

Prof. Leandro Fernandes

Busca heurística (busca informada)

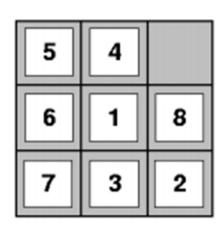
- A ideia é levar em conta o objetivo para decidir qual caminho escolher
- Pode existir conhecimento extra que pode ser utilizado para guiar o processo de busca:
- Heurística: função h(n)
 - é uma estimativa do custo do caminho de um nó n até um nó objetivo (futuro)
 - deve ser simples de ser computada, de preferência ela deve ser derivada das propriedades do próprio nó
 - é um subestimativa se não existe nenhum outro caminho de n até o objetivo que seja menor do que h(n)

Exemplos de funções heurísticas

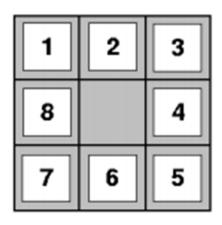
- Se os nós são pontos em um plano e o custo é a distância entre os pontos
 - -h(n) = distância em linha reta de n até o objetivo mais próximo
- Se é um grafo de queries da derivação de uma base
 - -h(n) = número de átomos da query
- Se os nós são lugares e o custo é tempo
 - -h(n) = distância até o objetivo, dividida pela velocidade máxima

Construindo funções heurísticas

- Exemplo de heurísticas para o 8-puzzle
 - h1(n) = número de quadrados em locais errados
 - h2(n) = distância Manhattan total => número de espaços que deve ser movido para chegar no local correto
 - h1(s) = 7 (só o número 7 está no local correto)
 - h2(s) = 2+3+3+2+4+2+0+2 = 18
- Relaxar o problema pode ser uma boa forma de conseguir uma heurística



Estado inicial



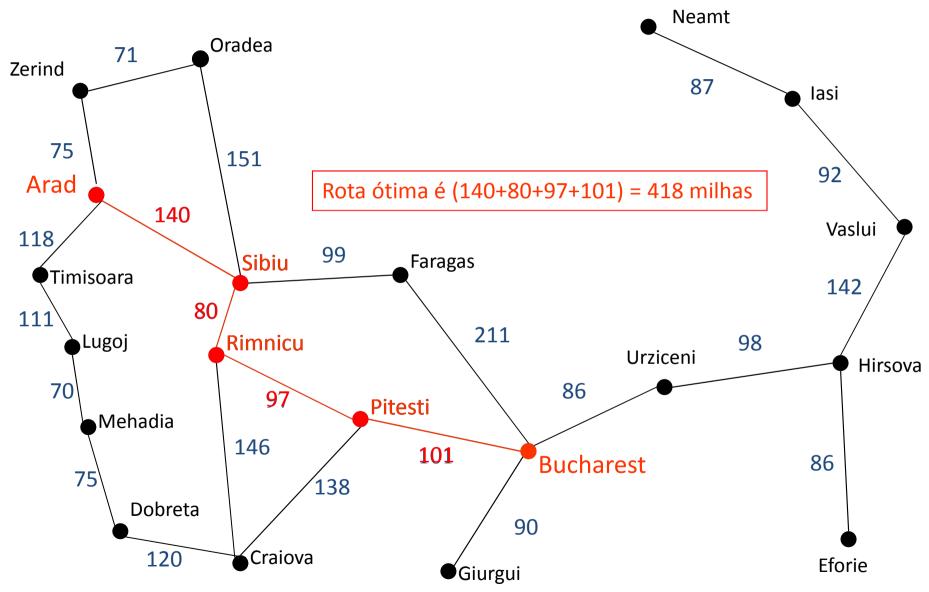
Estado meta

Best-First Search

- Agora que temos uma heurística, podemos utilizá-la diretamente na busca pelo objetivo
- A busca pelo "melhor primeiro" (best-first search) escolhe o nó não visitado com a melhor avaliação heurística como o próximo a ser visitado
- Pode ser implementada utilizando o mesmo algoritmo da busca em largura com menor custo (lowest-cost Breadth First Search)
- Entretanto, desta vez a prioridade de cada nó adicionado a fila é o valor da função heurística.

Estude o mapa da Romênia. Note as distancias entre as cidades e tente calcular a menor rota entre **Arad** e **Bucharest**. Agora pressione uma tecla para ver a rota ótima marcada em vermelho.

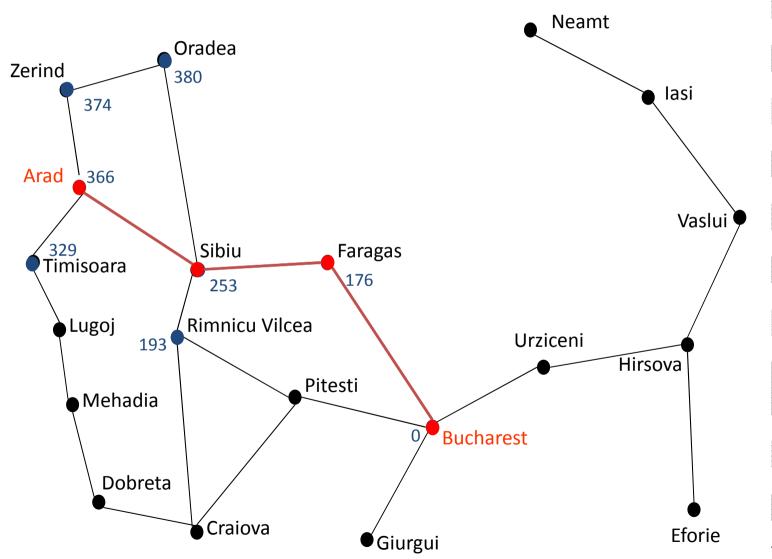
A rota ótima entre as duas cidades nos leva através de Sibiu, Rimnicu e Pitesti.



Busca Gulosa

- A ideia é selecionar o caminho no qual o último nó está mais perto do objetivo, de acordo com a função heurística.
- Seleciona o caminho na fronteira com menor valor de h(n)
- Trata a fronteira como uma fila de prioridade ordenada por h
- Função heurística para o exemplo: distância aérea até Bucharest

Busca Gulosa



Town	Air	Dist.
Arad	3	66
Bucharest		0
Craiova		60
Dobreta	2	42
Eforie	1	61
Fagaras		76
Giurgiu		77
Hirsova	1	51
lasi		26
Lugoj	2	44
Mehadia		41
Neamt	2	34
Oradea	PART AND ADDRESS A	80
Pitesti	1	00
Rimnicu Vilcea	1	93
Sibiu	2	53
Timisoara	3	29
Urziceni	8	30
Vaslui	1	99
Zerind	3	74

Análise: Busca Gulosa

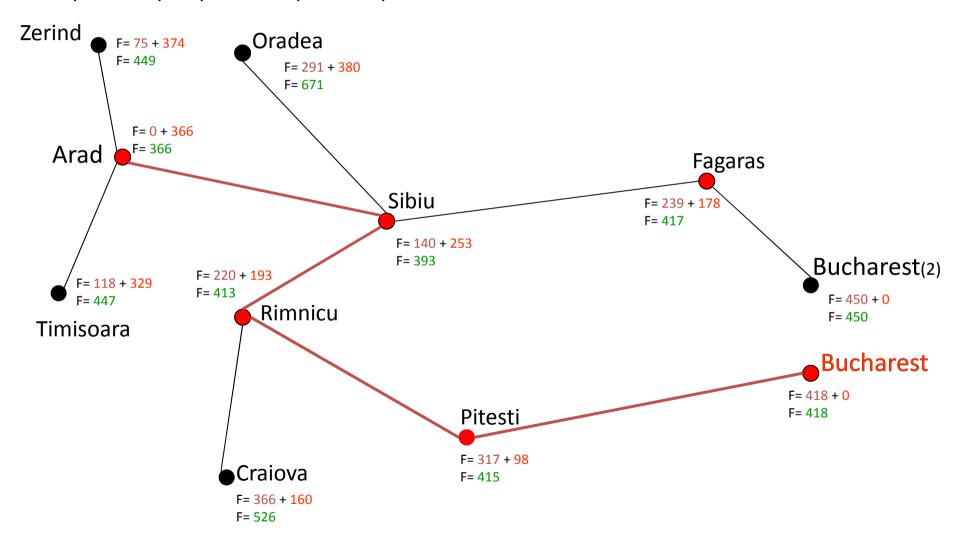
- Características:
 - Similar à Busca em Profundidade porque vai sempre na mesma direção num caminho da árvore para procurar a solução
 - Qualidade de h e tipo de problema podem ajudar a diminuir complexidades temporal e espacial
 - Na presença de "dead-ends" pode ter que escolher caminho de maior custo
- Completa? Não, pois por padrão não verifica nós repetidos no caminho
- Ótima? Não
- Complexidade temporal: O(b^m)
- Complexidade espacial: O(b^m)

A*

- Estratégia: Minimização do custo total do caminho
- Função de Avaliação: combinação de h(n) com g(n)

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

- -g(n) = custo desde o nó inicial até n
- -h(n) = estimativa do custo deste n até um estado objetivo
- É completa e ótima com uma restrição na função h: nunca superestimar o custo real da melhor solução
 - neste caso, h é dita admissível
 - se h é admissível, f(n) também é admissível.

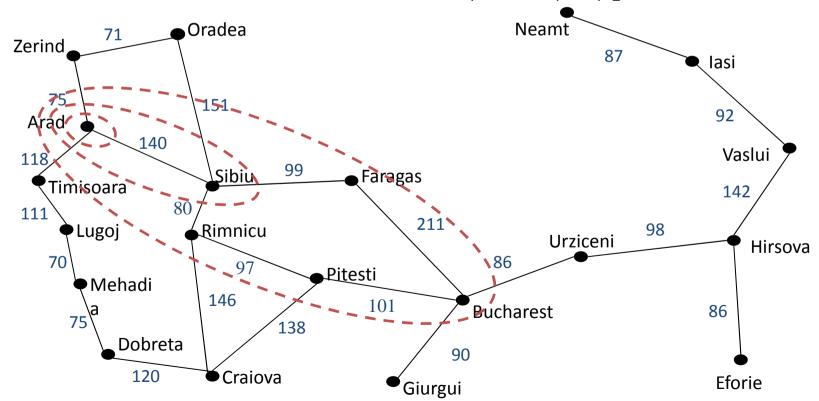


Análise: A*

- Completa? Sim, somente para grafos com fator de ramificação finito
- Óptima? Sim
- Complexidade de Tempo? Exponencial
- Complexidade de Espaço? Exponencial, pois mantém todos os nós em memória (no pior caso).
- A* vs Outros:
 - **Busca gulosa** diminui o custo estimado para atingir a solução, h(n), mas não é completa nem ótima
 - **Busca de custo uniforme** minimiza o custo do caminho da raiz até o nó corrente, g(n). É ótima e completa, mas muito ineficiente

A* é Ótima

- A* expande os nós por ordem crescente do valor de f
- Gradualmente adiciona contornos "curvas de nível" (à semelhança dos mapas topográficos) que identificam conjuntos de nós.
- Contorno *i* tem todos os nós com $f \le f_i$, com $f_i < f_{i+1}$



Análise: A*

- Maior problema é a complexidade espacial:
 - número de nós expandidos para chegar a um estado final cresce exponencialmente com o tamanho da entrada
 - Na prática: crescimento exponencial
 - Entretanto, crescimento exponencial não ocorre se o erro na função heurística não crescer mais rápido do que o logaritmo do custo do caminho real: $|h(n) h^*(n)| \le O(log(h^*(n)))$, onde $h^*(n)$ é o custo real entre n e o estado objetivo.
- Nenhum outro algoritmo ótimo garante expandir menos nós do que o A*

Heurísticas Admissíveis

- Uma heurística h(n) é admissível se para cada nó n se verifica h(n) ≤ h*(n), onde h*(n) é o custo real do caminho desde n até ao objetivo.
- Uma heurística admissível nunca sobrestima o custo de atingir o objetivo, i.e. é realista ou otimista.
- Teorema: se h(n) é admissível, então a procura em árvore A* é ótima.

IDA* (Interactive Deepening A*)

- Versão iterativa em profundidade da busca A*
- Em cada iteração é incrementado o valor limite para f(n); elementos com valor de f(n) superior ao limite n não é analisado.
- Em cada nova iteração o valor limite é atualizado com o menor valor de f(n) para os nós não explorados na iteração anterior
- Vantagem: não requer tanto espaço como A*

IDA* (Interactive Deepening A*)

- Problema com A*: grande uso da memória.
- A ideia é:
 - Calculamos o valor f(n) do estado inicial.
 - Como a solução ótima não pode ter um custo menor, realizaremos uma busca em profundidade na qual serão expandidos somente os nodos que não ultrapassam esse limite.
 - Se, de todos os nodos visitados, nenhum é a solução, recomeçamos uma nova busca, aumentando o limite.
 - E qual será o melhor valor para o novo limite? Considere os nodos que não foram expandidos. Um deles minimiza o valor f(n). Como a solução ótima não pode ter um valor menor, recomeçaremos com esse novo valor. Assim por diante até que o estado final seja visitado.

RBSF (Recursive Best-First Search)

- A ideia consiste em memorizar para cada nodo n o menor valor entre o seu valor f(n) e os valores de todos os seus descendentes.
- Para realizar essa atualização, aplicamos o seguinte algoritmo:
 - Seja n o último nodo expandido, e n_1 , n_2 , ..., n_i , os nodos resultando dessa expansão.
 - Se o menor dos valores $f(n_1)$, $f(n_2)$, ..., $f(n_i)$ é maior que f(n), substituímos o valor f(n) por esse valor.
 - Repetimos esse processo, comparando os valores de n e seus irmãos com o valor do pai de n. Essa propagação pára quando encontramos um pai que não tem um valor inferior ao menor de seus filhos.
 - Depois dessa atualização, todo nodo tem um limite inferior do custo total.
- A busca tenta efetuar a expansão em profundidade. Quando existe um nodo que apresenta um valor mínimo e que não é no nível mais profundo da busca, apagamos todos os nodos que estão em um nível de profundidade maior que esse nodo mínimo, e recomeçamos a expansão a partir desse nodo.
- Apresenta um uso de memória semelhante ao da busca em profundidade.

Resumo

- A procura pela solução de um problema pode ser formulado como um espaço de possibilidades e uma busca por uma solução ou objetivo.
- Busca cega: não consideram informações adicionais
 - Busca em Profundidade (Deep-First Search DFS)
 - Profundidade interativa (Iterative Deepening)
 - Busca em Largura (Breadth-First Search BFS)
 - Busca de Custo Uniforme (Lowest-cost BFS)
- Busca Heurística: escolha do melhor primeiro (ou best-first search)
 - Busca Gulosa (Greedy Search)
 - A* (A-Star Search)
 - IDA* (Interative Deepening A*)
 - RBSF (Recursive Best-First Search)