

Ecuaciones de Lotka-Volterra para dos especies con retardo

Versión 1

July 13, 2025

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= x_1(t-20) - x_1(t-20)x_2(t-20) - 0.4x_1(t-20)u_1(t-20) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_2(t-20) + x_1(t-20)x_2(t-20) - 0.4x_2(t-20)u_2(t-20),\end{aligned}\quad (1)$$

con las condiciones:

$$x_1(t) = x_2(t) = 1, \quad -20 \leq t \leq 0 \quad (2)$$

$$u_1(t) = u_2(t) = 0, \quad -20 \leq t \leq 0 \quad (3)$$

En cuanto al sistema adjunto, para $t \in [0, 40]$, se tiene

$$\begin{aligned}\dot{p}_1(t) &= -x_1(t) - \chi(t)_{[0,40]} \left(p_1(t+20) + p_1(t+20)x_2(t-20) + p_2(t+20)x_2(t-20) - 0.4p_1(t+20)u_1(t-20) \right) \\ \dot{p}_2(t) &= -x_2(t) - \chi(t)_{[0,40]} \left(p_2(t+20) + p_2(t+20)x_1(t-20) - p_1(t+20)x_1(t-20) - 0.4p_2(t+20)u_2(t-20) \right)\end{aligned}\quad (4)$$

$$\begin{aligned}u_1(t) &= p_1(t+20)x_1(t-20) \\ u_2(t) &= p_2(t+20)x_2(t-20)\end{aligned}\quad (5)$$

Para $t \in [40, 60]$, $u_1(t) = u_2(t) = 0$, entonces el sistema adjunto satisface :

$$\begin{aligned}\dot{p}_1(t) &= -x_1(t) \\ \dot{p}_2(t) &= -x_2(t),\end{aligned}\quad (6)$$