

**UNIVERSIDAD SAN PABLO DE GUATEMALA**

Facultad de Ingeniería

Ingeniería en sistemas



**Reporte técnico**

**Ecuaciones diferenciales**

Catedrático: Julio Rodolfo Pérez Gil

Marlon Estuardo Pappa Hernández

Gustavo Adolfo Ortiz Gutiérrez

Kennet Anderson Santisteban Torres

Jonathan Javier Soberanis Castillo

Javier Augusto Estrada Gordillo

Guatemala, 22 de noviembre de 2025

# Métodos de Solución de EDO de Primer Orden

Reporte Técnico - Noviembre 2025

## 1. Introducción

Este reporte describe los principales métodos analíticos para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) de primer orden. Los métodos se clasifican según la forma de la ecuación, permitiendo su reducción a un formato integrable.

## 2. Métodos de Solución

Método	Forma General	Técnica
Separables	$dy/dx = f(x)g(y)$	Separar e integrar
Exactas	$M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$	$\partial M/\partial y = \partial N/\partial x$
Lineales	$dy/dx + P(x)y = Q(x)$	Factor integrante
Homogéneas	$dy/dx = f(y/x)$	Sustitución $v = y/x$
Bernoulli	$dy/dx + P(x)y = Q(x)y^n$	$v = y^{1-n}$

## 3. Ejemplos de Aplicación

### 3.1 Ecuación Separable

Resolver:  $dy/dx = x^2/y^3$

- Separación:  $y^3 dy = x^2 dx$
- Integración:  $\int y^3 dy = \int x^2 dx$
- Solución:  $y^4/4 = x^3/3 + C$

### 3.2 Ecuación Exacta

Resolver:  $(2x + y)dx + (x - 2y)dy = 0$

- Verificación:  $\partial M/\partial y = 1, \partial N/\partial x = 1 \rightarrow$  Es exacta
- Integrar M respecto a x:  $\phi(x,y) = x^2 + xy + g(y)$
- Derivar respecto a y e igualar a N:  $g'(y) = -2y$
- Solución general:  $x^2 + xy - y^2 = C$

### 3.3 Ecuación Lineal

Resolver:  $dy/dx - 3y = 6$

- Identificar:  $P(x) = -3, Q(x) = 6$
- Factor integrante:  $\mu(x) = e^{(-3x)}$
- Aplicar fórmula de solución
- Solución general:  $y(x) = -2 + Ce^{(3x)}$

### 3.4 Ecuación Homogénea

Resolver:  $dy/dx = (y + x)/x$

- Sustitución:  $v = y/x$ , entonces  $y = vx$
- Derivar:  $dy/dx = v + x(dv/dx)$
- Sustituir:  $v + x(dv/dx) = v + 1$
- Resolver:  $x(dv/dx) = 1 \rightarrow dv = dx/x$
- Solución general:  $y = x(\ln|x| + C)$

## 4. Validación Computacional

La validación de las soluciones se realiza mediante sustitución directa en la ecuación original. Para verificación computacional y visualización de soluciones, se ha desarrollado una calculadora interactiva disponible en:

<https://github.com/jaestrada40/ecuaciones.git>

### 4.1 Proceso de Validación

- Sustituir la solución general en la ecuación original
- Verificar que se cumple la igualdad para cualquier valor de la constante C
- Comprobar condiciones iniciales si se proporcionan

The screenshot displays the 'Examen Final Pro' web application, which is designed for solving algebraic and differential equations with step-by-step explanations. The interface is dark-themed and includes a configuration section at the top with dropdown menus for 'Diferencial (orden = 10, y1)' and 'Método de resolución' (set to 'Automático'). The main input field contains the differential equation  $dy/dx = x^2 y^2$ . Below this, the application shows a step-by-step solution process:

- Paso 1: Ecuación diferencial original** shows the equation  $\frac{d}{dx}y(x) = x^2 y^2(x)$  and an explanation: 'Comenzamos con la ecuación diferencial dada'.
- Paso 2: Método de resolución** identifies the method as 'Separable' and explains: 'Para ecuaciones de la forma  $dy/dx = f(x)g(y)$ '.
- Paso 3: Identificación del tipo** identifies it as a 'Tipo: primer orden separable' and explains: 'Esta es una ecuación diferencial primer orden separable'.
- Paso 4: Separación de variables** shows the separated equation  $\frac{dy}{y^2} = x^2 dx$  and explains: 'Separamos las variables: todos los términos con y a la izquierda, todos los términos con x a la derecha'.
- Paso 5: Solución general** shows the general solution  $y(x) = -4/(C_1 + x + 4)$  and explains: 'Solución general usando el método Separable'.

At the bottom, a summary states: 'Resumen: La solución general es  $y(x) = -4/(C_1 + x + 4)$  (método: Separable)'.

## 5. Métodos Avanzados

### 5.1 Ecuaciones Reducibles a Exactas

Cuando  $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$  no es exacta, se busca un factor integrante  $\mu(x,y)$  tal que  $\mu Mdx + \mu Ndy = 0$  sea exacta. Los casos más comunes son:

- Factor dependiente solo de x:  $\mu = \mu(x)$
- Factor dependiente solo de y:  $\mu = \mu(y)$

### 5.2 Ecuación de Riccati

La ecuación  $dy/dx = A(x)y^2 + B(x)y + C(x)$  requiere conocer una solución particular  $y_1(x)$ . La sustitución  $y = y_1 + 1/u$  transforma la ecuación en lineal.

## 6. Conclusiones

Los métodos presentados cubren la mayoría de las EDO de primer orden encontradas en la práctica. La clave para resolver estas ecuaciones es:

- Identificar correctamente el tipo de ecuación
- Aplicar la transformación o método adecuado
- Validar la solución mediante sustitución

La clasificación sistemática y el dominio de estos métodos permiten abordar problemas complejos en ingeniería, física y otras ciencias aplicadas.