theta, x_i) &= \prod_{x_l \in S} Pr(u_i(x_i, x_l) > 0) \prod_{x_k \notin S} Pr(u_i(x_i, x_k) < 0) \\ &= \prod_{x_l \in S} f(x_i, x_l) \prod_{x_k \notin S} (1 - f(x_i, x_k)) \end{aligned}$$

De esta forma el conjunto de restricciones queda determinado por:

$$\pi_{(x_i, \tilde{x}_j)} = \frac{\mu_{(x_i, \tilde{x}_j)}}{\mu} \sum_{S \subseteq X} \left[\prod_{x_l \in S} f(x_i, x_l) \prod_{x_k \notin S} (1 - f(x_i, x_k)) \right] \alpha_{(x_i, S)}(x_i, \tilde{x}_j)$$

- b) **Restricciones de completitud de probabilidad sobre parámetros de asignación:** El segundo conjunto de restricciones del problema de optimización ?? nos dice que la suma sobre cada clase de preferencia de los parámetros de asignación debe ser 1. En esta nueva notación tenemos que:

$$\sum_{\tilde{x}_j \in X \cup \{0\}} \alpha_{(x_i, S)}(x_i, \tilde{x}_j) = 1 \quad \forall S \subseteq X$$

Utilizando la condición 1, tendremos que el set de restricciones serán:

$$\sum_{\tilde{x}_j \in S \cup \{0\}} \alpha_{(x_i, S)}(x_i, \tilde{x}_j) = 1 \quad \forall S \subseteq X$$

De acá se deduce que $\alpha_{(x_i, \emptyset)}(x_i, 0) = 1 \quad \forall x_i \in X$.

El conjunto de parámetros de asignación puede acomodarse para construir la matriz:

$$A_{|H| \times |\pi|} = \{\alpha_{(x_i, S)}(x_i, \tilde{x}_j), x_i \in X, \tilde{x}_j \in X \cup \{0\}, S \subseteq X\}$$

Definiendo el vector de probabilidades de pertenecer a alguna clase de preferencia, y el vector de type-shares ajustados por medidas de pares de estudiantes en cada una de las combinaciones como:

$$\vec{P}_{|H| \times 1} = \left\{ \prod_{x_l \in S} f(x_i, x_l) \prod_{x_k \notin S} (1 - f(x_i, x_k)) : S \subseteq X \right\}$$

$$\vec{\Pi}_{|\pi| \times 1} = \{\pi_{(x_i, \tilde{x}_j)} \times \frac{\mu}{\mu_{(x_i, \tilde{x}_j)}} : x_i \in X, \tilde{x}_j \in X \cup \{0\}\}$$

El problema de optimización puede resumirse como:

$$\begin{aligned} & \min_{\alpha_{(x_i, S)}(x_i, \tilde{x}_j)} \alpha^T Q \alpha \\ \text{s.t.} \quad & \vec{\Pi} = A^T \vec{P} \\ & A \times \vec{1}_{|\pi| \times 1} = \vec{1}_{|H| \times 1}, \quad \alpha_{(x_i, S)}(x_i, \tilde{x}_j) \geq 0 \\ & \tilde{x}_j \notin S \Rightarrow \alpha_{(x_i, S)}(x_i, \tilde{x}_j) = 0 \end{aligned}$$

Como un próximo paso quisiera poder encontrar generalizaciones a la simplificación de los parámetros como en el caso simple sin clases. Dejo en evidencia la complejidad computacional exponencial de la aproximación a n clases de esta nueva aproximación.

A.4. Resultados de *type-shares* para redes de mejores amigos

Cuadro 3: Resultados de componentes en *type-shares* para redes de mejores amigos construidas. $\mu_{(A,A)}$ y $\mu_{(B,A)}$ hacen referencia a la proporción de individuos de tipo (A, A) y (B, A) condicional a ser de estrato alto o bajo

	201610			201620			201710			201720			201810			201820		
	$\frac{\mu_B}{\mu}$	$\mu_{(A,A)}$	$\mu_{(B,A)}$															
Arquitectura	11 %	70 %	71 %	4 %	77 %	67 %	21 %	68 %	53 %	5 %	84 %	67 %	24 %	80 %	36 %	9 %	75 %	60 %
Biología	31 %	83 %	36 %	7 %	73 %	50 %	39 %	71 %	22 %	6 %	73 %	100 %	11 %	50 %	100 %	18 %	71 %	67 %
Ing Biomédica	30 %	54 %	67 %	10 %	70 %	80 %	52 %	40 %	44 %	7 %	71 %	67 %	15 %	83 %	56 %	10 %	72 %	67 %
Administración	3 %	79 %	100 %	0 %	84 %	0 %	5 %	79 %	100 %	0 %	86 %	0 %	6 %	84 %	75 %	1 %	83 %	100 %
Ing Química	34 %	71 %	35 %	0 %	85 %	0 %	40 %	67 %	42 %	12 %	70 %	33 %	28 %	92 %	13 %	21 %	74 %	50 %
Química	45 %	59 %	36 %	0 %	80 %	0 %	40 %	50 %	50 %	63 %	33 %	20 %	13 %	86 %	100 %	0 %	67 %	0 %
Ing Civil	40 %	53 %	47 %	3 %	72 %	100 %	44 %	60 %	39 %	7 %	66 %	67 %	37 %	59 %	38 %	14 %	68 %	56 %
Ing Sistemas	41 %	60 %	33 %	9 %	68 %	60 %	38 %	53 %	48 %	1 %	68 %	100 %	22 %	67 %	47 %	13 %	72 %	44 %
Economía	19 %	79 %	47 %	2 %	84 %	100 %	10 %	85 %	57 %	3 %	86 %	50 %	17 %	80 %	40 %	3 %	86 %	67 %
Ing Eléctrica	77 %	40 %	12 %	11 %	63 %	100 %	70 %	57 %	19 %	14 %	67 %	100 %	30 %	57 %	33 %	27 %	38 %	67 %
Ing Electrónica	44 %	46 %	45 %	4 %	80 %	100 %	50 %	75 %	21 %	3 %	76 %	100 %	38 %	64 %	47 %	13 %	71 %	50 %
Ing Ambiental	36 %	57 %	50 %	4 %	70 %	100 %	48 %	50 %	42 %	0 %	78 %	0 %	15 %	70 %	75 %	13 %	70 %	67 %
Geociencias	22 %	57 %	83 %	0 %	71 %	0 %	50 %	0 %	50 %	17 %	60 %	50 %	16 %	75 %	0 %	53 %	50 %	11 %
Gobierno	25 %	59 %	44 %	6 %	77 %	67 %	26 %	69 %	40 %	2 %	78 %	100 %	6 %	87 %	50 %	8 %	82 %	33 %
Ing Industrial	20 %	67 %	72 %	1 %	73 %	100 %	20 %	75 %	58 %	4 %	81 %	60 %	9 %	82 %	80 %	1 %	83 %	100 %
Derecho	25 %	70 %	50 %	2 %	84 %	50 %	23 %	73 %	27 %	2 %	79 %	100 %	23 %	73 %	53 %	11 %	78 %	45 %
Literatura	18 %	56 %	100 %	7 %	79 %	100 %	38 %	78 %	36 %	13 %	86 %	0 %	9 %	76 %	100 %	21 %	73 %	33 %
Matemáticas	10 %	89 %	0 %	0 %	83 %	0 %	8 %	73 %	100 %	18 %	67 %	50 %	18 %	44 %	100 %	0 %	73 %	0 %
Ing Mecánica	30 %	66 %	43 %	3 %	76 %	50 %	29 %	69 %	45 %	4 %	84 %	33 %	19 %	81 %	38 %	10 %	80 %	71 %
Medicina	39 %	56 %	52 %	9 %	76 %	33 %	42 %	57 %	47 %	8 %	76 %	40 %	33 %	64 %	55 %	17 %	71 %	55 %
Microbiología	53 %	44 %	10 %	13 %	79 %	50 %	58 %	36 %	33 %	31 %	56 %	50 %	13 %	62 %	100 %	11 %	63 %	100 %
Música	38 %	67 %	45 %	11 %	75 %	0 %	19 %	71 %	100 %	19 %	73 %	40 %	18 %	67 %	100 %	15 %	73 %	0 %
Física	30 %	76 %	11 %	14 %	67 %	0 %	28 %	57 %	50 %	8 %	67 %	100 %	48 %	67 %	9 %	29 %	70 %	25 %
Total	30 %	70 %	43 %	4 %	77 %	65 %	32 %	70 %	42 %	6 %	78 %	56 %	18 %	80 %	50 %	10 %	77 %	53 %

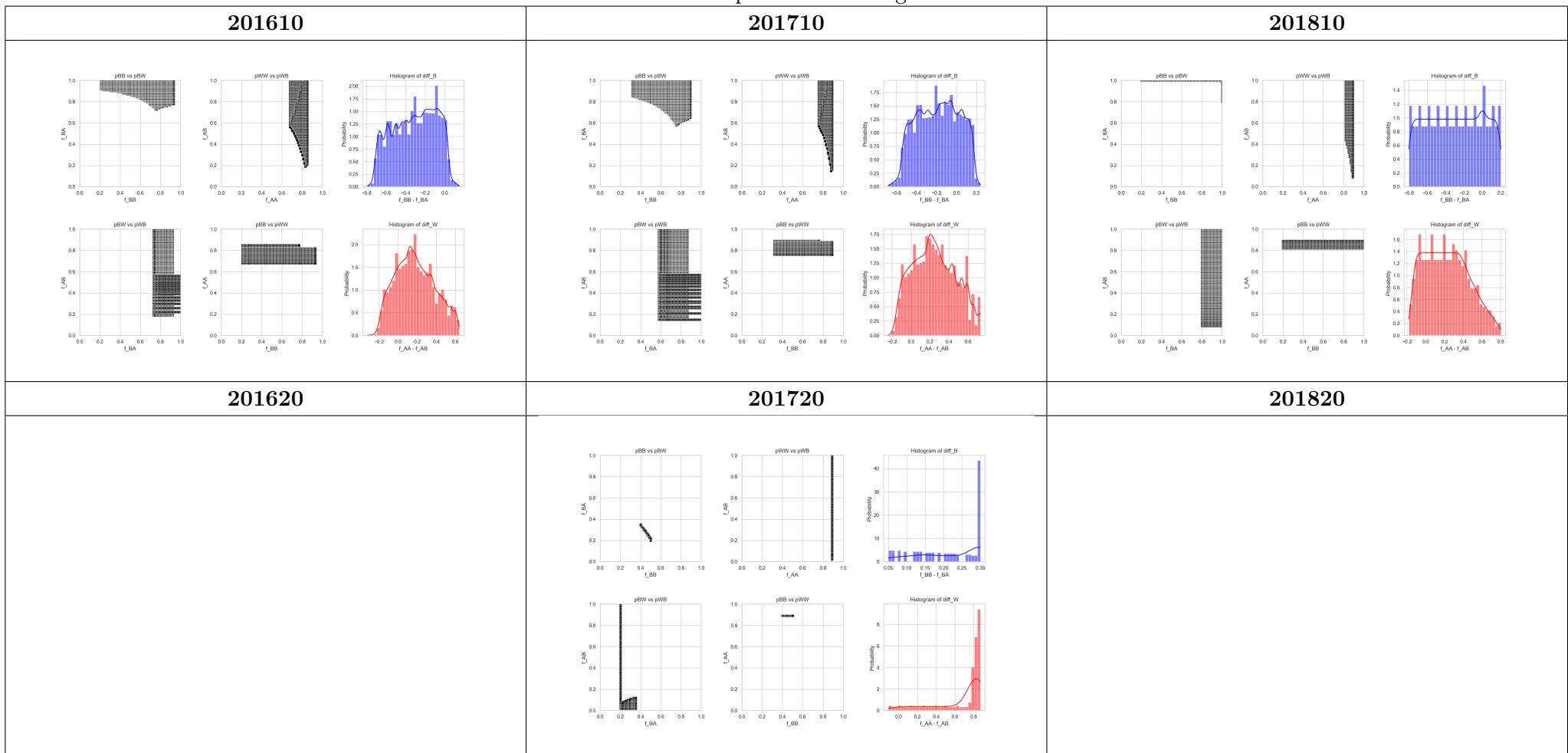
A.5. Preferencias por status socioeconómico

Cada entrada en la tabla de la combinación semestre/carrera se interpreta de la siguiente forma:

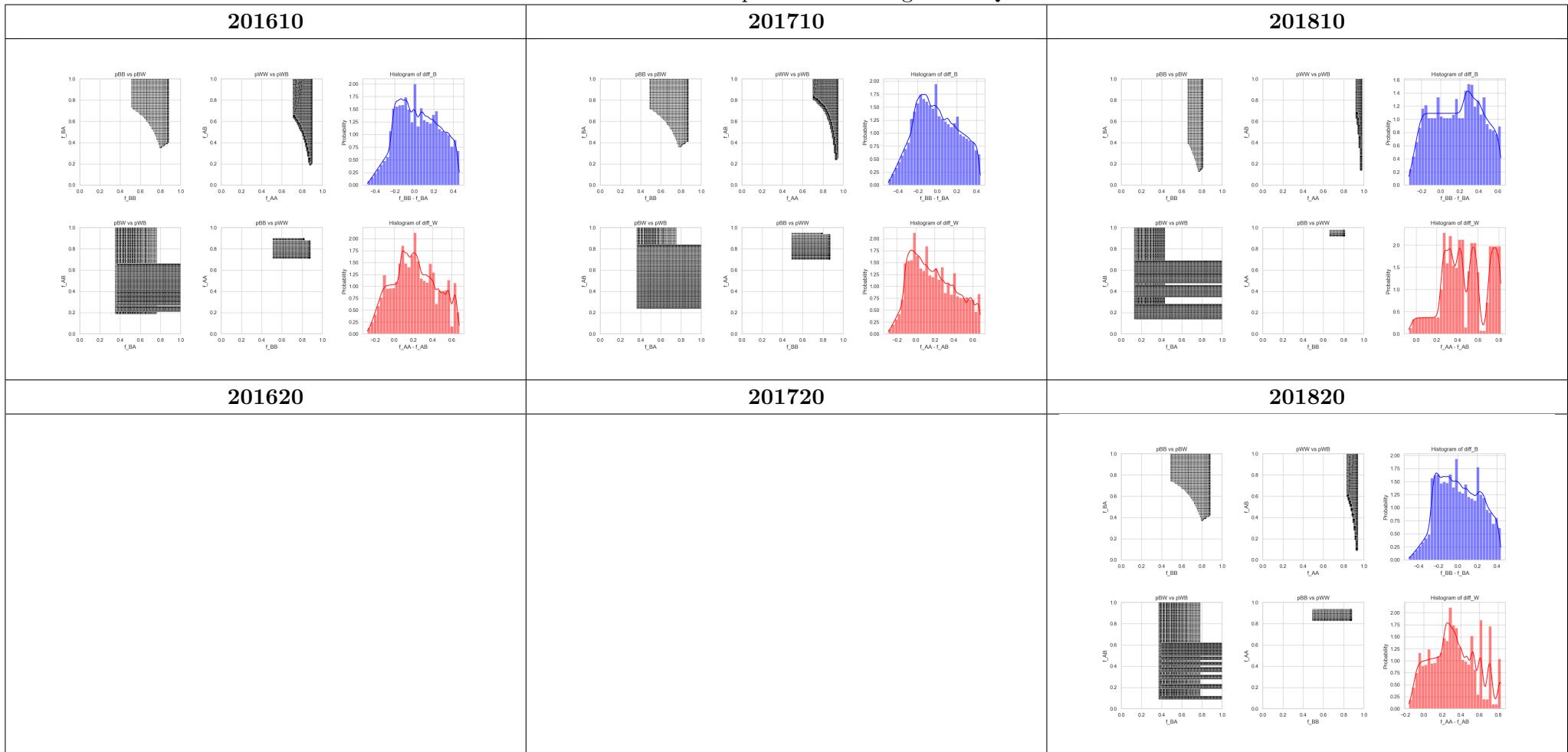
1. **Gráfica fila 1 columna 1:** Esta es una gráfica de dispersión del parámetro f_{BB} (eje x) vs el parámetro f_{BA} (eje y)
2. **Gráfica fila 1 columna 2:** Esta es una gráfica de dispersión del parámetro f_{AA} (eje x) vs el parámetro f_{AB} (eje y)
3. **Gráfica fila 1 columna 3:** Este es un histograma de frecuencias de la diferencia $f_{BB} - f_{BA}$
4. **Gráfica fila 2 columna 1:** Esta es una gráfica de dispersión del parámetro f_{BA} (eje x) vs el parámetro f_{AB} (eje y)
5. **Gráfica fila 2 columna 2:** Esta es una gráfica de dispersión del parámetro f_{BB} (eje x) vs el parámetro f_{AA} (eje y)
6. **Gráfica fila 2 columna 3:** Este es un histograma de frecuencias de la diferencia $f_{AA} - f_{AB}$

Si el valor dentro de la tabla es vacío significa que no existe vector de parámetros dentro de la grilla que sea solución al problema QP dados los *type-shares* observados, la proporción de individuos de estrato bajo, y el número total de estudiantes.

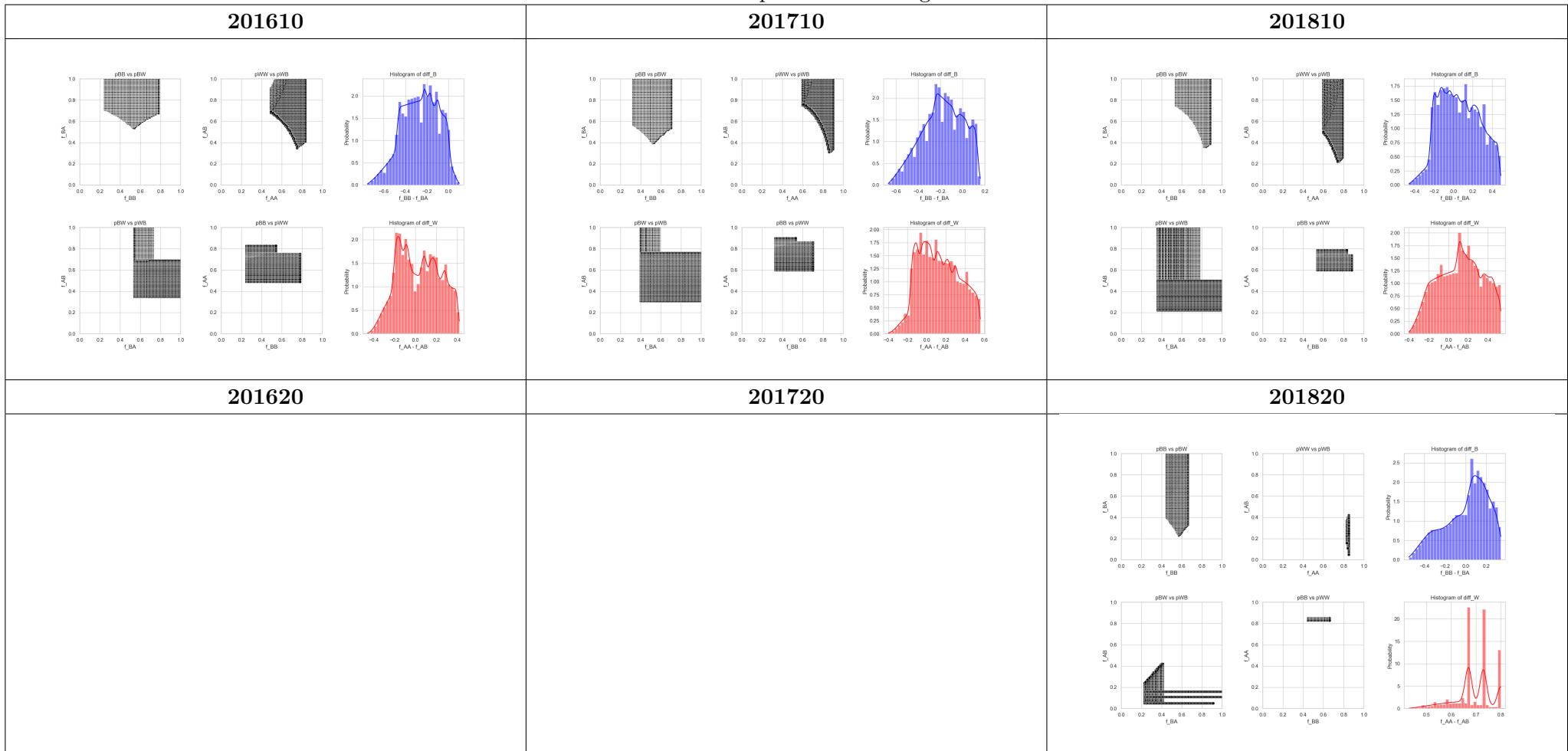
Cuadro 4: Preferencias por Semestre: Ingeniería Industrial



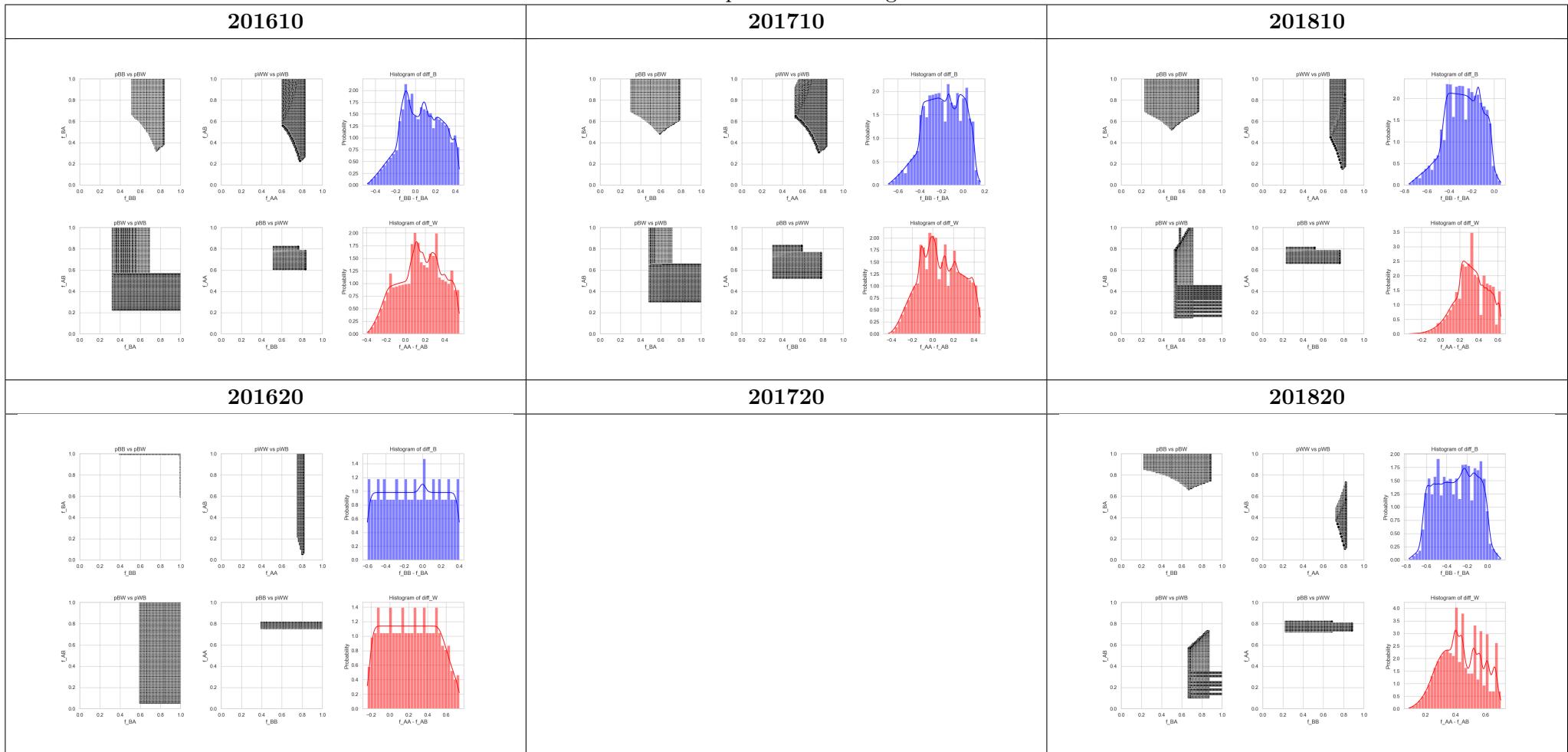
Cuadro 5: Preferencias por Semestre: Ingeniería Química



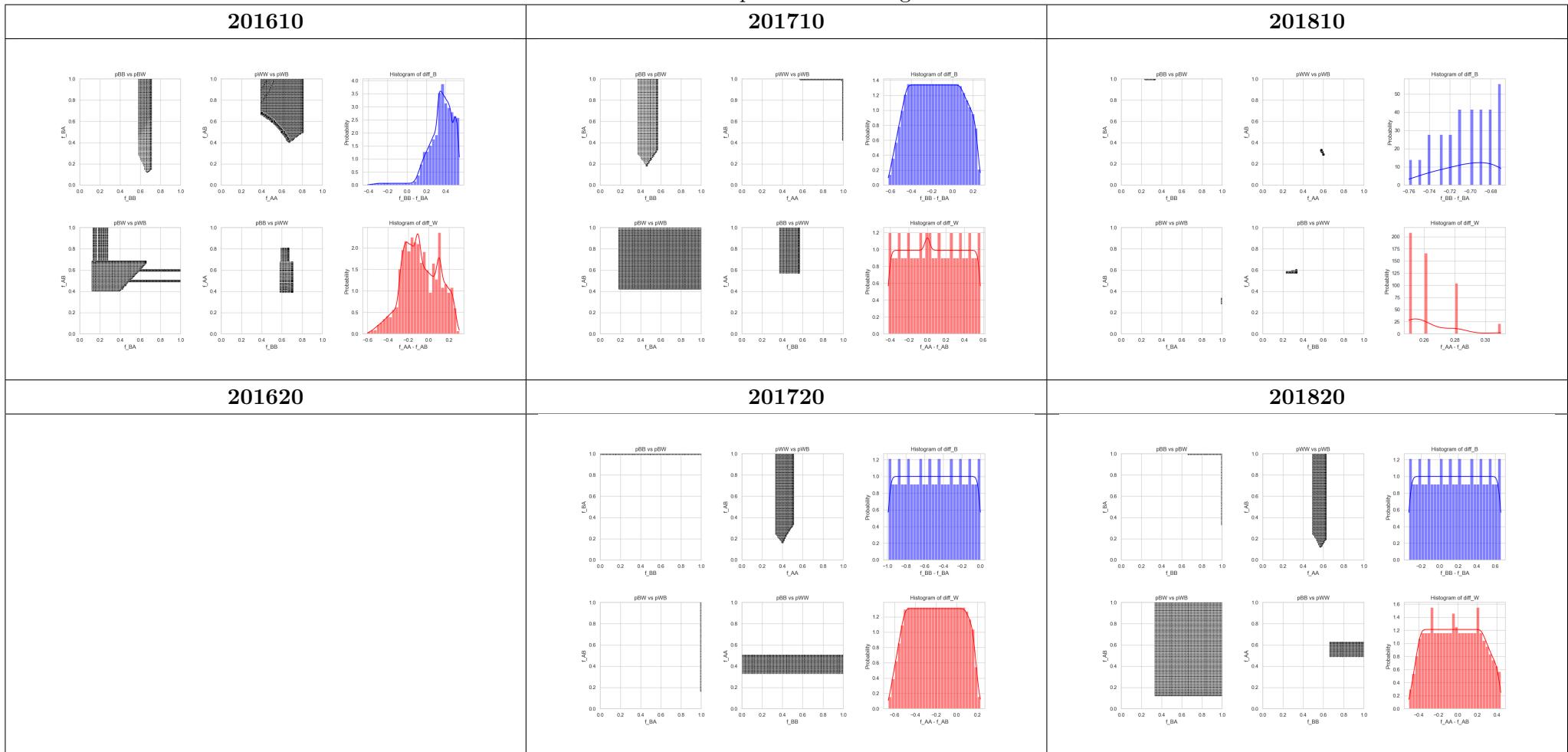
Cuadro 6: Preferencias por Semestre: Ingeniería Civil



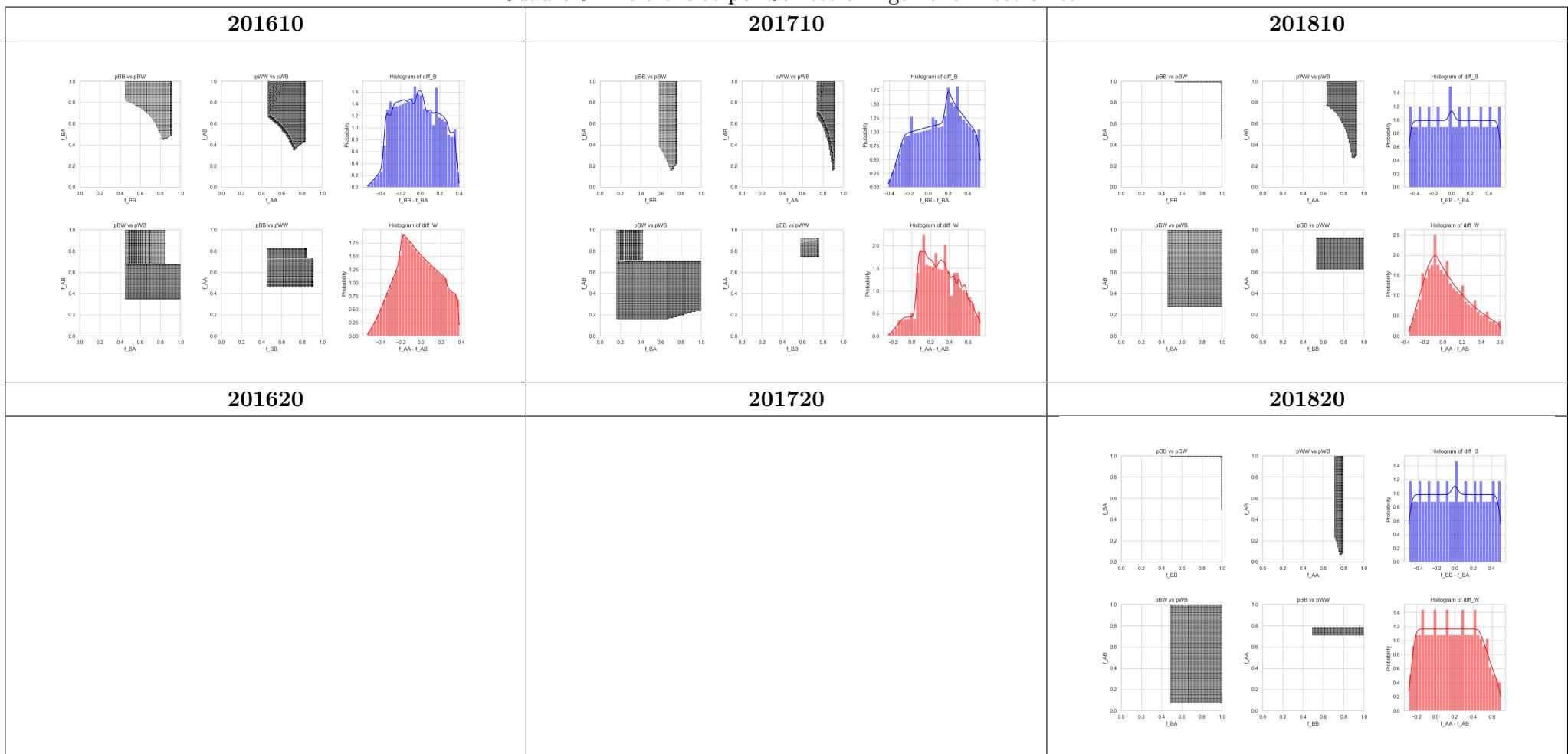
Cuadro 7: Preferencias por Semestre: Ingeniería de Sistemas



Cuadro 8: Preferencias por Semestre: Ingeniería Eléctrica



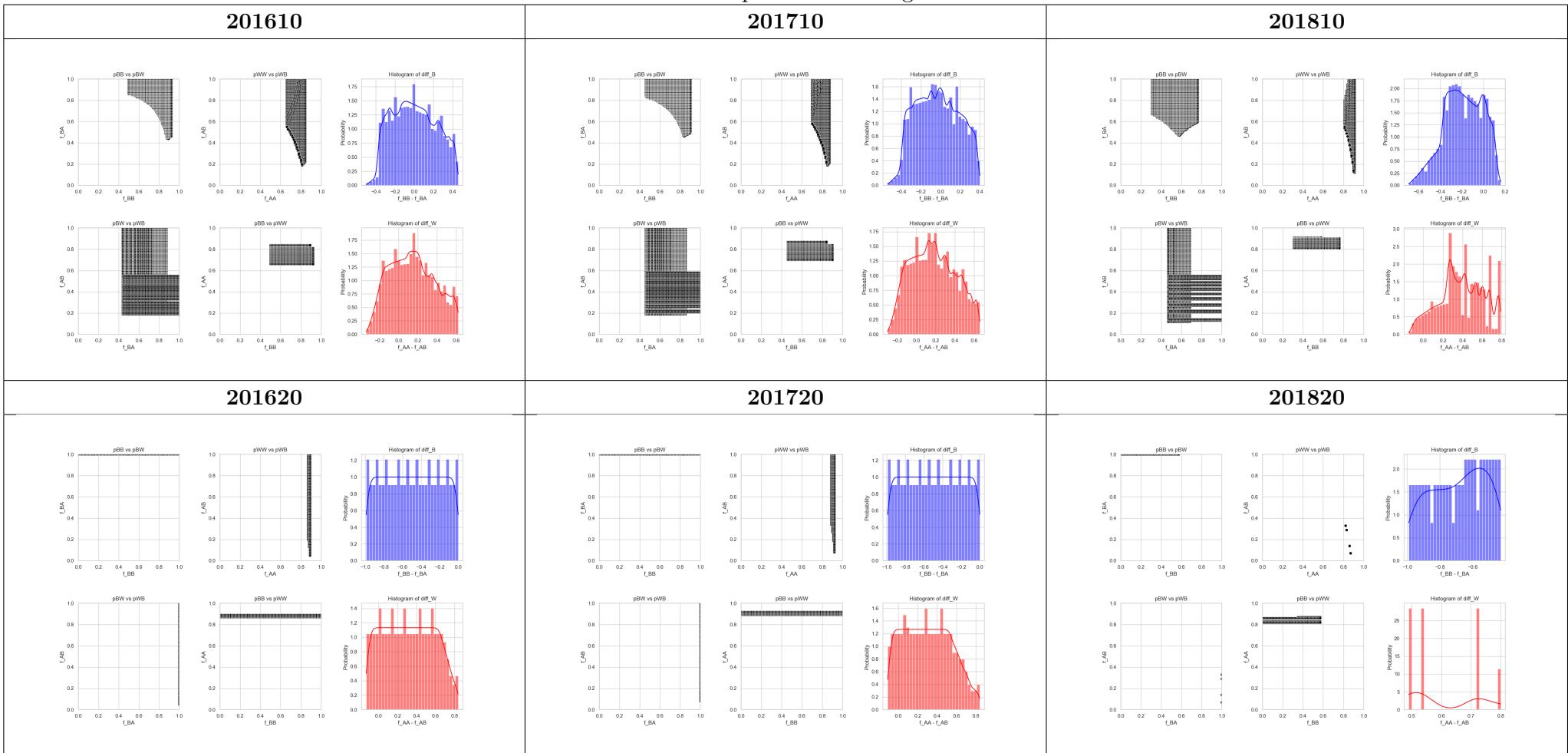
Cuadro 9: Preferencias por Semestre: Ingeniería Electrónica



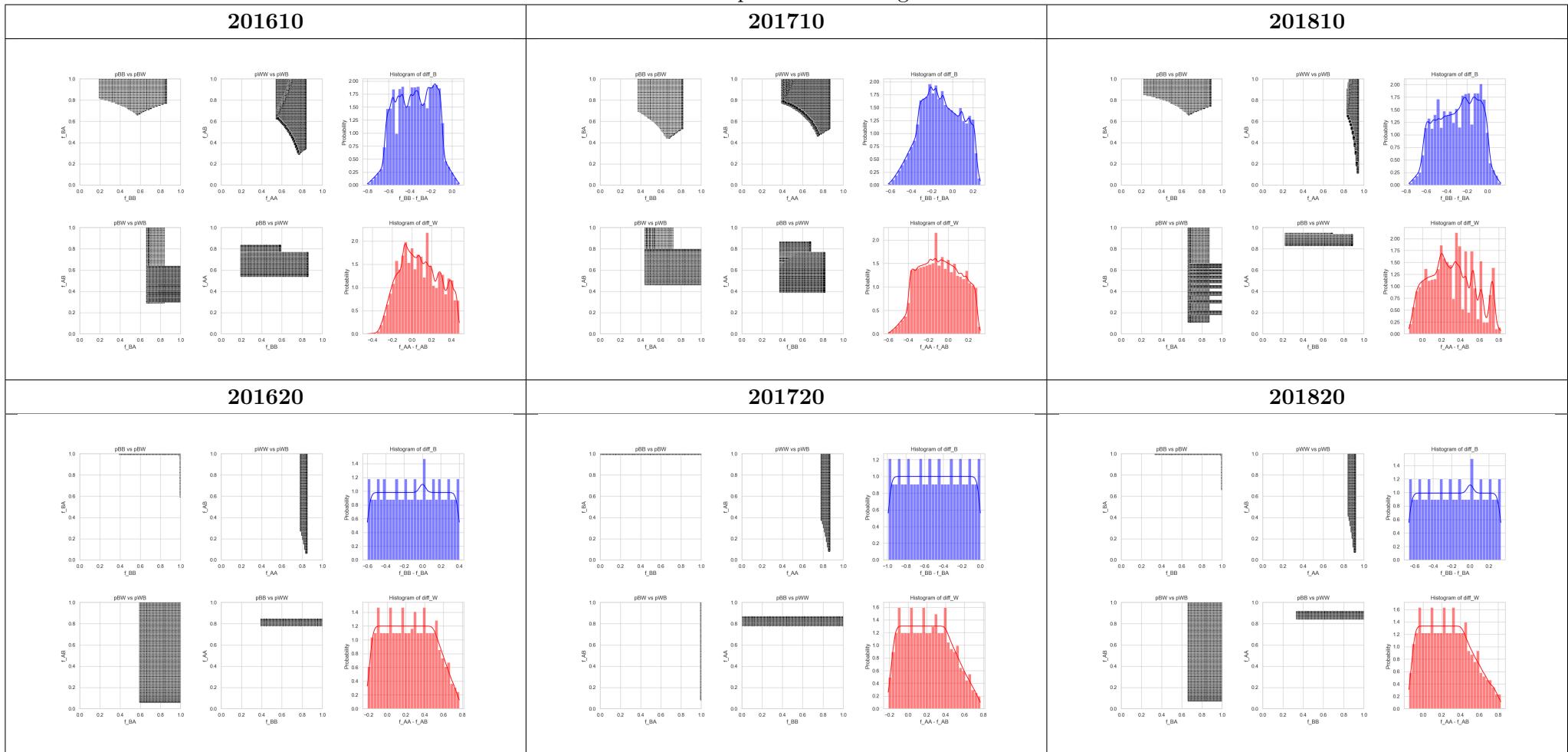
Cuadro 10: Preferencias por Semestre: Ingeniería Ambiental



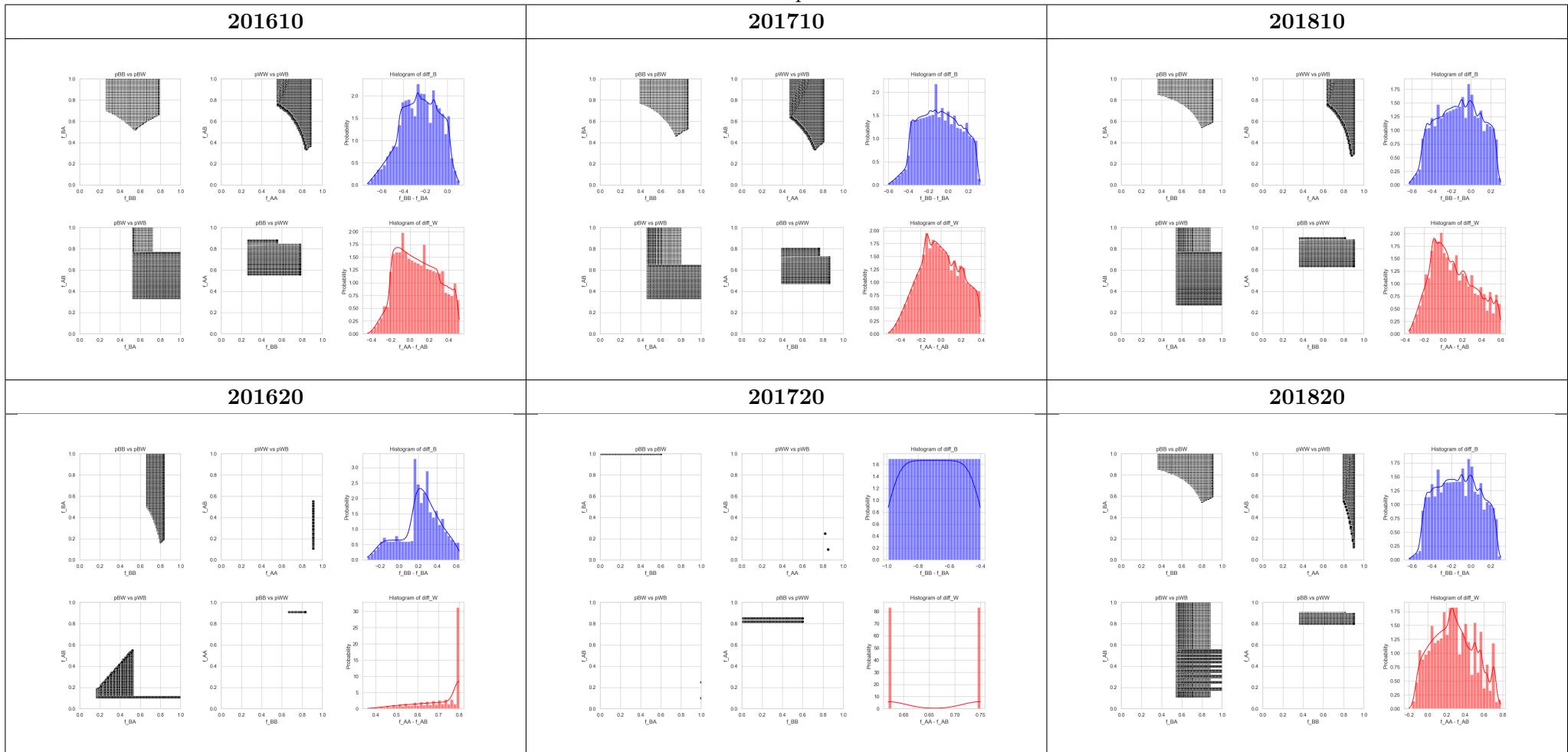
Cuadro 11: Preferencias por Semestre: Ingeniería Mecánica



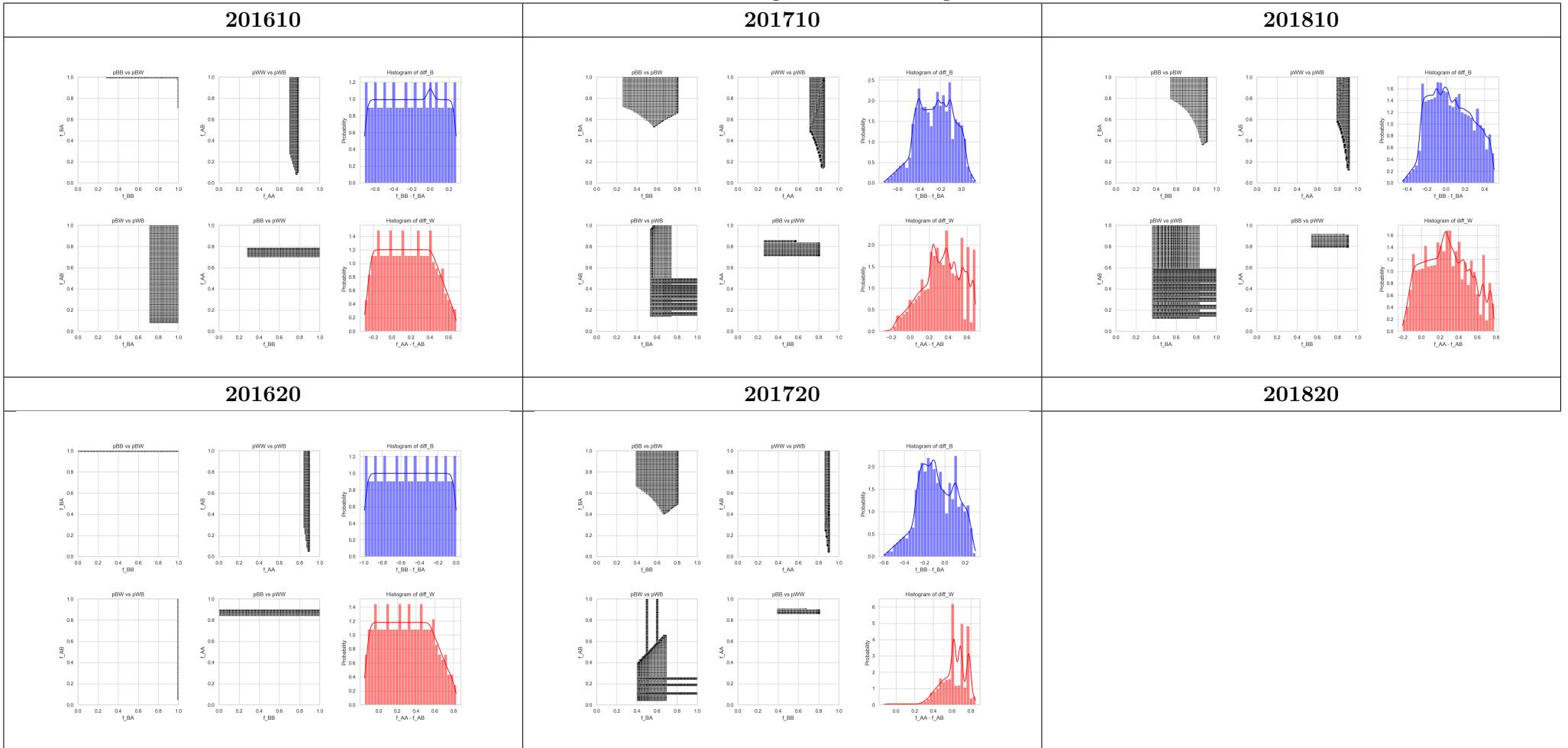
Cuadro 12: Preferencias por Semestre: Ingeniería Biomédica



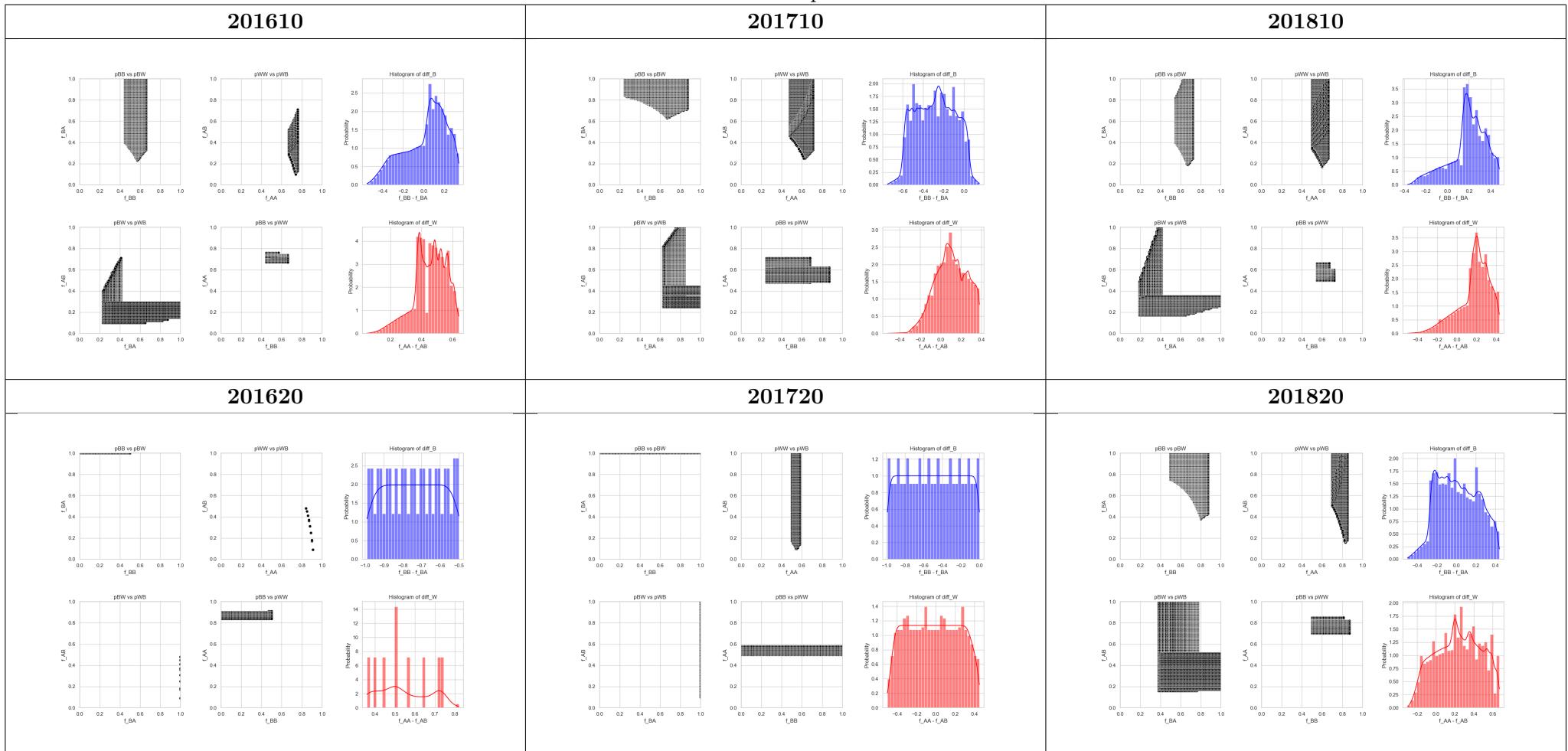
Cuadro 13: Preferencias por Semestre: Medicina



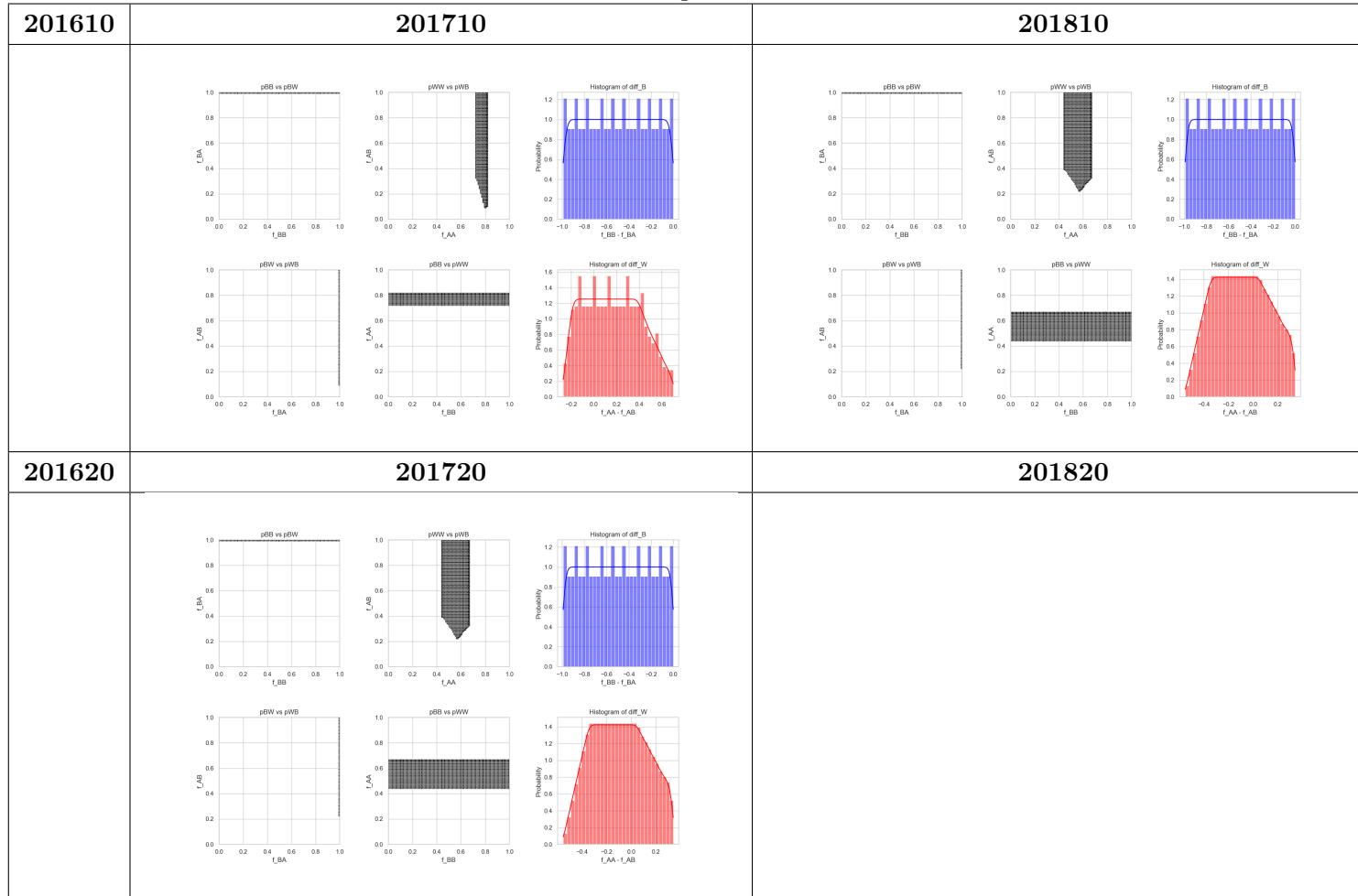
Cuadro 14: Preferencias por Semestre: Arquitectura



Cuadro 15: Preferencias por Semestre: Física



Cuadro 16: Preferencias por Semestre: Matemáticas



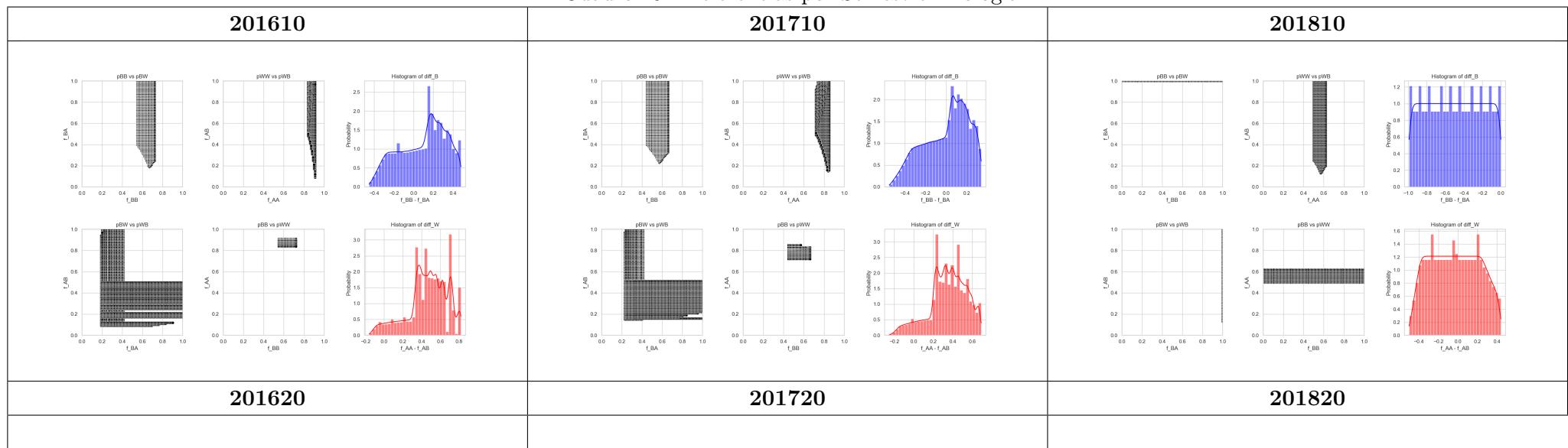
Cuadro 17: Preferencias por Semestre: Química



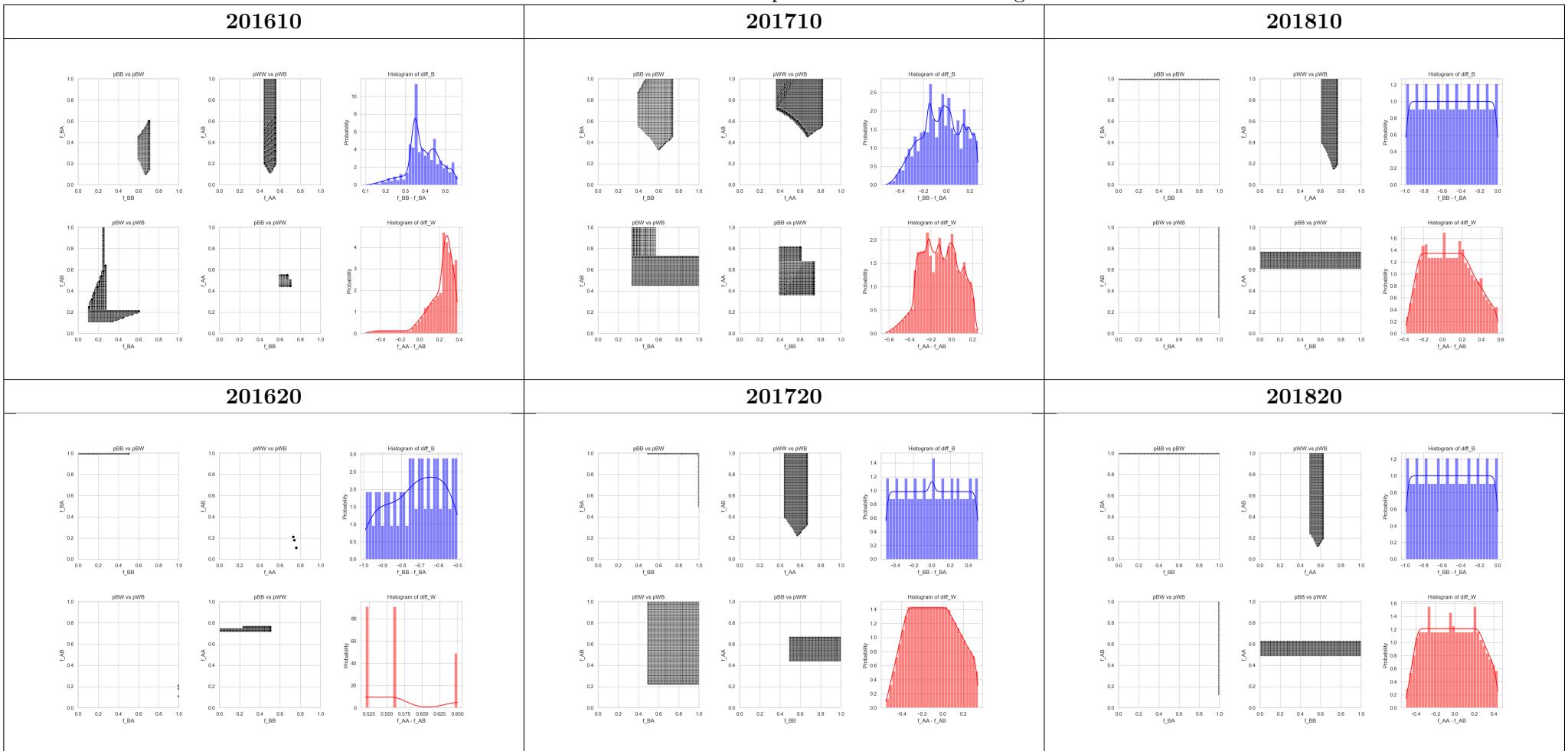
Cuadro 18: Preferencias por Semestre: Geociencias



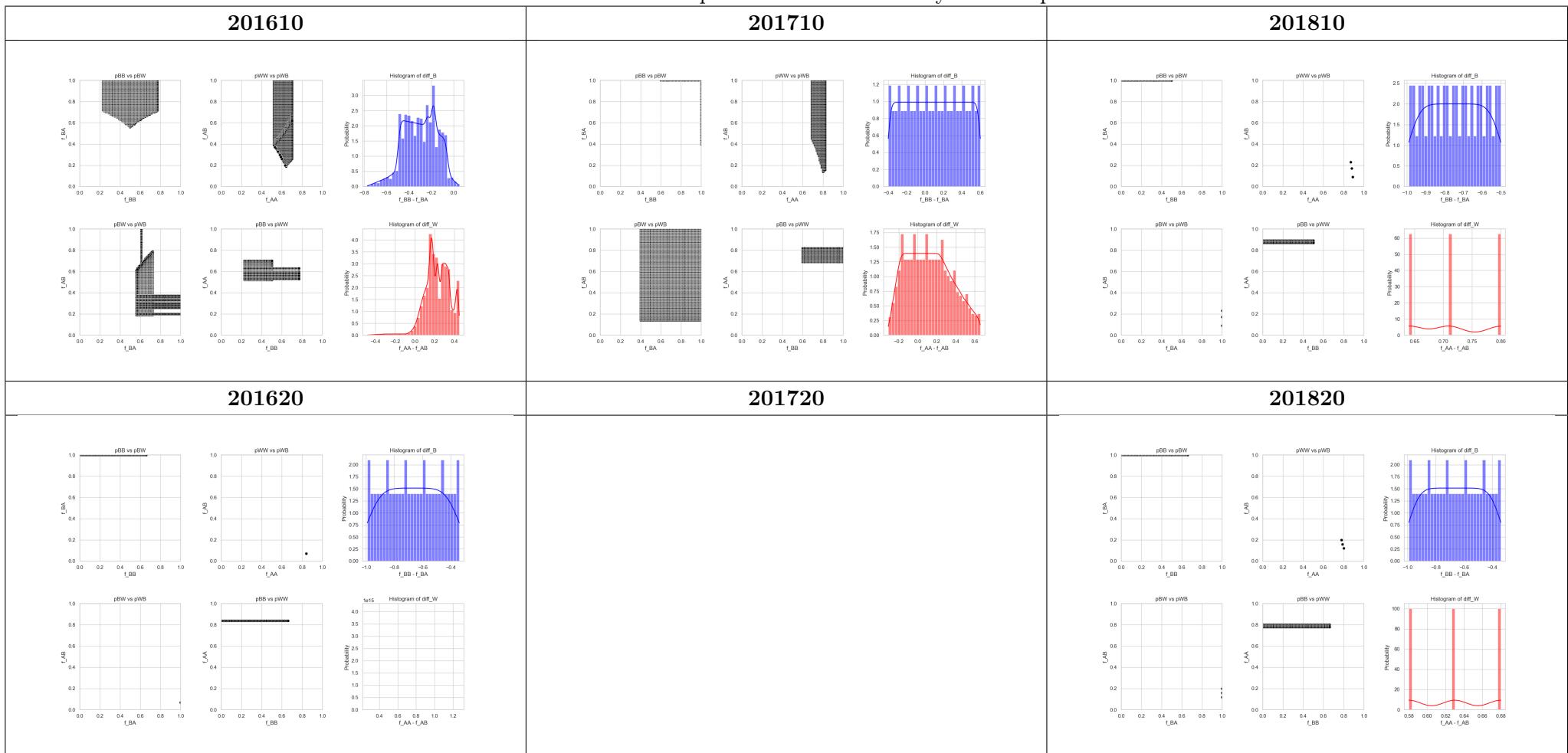
Cuadro 19: Preferencias por Semestre: Biología



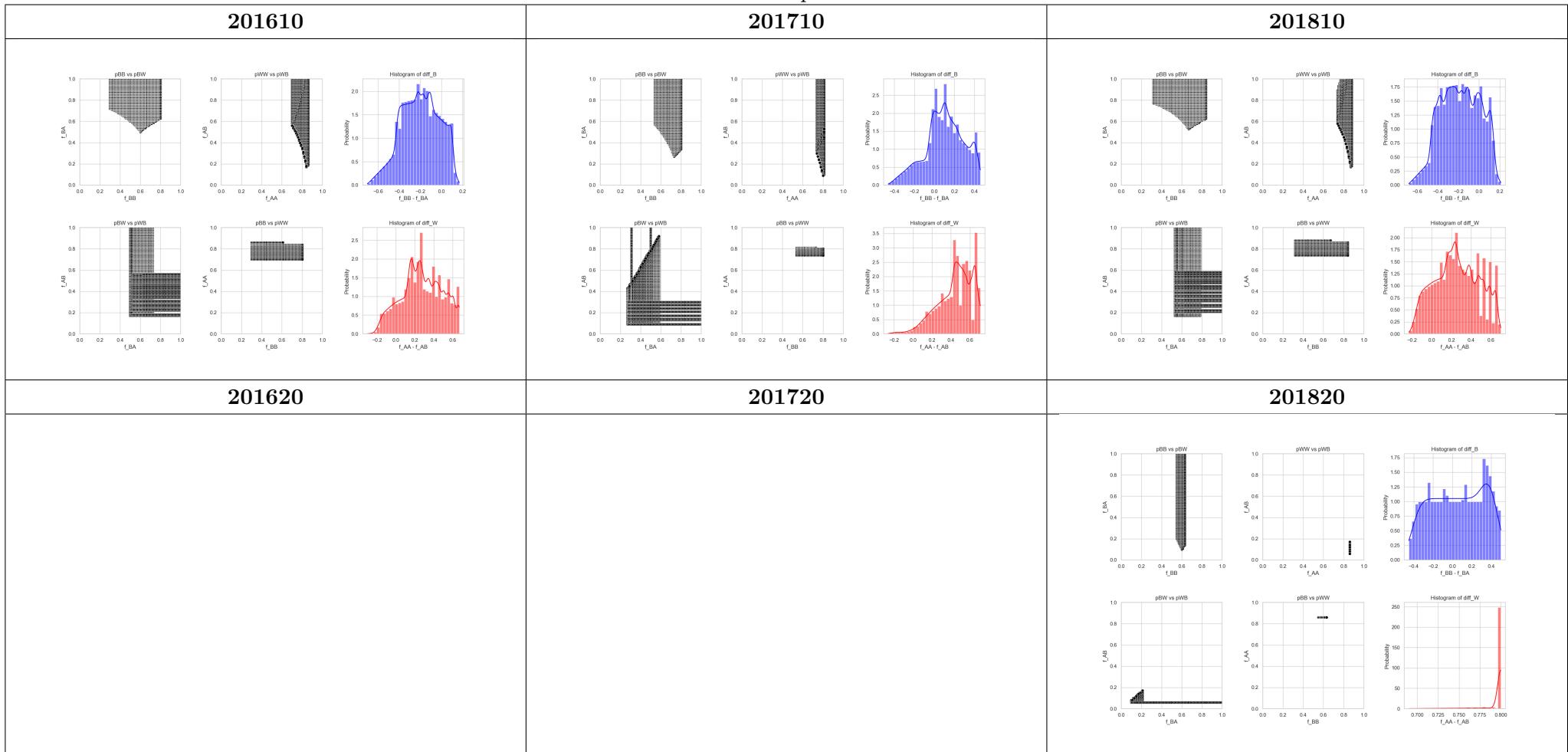
Cuadro 20: Preferencias por Semestre: Microbiología



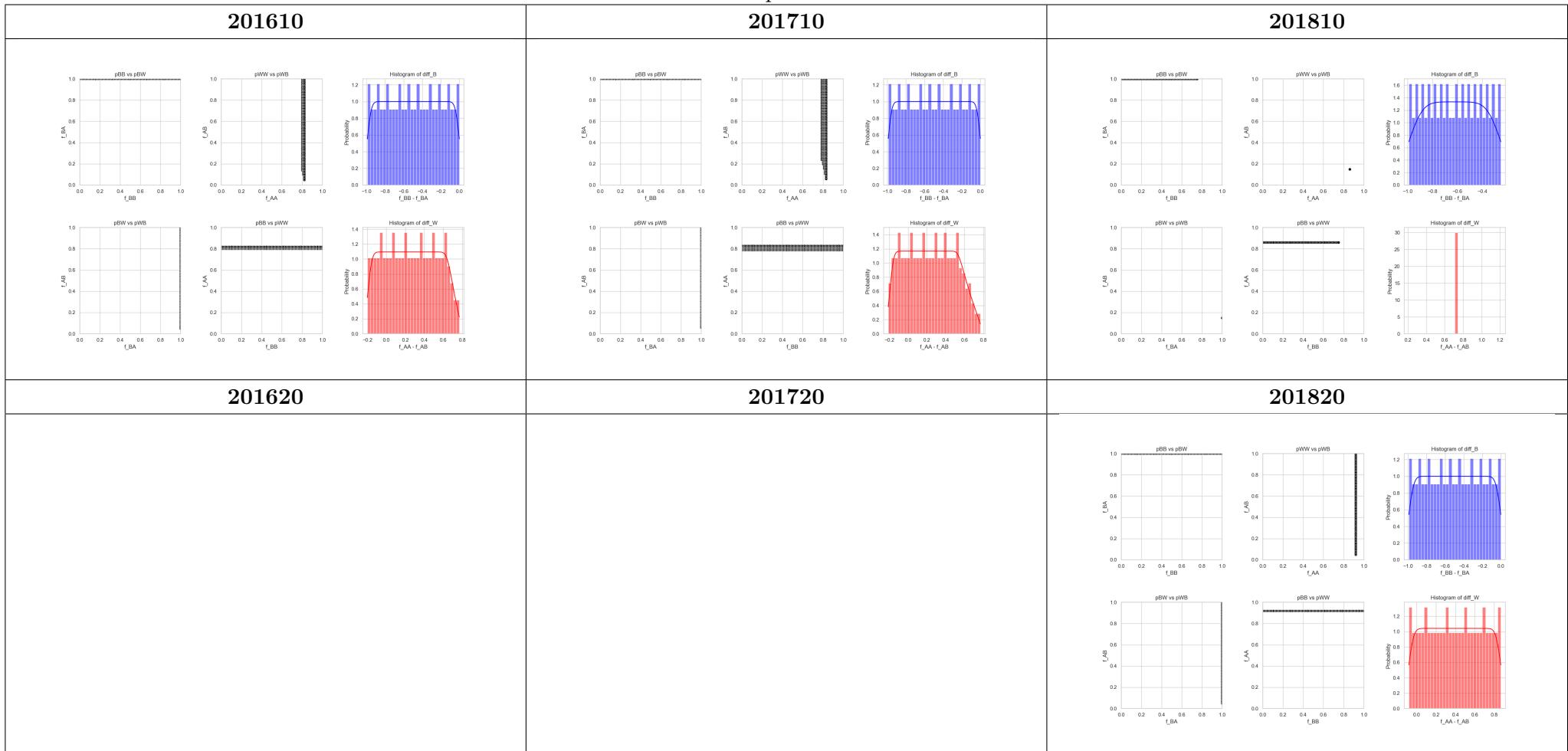
Cuadro 21: Preferencias por Semestre: Gobierno y Asuntos públicos



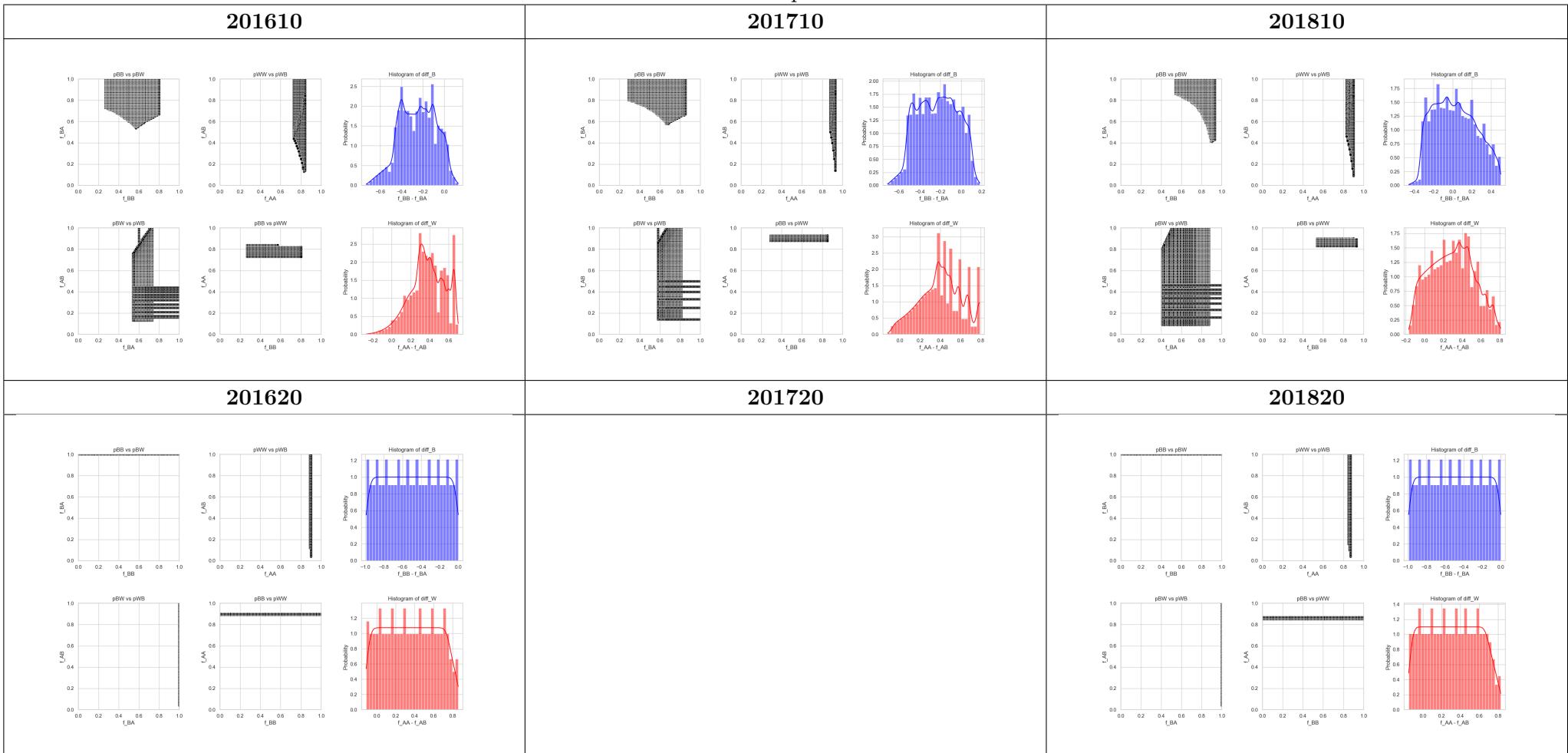
Cuadro 22: Preferencias por Semestre: Derecho



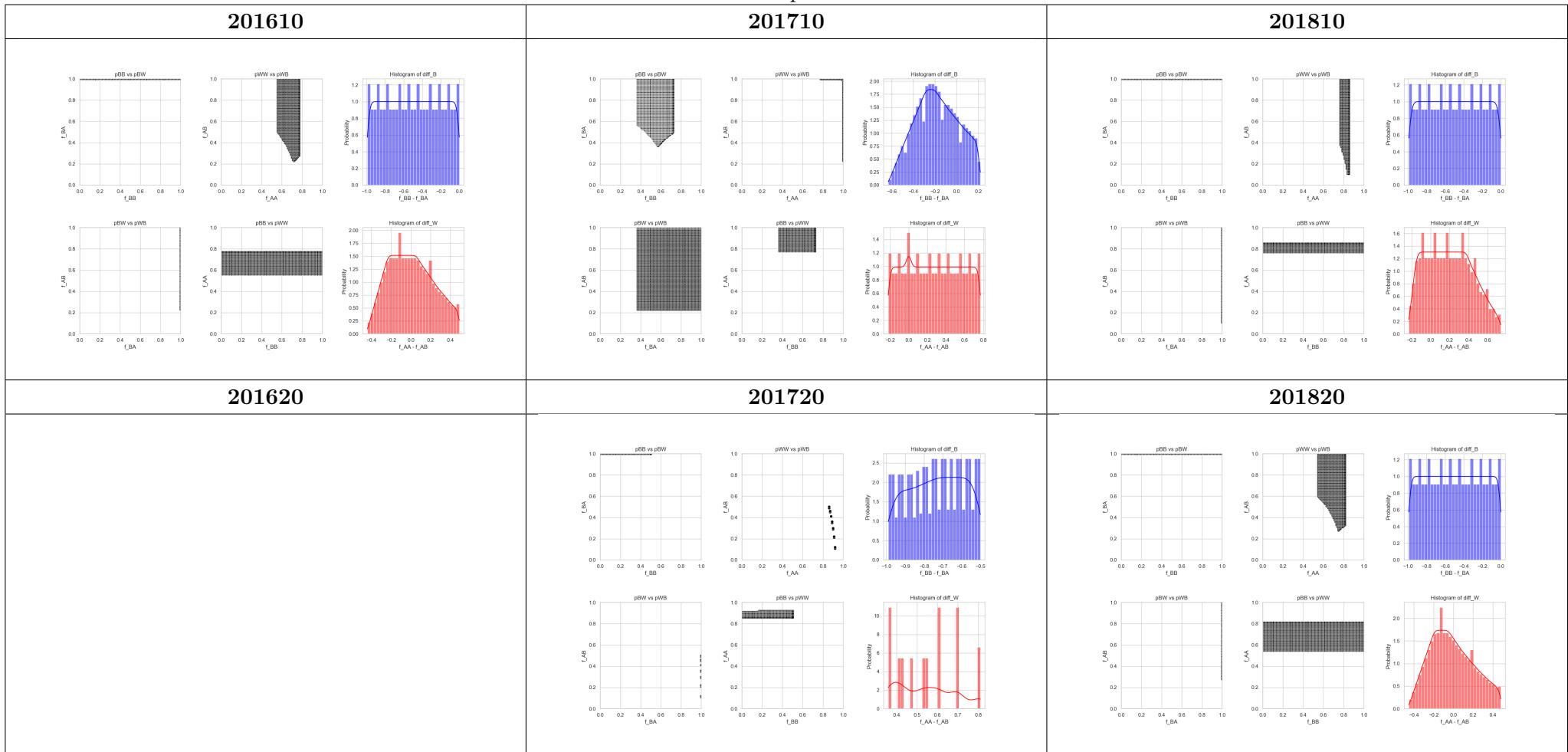
Cuadro 23: Preferencias por Semestre: Administración



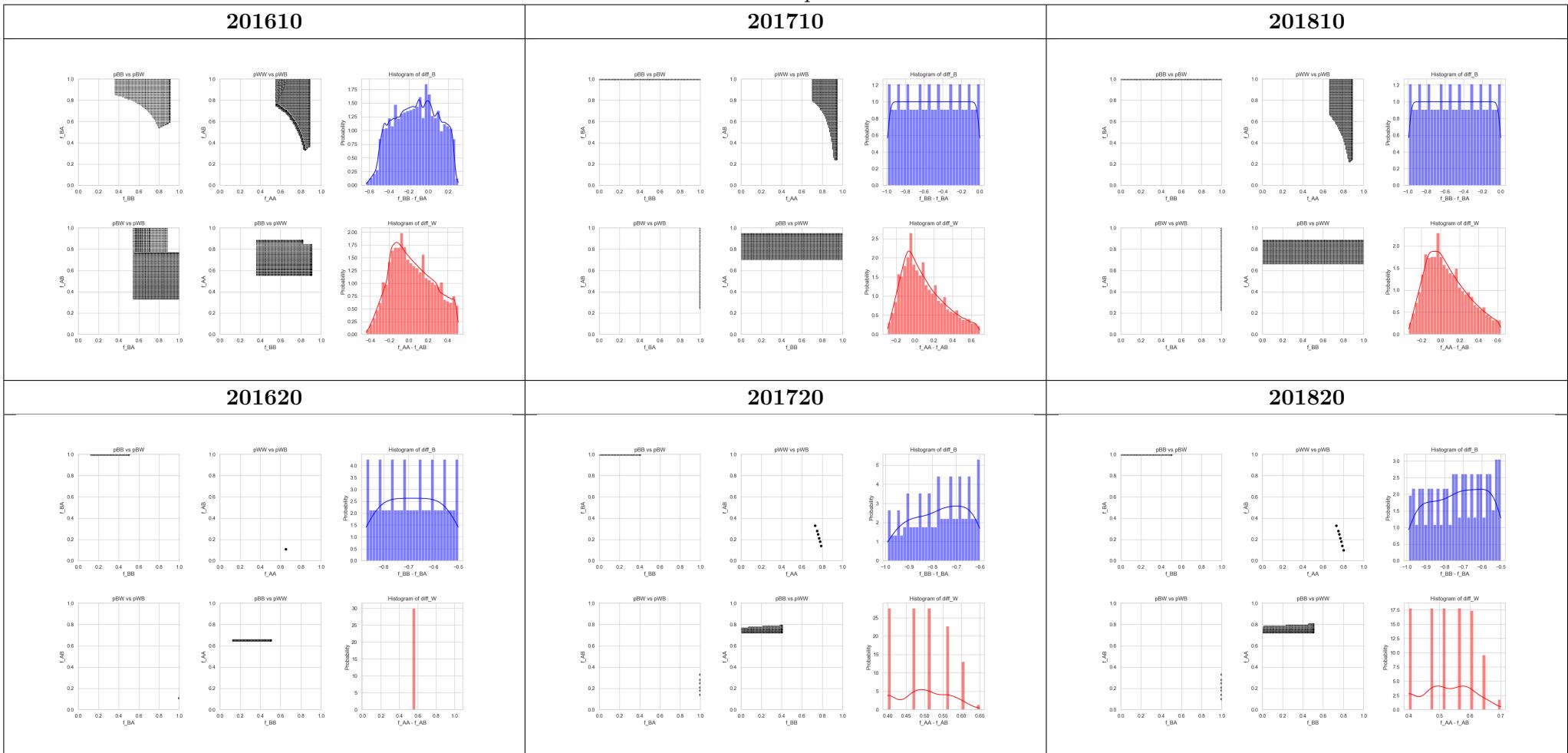
Cuadro 24: Preferencias por Semestre: Economía



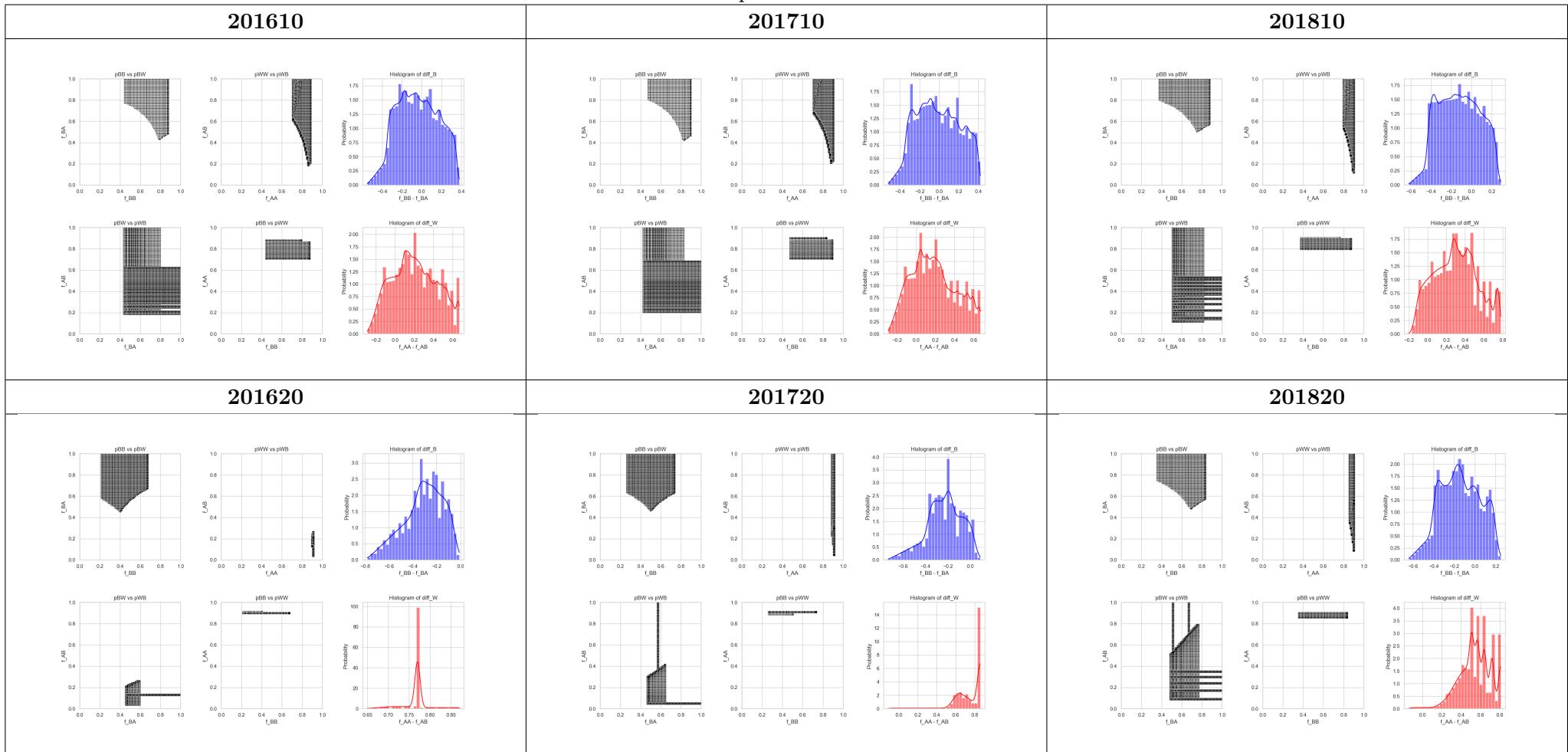
Cuadro 25: Preferencias por Semestre: Literatura



Cuadro 26: Preferencias por Semestre: Música



Cuadro 27: Preferencias por Semestre: Total de Estudiantes



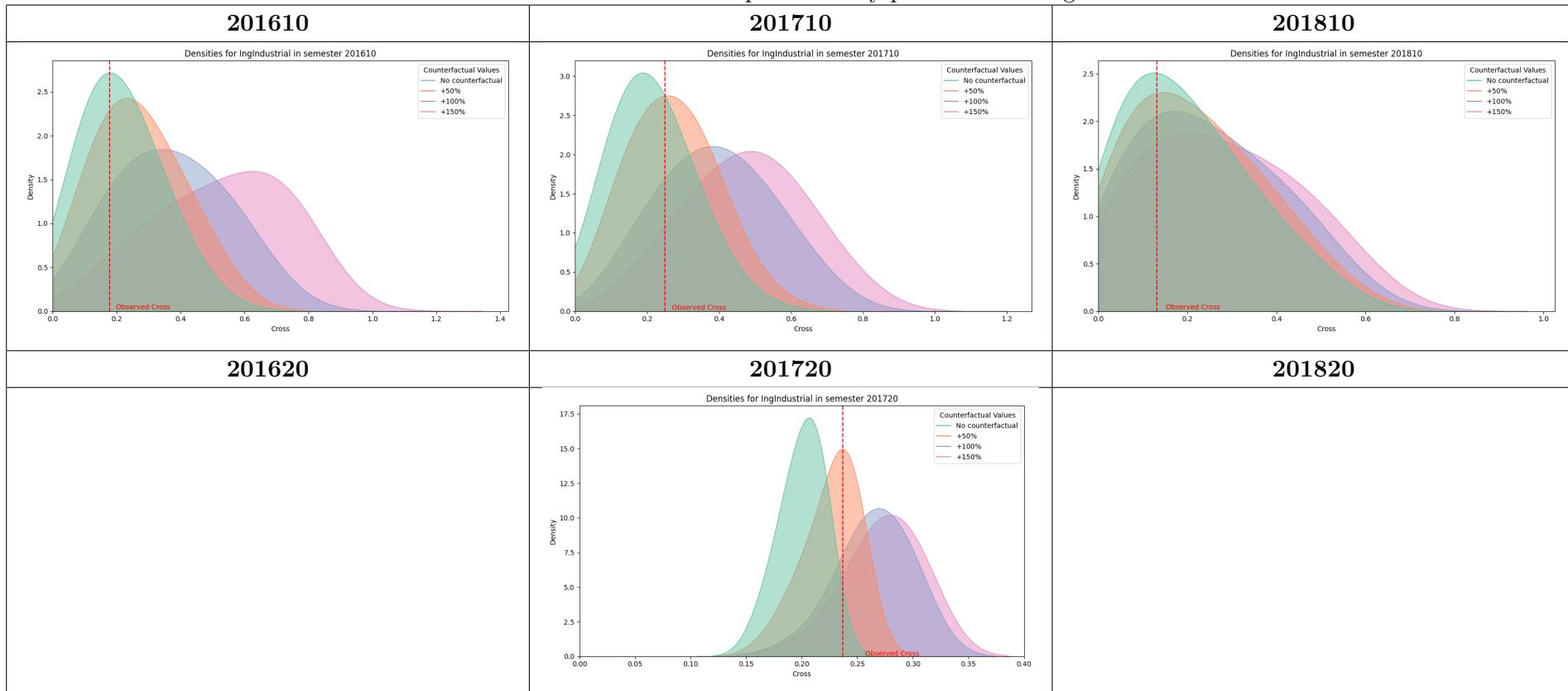
A.6. Análisis de contrafactuales

El siguiente conjunto de tablas contiene valores con gráficas para el análisis de contrafactuales. Las gráficas se leen de la siguiente manera:

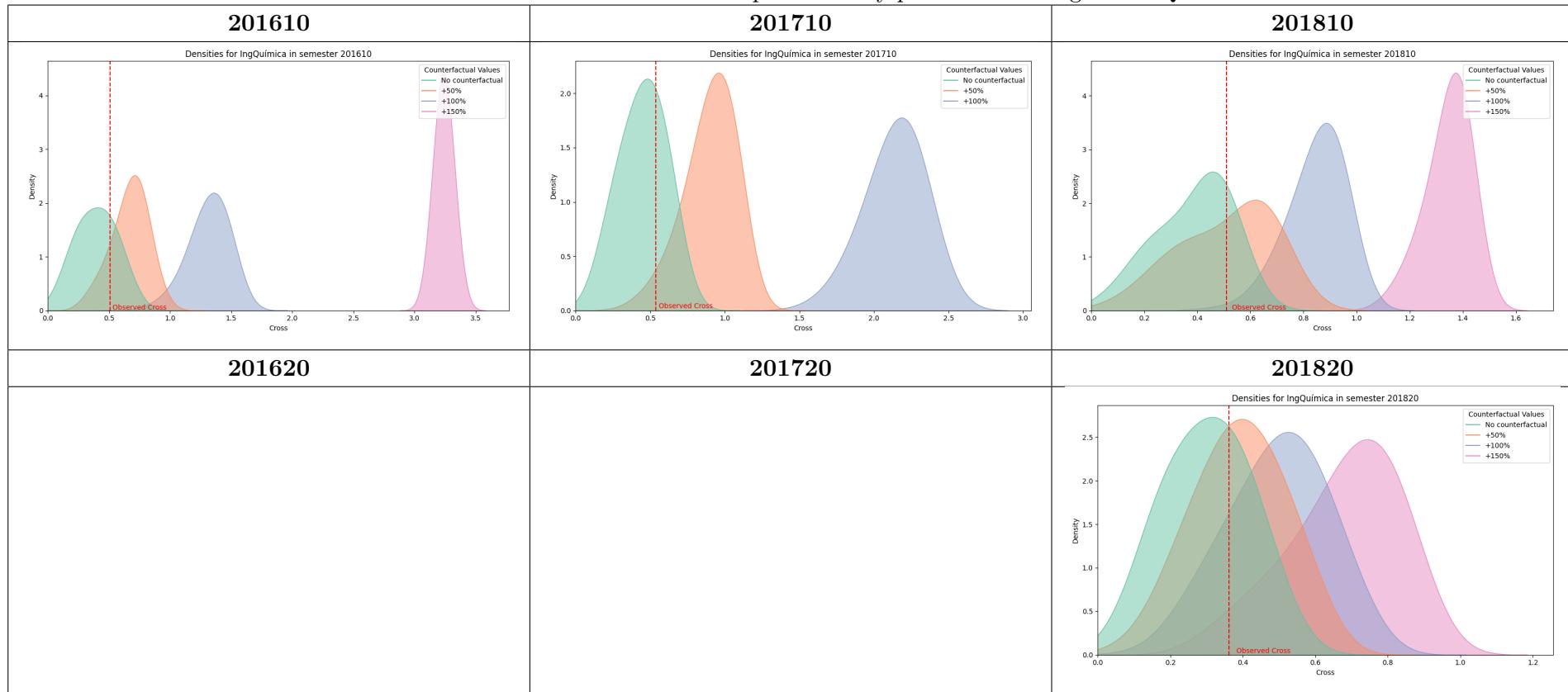
- En verde está la distribución de factuales
- En rojo está la distribución de contrafactuales encontrado de aumentar en un 50% la proporción de estudiantes de estrato bajo
- En azul está la distribución de contrafactuales encontrado de aumentar en un 100% la proporción de estudiantes de estrato bajo
- En magenta está la distribución de contrafactuales encontrado de aumentar en un 150% la proporción de estudiantes de estrato bajo

Si un valor de la tabla es vacío, significa que esa combinación de carrera semestre no tiene equilibrios en redes simuladas. De la misma manera, si no aparece alguna distribución, significa que para ese choque contrafactual no hay equilibrios, o que, en caso del contrafactual de +150%, el número de estudiantes de estrato bajo excede el número de estudiantes totales.

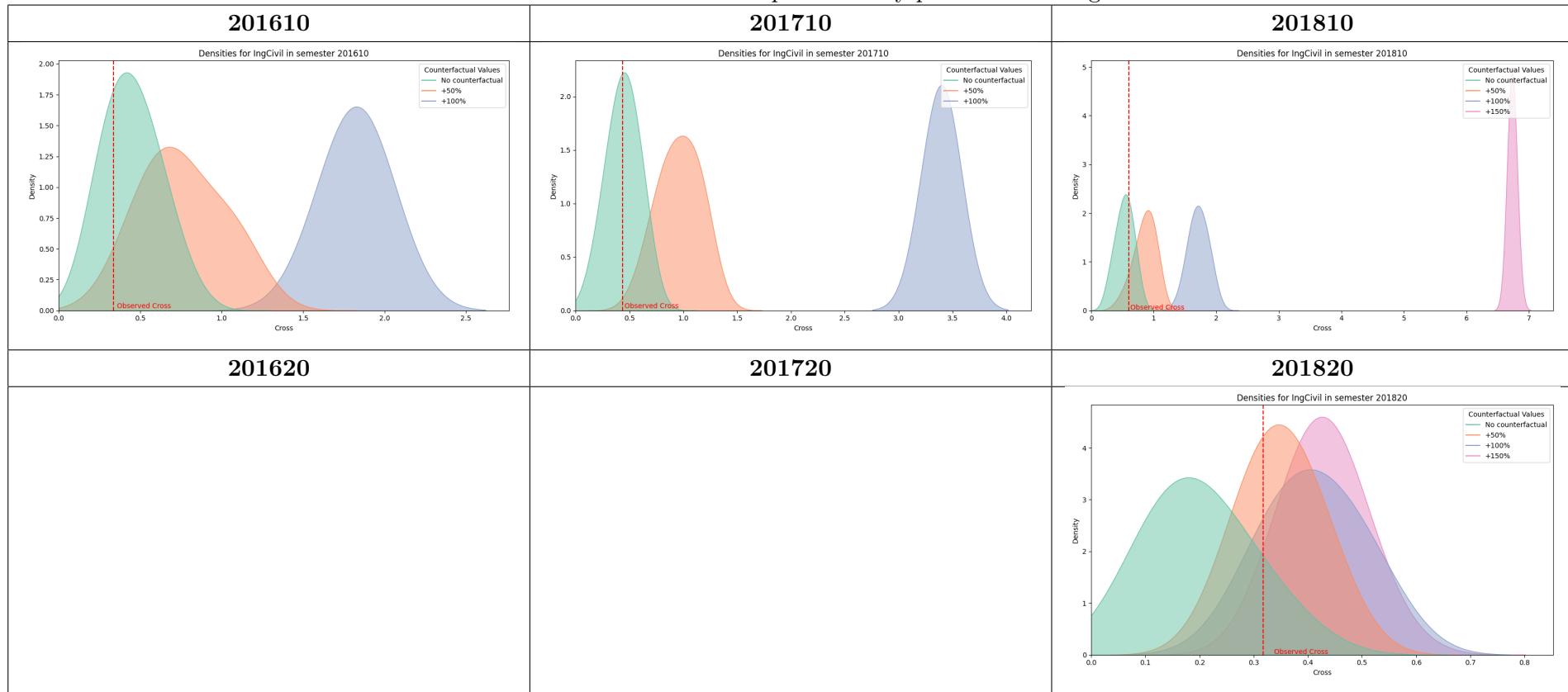
Cuadro 28: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Ingeniería Industrial



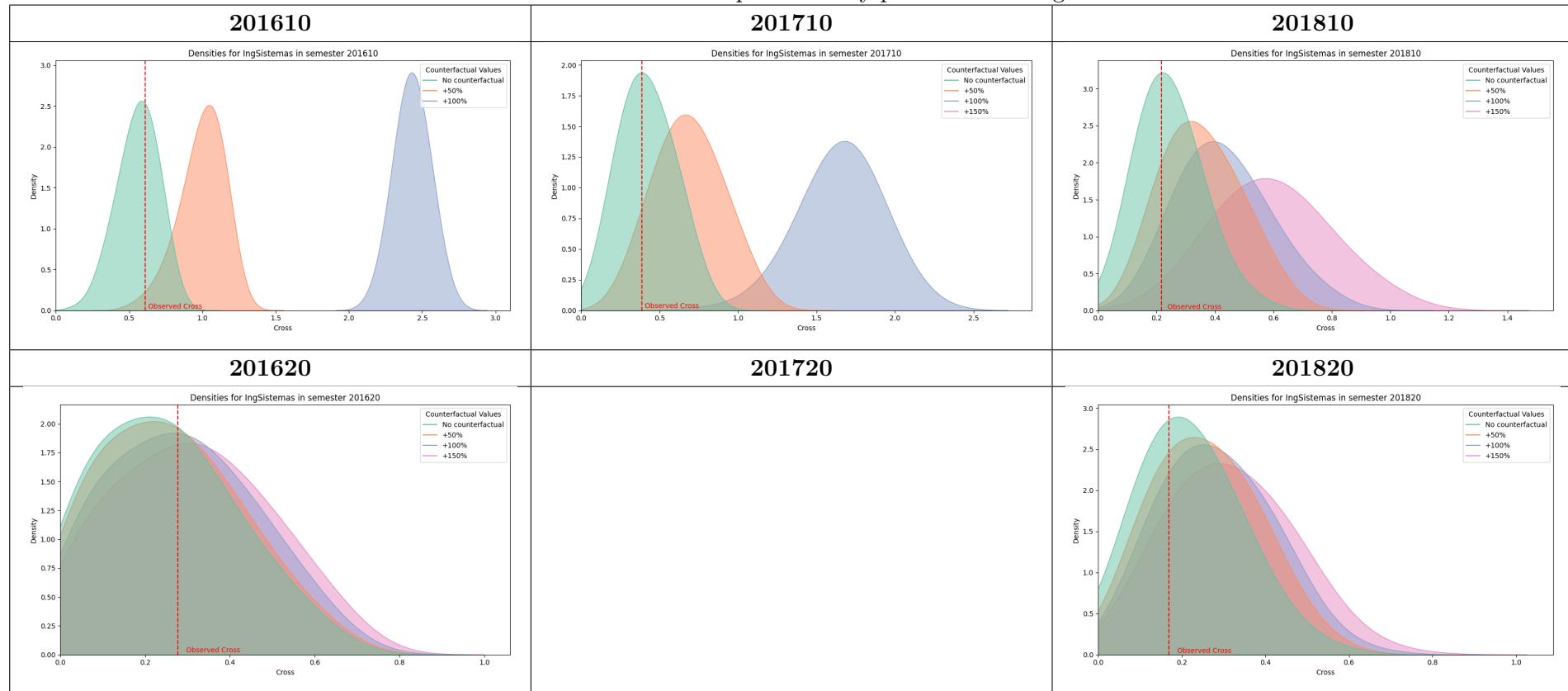
Cuadro 29: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Ingeniería Química



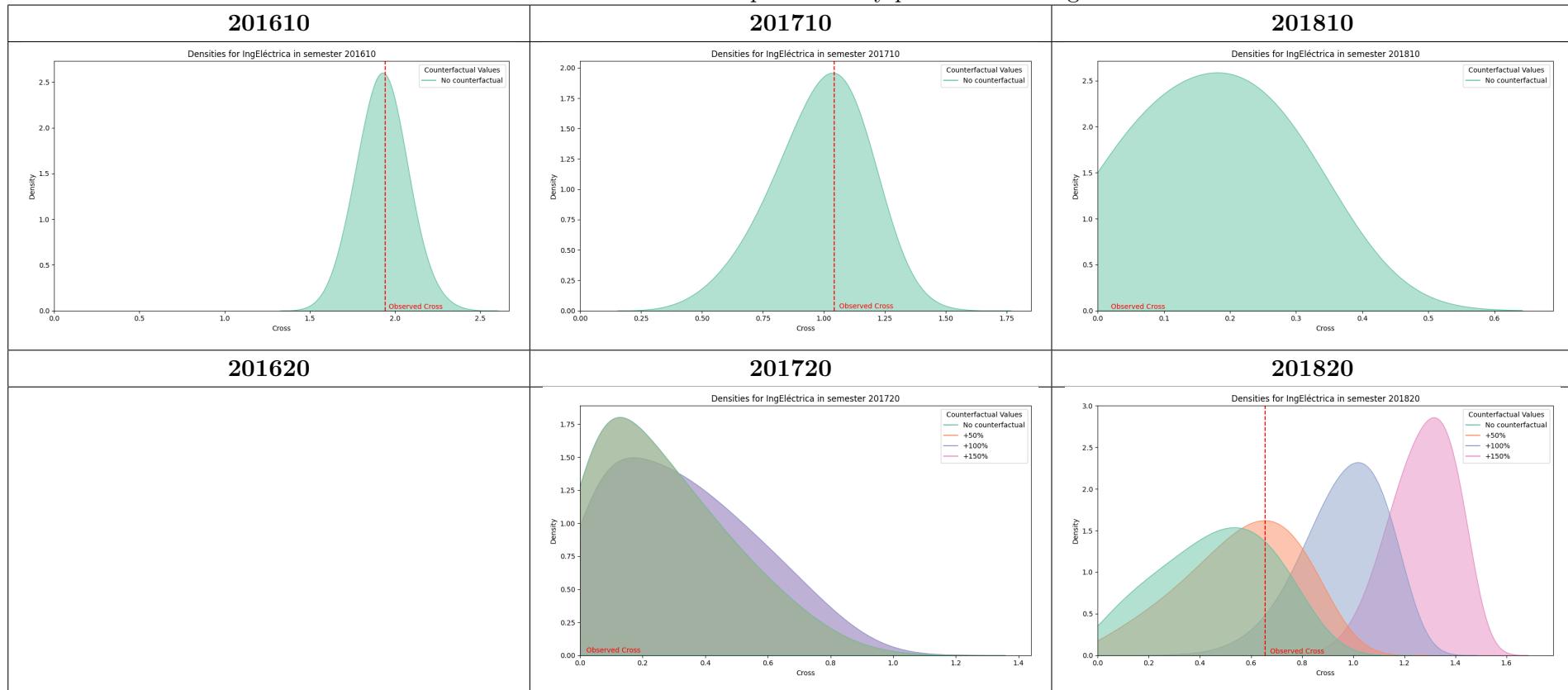
Cuadro 30: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Ingeniería Civil



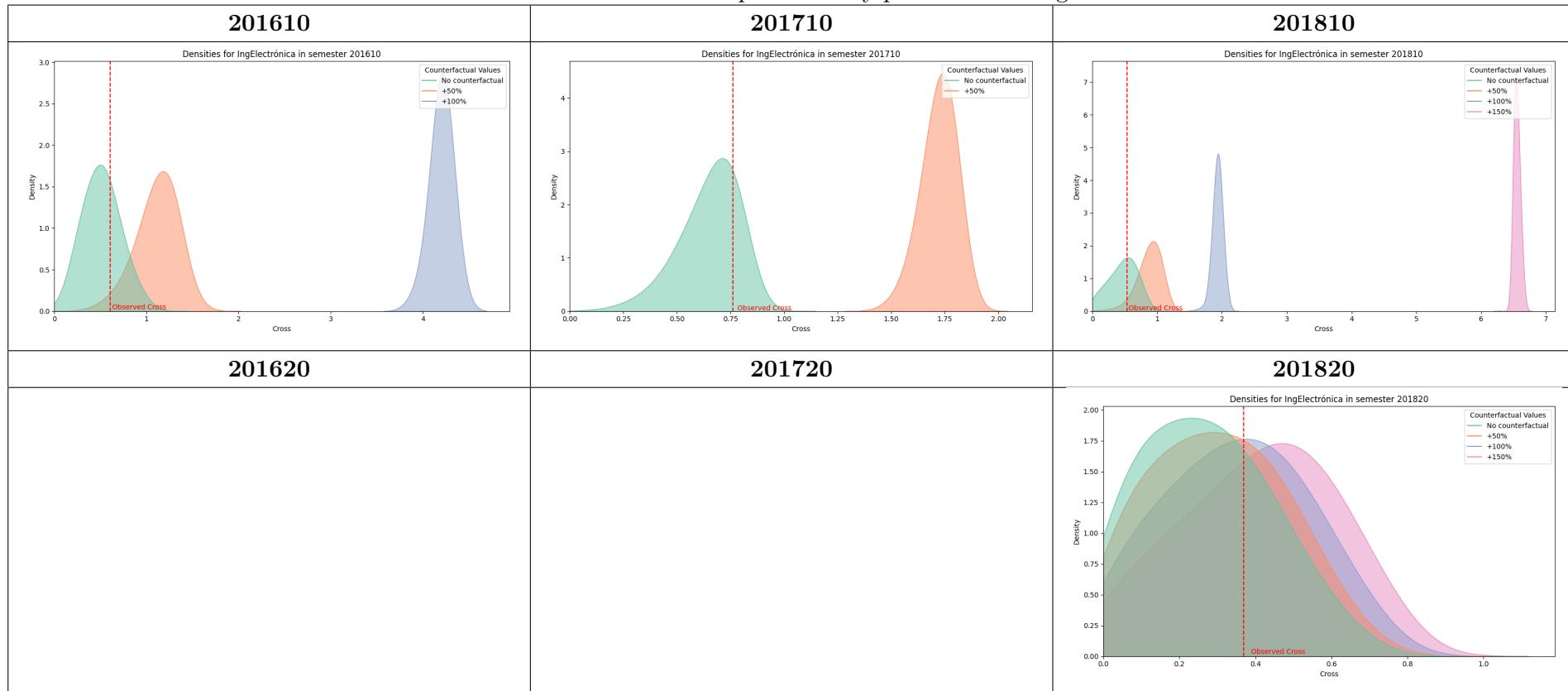
Cuadro 31: Análisis de contrafactual por carrera y por Semestre: Ingeniería de Sistemas



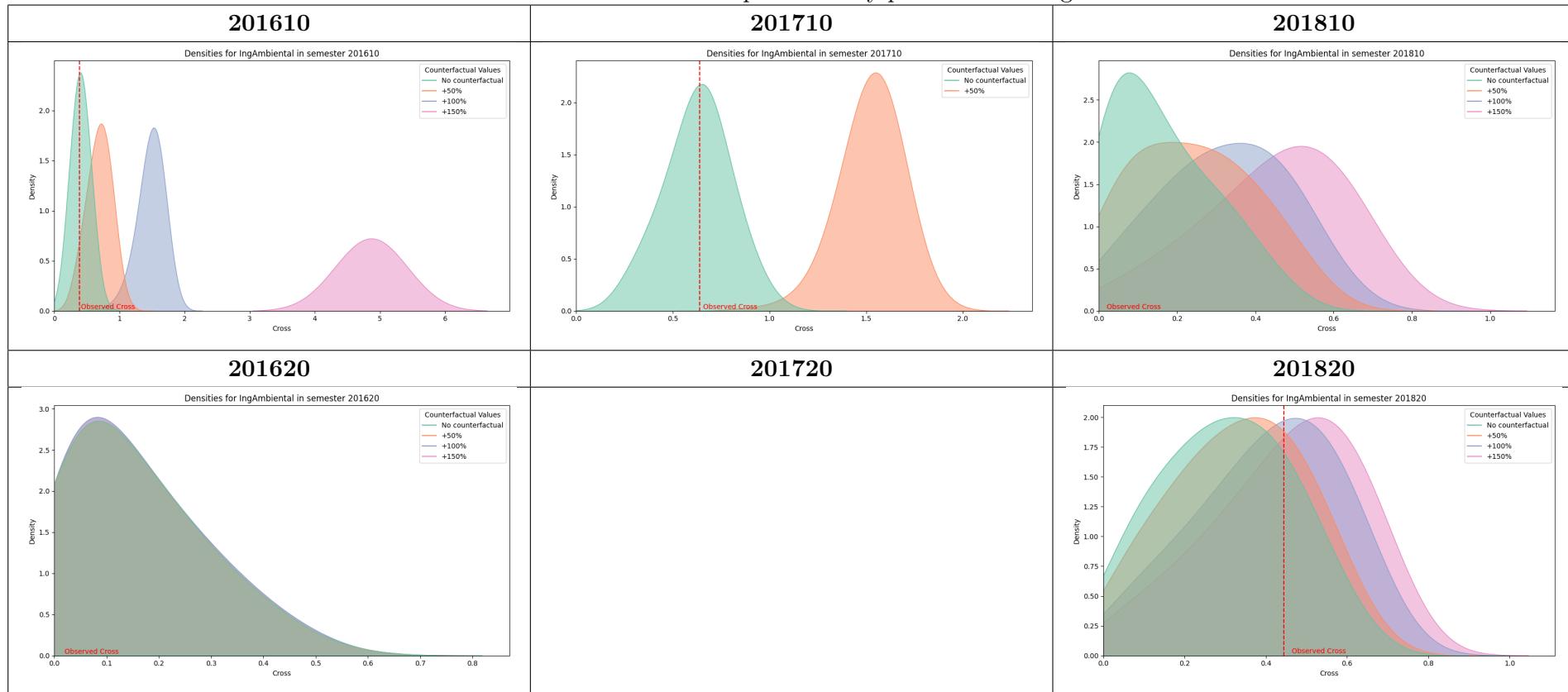
Cuadro 32: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Ingeniería Eléctrica



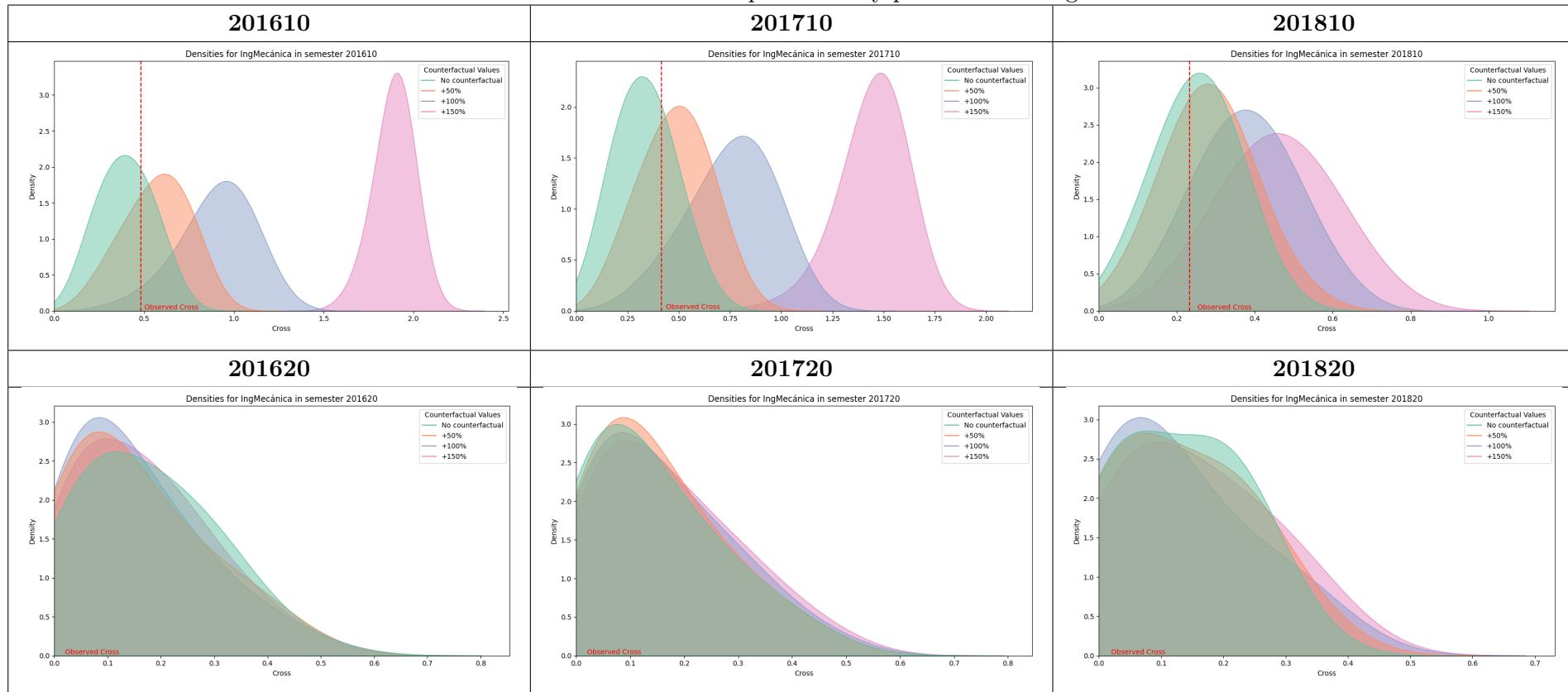
Cuadro 33: Análisis de contrafactual por carrera y por Semestre: Ingeniería Electrónica



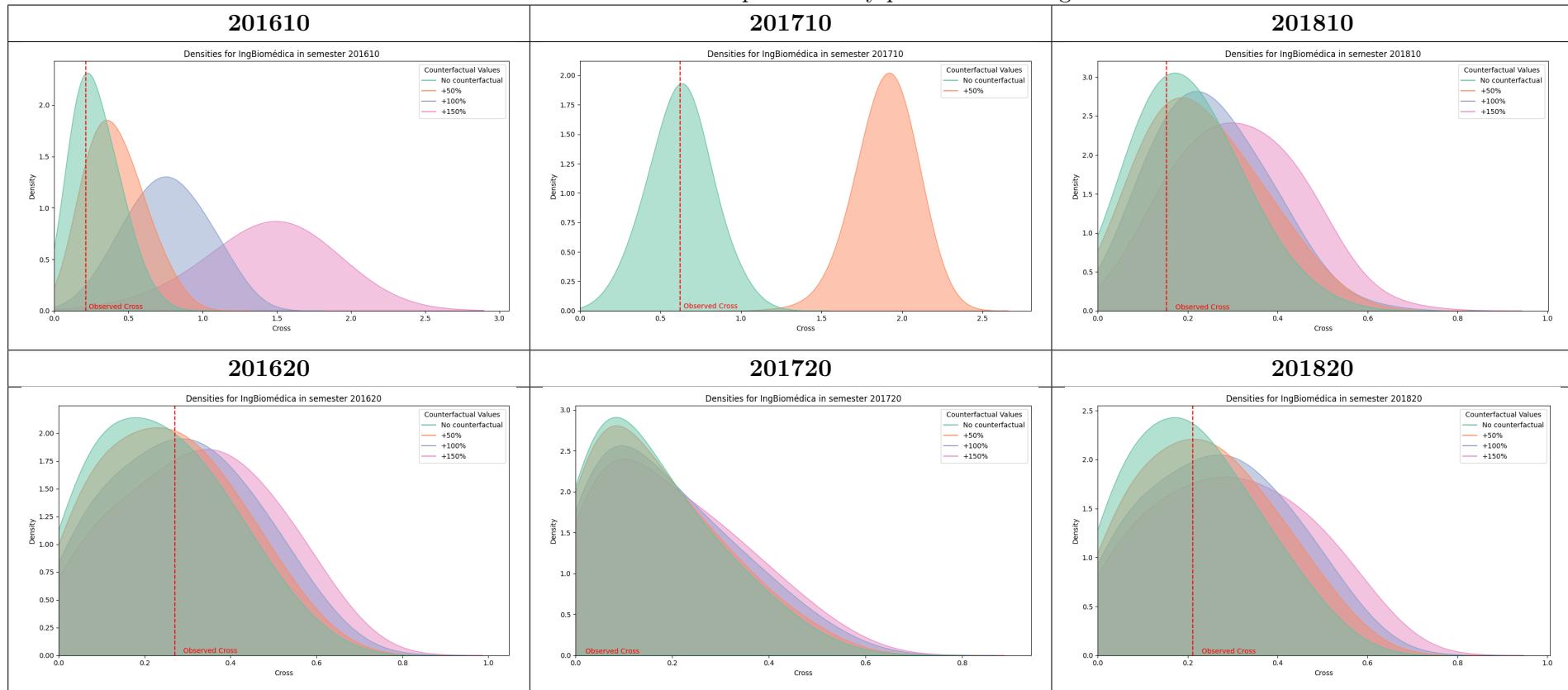
Cuadro 34: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Ingeniería Ambiental



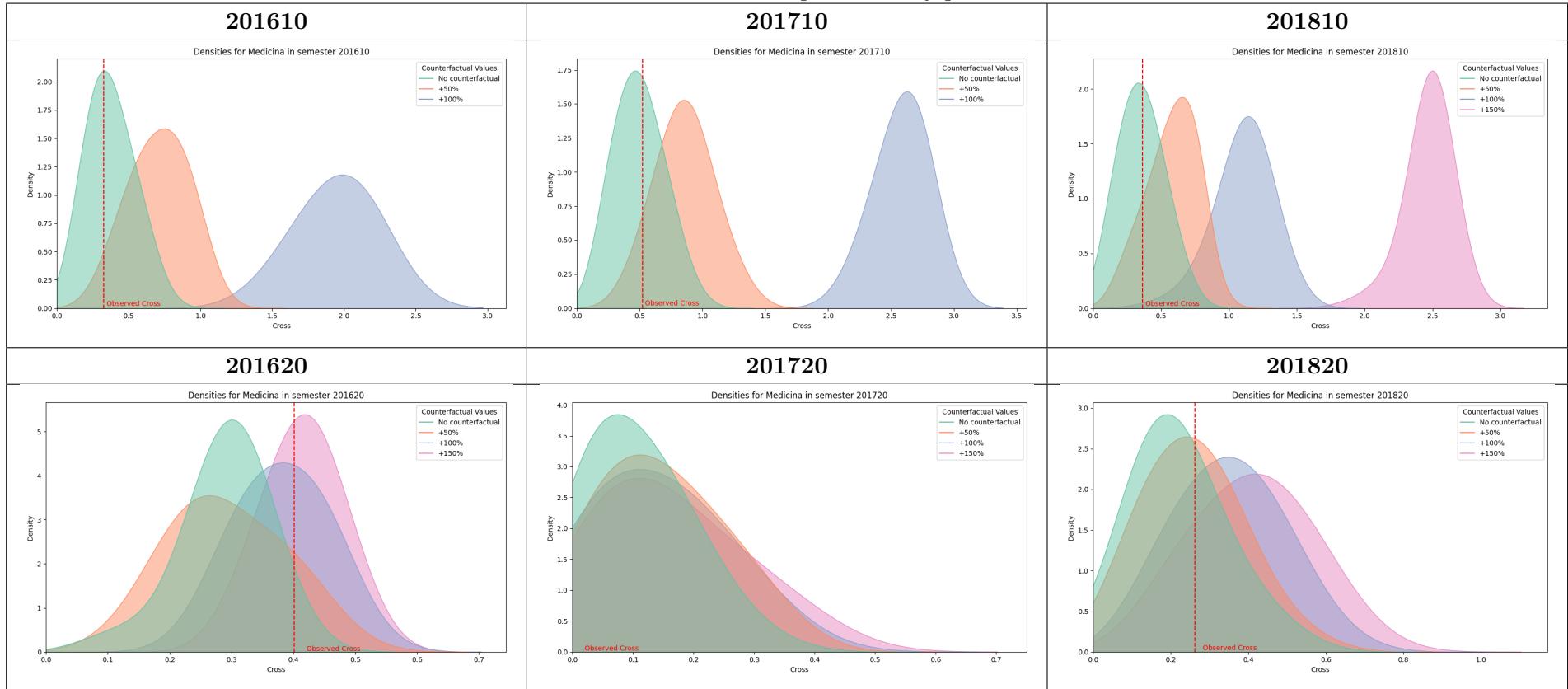
Cuadro 35: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Ingeniería Mecánica



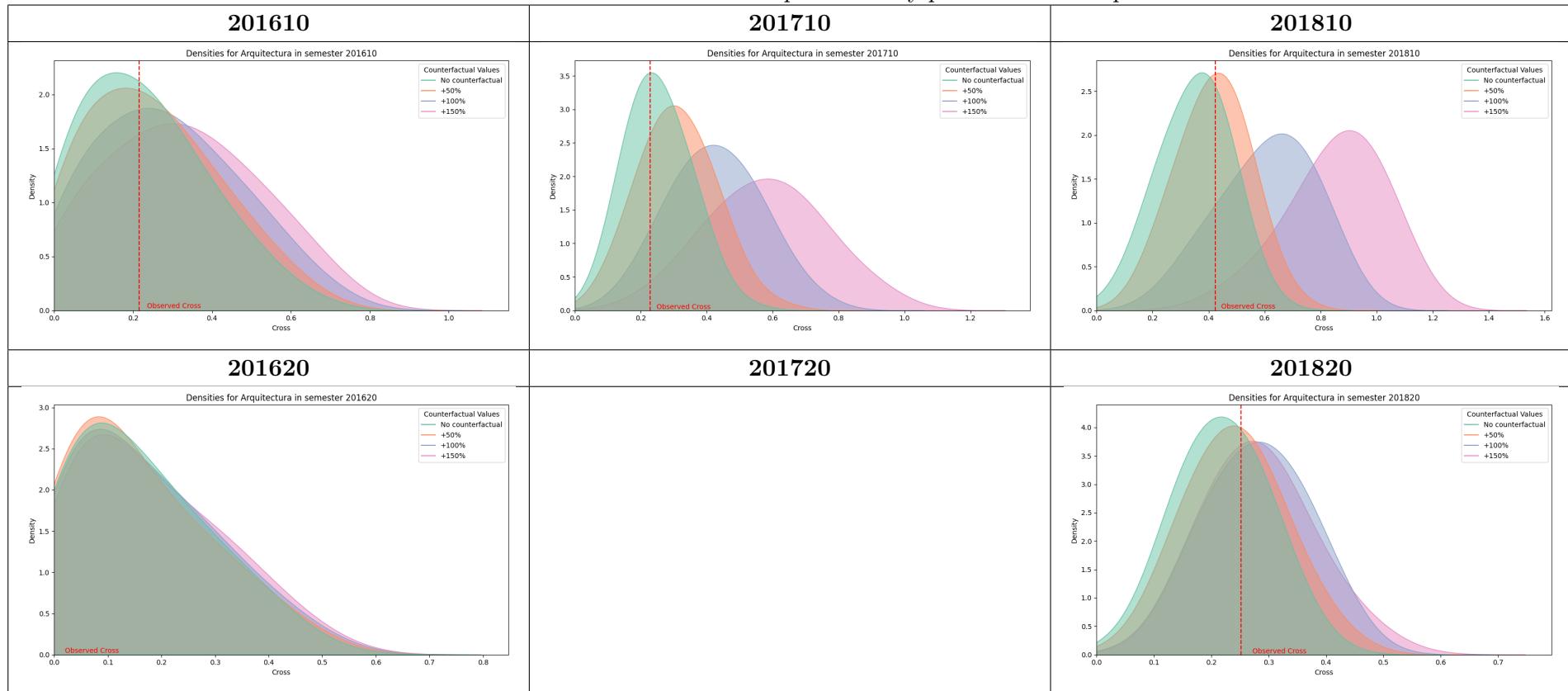
Cuadro 36: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Ingeniería Biomédica



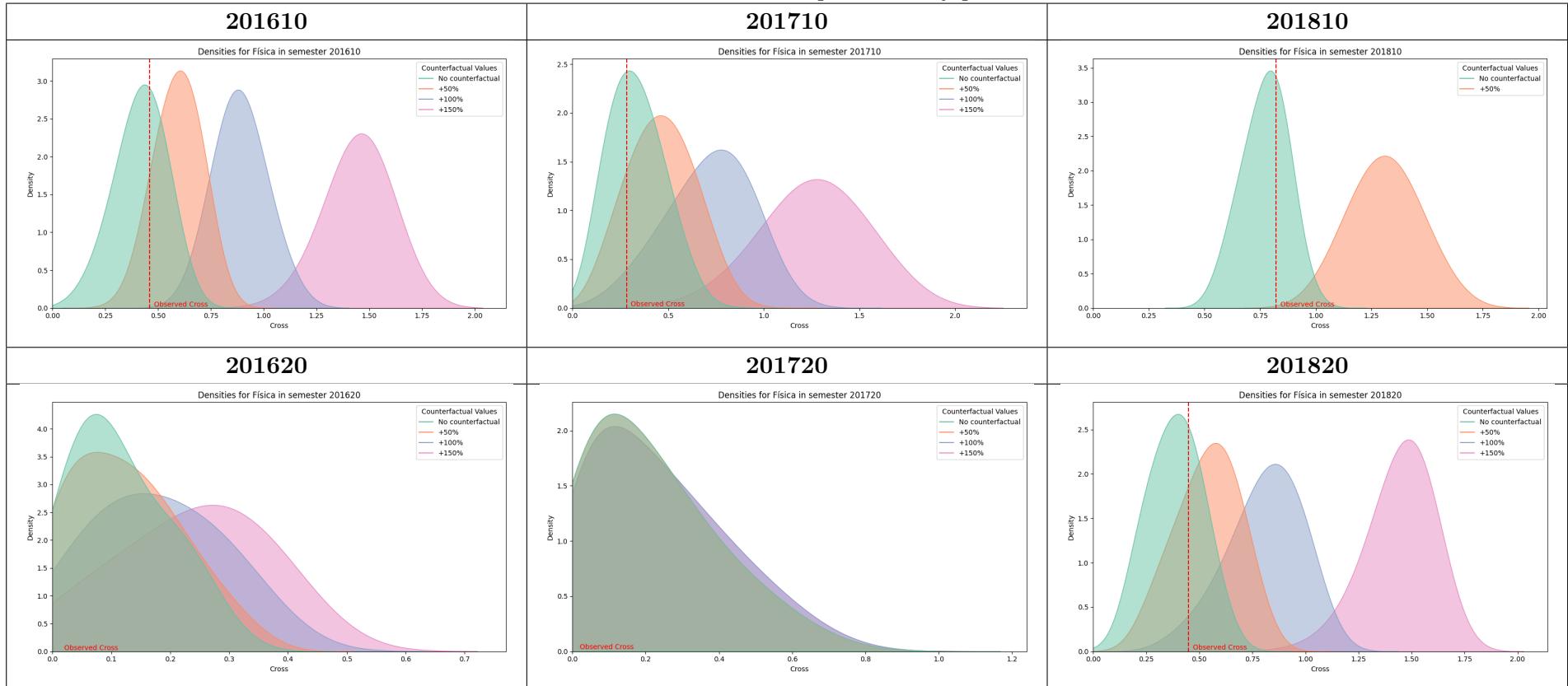
Cuadro 37: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Medicina



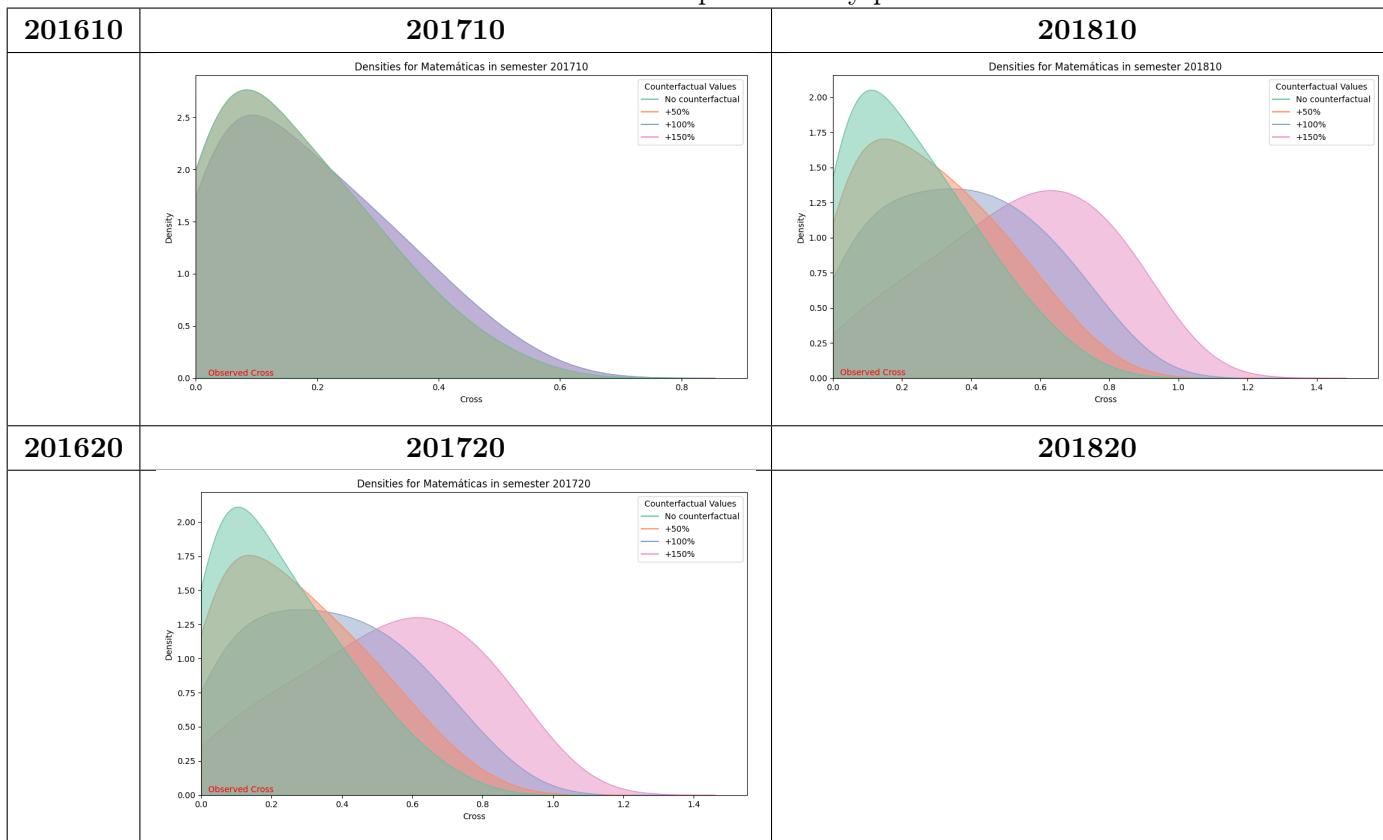
Cuadro 38: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Arquitectura



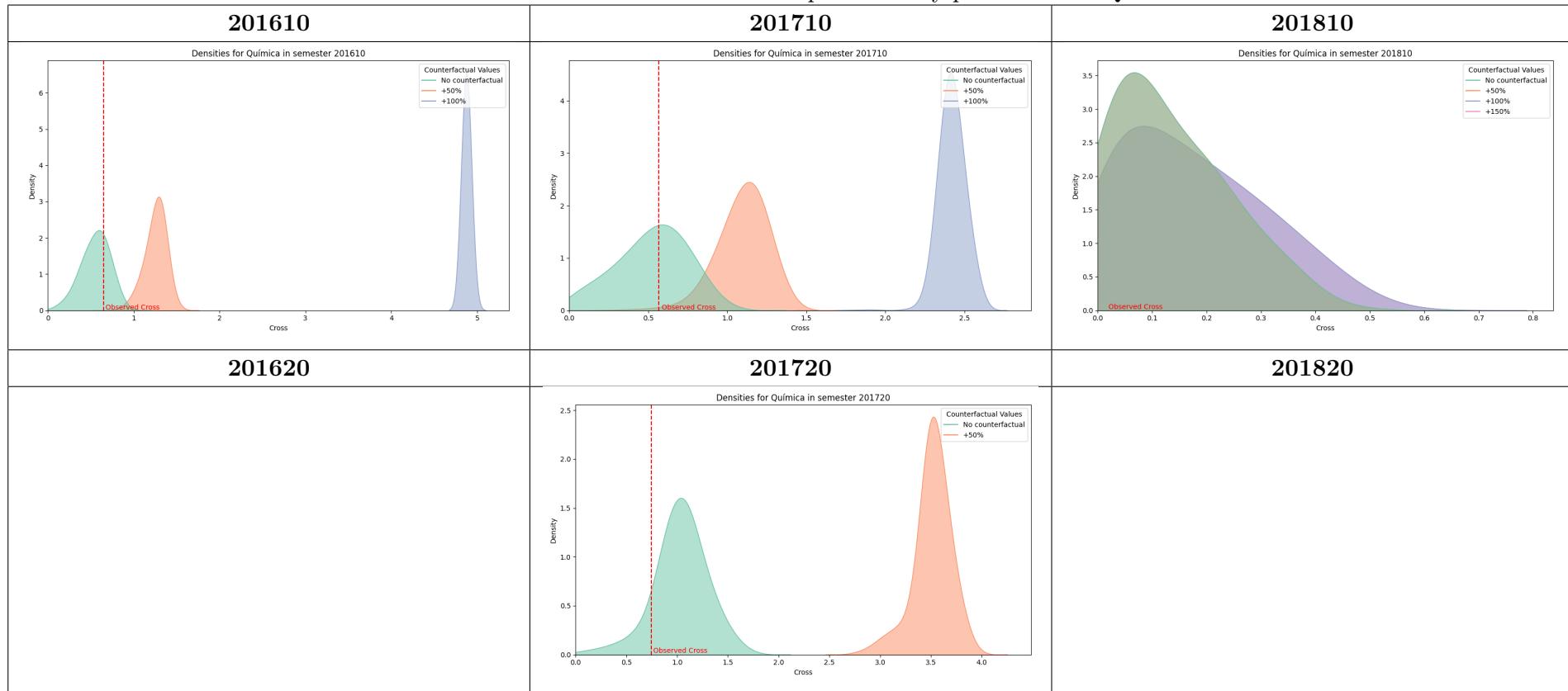
Cuadro 39: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Física



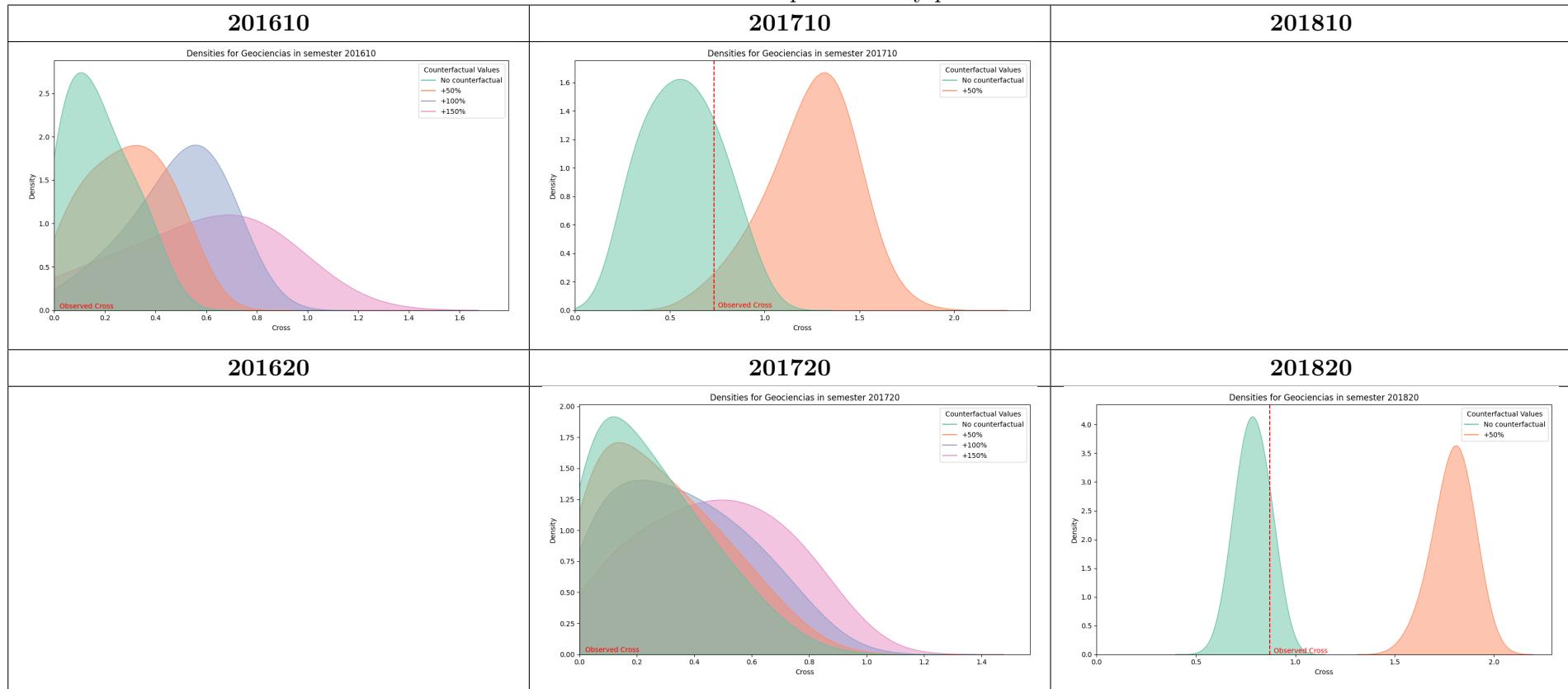
Cuadro 40: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Matemáticas



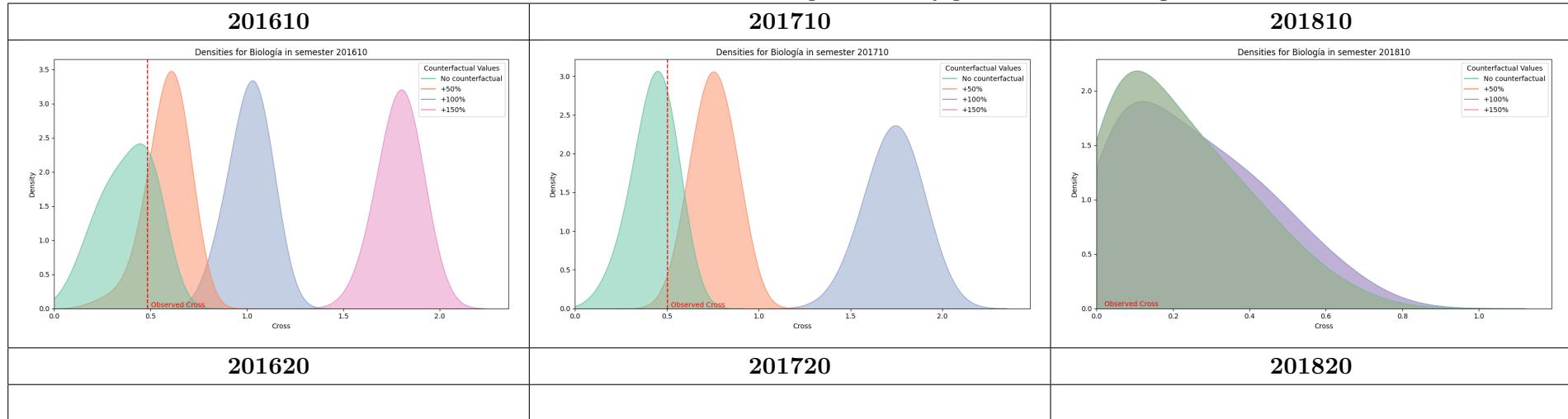
Cuadro 41: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Química



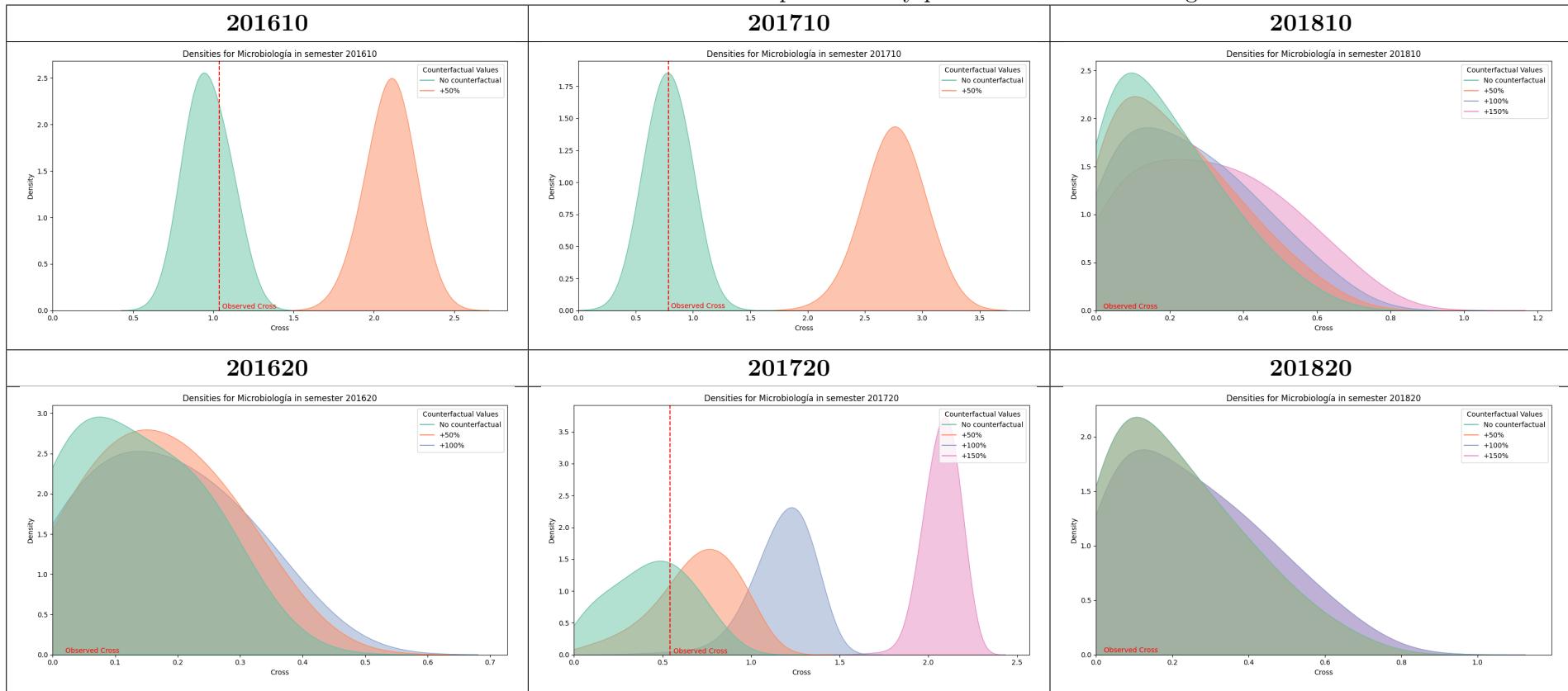
Cuadro 42: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Geociencias



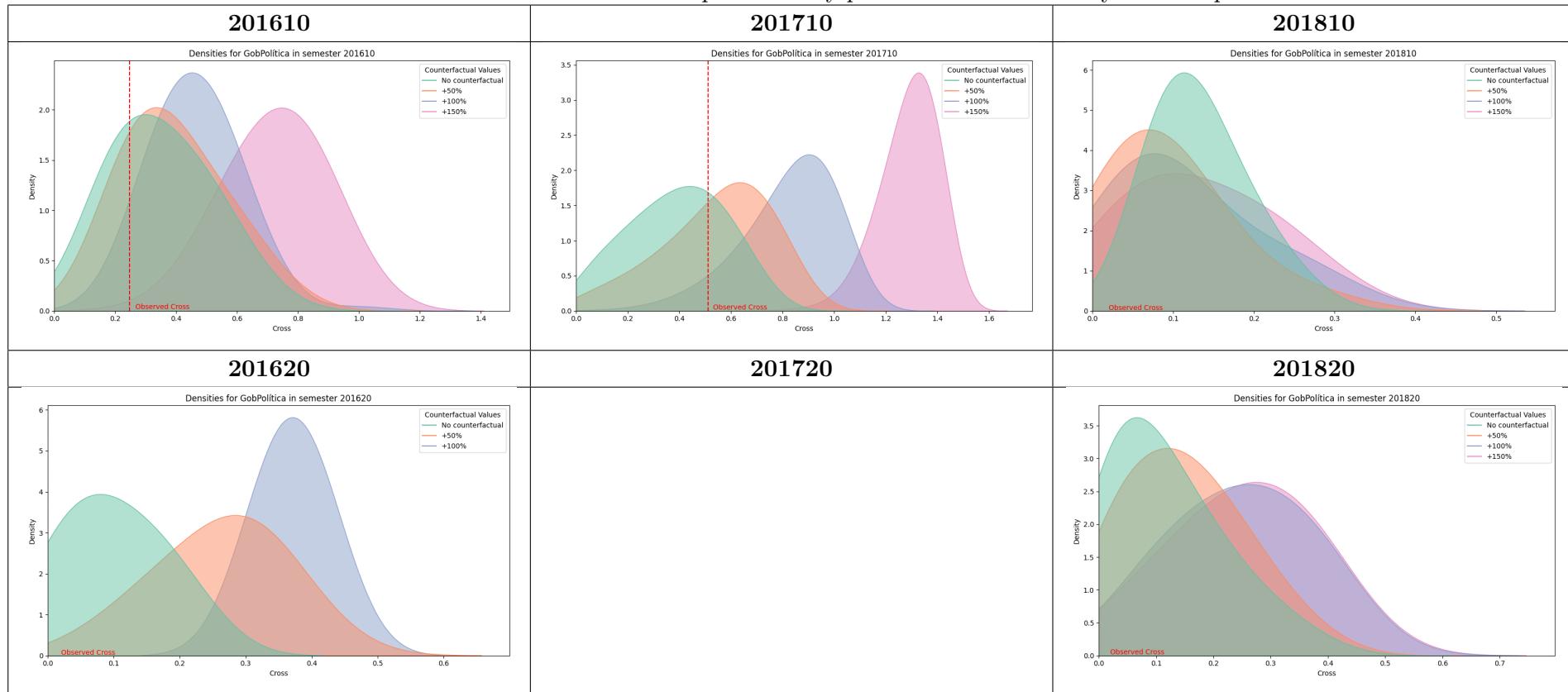
Cuadro 43: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Biología



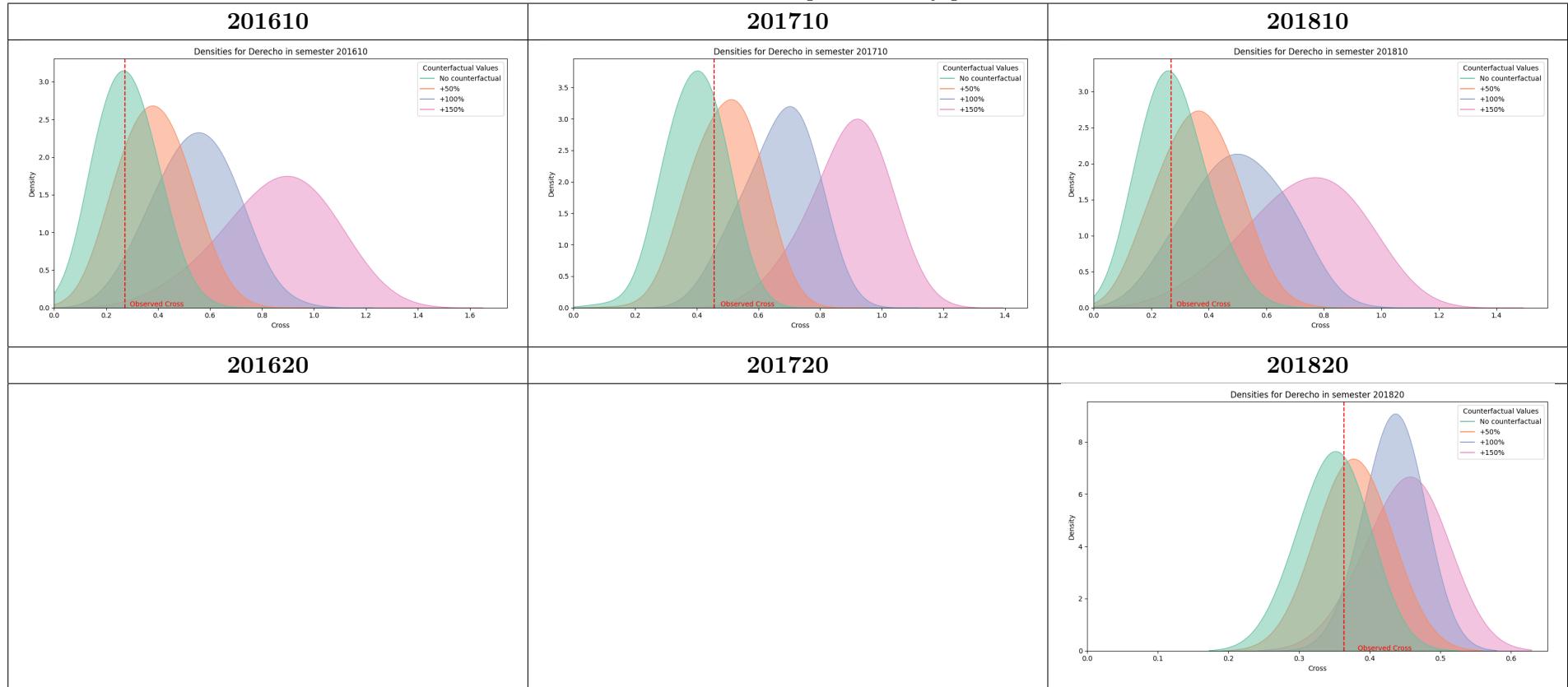
Cuadro 44: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Microbiología



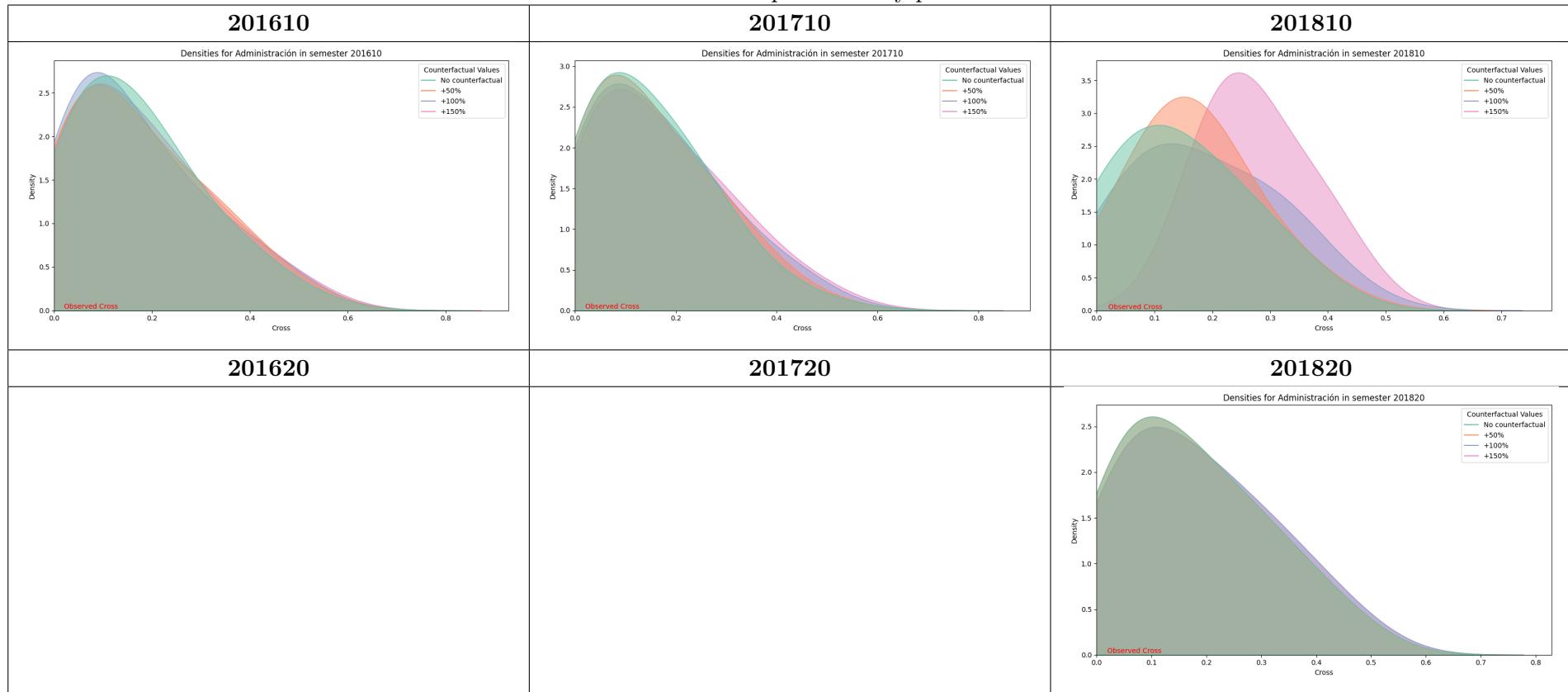
Cuadro 45: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Gobierno y Asuntos públicos



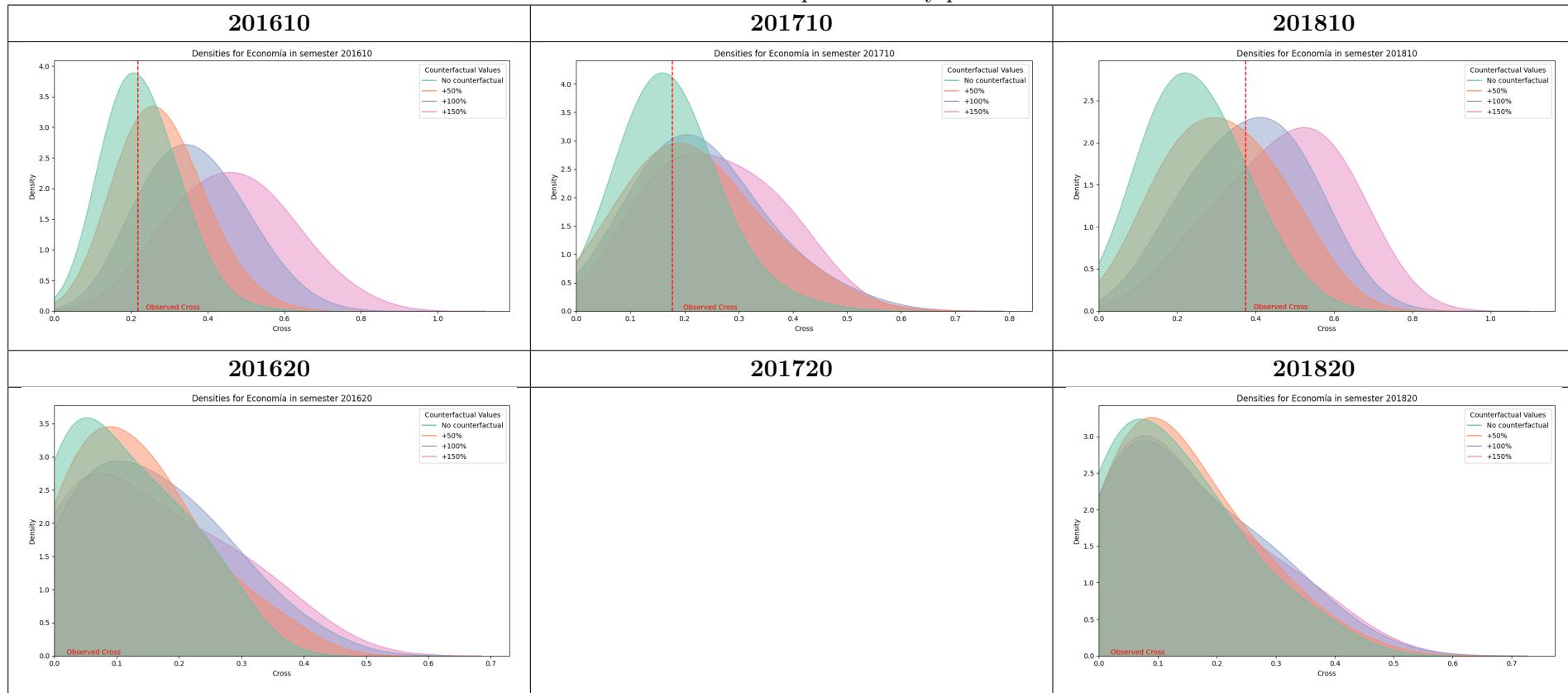
Cuadro 46: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Derecho



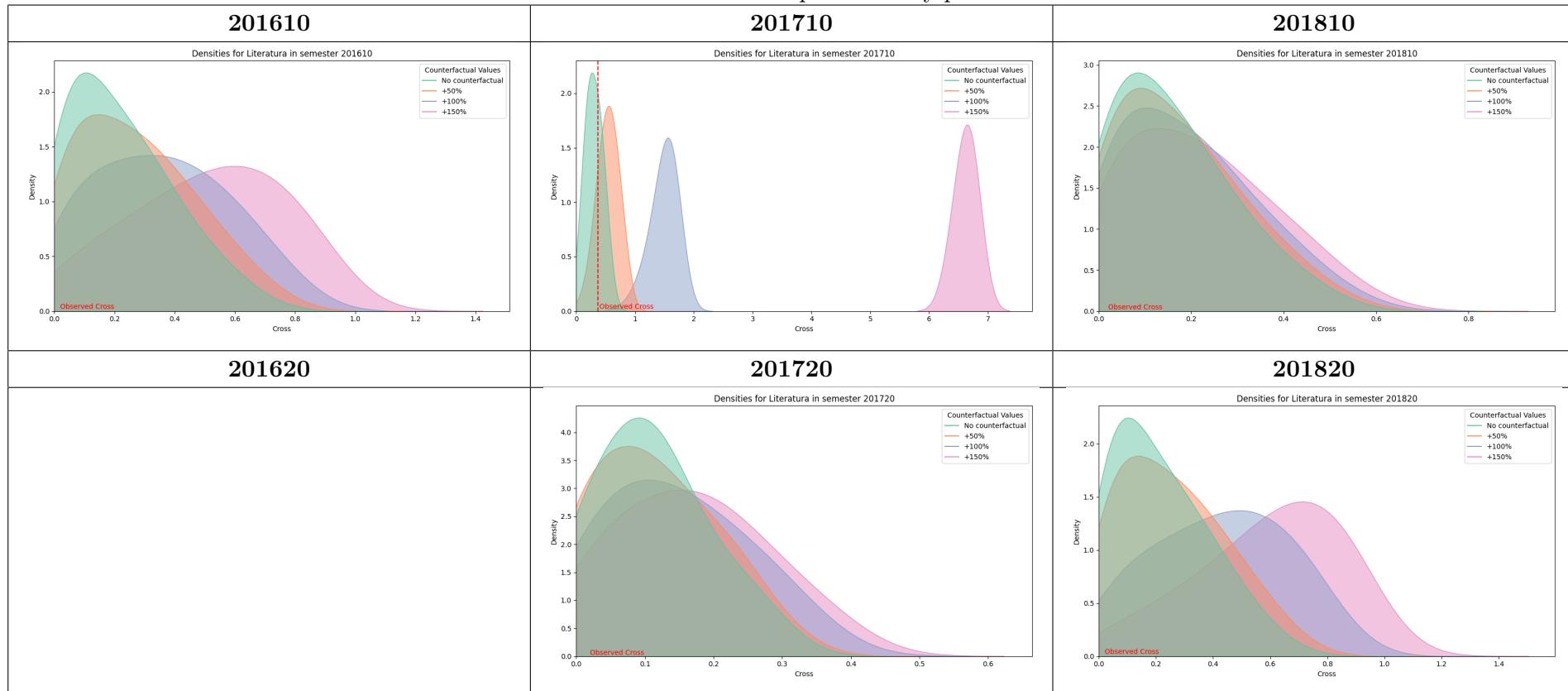
Cuadro 47: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Administración



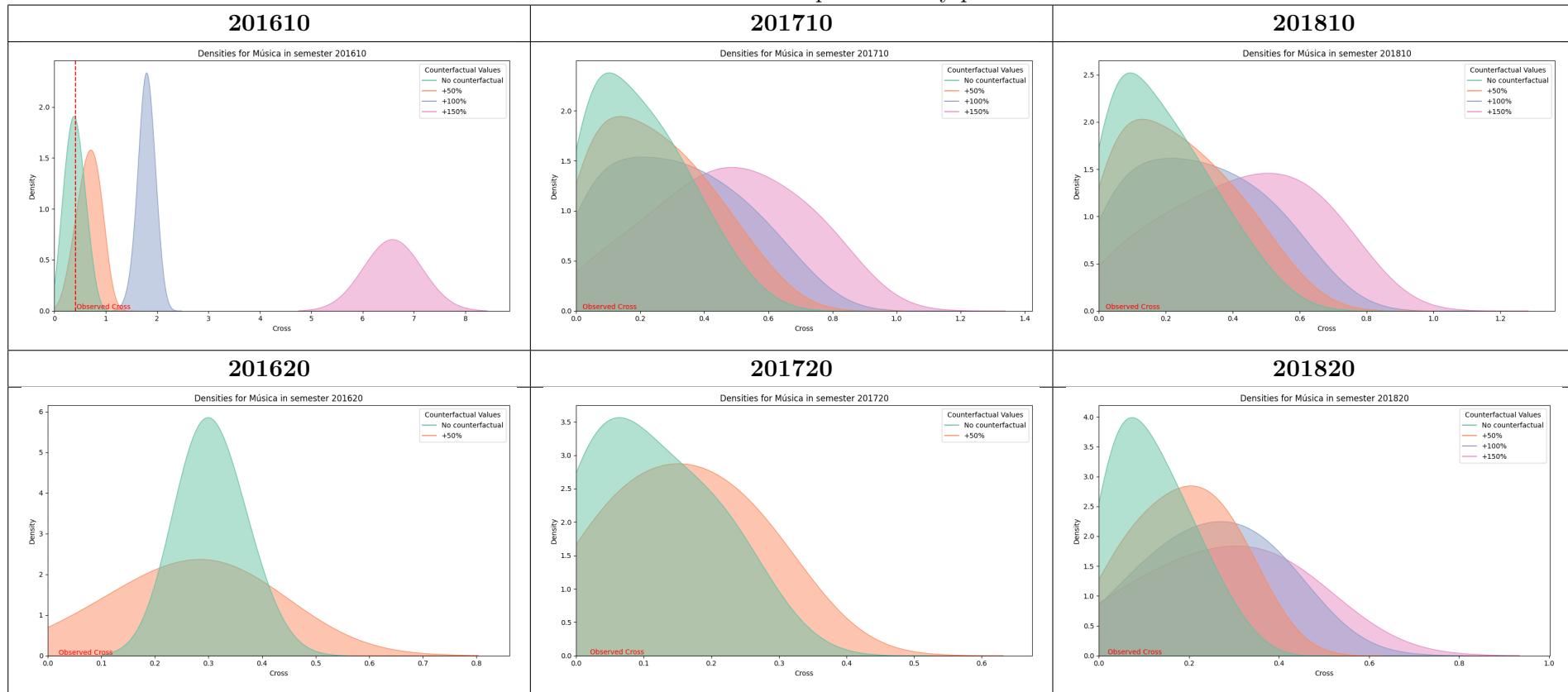
Cuadro 48: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Economía



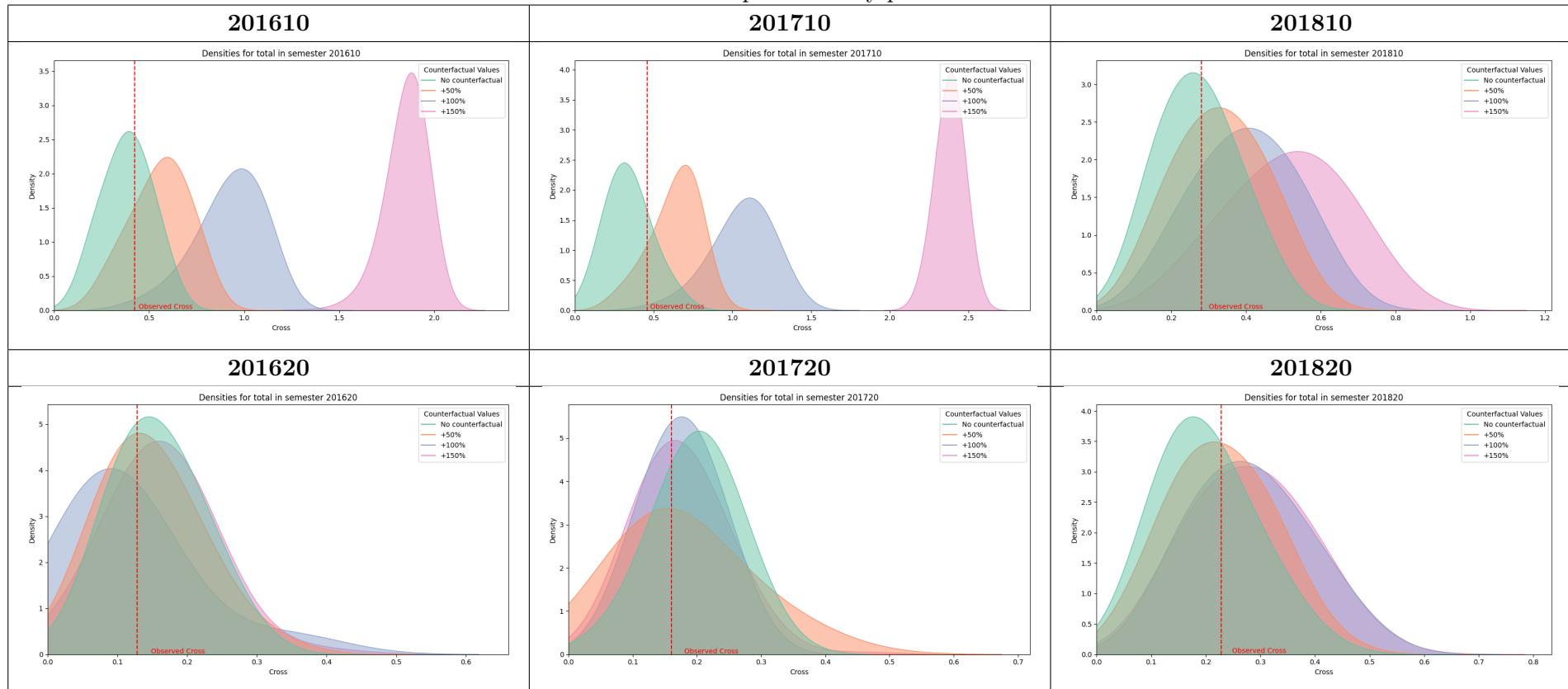
Cuadro 49: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Literatura



Cuadro 50: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Música



Cuadro 51: Análisis de contrafactuales por carrera y por Semestre: Total de Estudiantes



A.7. Diferencias de medias para distribuciones por contrafactual vs factual.

Este anexo sintetiza el análisis de los contrafactuals utilizando pruebas t de diferencias de medias.

Cuadro 52: Diferencia en cross-enlaces entre Factual y Contrafactual (+50 %)

	201610	201620	201710	201720	201810	201820
Arquitectura	0.045*** (0.015)	0.032** (0.018)	0.067*** (0.022)		0.038* (0.021)	0.012 (0.019)
Biología	0.051*** (0.014)		0.072*** (0.025)		0.024 (0.020)	
IngBiomédica	0.048** (0.022)	0.027* (0.016)	0.053** (0.024)	0.015 (0.014)	0.029* (0.016)	0.037** (0.017)
Administración	0.007 (0.011)		0.018 (0.019)		0.014 (0.017)	0.005 (0.009)
IngQuímica	0.059*** (0.018)		0.082*** (0.021)	0.044* (0.036)	0.063** (0.025)	0.052** (0.024)
Química	0.075*** (0.026)		0.069** (0.031)	0.098*** (0.028)	0.027 (0.028)	
IngCivil	0.073*** (0.020)		0.078*** (0.022)		0.068** (0.027)	0.049** (0.023)
IngSistemas	0.057*** (0.019)	0.021 (0.016)	0.066*** (0.023)		0.035* (0.021)	0.048** (0.023)
Economía	0.042** (0.019)	0.009 (0.011)	0.035* (0.020)		0.041** (0.018)	0.017 (0.014)
IngEléctrica				0.037 (0.031)		0.047* (0.027)
IngElectrónica	0.069*** (0.023)		0.082*** (0.026)	0.011 (0.015)	0.057** (0.025)	0.032* (0.019)
IngAmbiental	0.056** (0.024)	0.013 (0.015)	0.077*** (0.028)		0.028 (0.021)	0.025 (0.022)
Geociencias	0.049* (0.026)		0.085** (0.041)	0.032 (0.025)		0.086** (0.042)
Gobierno	0.043** (0.021)	0.018 (0.016)	0.045** (0.022)		0.015 (0.017)	0.023 (0.019)
IngIndustrial	0.047** (0.018)		0.043** (0.019)	0.016 (0.013)	0.025 (0.016)	
Derecho	0.048** (0.022)		0.042** (0.021)		0.047** (0.019)	0.031* (0.018)
Literatura	0.039* (0.023)		0.062** (0.029)	0.028 (0.025)	0.022 (0.020)	0.036 (0.027)
Matemáticas			0.018 (0.023)	0.035 (0.029)	0.036 (0.028)	
IngMecánica	0.056** (0.022)	0.013 (0.013)	0.057** (0.022)	0.017 (0.015)	0.037* (0.020)	0.027* (0.017)
Medicina	0.068*** (0.024)	0.022* (0.013)	0.073*** (0.026)	0.019 (0.015)	0.054** (0.025)	0.041** (0.019)
Microbiología	0.089*** (0.032)	0.027 (0.025)	0.091*** (0.033)	0.059* (0.032)	0.031 (0.026)	0.021 (0.025)
Música	0.063** (0.028)	0.026 (0.023)	0.037* (0.024)	0.041* (0.024)	0.034 (0.027)	0.029 (0.025)
Física	0.053** (0.025)	0.028 (0.026)	0.052** (0.023)	0.018 (0.022)	0.079** (0.034)	0.056** (0.027)
Total	0.055*** (0.004)	0.012** (0.004)	0.059*** (0.005)	0.016*** (0.004)	0.042*** (0.005)	0.027*** (0.004)

Nota: * $p < 0.1$; ** $p < 0.05$; *** $p < 0.01$. Error estándar entre paréntesis.

Cuadro 53: Diferencia en cross-enlaces entre Factual y Contrafactual (+100 %)

	201610	201620	201710	201720	201810	201820
Arquitectura	0.078** (0.022)	0.065* (0.025)	0.103*** (0.028)		0.072** (0.028)	0.035 (0.025)
Biología	0.089*** (0.021)		0.124*** (0.031)		0.035 (0.029)	
IngBiomédica	0.082** (0.029)	0.053** (0.022)	0.091*** (0.032)	0.027 (0.019)	0.047* (0.024)	0.064** (0.026)
Administración	0.015 (0.015)		0.029 (0.025)		0.024 (0.023)	0.007 (0.013)
IngQuímica	0.098*** (0.026)		0.135*** (0.028)		0.105*** (0.032)	0.084** (0.034)
Química	0.128*** (0.036)		0.118** (0.046)		0.039 (0.038)	
IngCivil	0.123*** (0.028)		0.129*** (0.029)		0.112*** (0.037)	0.084** (0.033)
IngSistemas	0.097*** (0.025)	0.039* (0.021)	0.111*** (0.029)		0.058* (0.030)	0.082** (0.032)
Economía	0.074** (0.026)	0.016 (0.015)	0.062** (0.027)		0.069** (0.026)	0.029 (0.021)
IngEléctrica				0.067 (0.042)		0.076* (0.041)
IngElectrónica	0.117*** (0.031)				0.095** (0.034)	0.054* (0.029)
IngAmbiental	0.095** (0.033)	0.024 (0.021)			0.046 (0.029)	0.042 (0.031)
Geociencias	0.085* (0.034)		0.143** (0.057)			
Gobierno	0.075** (0.029)	0.035 (0.022)	0.078** (0.031)		0.028 (0.023)	0.042 (0.027)
IngIndustrial	0.082** (0.025)		0.075** (0.025)	0.027 (0.018)	0.042* (0.023)	
Derecho	0.081** (0.030)		0.073** (0.029)		0.079** (0.027)	0.053* (0.028)
Literatura	0.067* (0.034)		0.103** (0.039)	0.045 (0.032)	0.038 (0.027)	0.059 (0.038)
Matemáticas			0.029 (0.032)	0.064 (0.041)	0.061 (0.041)	
IngMecánica	0.095** (0.030)	0.025 (0.018)	0.097** (0.030)	0.029 (0.020)	0.063* (0.029)	0.046* (0.025)
Medicina	0.117*** (0.032)	0.043** (0.019)	0.124*** (0.035)	0.037* (0.021)	0.089** (0.035)	0.068** (0.028)
Microbiología		0.048 (0.033)		0.095* (0.048)	0.047 (0.038)	0.036 (0.037)
Música	0.107** (0.042)		0.062* (0.035)		0.058 (0.041)	0.049 (0.037)
Física	0.091** (0.036)	0.051 (0.035)	0.089** (0.033)	0.032 (0.031)		0.095** (0.039)
Total	0.093*** (0.006)	0.024*** (0.006)	0.099*** (0.007)	0.029*** (0.006)	0.069*** (0.008)	0.044*** (0.006)

Nota: * $p < 0,1$; ** $p < 0,05$; *** $p < 0,01$. Error estándar entre paréntesis.

Cuadro 54: Diferencia en cross-enlaces entre Factual y Contrafactual (+150 %)

	201610	201620	201710	201720	201810	201820
Arquitectura	0.112* (0.031)	0.098* (0.033)	0.139*** (0.035)		0.103** (0.035)	0.057 (0.032)
Biología	0.125** (0.030)		0.167*** (0.039)		0.047 (0.039)	(0.042)
IngBiomédica	0.119** (0.039)	0.081** (0.031)	0.137*** (0.042)	0.039 (0.025)	0.071* (0.033)	0.094** (0.036)
Administración	0.023 (0.021)		0.041 (0.032)		0.035 (0.030)	0.010 (0.018)
IngQuímica	0.135*** (0.035)				0.145*** (0.042)	0.113** (0.046)
Química					0.052 (0.056)	
IngCivil					0.154*** (0.047)	0.117** (0.044)
IngSistemas		0.058* (0.029)			0.084* (0.040)	0.116** (0.043)
Economía	0.102** (0.035)	0.023 (0.020)	0.089** (0.035)		0.097** (0.034)	0.042 (0.028)
IngEléctrica				0.098 (0.054)		0.103* (0.055)
IngElectrónica					0.128** (0.045)	0.078* (0.039)
IngAmbiental	0.132** (0.045)	0.035 (0.029)			0.065 (0.039)	0.058 (0.041)
Geociencias	0.123** (0.043)		0.198** (0.075)			
Gobierno	0.106** (0.036)		0.109** (0.039)		0.042 (0.030)	0.063 (0.036)
IngIndustrial	0.115** (0.032)		0.106** (0.034)	0.039 (0.024)	0.062* (0.031)	
Derecho	0.112** (0.040)		0.105** (0.038)		0.112** (0.036)	0.076* (0.036)
Literatura	0.098* (0.045)		0.145** (0.050)	0.065 (0.041)	0.056 (0.036)	0.085 (0.050)
Matemáticas			0.043 (0.042)	0.095 (0.053)	0.089 (0.054)	
IngMecánica	0.132** (0.040)	0.037 (0.024)	0.136** (0.039)	0.042 (0.026)	0.089* (0.038)	0.068* (0.034)
Medicina		0.065** (0.025)		0.057* (0.028)	0.125** (0.045)	0.095** (0.037)
Microbiología				0.134* (0.067)	0.065 (0.050)	0.054 (0.050)
Música	0.148** (0.056)		0.089* (0.046)	0.096* (0.048)	0.085 (0.055)	
Física	0.127** (0.048)	0.078 (0.048)	0.126** (0.044)	0.048		0.137** (0.052)
Total	0.128*** (0.008)	0.037*** (0.008)	0.137*** (0.009)	0.043*** (0.008)	0.097*** (0.010)	0.063*** (0.009)

Nota: * $p < 0,1$; ** $p < 0,05$; *** $p < 0,01$. Error estándar entre paréntesis.