

Gabriele Petrillo

## Fondamenti dell'audio digitale 2

*Ciò che segue è stato sviluppato a partire dalla dispensa di composizione del 09/12/2019 del prof. N. Bernardini presso il conservatorio S. Cecilia di Roma che possono essere consultati presso <https://github.com/SMERM/TR-2019-2020/tree/master/A.A.2019-2020/COME-02/20191216>. Questa dispensa tratta dell'implementazione in Octave di funzioni chirp e la fase di un segnale.*

### Ex. 1 creare un glissando cosinusoidale

Con il termine *chirp* si indica un segnale la cui frequenza aumenta o diminuisce nel tempo. Il termine è usato come sinonimo di *sweep*.

Una sinusoide è definita come:

$$f(t) = A * \sin(2\pi ft + \phi)$$

In un glissato lineare la frequenza istantanea  $f(t)$  varia in modo lineare secondo la formula:

$$f(t) = ct + f_0$$

Dove  $f_0$  è la frequenza al punto  $t = 0$ , e  $c$  è la costante del glissato secondo la formula:

$$c = \frac{f_1 - f_0}{T}$$

Dove  $f_1$  è la frequenza di arrivo,  $f_0$  è la frequenza di partenza e  $T$  è il tempo del glissando. La frequenza la possiamo descrivere come la derivata prima della fase, sarà necessario integrare nel tempo ottenendo questo risultato:

$$x(t) = \sin\left[\phi_0 + 2\pi\left(\frac{c}{2}t^2 + f_0t\right)\right]$$

Di seguito il codice in Octave che risulta abbastanza chiaro senza bisogno di ulteriori spiegazioni:

```
fc = 16000; %freq. di campionamento
sinc = 1/fc; %periodo di camp.
dur = 2; %durata in secondi
t = [0:sinc:dur-sinc]; %asse x

hzstart = 0; %frequenza iniziale
hzend = 4000; %frequenza finale
amp = 0.9; %ampiezza del segnale

c = (hzend-hzstart)/dur; %costante di chirp
phase0 = 0; %fase iniziale
freqfun = (c/2)*(t**2) + (hzstart*t); %integrale
della frequenza

out1 = cos(2*pi*freqfun+phase0)*amp; %funzione
di chirp

plot(t,out1);
axis ([0 0.1 -1 1])
print("plot01.png");

audiowrite("glissato.wav",out1,fc)
```

lo script stampa il seguente plot

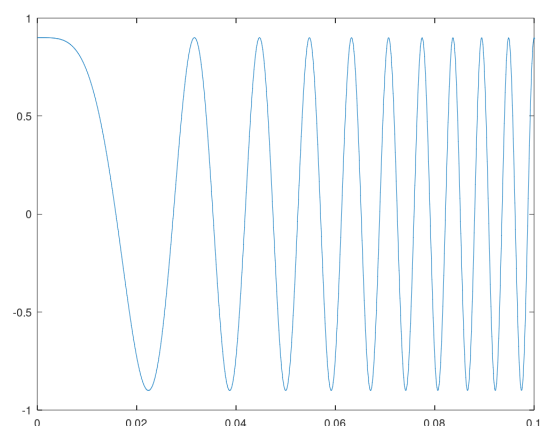


fig.1

### la Fase

La formula di una sinusoide generica è:

$$y(t) = A \sin(2\pi f t)$$

Dove  $A$  è l'ampiezza del segnale sinusoidale,  $2\pi f$  è la frequenza di oscillazione e  $t$  è il tempo. Normalmente possiamo sostituire la funzione  $\sin$  con  $\cos$ , quello che otteniamo è una funzione identica ma che parte da un punto diverso nell'istante  $t = 0$ . Visto che la posizione di  $t = 0$  è arbitraria, non c'è nessuna differenza tra le due funzioni.

Tuttavia la distinzione fra seno e coseno può invece aver senso quando si devono confrontare fra loro due o più segnali sinusoidali. Si consideri per esempio la situazione in figura (fig2):

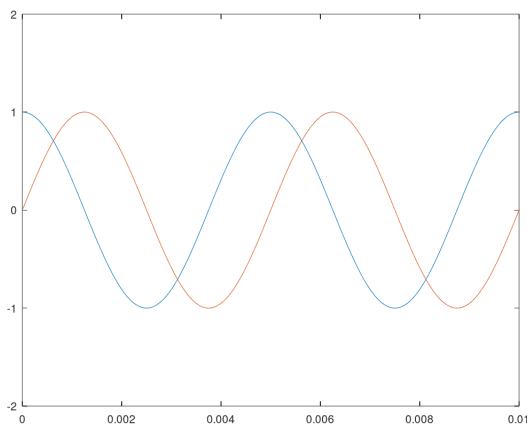


fig.2

Possiamo osservare che, quando  $y_1(t)$  raggiunge i valori massimi,  $y_2(t)$  passa per lo zero in modo decrescente, quello che cambia è quindi la posizione istantanea dell'onda, ovvero la *fase*  $\phi$  che è un parametro di un segnale sinusoidale che si misura in radianti e che rappresenta la traslazione di una sinusoide rispetto a un'altra:

$$y(t) = A \sin(2\pi f t + \phi)$$

E' possibile visualizzare geometricamente il concetto di sfasamento fra due sinusoidi isofrequenziali pensando a due fasori (o vettori) in rotazione con la stessa velocità angolare  $\omega$ . La fase  $\phi$  rappresenta l'angolo (costante) formato fra i due vettori:

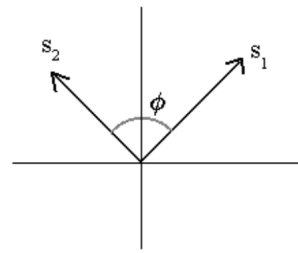


fig.3

Quindi possiamo pensare la fase come la combinazione di due angoli, infatti applicando le formule per la somma di due angoli:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta)$$

possiamo verificare che:

$$y(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

è equivalente a

$$y(t) = \cos(\omega t)\cos(\phi) - \sin(\omega t)\sin(\phi)$$

Lo possiamo verificare in Octave con il seguente script:

```
fc = 20000;
dur = 0.2;
sinc = 1/fc;

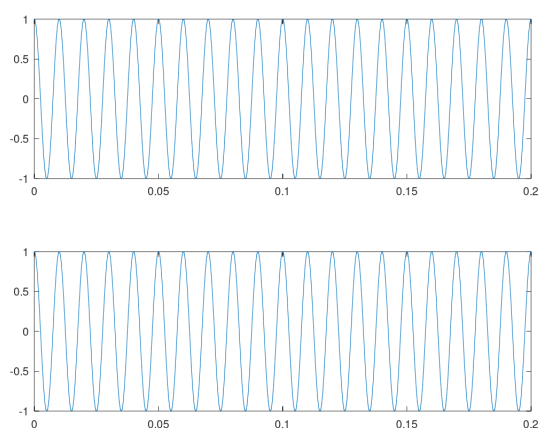
t = [0: sinc: dur-sinc];

fase = 0;
freq = 100;

y1 = cos(freq*2*pi*t+fase);
y2 = cos(fase)*cos(freq*2*pi*t)-
sin(fase)*sin(freq*2*pi*t);

subplot(2,1,1)
plot(t,y1)

subplot(2,1,2)
plot(t,y2)
```



*fig.3*

Come possiamo vedere da *fig.3* la fase delle due cosinusoidi è identica.

#### **BIBLIOGRAFIA**

- SANTOBONI, RICCARDO E A.RITA, TICARI, *Istituzioni di fisica acustica con elementi di psicoacustica. Per il musicista*, Papageno 2005