Teoría de Conjuntos

L. González-Santos

January 30, 2026

Outline

Conjuntos

Intuitivamente, un **conjunto** es una colección de objetos, reales o imaginarios, llamados **elementos** del conjunto. Esta definición tiene algunos problemas cuando los conjuntos son muy grandes, pero lo importante es que cada conjunto está determinado por sus elementos:

Dos conjuntos son iguales si tienen los mismos elementos.

Para decir que x es elemento de A escribimos $x \in A$, y al conjunto que contiene a x,y,z se le denota por x,y,z donde el orden no importa y no hay repeticiones

Conjuntos

Ejemplos.

- El conjunto de todos los seres vivos.
- El conjunto de las especies de seres vivos.
- El alfabeto ingles $= \{$a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n,o,p,q,r,s,t,u,v,w,x,y,z $\}$
- El conjunto de los números naturales $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, ...\}$.
- El conjunto $\mathbb{R}$ de todos los números reales.

Aunque los conjuntos pueden ser muy heterogéneos, los conjuntos mas útiles están formados por elementos con alguna propiedad en común, algo como

$\{x|P(x)\} =$ El conjunto de los x que tienen la propiedad P(x)

Ejemplos:

- El conjunto de las canciones de los Beatles $=$ $\{x|$x es canción y x fue escrita por los Beatles$\}$
- El conjunto de los números primos $=$ $\{n \in |n$ no es divisible por ningún m con $1 < m < n\}$
- El conjunto de los números racionales $\mathbb{Q} = \{r \in R|\exists m, n \in Z, r = m/n\}$
- El conjunto de los números irracionales $\mathbb{I} = \{r \in R|$ NO $\exists m, n \in N, r = m/n\}$

Conjuntos

Un **conjunto vacío** es un conjunto que no tiene elementos, así que todos los conjuntos vacíos son iguales, lo denotamos por $\{\}$ o por $\emptyset$.

Ejemplos.

- El conjunto de todos los perros voladores $= \emptyset =$ El conjunto de los triángulos con 4 lados.
- $\emptyset = \{\} \neq \{\{\}\} = \{\emptyset\}$

Si A y B son conjuntos, decimos que A esta **contenido** en B, o que A es **subconjunto** de B, si todos los elementos de A son elementos de B, y escribimos $A \subset B$.

$$A \subset B \; \forall \; x, x \in A \Rightarrow x \in B$$

Por el contrario, cuando A no esta contenido en B escribimos $A \not\subseteq B$

$$A \not\subseteq B \; \forall \; \exists \; x, x \in A \notin B$$

Ejemplos.

1. Si A = El conjunto de todas las aves
B = El conjunto de todos los animales con alas
C = El conjunto de todos los animales que vuelan
Entonces $A \subset B, B \not\subset A, B \not\subset C, C \subset B, A \not\subset C, C \not\subset A$.

2. Las rectas y planos son conjuntos de puntos. Los puntos son elementos del plano mientras que las rectas son subconjuntos del plano.

Conjuntos

Afirmación. Si A, B y C son conjuntos y $A \subset ByB \subset CentoncesA \subset C$.

Afirmación. A $=$ B si y solo si $A \subset B$ y $B \subset A$

Operaciones con conjuntos.

La **unión** de dos conjuntos A y B es el conjunto AUB formado por los elementos de A y los elementos de B, es decir

$$A \cup B = x|x \in Ax \in B$$

La **intersección** de dos conjuntos A y B es el conjunto $A \cap B$ formado por los elementos de A y los elementos de B, es decir

$$A \cap B = \{x|x \in A \quad x \in B\}$$

La **diferencia** entre dos conjuntos A y B es el conjunto A-B formado por los elementos de A que no son elementos de B.

$$A - B = \{x|x \in A \quad x \notin B\}$$

Conjuntos

Conjuntos

Conjuntos

Conjuntos

Conjuntos