Compiladores e Computabilidade

Prof. Leandro C. Fernandes

UNIP – Universidade Paulista, 2018

Geradores de vazio - ε

Conjunto dos iniciadores - FIRST

Conjunto dos seguidores - FOLLOW

COLETANDO INFORMAÇÕES SOBRE A GRAMÁTICA

Geradores de vazio

Identificação dos não-terminais que derivam a cadeia vazia ε

Algoritmo:

1. Inicialmente a lista L contém todas as regras de G, exceto aquelas que contém um símbolo terminal. (*Regras cujo lado direito têm um terminal não servem para derivar*)
2. Se existe um não-terminal A sem regras marque A com não (*não interessa se A originalmente não tinha regras, ou se todas as regras foram retiradas de L*).
3. Se um não-terminal A tem uma regra $A \rightarrow \varepsilon$, retire de L todas as regras com A do lado esquerdo, e retire todas as ocorrências de A do lado direito das regras de L. Marque A com sim. *(Note que uma regra* $B \rightarrow C$ *se transforma em* $B \rightarrow \varepsilon$*, se a ocorrência de C do lado direito for retirada.)*
4. Se uma regra tem do lado direito um não-terminal marcado não, retire a regra. (*Regras cujo lado direito têm um não-terminal que não deriva e não servem para derivar* ε)
5. Repita os passos 2, 3 e 4 até que nenhuma nova informação seja adicionada.

Exemplo

- Suponha a gramática:
  - (1) $E \rightarrow T\ E'$
  - (2) $T \rightarrow F\ T'$
  - (3) $F \rightarrow (\ E\ )$
  - (4) $F \rightarrow a$
  - (5) $E' \rightarrow +\ T\ E'$
  - (6) $E' \rightarrow \varepsilon$
  - (7) $T' \rightarrow *\ F\ T'$
  - (8) $T' \rightarrow \varepsilon$

<u>Geradores de vazio:</u>

- Pelo passo 1 iniciamos a lista L com todas as regras de produção de G após eliminamos as regras que possuem um terminal a direita do sinal de derivação, ou seja, retiramos de L as regras 3, 4, 5 e 7

Exemplo

- Suponha a gramática:
  - (1) $E \rightarrow T\ E'$
  - (2) $T \rightarrow F\ T'$
  - (3) $F \rightarrow (\ E\ )$
  - (4) $F \rightarrow a$
  - (5) $E' \rightarrow +\ T\ E'$
  - (6) $E' \rightarrow \varepsilon$
  - (7) $T' \rightarrow *\ F\ T'$
  - (8) $T' \rightarrow \varepsilon$

Geradores de vazio:

- Pelo passo 2, se existir um não-terminal sem regras, devemos marcá-lo com *não*.
- Assim, F deve ser marcado com *não*.

Exemplo

- Suponha a gramática:
  - (1) $E \rightarrow T\ E'$
  - (2) $T \rightarrow F\ T'$
  - (3) $F \rightarrow (\ E\ )$
  - (4) $F \rightarrow a$
  - (5) $E' \rightarrow +\ T\ E'$
  - (6) $E' \rightarrow \varepsilon$
  - (7) $T' \rightarrow *\ F\ T'$
  - (8) $T' \rightarrow \varepsilon$

Geradores de vazio:

- Passo 3, se existir um não-terminal que deriva diretamente para ε devemos tirar todas as suas regras e as ocorrências deste não-terminal a direta em outras regras.
- Então eliminamos as linhas 6 e 7, além de retirar a ocorrência de E’ na regra 1 e de T’ na regra 2.
- Marcamos E’ e T’ com *sim*.

Exemplo

- Suponha a gramática:
  - (1) E → T E'
  - (2) T → F T'
  - (3) F → (E)
  - (4) F → a
  - (5) E' → + T E'
  - (6) E' → ε
  - (7) T' → * F T'
  - (8) T' → ε

<u>Geradores de vazio:</u>

- Pelo passo 4, se houver um regra que tenha do lado direito um não-terminal marcado não, devemos retirar a regra.
- Como F está marcado com não, devemos marcar T também com não e retirar a regra 2.
- Fazermos da mesma forma com E na regra 1.

Exemplo

- Suponha a gramática:
  - (1) E → T E'
  - (2) T → F T'
  - (3) F → (E)
  - (4) F → a
  - (5) E' → + T E'
  - (6) E' → ε
  - (7) T' → * F T'
  - (8) T' → ε

<u>Geradores de vazio:</u>

- Ficamos então:
  - E' sim
  - T' sim
  - E não
  - T não
  - F não

Conjunto dos iniciadores - FIRST

Trata-se de quais são os símbolos terminais que aparecem como iniciadores das cadeias geradas a partir de A, ou seja, se A $\Rightarrow^* \alpha$, quais são os terminais que podem aparecer como primeiro símbolo de α.

O algoritmo se baseia nos seguintes pontos:

- Se há uma regra $A \rightarrow a\alpha$, então $a \in First(A)$. A derivação correspondente é $A \Rightarrow a\alpha$.
- Se há uma regra $A \rightarrow B_1...B_m a\alpha$, e para todo i=*1,...,m*, $B_i \Rightarrow^* \varepsilon$, então também temos $a \in First(A)$. Neste caso, a não é o primeiro símbolo, mas passa a ser quando todos os B_i "desaparecerem", isto é, forem substituídos por ε. A derivação correspondente é $A \Rightarrow B_1...B_m a\alpha \Rightarrow^* a\alpha$.
- Se há uma regra $A \rightarrow B\alpha$, e se $a \in First(B)$, temos também $a \in First(A)$. Se $a \in First(B)$, é porque $B \Rightarrow^* a\beta$, e a derivação correspondente será $A \Rightarrow B\alpha \Rightarrow^* a\beta\alpha$.
- Se há uma regra $A \rightarrow B_1...B_m C\alpha$, e para todo i=*1,...,m*, $B_i \Rightarrow^* \varepsilon$, então se $a \in First(C)$, temos também $a \in First(A)$, de forma semelhante, já que os B_i "desaparecem". Se tivermos $C \Rightarrow {}^*a\beta$, a derivação correspondente é $A \Rightarrow B_1...B_m C\alpha \Rightarrow C\alpha \Rightarrow^* a\beta\alpha$.

Conjunto dos iniciadores - FIRST

Trata-se de quais são os símbolos terminais que aparecem como iniciadores das cadeias geradas a partir de A, ou seja, se A $\Rightarrow^* \alpha$, quais são os terminais que podem aparecer como primeiro símbolo de α.

Algoritmo:

1. Inicialmente, para todos os não-terminais A da gramática G, todos os conjuntos First(A) estão vazios.
2. Para cada regra $A \rightarrow B_1...B_m a\alpha$, tal que para todo i=*1,...,m*, $B_i \Rightarrow^* \varepsilon$, acrescente a a First(A).
3. Para cada regra $A \rightarrow B_1...B_m C\alpha$, tal que para todo i=*1,...,m*, $B_i \Rightarrow^* \varepsilon$, acrescente First(C) a First(A).
4. Repita o passo 3 enquanto houver alteração no valor de algum dos conjuntos First.

Exemplo

- Suponha a gramática:
  - (1) $E \rightarrow T\ E'$
  - (2) $T \rightarrow F\ T'$
  - (3) $F \rightarrow (\ E\ )$
  - (4) $F \rightarrow a$
  - (5) $E' \rightarrow +\ T\ E'$
  - (6) $E' \rightarrow \varepsilon$
  - (7) $T' \rightarrow *\ F\ T'$
  - (8) $T' \rightarrow \varepsilon$

<u>Cálculo do iniciadores:</u>

- Pelo passo 1 iniciamos todo os conjuntos First com vazio

First (E) = $\varnothing$

First (T) = $\varnothing$

First (F) = $\varnothing$

First (E') = $\varnothing$

First (T') = $\varnothing$

Exemplo

- Suponha a gramática:
  - (1) $E \rightarrow T\ E'$
  - (2) $T \rightarrow F\ T'$
  - (3) $F \rightarrow (\ E\ )$
  - (4) $F \rightarrow a$
  - (5) $E' \rightarrow +\ T\ E'$
  - (6) $E' \rightarrow \varepsilon$
  - (7) $T' \rightarrow *\ F\ T'$
  - (8) $T' \rightarrow \varepsilon$

<u>Cálculo do iniciadores:</u>

- Pelo passo 2, para toda regra $A \rightarrow B_1 \ldots B_m a\alpha$, tal que $B_i \Rightarrow^* \varepsilon$, devemos acrescentar a a First(A):
- Pelas regras 3 e 4, temos:

  First(F) = { (, a }
- Pela regra 5, temos:

  First(E') = { + }
- Pela regra 7, temos:

  First(T') = { * }

Exemplo

- Suponha a gramática:
  - (1) $E \rightarrow T\ E'$
  - (2) $T \rightarrow F\ T'$
  - (3) $F \rightarrow (\ E\ )$
  - (4) $F \rightarrow a$
  - (5) $E' \rightarrow +\ T\ E'$
  - (6) $E' \rightarrow \varepsilon$
  - (7) $T' \rightarrow *\ F\ T'$
  - (8) $T' \rightarrow \varepsilon$

Cálculo do iniciadores:

- Pelo passo 3, para toda regra $A \rightarrow B_1 \ldots B_m C\alpha$, tal que $B_i \Rightarrow^* \varepsilon$, devemos acrescentar First(C) a First(A):

- Pela regra 2, temos:

  First(T) = $\varnothing \cup$ First(F) = { (, a }
- Pela regra 1, temos:

  First(E) = $\varnothing \cup$ First(F) = { (, a }

Exemplo

- Suponha a gramática:
  - (1) $E \rightarrow T\ E'$
  - (2) $T \rightarrow F\ T'$
  - (3) $F \rightarrow (\ E\ )$
  - (4) $F \rightarrow a$
  - (5) $E' \rightarrow +\ T\ E'$
  - (6) $E' \rightarrow \varepsilon$
  - (7) $T' \rightarrow *\ F\ T'$
  - (8) $T' \rightarrow \varepsilon$

Cálculo do iniciadores:

- Portanto, temos:

  First(E) = { (, a }

  First(T) = { (, a }

  First(F) = { (, a }

  First(E') = { + }

  First(T') = { * }

Conjunto dos iniciadores para uma cadeia qualquer - First(α)

Um conceito importante é o de conjunto de símbolos iniciadores para uma cadeia qualquer α, ou seja:

A definição é feita recursivamente:

se $\alpha = \varepsilon$:
First(α) = First(ε) = $\varnothing$

se α é um terminal *a*:
First(α) = First(*a*) = { *a* };

se α é um não-terminal:
First(A) é calculado pelo algoritmo 2;

se α é uma cadeia Aβ, e o primeiro símbolo é um não-terminal A, que deriva ε:
First(α) = First(Aβ) = First(A) $\cup$ First(β)

se α é uma cadeia Aβ e o primeiro símbolo é um não-terminal A que não deriva ε:
First(α) = First(Aβ) = First(A)

se α é uma cadeia *a*β, cujo primeiro símbolo é um terminal *a*:
First(α) = First(*a*β) = { *a* }

Exemplo

- Sabendo que:
  - First (E) = { (, a }
  - First (T) = { (, a }
  - First (F) = { (, a }
  - First (E’) = { + }
  - First (T’) = { * }
  - E’e T’são geradores de cadeia vazia

Calcule: First(T’E’)T’E’)

First(T’E’) T’E’) =
First(T’) ∪ First(E’) T’E’) =
First(T’) ∪ First(E’) ∪ First() T’E’) =
First(T’) ∪ First(E’) ∪ First()) =
First(T’) ∪ First(E’) ∪ {) } =
{ * } ∪ { + } ∪ {) } =
{ *,+,) }

First(T’E’) T’E’) = { *,+,) }

Conjunto dos seguidores - Follow

- Um ponto a considerar aqui é o de que um não-terminal pode aparecer no fim da cadeia derivada, e portanto, não ter nenhum símbolo seguidor nessa situação. Para que este caso seja tratado juntamente com os demais, vamos introduzir um símbolo novo, $, que será tratado como se fosse um símbolo terminal, e que indica o fim da cadeia.
- O algoritmo a seguir calcula os conjuntos Follow(A) para todos os não-terminais A de uma gramática G.
- No que se segue, $\gamma = B_1 \ldots B_m$ é uma cadeia de não-terminais que derivam ε, e, portanto, $\gamma \Rightarrow^* \varepsilon$. Suporemos também que $S\$ \Rightarrow^* \delta A \varphi$.

Conjunto dos seguidores - Follow

- O algoritmo se baseia nos seguintes pontos:

Como $S\$ \Rightarrow^* S\$$, $\$ \in \mathtt{Follow(S)}$.

$\gamma = B_1 \ldots B_m \quad \therefore \gamma \Rightarrow^* \varepsilon$

Se há uma regra $A \rightarrow \alpha B \gamma a \beta$, então $a \in \mathtt{Follow(B)}$. A derivação correspondente é $S\$ \Rightarrow^* \delta A \varphi \Rightarrow^* \delta \alpha B \gamma a \beta \varphi \Rightarrow^* \delta \alpha B a \beta \varphi$

Se há uma regra $A \rightarrow \alpha B \gamma C \beta$, então se $a \in \mathtt{First(C)}$, temos também $a \in \mathtt{Follow(B)}$. Se $a \in \mathtt{First(C)}$, temos $C \Rightarrow^* a\mu$. A derivação correspondente é então $S\$ \Rightarrow^* \delta A \varphi \Rightarrow^* \delta \alpha B \gamma C \beta \varphi \Rightarrow^* \delta \alpha B C \beta \varphi \Rightarrow^* \delta \alpha B a \mu \beta \varphi$

Se há uma regra $A \rightarrow \alpha B \gamma$, então se a $a \in \mathtt{Follow(A)}$, temos também $a \in \mathtt{Follow(B)}$. Se a $a \in \mathtt{Follow(A)}$, temos $S\$ \Rightarrow^* \delta A a \varphi$. A derivação correspondente é então $S\$ \Rightarrow^* \delta A a \varphi \Rightarrow^* \delta \alpha B \gamma a \varphi \Rightarrow^* \delta \alpha B a \varphi$.

Conjunto dos seguidores - Follow

Trata-se de quais são os símbolos terminais que aparecem como iniciadores das cadeias sucessoras de A, ou seja, se A $\Rightarrow^* \alpha$, quais são os terminais que podem aparecer como primeiro símbolo após α.

Algoritmo:

1. Inicialmente, para todos os não-terminais A da gramática G, todos os conjuntos Follow(A) estão vazios, exceto para o símbolo inicial S, i.e., Follow(S) = { \$ }.
2. Se há uma regra $A \rightarrow \alpha B \gamma a \beta$, e $\gamma \Rightarrow B_1 \ldots B_m \Rightarrow^* \varepsilon$, então acrescente a a Follow(B).
3. Se há uma regra $A \rightarrow \alpha B \gamma C \beta$, e $\gamma \Rightarrow B_1 \ldots B_m \Rightarrow^* \varepsilon$, então acrescente First(C) a Follow(B).
4. Se há uma regra $A \rightarrow \alpha B \gamma$, e $\gamma \Rightarrow B_1 \ldots B_m \Rightarrow^* \varepsilon$, então acrescente Follow(A) a Follow(B).
5. Repita o passo 4 enquanto houver modificação em algum dos conjuntos.

Exemplo

- Suponha a gramática:
  - (1) E $\rightarrow$ T E'
  - (2) T $\rightarrow$ F T'
  - (3) F $\rightarrow$ (E)
  - (4) F $\rightarrow$ a
  - (5) E' $\rightarrow$ + T E'
  - (6) E' $\rightarrow \varepsilon$
  - (7) T' $\rightarrow$ * F T'
  - (8) T' $\rightarrow \varepsilon$

<u>Cálculo do seguidores:</u>

- Pelo passo 1 iniciamos todo os conjuntos Follow com vazio, exceto o do símbolo inicial.
  - Follow(E) = { \$ }
  - Follow(T) = $\varnothing$
  - Follow(F) = $\varnothing$
  - Follow(E') = $\varnothing$
  - Follow(T') = $\varnothing$

Exemplo

- Suponha a gramática:
  - (1) $E \rightarrow T\ E'$
  - (2) $T \rightarrow F\ T'$
  - (3) $F \rightarrow (\ E\ )$
  - (4) $F \rightarrow a$
  - (5) $E' \rightarrow +\ T\ E'$
  - (6) $E' \rightarrow \varepsilon$
  - (7) $T' \rightarrow *\ F\ T'$
  - (8) $T' \rightarrow \varepsilon$

Cálculo do seguidores:

- Pelo passo 2,se há uma regra $A \rightarrow \alpha B \gamma a \beta$, e $\gamma \Rightarrow^* \varepsilon$, então acrescente a a Follow(B).
- Pela regra 3 devemos acrescentar) à Follow(E), então teremos:
  Follow(E) = { \$,) }

Exemplo

- Suponha a gramática:
  - (1) $E \rightarrow T\ E'$
  - (2) $T \rightarrow F\ T'$
  - (3) $F \rightarrow (\ E\ )$
  - (4) $F \rightarrow a$
  - (5) $E' \rightarrow +\ T\ E'$
  - (6) $E' \rightarrow \varepsilon$
  - (7) $T' \rightarrow *\ F\ T'$
  - (8) $T' \rightarrow \varepsilon$

Cálculo do seguidores:

- Pelo passo 3,se há uma regra $A \rightarrow \alpha B \gamma C \beta$, e $\gamma \Rightarrow^* \varepsilon$, então acrescente First(C) a Follow(B).
- Pela regra 1, temos:
  Follow(T) = $\varnothing \cup$ First(E') = { + }
- Pela regra 2, temos:
  Follow(F) = $\varnothing \cup$ First(T') = { * }

Exemplo

- Suponha a gramática:
  - (1) $E \rightarrow T\ E'$
  - (2) $T \rightarrow F\ T'$
  - (3) $F \rightarrow (\ E\ )$
  - (4) $F \rightarrow a$
  - (5) $E' \rightarrow +\ T\ E'$
  - (6) $E' \rightarrow \varepsilon$
  - (7) $T' \rightarrow *\ F\ T'$
  - (8) $T' \rightarrow \varepsilon$

<u>Cálculo do seguidores:</u>

- Pelo passo 4,se há uma regra $A \rightarrow \alpha B \gamma$, e $\gamma \Rightarrow^* \varepsilon$, então acrescente Follow(A) a Follow(B).
- Pela regra 1, Follow(E) deve ser acrescentado a Follow(E'), e como E' $\Rightarrow^* \varepsilon$, Follow(E) deve ser acrescentado a Follow(T):

  Follow(E') = $\varnothing \cup$ Follow(E)
  = { \$,) }

  Follow(T) = { + } $\cup$ Follow(E)
  = { +, \$,) }

Exemplo

- Suponha a gramática:
  - (1) $E \rightarrow T\ E'$
  - (2) $T \rightarrow F\ T'$
  - (3) $F \rightarrow (\ E\ )$
  - (4) $F \rightarrow a$
  - (5) $E' \rightarrow +\ T\ E'$
  - (6) $E' \rightarrow \varepsilon$
  - (7) $T' \rightarrow *\ F\ T'$
  - (8) $T' \rightarrow \varepsilon$

<u>Cálculo do seguidores:</u>

- Pelo passo 4,se há uma regra $A \rightarrow \alpha B \gamma$, e $\gamma \Rightarrow^* \varepsilon$, então acrescente Follow(A) a Follow(B).
- Pela regra 2, Follow(T) deve ser acrescentado a Follow(T'), e como T' $\Rightarrow^* \varepsilon$, Follow(T) deve ser acrescentado a Follow(F):

  Follow(T') = $\varnothing \cup$ Follow(T)
  = { +, \$,) }

  Follow(F) = { * } $\cup$ Follow(T)
  = { *, +, \$,) }

Exemplo

- Suponha a gramática:
  - (1) E → T E‘
  - (2) T → F T'
  - (3) F → (E)
  - (4) F → a
  - (5) E' → + T E‘
  - (6) E' → ε
  - (7) T' → * F T‘
  - (8) T' → ε

Cálculo do seguidores:

- Portanto temos:
  - Follow(E) = { $,) }
  - Follow(T) = { +, $,) }
  - Follow(F) = { *, +, $,) }
  - Follow(E’) = { $,) }
  - Follow(T’) = { +, $,) }