

# Introduction aux ensembles finis et à leurs sous-ensembles

## Introduction aux ensembles finis et à leurs sous-ensembles

En mathématiques, la notion d'ensemble est fondamentale. Un ensemble est une collection d'objets distincts, appelés *éléments* de l'ensemble. Lorsque le nombre d'éléments d'un ensemble est fini, on parle d'*ensemble fini*. Dans cette introduction, nous allons définir ce qu'est un ensemble fini et expliquer comment on peut étudier ses sous-ensembles.

## Définition des ensembles finis

On dit qu'un ensemble est un ensemble fini s'il contient un nombre fini d'éléments. Par exemple, l'ensemble suivant est un ensemble fini :

$$A = \{1, 2, 3, 4\}.$$

Ici, l'ensemble  $A$  contient quatre éléments. Le nombre d'éléments d'un ensemble fini est appelé son *cardinal*. Le cardinal de  $A$  est donc 4, et on note  $|A| = 4$ .

## Exemples d'ensembles finis

Voici quelques exemples d'ensembles finis :

- $B = \{a, b, c\}$ , où  $|B| = 3$ ,
- $C = \{5\}$ , où  $|C| = 1$ ,
- L'ensemble vide  $\emptyset = \{\}$ , où  $|\emptyset| = 0$ .

## Sous-ensembles

Un *sous-ensemble* d'un ensemble  $A$  est un ensemble formé d'éléments de  $A$ . Par exemple, si  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , les ensembles suivants sont des sous-ensembles de  $A$  :

$$\{1, 2\}, \quad \{3, 4\}, \quad \{1\}, \quad \emptyset.$$

En général, pour un ensemble  $A$  fini de  $n$  éléments, il existe exactement  $2^n$  sous-ensembles différents de  $A$ . Cela inclut l'ensemble vide  $\emptyset$  et l'ensemble  $A$  lui-même.

### Exemple : sous-ensembles d'un ensemble à trois éléments

Prenons l'ensemble  $B = \{a, b, c\}$ . Les sous-ensembles possibles de  $B$  sont :

$$\emptyset, \quad \{a\}, \quad \{b\}, \quad \{c\}, \quad \{a, b\}, \quad \{a, c\}, \quad \{b, c\}, \quad \{a, b, c\}.$$

On remarque qu'il y a bien  $2^3 = 8$  sous-ensembles.

## Conclusion

Les ensembles finis sont des collections d'éléments dont le nombre est limité. Chaque ensemble fini a un certain nombre de sous-ensembles, donné par  $2^n$  si l'ensemble contient  $n$  éléments. L'étude des sous-ensembles est essentielle pour comprendre des notions plus avancées en théorie des ensembles et en mathématiques en général.