

Una función  $f : I \subset \mathbb{R}$  se dice diferenciable en un punto interior  $x_0 \in I$ , si el límite del cociente diferencial

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0, x \in I - \{x_0\}} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

existe. El límite es denotado por

$$f'(x_0), \quad \frac{df}{dx}(x_0), \quad Df(x_0)$$

Es también llamada la derivada de la función  $f$  en el punto interior  $x_0 \in I$ .

La derivada  $f'(x_0)$  de la función  $f$  en el punto  $x_0$  es interpretado como la pendiente de la tangente de la curva  $y = f(x)$  en el punto  $(x_0, f(x_0))$ . De aquí la ecuación de la tangente es

$$y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

Supongamos que  $f : T \rightarrow \mathbb{R}$  es diferenciable en cada punto de un subconjunto no vacío  $I_0 \subset I$ , Entonces la derivada puede ser considerada como una función

$$f'_0; I_0 \rightarrow \mathbb{R}$$

Si la derivada  $f' : I_0 \rightarrow \mathbb{R}$  es continua, decimos que  $f$  es continuamente diferenciable en  $I_0$ , y escribimos  $f \in C'(I_0)$ .

### **Diferenciación de una función implícita dada.**

Sea  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$  un conjunto abierto no vacío, y sea  $F : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  es una función continua. Asumamos que  $F(\cdot, y)$  es de clase  $C^1$  en  $x$  para cada  $y$  fijo para el cual  $(x, y) \in \Omega$ , y que  $F(x, \cdot)$  es de clase  $C^1$  en  $y$  para cada  $x$  fijo para el cual  $(x, y) \in \Omega$ .

Decimos que  $F \in C^1(\Omega)$ , y la derivada de  $F(\cdot, y)$  con respecto a  $x$  para cualquier  $y$  fijo es denotado por

$$\frac{\partial F}{\partial x}, \quad , \frac{\partial F}{\partial x}(x, y), \quad or \quad F'_x(x, y)$$

Similarmente introducimos

$$\frac{\partial F}{\partial y}, \quad , \frac{\partial F}{\partial y}(x, y), \quad or \quad F'_y(x, y)$$

y  $F'_x(x, y)$  y  $F'_y(x, y)$  son llamadas las derivadas parciales de  $F(x, y)$  con respecto a  $x$  y  $y$ .