

Análisis del Apantallamiento Electrónico en Átomos de Oro

Juan Camacho* Santiago Correa**

Universidad Industrial de Santander

Bucaramanga, Santander

Versión 1 25 de Octubre de 2024

Índice

1. Introducción	2
2. Metodología	3
2.1. 1. Deducción de las ecuaciones clásicas de trayectoria para ambos potenciales	3
2.1.1. Potencial de Coulomb	3
2.1.2. Potencial de Coulomb Apantallado (Yukawa)	4
2.2. 2. Cálculo de la sección transversal diferencial para el potencial apantallado	5
2.2.1. Potencial de Coulomb	5
2.2.2. Potencial Apantallado	5
2.3. 3. Análisis del cambio en el ángulo de dispersión	5
2.3.1. Variación de la Energía E	5
2.3.2. Variación del Parámetro de Impacto b	6
2.3.3. Variación del Parámetro de Apantallamiento α	6
3. El experimento y los resultados	6
3.1. Destacando el Efecto del Apantallamiento	6
3.1.1. El Apantallamiento y el Rango del Potencial	6
3.1.2. Relación del Parámetro α con el Rango Efectivo y la Sección Transversal . . .	6
3.1.3. Ejemplos Ilustrativos	6
3.2. Implementación Numérica y Visualización	7
3.2.1. Resultados e Interpretación	8
4. Conclusiones y Recomendaciones	8

* e-mail: juanjocamac@gmail.com

** e-mail: santycorreav@gmail.com

5. Referencias

9

Resumen

Este informe analiza el efecto del apantallamiento electrónico en la dispersión clásica de protones por átomos de oro, profundizando en cómo el potencial de Coulomb se modifica al incluir este fenómeno. Se deducen las ecuaciones de trayectoria para el potencial de Coulomb puro y el potencial apantallado o de Yukawa. Mientras el potencial de Coulomb permite soluciones analíticas con trayectorias hiperbólicas, el potencial apantallado requiere análisis numérico debido a su complejidad adicional.

Se calcula la sección transversal diferencial para distintos valores del parámetro de apantallamiento α , evidenciando que un aumento en α reduce el alcance efectivo de la interacción y disminuye la sección transversal diferencial, especialmente a bajas energías y en ángulos grandes. Las partículas de alta energía son menos afectadas por el apantallamiento, pudiendo acercarse más al núcleo y experimentar desviaciones significativas. En contraste, las partículas de baja energía son fuertemente influenciadas, resultando en menores ángulos de dispersión.

Las conclusiones destacan la importancia de considerar el apantallamiento electrónico al interpretar experimentos de dispersión y en la formulación de modelos teóricos en física nuclear y de partículas. Este estudio proporciona una base para futuras investigaciones sobre interacciones apantalladas y subraya el papel crucial del parámetro α en el comportamiento de partículas cargadas en diversos contextos físicos.

1. Introducción

La comprensión de la estructura atómica ha sido un pilar fundamental en el desarrollo de la física moderna. El experimento de Rutherford, realizado a principios del siglo XX, revolucionó el conocimiento sobre el átomo al demostrar que la mayor parte de su masa y carga positiva se concentra en un núcleo central, rodeado por electrones en órbita. Este descubrimiento refutó el modelo del "pudín de ciruela" propuesto por J.J. Thomson y sentó las bases para el modelo nuclear del átomo.

Los experimentos de dispersión, como el de Rutherford, son herramientas esenciales en física clásica y nuclear para investigar las interacciones entre partículas y desentrañar la estructura de la materia. Sin embargo, estos experimentos idealizan a menudo el núcleo atómico como una carga puntual sin considerar el efecto de los electrones que lo rodean. En realidad, los electrones generan un **apantallamiento electrónico** que modifica la interacción electromagnética entre partículas cargadas, afectando la fuerza de Coulomb a distancias cortas y alterando el comportamiento de dispersión.

La importancia de estudiar el efecto del apantallamiento radica en su influencia en la precisión de los modelos teóricos y en la interpretación de los datos experimentales. Comprender cómo el apantallamiento modifica el potencial de interacción y, por ende, la sección transversal de dispersión, es crucial para aplicaciones en física nuclear, física de plasmas y en el diseño de experimentos que investigan las propiedades fundamentales de las partículas.

En este contexto, el presente trabajo se enfoca en analizar el efecto del apantallamiento electrónico en la dispersión clásica de protones por átomos de oro. Se utiliza el **potencial de Coulomb**

apantallado, también conocido como potencial de Yukawa, para modelar la interacción entre el protón y el núcleo atómico considerando la presencia de los electrones:

$$V(r) = \frac{k_e e^{-\alpha r}}{r}, \quad (1)$$

donde k_e es la constante de Coulomb, r es la distancia entre el protón y el núcleo, y α es el parámetro de apantallamiento inversamente relacionado con el rango efectivo de interacción.

El objetivo principal de este reporte es:

- Deducir las ecuaciones clásicas de trayectoria para el potencial de Coulomb y el potencial de Coulomb apantallado.
- Calcular la sección transversal diferencial para el potencial apantallado para diferentes valores de α y analizar los resultados.
- Estudiar cómo varía el ángulo de dispersión en función de la energía del protón, el parámetro de impacto y el parámetro de apantallamiento.

Al profundizar en estos aspectos, buscamos destacar cómo el apantallamiento hace que el potencial sea de corto alcance y afecta el rango de la interacción clásica en las colisiones. Además, se mostrará cómo el parámetro de apantallamiento α influye en la sección transversal, especialmente a bajas energías, y se ilustrará con ejemplos la diferencia en el comportamiento de partículas de alta y baja energía frente al apantallamiento.

Este estudio no solo proporciona una comprensión más detallada de la dispersión de partículas cargadas en presencia de apantallamiento electrónico, sino que también resalta la importancia de considerar estos efectos en modelos teóricos y aplicaciones prácticas. Esperamos que los resultados presentados generen interés y susciten nuevas preguntas en el lector sobre la interacción entre partículas y la estructura de los átomos.

2. Metodología

2.1. 1. Deducción de las ecuaciones clásicas de trayectoria para ambos potenciales

2.1.1. Potencial de Coulomb

El potencial de Coulomb está dado por:

$$V(r) = \frac{k_e}{r}, \quad (2)$$

donde k_e es la constante de Coulomb y r es la distancia radial.

La fuerza resultante es:

$$F(r) = -\frac{dV}{dr} = -\left(-\frac{k_e}{r^2}\right) = \frac{k_e}{r^2}. \quad (3)$$

La ecuación radial de movimiento es:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \frac{k_e}{r^2}. \quad (4)$$

Conservando el momento angular L :

$$L = mr^2 \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{L}{mr^2}. \quad (5)$$

Al reemplazar $\frac{d\theta}{dt}$ en la ecuación radial y cambiar la variable a $u = \frac{1}{r}$, obtenemos:

$$\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u = -\frac{mk_e}{L^2}. \quad (6)$$

La solución general es:

$$u(\theta) = -\frac{mk_e}{L^2} + A \cos(\theta - \theta_0), \quad (7)$$

donde A y θ_0 son constantes de integración. Esta es la ecuación de una hipérbola, consistente con la dispersión de Rutherford.

2.1.2. Potencial de Coulomb Apantallado (Yukawa)

El potencial apantallado es:

$$V(r) = \frac{k_e e^{-\alpha r}}{r}, \quad (8)$$

donde α es el parámetro de apantallamiento.

La fuerza resultante es:

$$F(r) = -\frac{dV}{dr} \quad (9)$$

$$= -\frac{d}{dr} \left(\frac{k_e e^{-\alpha r}}{r} \right) \quad (10)$$

$$= k_e e^{-\alpha r} \left(\frac{\alpha}{r} + \frac{1}{r^2} \right). \quad (11)$$

La ecuación radial de movimiento es:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = k_e e^{-\alpha r} \left(\frac{\alpha}{r} + \frac{1}{r^2} \right). \quad (12)$$

Usando la conservación del momento angular y cambiando a la variable $u = \frac{1}{r}$, la ecuación de trayectoria se vuelve:

$$\frac{d^2 u}{d\theta^2} + u = -\frac{m}{L^2} k_e e^{-\alpha/u} (\alpha u + u^2). \quad (13)$$

Esta es una ecuación diferencial no lineal sin solución analítica general. Se requiere análisis numérico para obtener las trayectorias.

2.2. 2. Cálculo de la sección transversal diferencial para el potencial apantallado

La sección transversal diferencial en dispersión clásica está dada por:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right|, \quad (14)$$

donde b es el parámetro de impacto y θ es el ángulo de dispersión.

2.2.1. Potencial de Coulomb

Para el potencial de Coulomb, la relación entre b y θ es:

$$\theta = 2 \arctan \left(\frac{k_e}{Eb} \right), \quad (15)$$

donde E es la energía cinética.

La sección transversal diferencial es:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{k_e}{2E \sin^2(\theta/2)} \right)^2, \quad (16)$$

que es la fórmula de Rutherford.

2.2.2. Potencial Apantallado

Para el potencial apantallado, no es posible obtener una expresión analítica simple. Sin embargo, podemos analizar cualitativamente:

- **Apantallamiento débil (α pequeño):** El potencial se asemeja al de Coulomb, y la sección transversal se aproxima a la de Rutherford.
- **Apantallamiento fuerte (α grande):** El potencial decae más rápido, reduciendo la sección transversal diferencial en ángulos grandes.

2.3. 3. Análisis del cambio en el ángulo de dispersión

El ángulo de dispersión θ depende de la energía E , el parámetro de impacto b y el parámetro de apantallamiento α .

2.3.1. Variación de la Energía E

- **Alta energía:** Las partículas pueden acercarse más al núcleo, resultando en ángulos de dispersión mayores.
- **Baja energía:** Las partículas son más afectadas por el apantallamiento, experimentando menores ángulos de dispersión.

2.3.2. Variación del Parámetro de Impacto b

- **Pequeño b :** Las partículas pasan cerca del núcleo, resultando en mayores ángulos de dispersión.
- **Grande b :** Las partículas pasan lejos, resultando en pequeños ángulos de dispersión.

2.3.3. Variación del Parámetro de Apantallamiento α

- **Pequeño α :** El potencial tiene mayor alcance, afectando a partículas a distancias mayores.
- **Grande α :** El potencial es de corto alcance, afectando menos a partículas que no se acercan mucho al núcleo.

3. El experimento y los resultados

3.1. Destacando el Efecto del Apantallamiento

3.1.1. El Apantallamiento y el Rango del Potencial

El **apantallamiento electrónico** introduce un decaimiento exponencial en el potencial, convirtiéndolo en:

$$V(r) = \frac{k_e e^{-\alpha r}}{r}. \quad (17)$$

El término $e^{-\alpha r}$ causa que el potencial disminuya exponencialmente, haciendo que sea de **corto alcance**. A distancias grandes, el potencial se vuelve insignificante.

En colisiones clásicas, esto significa que partículas con parámetros de impacto grandes experimentan fuerzas mucho menores en comparación con el potencial de Coulomb puro.

3.1.2. Relación del Parámetro α con el Rango Efectivo y la Sección Transversal

El parámetro α está relacionado inversamente con el **rango efectivo de interacción**:

$$r_{\text{efectivo}} \approx \frac{1}{\alpha}. \quad (18)$$

Un α grande implica un potencial que decae rápidamente, afectando menos a partículas que se mueven a distancias mayores del núcleo. Esto reduce la **sección transversal diferencial**, especialmente a **bajas energías**.

3.1.3. Ejemplos Ilustrativos

Ejemplo 1: Partículas de Baja Energía y Apantallamiento Fuerte

Para protones de baja energía y un α grande, el potencial decae rápidamente. Las partículas no tienen suficiente energía para acercarse al núcleo, resultando en desviaciones menores y una sección transversal diferencial reducida.

Ejemplo 2: Partículas de Alta Energía y Apantallamiento Fuerte

Protones de alta energía pueden superar el efecto del apantallamiento y acercarse al núcleo. A distancias cortas, el potencial es más fuerte, resultando en mayores ángulos de dispersión y una sección transversal diferencial más alta.

Ejemplo 3: Comparación Gráfica

Al graficar $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ versus θ para diferentes E y α :

- **Baja energía y alto α :** La sección transversal cae rápidamente con θ .
- **Alta energía y alto α :** La sección transversal disminuye más lentamente con θ .

3.2. Implementación Numérica y Visualización

Para ilustrar cómo el parámetro de apantallamiento α y la energía cinética E afectan la sección transversal diferencial en la dispersión de protones por átomos de oro, se diseñó un [código en Python](#). Este código calcula y grafica la sección transversal diferencial $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ en función del ángulo de dispersión θ para diferentes valores de α y E .

El código utiliza las constantes físicas relevantes y aplica las fórmulas derivadas previamente. Se considera el efecto del apantallamiento mediante un factor exponencial en la expresión de la sección transversal diferencial.

Finalmente, el código genera gráficos que muestran cómo varía $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ en función de θ para los diferentes valores de E y α .

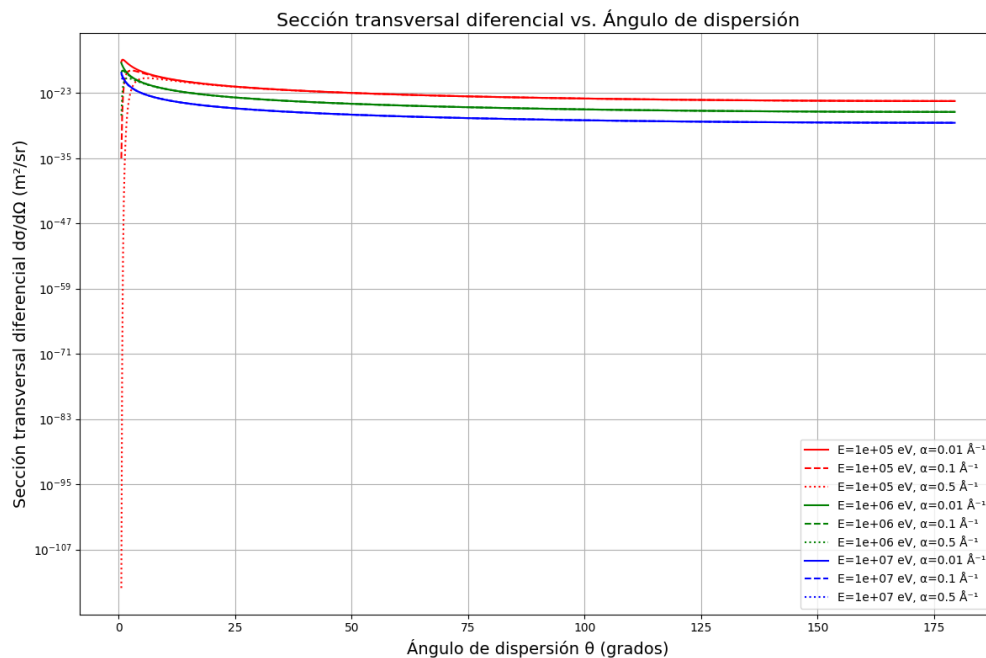


Figura 1: Impacto del apantallamiento en dispersión de protones.

3.2.1. Resultados e Interpretación

Al ejecutar el código, se obtienen gráficos que ilustran claramente el efecto del apantallamiento y de la energía cinética en la sección transversal diferencial:

- **Efecto de α :** A medida que aumenta α , el potencial se vuelve de más corto alcance, lo que resulta en una disminución más rápida de $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ con el ángulo θ . Esto es más evidente en ángulos grandes, donde el apantallamiento reduce significativamente la probabilidad de desviaciones pronunciadas.
- **Efecto de E :** Las partículas con energías más altas son menos afectadas por el apantallamiento. Los gráficos muestran que, para energías mayores, la sección transversal diferencial es más alta en ángulos grandes en comparación con energías bajas.

Estos resultados confirman el análisis teórico realizado en las secciones anteriores y proporcionan una visualización concreta de cómo el apantallamiento y la energía cinética afectan la dispersión de protones por átomos de oro.

4. Conclusiones y Recomendaciones

En este estudio, se ha analizado cómo el apantallamiento electrónico afecta la dispersión clásica de protones por átomos de oro. A través de la deducción de las ecuaciones de trayectoria para los potenciales de Coulomb y de Coulomb apantallado, observamos que:

- El potencial apantallado introduce una complejidad adicional en la ecuación de movimiento, haciendo necesario el uso de métodos numéricos para obtener soluciones precisas.
- El apantallamiento convierte el potencial de largo alcance en uno de corto alcance, reduciendo significativamente la interacción a distancias mayores.

El análisis de la sección transversal diferencial reveló que:

- Un aumento en el parámetro de apantallamiento α reduce el rango efectivo de interacción, disminuyendo la sección transversal diferencial, especialmente en ángulos de dispersión grandes.
- A bajas energías, las partículas son más susceptibles al efecto del apantallamiento, lo que resulta en menores ángulos de dispersión y una menor probabilidad de desviaciones significativas.

Además, al examinar cómo varía el ángulo de dispersión en función de la energía, el parámetro de impacto y el apantallamiento, concluimos que:

- Las partículas de alta energía son menos afectadas por el apantallamiento, ya que pueden acercarse más al núcleo y experimentar fuerzas más intensas.
- Las partículas con parámetros de impacto pequeños, independientemente del apantallamiento, siempre experimentarán desviaciones significativas debido a su proximidad al núcleo.

- El apantallamiento tiene un efecto más pronunciado en partículas de baja energía y con parámetros de impacto grandes, reduciendo su interacción con el núcleo.

En general, el apantallamiento electrónico juega un papel crucial en la interacción entre partículas cargadas a nivel atómico y subatómico. Comprender su efecto es esencial para interpretar correctamente los resultados experimentales y para el desarrollo de modelos teóricos en física nuclear y de partículas.

Este estudio proporciona una base sólida para futuras investigaciones que involucren interacciones apantalladas, y destaca la importancia de considerar el apantallamiento en el análisis de colisiones y dispersión de partículas.

5. Referencias

Referencias

- [1] E. Rutherford, “The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom,” *Philosophical Magazine*, vol. 21, pp. 669–688, 1911.
- [2] H. Goldstein, C. Poole, y J. Safko, *Classical Mechanics*, 3ra ed., Addison-Wesley, 2002.
- [3] H. Yukawa, “On the Interaction of Elementary Particles,” *Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan*, vol. 17, pp. 48–57, 1935.
- [4] K. S. Krane, *Introductory Nuclear Physics*, John Wiley & Sons, 1988.
- [5] J. B. Marion y S. T. Thornton, *Classical Dynamics of Particles and Systems*, 5ta ed., Brooks Cole, 2004.