

КАЗАНСКИЙ (ПРИВОЛЖСКИЙ) ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И  
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

**ОТЧЁТ ПО КУРСУ «ПРИКЛАДНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ  
ВЕРОЯТНОСТЕЙ»**

Студент 3 курса  
Группа 09-641  
Десятов А.Г.

Казань – 2018

## Задание 1. Выборочные характеристики.

Постановка задачи.

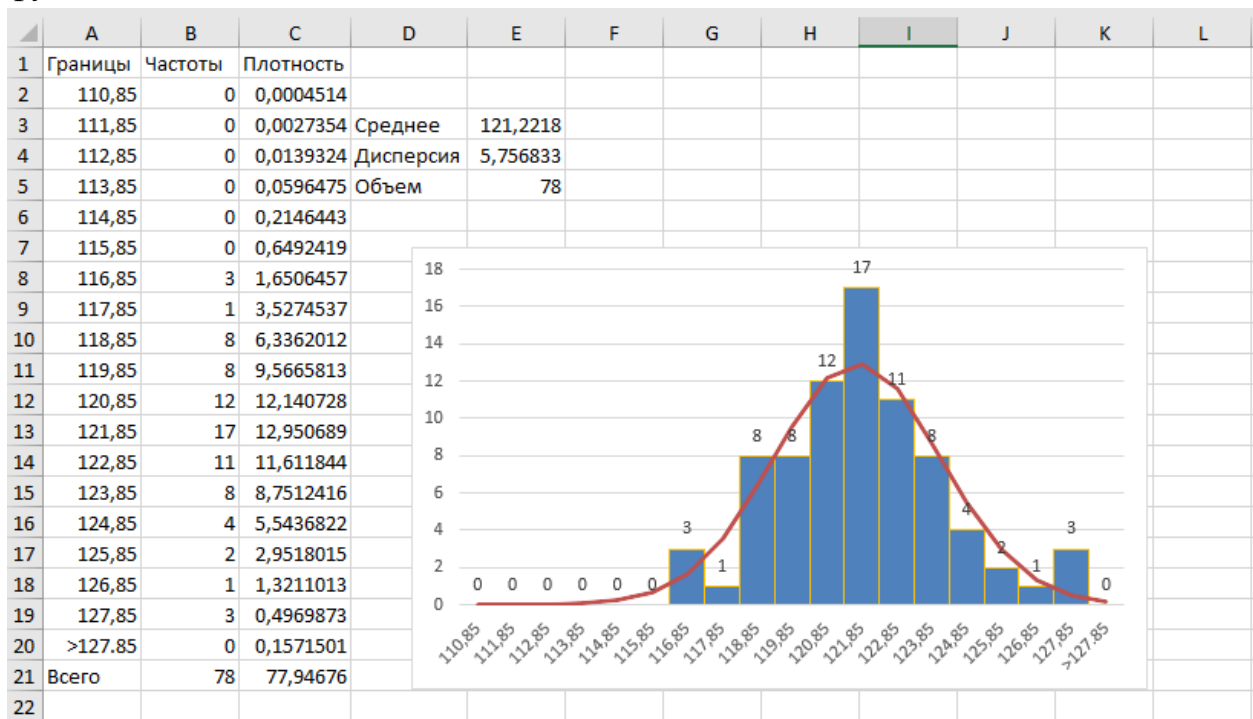
Вычислить основные статистические характеристики выборочных данных: среднее арифметическое, дисперсию, стандартное отклонение, коэффициент асимметрии, коэффициент эксцесса.

	A	B	C
1	<b>Выборочные моменты</b>		
2			
3	Объем выборки n	78	
4	Среднее $\bar{x}$	121,2218	
5	Дисперсия $S^2$	5,756833	
6	Ст. Отклонение S	2,39934	
7	Асимметрия $g_1$	0,298587	
8	Эксцесс $g_2$	0,238606	
9			

## Задание 2. Гистограмма выборки.

Постановка задачи.

Построить график гистограммы выборки с подогнанной ожидаемой функцией плотности.

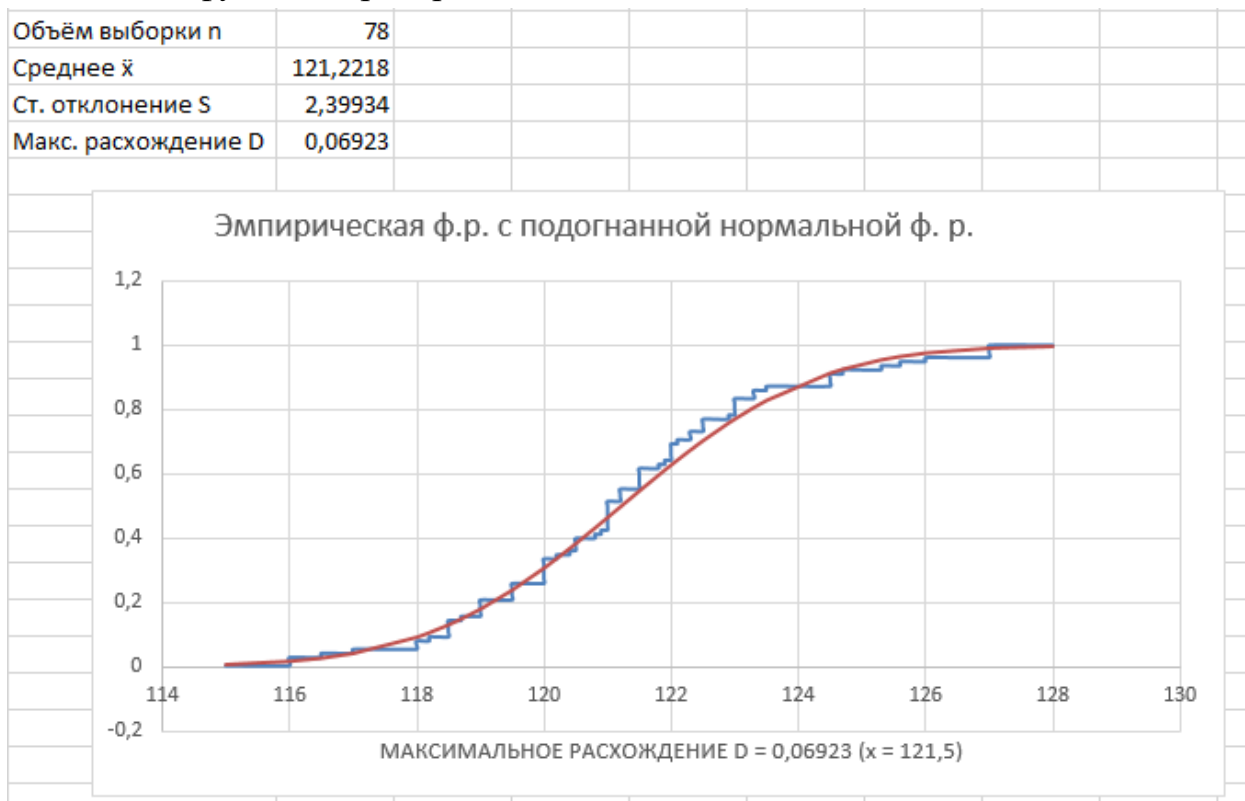


### Задание 3.

#### Эмпирическая функция распределения.

Постановка задачи.

Построить график эмпирической функции распределения с подогнанной ожидаемой функцией распределения.



## Задание 4.

### Критерий согласия хи-квадрат.

Постановка задачи.

Требуется проверить гипотезу о том, что функция распределения выборочных данных принадлежит нормальному семейству распределений.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Границы	Выбор. частоты	Вероятность	Ожидаемые частоты	Хи-квадрат			
2			0					
3	110,85	0	7,70412E-06	0,000600921	0,000600921			
4	111,85	0	4,69205E-05	0,003058875	0,003058875			
5	112,85	0	0,000242228	0,015233958	0,015233958	18	степеней свободы	
6	113,85	0	0,001061632	0,063913555	0,063913555	$\alpha_{r-1}$	0,394013	
7	114,85	0	0,003957847	0,225904785	0,225904785	16	степеней свободы	
8	115,85	0	0,012582399	0,672715058	0,672715058	$\alpha_{r-3}$	0,270508	
9	116,85	3	0,034221255	1,687830715	1,020119031			
10	117,85	1	0,079965902	3,56808247	1,84834505	$\alpha$	0,01	
11	118,85	8	0,161449099	6,355689399	0,425407408			
12	119,85	8	0,283749603	9,539439323	0,248429006	Вывод: Гипотеза принимается, потому что $\alpha < \alpha_{r-3}$		
13	120,85	12	0,438427553	12,06488009	0,000348899			
14	121,85	17	0,603271484	12,85782658	1,334409089			
15	122,85	11	0,751306042	11,54669552	0,025884114			
16	123,85	8	0,863326366	8,737585311	0,062263437			
17	124,85	4	0,934754429	5,571388911	0,443204226			
18	125,85	2	0,973131417	2,993405055	0,329675932			
19	126,85	1	0,990505084	1,355145995	0,093073867			
20	127,85	3	0,997132075	0,516905355	11,92821655			
21	>127.85	0	1	0,223698125	0,223698125			
22	Всего	78		78				
23								
24	r-1 =	18		$\chi^2 =$	18,96450188			
25	r-3 =	16						
26								

## Задание 5.

### Одновыборочный критерий Стьюдента.

Постановка задачи.

Имеются две выборки одинакового объема. Известно, что распределения в этих выборках подчинены нормальному закону и, кроме того, каждое наблюдение в 1-ой выборке зависит (в вероятностном смысле) от соответствующего наблюдения во второй выборке. Требуется проверить гипотезу однородности выборок. Точнее, требуется проверить гипотезу о том, что среднее значение разности выборок равно нулю.

Выборочные характеристики			
	До	После	Разность
Среднее $\bar{x}$	182,2113208	182,7925	0,581132
Ст. Отклонение S	9,693231647	7,931567	3,743778
Станд. ошиб. средн. (+-) m	1,344209374	1,09991	0,519169
Объем выборки n	53	53	53
Статистика Стьюдента			
		1,119351	
Гипотеза	Альтернатива	$\alpha_{\text{крит}}$	Принимается
Не изменилось	Увеличивается	0,13	Гипотеза
Вывод: нет оснований отвергать гипотезу			

## Задание 6.

### Критерий знаков.

Постановка задачи.

Имеются две выборки одинакового объема. Известно, что каждое наблюдение в 1-ой выборке зависит (в вероятностном смысле) от соответствующего наблюдения во второй выборке. Распределение выборок неизвестно. Требуется проверить гипотезу однородности выборок.

D	E	F	G
	H <sub>0</sub> : p = 1/2	K: p > 1/2	
	Число наблюдений n	53	
	Число успехов m	29	
	Уровень значимости		
	$\alpha_{\text{крит}} =$	0,291566	
	Наличие эффекта:		
	отсутствует (хорошее согласие с гипотезой)		
Вывод:	Препарат не способствует увеличению давления		

## Задание 7.

### Двухвыборочный критерий Стьюдента.

Постановка задачи.

Имеются две выборки, относящиеся к двум независимым группам наблюдений одной и той же характеристики, подчиняющейся нормальному закону с одинаковыми для обеих выборок дисперсиями. Требуется проверить гипотезу однородности выборок, то есть гипотезу совпадения средних значений.

D	E	F	G	H	I	J
	Станд. ошиб. средн. (+-) m	1,405408861	1,412954042			
	Объём выборки n	38	31			
	Уровень значимости		0.05			
	Статистика Стьюдента					
			-15,61734864			
	$H_0 : \mu_1 = \mu_2$					
	Гипотеза	Альтернатива	$\alpha_{\text{крит}} > 0.9999$	Принимается		
	Равны	знач в I-ой выб. больше		Гипотеза		
	Вывод:	Хорошее согласие с гипотезой				
		Выборочные данные не свидетельствуют в пользу новой методики				

## Задание 8.

### Критерий Вилкоксона.

Постановка задачи.

Имеются две выборки, относящиеся к двум независимым группам наблюдений одной и той же характеристики. Требуется проверить гипотезу однородности выборок в ситуации, когда ожидается, что значения в 1-й выборке будут меньше значений во второй выборке.

Статистика Вилкоксона	743,5	
Среднее статистики Вилкоксона		
1330,5		
Дисперсия статистики Вилкоксона		
6871,666667		
Приближенное значение уровня значимости		
$\alpha_{\text{крит}}$	7,14541E-13	
Гипотезу однородности следует отвергнуть		

### Задание 9.

#### Построить интервальную оценку для среднего значения нормального распределения.

Постановка задачи.

Имеется выборка из нормального распределения. Требуется построить 99%-доверительную верхнюю границу для неизвестного среднего этого распределения.

Характеристика		
Среднее		101,2226
Дисперсия		25,7011
Станд. Отклонение		5,069626
Ошибка среднего		0,649099
Число данных		62
Уровень		0,01
Надежность		99%
Квантиль $t^{\alpha}$		2,389047
Верхняя граница		102,7733

### Задание 10.

#### Проверить независимость двух характеристик по критерию сопряженности хи-квадрат

Постановка задачи.

По выборке из двумерного распределения (не обязательно нормального) проверить гипотезу независимости компонентов наблюдаемого случайного вектора.

Интервалы	(-беск; 116,05]	(116,05; 120,05]	(120,05; 124,05]	(124,05; +беск)	$\Sigma$	Таблица квадратов расхождений			
(-беск; 81,05]	4	10	7	4	25	0,013585	0,03543	0,013256	0,147601
(81,05; 87,05]	11	33	18	8	70	0,017823	0,362695	0,298426	0,167732
(87,05; +беск)	1	2	6	2	11	0,26265	1,526377	2,407597	0,206077
$\Sigma$	16	45	31	14	106			$\chi^2 =$	5,45925
								$\alpha_{\text{крит}}$	0,486396
								$\alpha$	0,025
Вывод: так как $\alpha_{\text{крит}} > \alpha$ , признаки независимые									

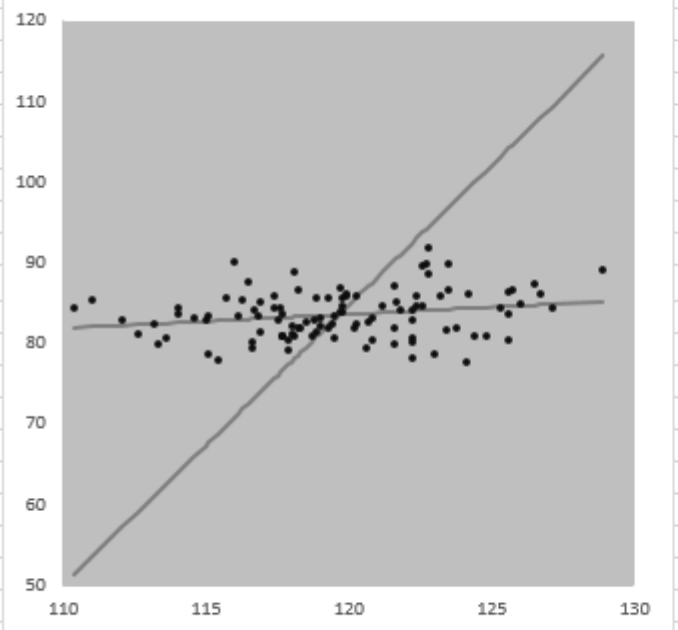
## Задания 11-12.

**Проверить независимость двух характеристик по критерию Стьюдента.**

**Построить линии регрессии.**

Постановка задачи.

По выборке из двумерного нормального распределения проверить гипотезу независимости компонентов наблюдаемого случайного вектора. Построить линии регрессии одного из признаков по другому признаку. Найти наилучший прогноз признака X при фиксированном значении признака Y=82.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Корреляция и регрессия							Средние характеристики			
2									X	Y	
3								Среднее	119,66698	83,5471698	
4								Ст.отклон.	3,7378665	2,9045575	
5								Число набл.	106	106	
6											
7								Кэфф. корр.		0,2237394	
8											
9								Преобраз. Стьюдента		2,34105111	
10								Уровень значимости			
11								$\alpha_{\text{крит}} =$		0,02113664	
12								Значимое расхождение с гипотезой независимости			
13											
14								Линии регрессии			
15											
16											
17									Кэффиц.	Своб. член	
18								X на Y	0,2879296	95,6112803	
19								Y на X	0,1738596	62,7419168	
20								Прогноз X при Y=82		119,221505	
21								Уравнения регрессии			
22								X на Y	$x = 0,29 \cdot y + 95,6$		
23								Y на X	$y = 0,17 \cdot x + 62,7$		
24											