1. Identificar a série telescópica: $a_n = b_n - b_{n+1}$ e determinar a soma $\sum_1^\infty a_n$ das seguintes séries:
   Obs.: lembrando que $\sum_1^\infty a_n = b_1 - \lim_{n\to\infty} b_{n+1}$:

   a) $\sum_{n=1}^\infty \left(\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}\right)$ b) $\sum_{n=1}^\infty ln \frac{3n}{(3n+1)}$ c) $\sum_{n=1}^\infty \frac{5(\sqrt{2n+1}-\sqrt{2n})}{\sqrt{2n(2n+1)}}$ d) $\sum_{n=1}^\infty \frac{e-1}{e^{n+1}}$
   (R.: 1; ∞; $\frac{5}{\sqrt{2}}$; $\frac{1}{e}$)

2. Verifique se a série é convergente ou divergente:
   a) $\sum \frac{1}{n^2-2}$ b) $\sum \frac{3-1}{n^4-2}$ c) $\sum \frac{2^n}{n3^n}$ d) $\sum \frac{4^n n(n-1)}{3^n\sqrt{n^4+1}}$

   e) $\sum \frac{5^n}{n!}$ f) $\sum \frac{\sqrt{5^n+1}}{2^n}$ g) $\sum \frac{n+1}{2^n n}$

   h) $\sum \frac{2^n}{n+1}$ i) $\sum \frac{1}{ln^n n}$ j) $\sum \frac{e^n}{n^2}$

   R.: (C; C;C;D; C; D; C; D; C; D)

3. Mostre que as séries alternadas abaixo são convergentes:
   a) $\sum(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt{n}}$
   b) $\sum(-1)^n \frac{1}{2n+3}$
   c) $\sum \frac{(-1)^{n-1}}{\ln(e^n+e^{-n})}$,

   Obs.: Segundo critério de Leibniz: Seja (a_n) uma sequência que obedece a condição de que $\lim_{n\to\infty}(a_n) = 0$, para a qual existe um índice N, tal que n ≥ N e $a_n \geq a_{n+1} \geq 0$, então a série $\sum(-1)^{n-1}a_n$ é convergente.

4. Muitas funções têm suas expressões escritas como um "polinômio infinito", isto é, uma soma infinita de termos da forma $c(x - x_0)^n$, que é muito importante em termos computacionais. De modo que a série de funções da forma:
$$\sum_{n\geq N} c_n(x - x_o)^n$$
   é denominada de série de potências em torno de x_o e cada número c_n é o coeficiente da série de potências.
   a) Determine para que valores de x a série de potências é convergente usando o critério da razão:
      a1) $\sum \frac{x^n}{n}$ a2) $\sum \frac{x^n}{n!}$
   b) Determine para que valores de x a série de potências é convergente usando o critério da raiz
$$\sum(-1)^n n^n (x-5)^n$$

Resp: a1) [-1,1[($-1 \leq x < 1$) a2) $\forall x \in \Re$ b) x=5

5. A série $\sum_{n\geq 1} \frac{f^n(x_0)}{n!}(x - x_0)^n$, sendo $f^n(x_0)$ derivada de ordem *n* da função *f* em torno de x_0, é denominada de série de Taylor da função *f* em torno de x_0. No caso $x_0 = 0$ é denominada de série de Maclaurin.
   Determine a série de potências das seguintes funções:
   a) $f(x) = e^x$
   b) $f(x) = senx$
   c) $f(x) = cosx$
   d) $f(x) = (1 + x)^{-1/2}$
   e) $f(x) = \ln(1 + x)$

6. Sendo $f(x) = \sqrt[3]{x}$, utilize a série de Taylor de ordem 1 de *f* em torno de $x_0 = 8$ a fim de obter um valor aproximado para $\sqrt[3]{8{,}3}$. Delimite o erro cometido nesta aproximação.

R.:

5a) $1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots.$

5b) $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} \ldots + \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \cdots.$

5c) $1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!} + \cdots.$

5c) $1 - \frac{x}{2} + \frac{3x^2}{8} - \frac{5x^3}{16} + \frac{35X^4}{128} - \frac{63x^5}{256} + \cdots$

5e) $x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + \cdots.$

6) $\sqrt[3]{8{,}3} \cong 2{,}025$. O erro é menor ou igual a 0,0003125.