

## Ejercicio 6 Sección 2.3.6

### 1 Se define el espacio vectorial

```
/*Base*/
P : [1, t, t^2, t^3, t^4, t^5];

/*Producto interno*/
producto_interno(f,g) := integrate(f·g,t,a,b);

/*Se define el intervalo de integración [a,b]*/
a:-1; b:1;

/*Se introduce la biblioteca eigen*/
load("eigen")$
```

$$[1, t, t^2, t^3, t^4, t^5]$$

$$\text{producto\_interno}(f, g) := \int_{-1}^1 f g dt$$

### 2 Se aplica el proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt

```
e : gramschmidt(P, producto_interno);

/*Se expanden los términos de la base e*/
e : expand(e);
```

$$\left[ 1, t, \frac{3t^2-1}{3}, \frac{t(5t^2-3)}{5}, \frac{35t^4-30t^2+3}{35}, \frac{t(63t^4-70t^2+15)}{63} \right]$$

$$\left[ 1, t, t^2 - \frac{1}{3}, t^3 - \frac{3t}{5}, t^4 - \frac{6t^2}{7} + \frac{3}{35}, t^5 - \frac{10t^3}{9} + \frac{5t}{21} \right]$$

### 3 Se verifica si la base obtenida es ortogonal

```
/*Se evalúa el producto interno entre <e1|e2>, <e1|e3>, <e1|e4>, <e2|e3>, <e2|e4>, <e3|e4>*/
map(producto_interno,[e[1],e[1],e[1],e[2],e[2],e[3]], [e[2],e[3],e[4],e[3],e[4],e[4]]);
[0,0,0,0,0,0]
```

### 4 Se normaliza cada vector de la base

/\*Se define una función para hallar el vector unitario\*/

**unitario(f) := f/sqrt(producto\_interno(f,f));**

/\*Se normaliza cada vector de e\*/

**e\_norm : unitario(e);**

/\*Se expanden los términos de e\_norm\*/

**e\_norm : expand(e\_norm);**

/\*Se evalúa el producto interno entre los vectores consigo mismos\*/

**map(producto\_interno,[e\_norm[1],e\_norm[2],e\_norm[3],e\_norm[4],e\_norm[5]],  
[e\_norm[1],e\_norm[2],e\_norm[3],e\_norm[4],e\_norm[5]]);**

$$\text{unitario}(f) := \frac{f}{\sqrt{\text{producto\_interno}(f,f)}}$$

$$\left[ \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}t}{\sqrt{2}}, \frac{3\sqrt{5}\left(t^2 - \frac{1}{3}\right)}{2^{3/2}}, \frac{5\sqrt{7}\left(t^3 - \frac{3t}{5}\right)}{2^{3/2}}, \right.$$

$$\left. \frac{105\left(t^4 - \frac{6t^2}{7} + \frac{3}{35}\right)}{2^{7/2}}, \frac{63\sqrt{11}\left(t^5 - \frac{10t^3}{9} + \frac{5t}{21}\right)}{2^{7/2}} \right]$$

$$\left[ \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}t}{\sqrt{2}}, \frac{3\sqrt{5}t^2}{2^{3/2}} - \frac{\sqrt{5}}{2^{3/2}}, \frac{5\sqrt{7}t^3}{2^{3/2}} - \frac{3\sqrt{7}t}{2^{3/2}}, \frac{105t^4}{2^{7/2}} - \right.$$

$$\left. \frac{45t^2}{2^{5/2}} + \frac{9}{2^{7/2}}, \frac{63\sqrt{11}t^5}{2^{7/2}} - \frac{35\sqrt{11}t^3}{2^{5/2}} + \frac{15\sqrt{11}t}{2^{7/2}} \right]$$

$$[1, 1, 1, 1, 1]$$