线性方程租的解法(非齐次方程和齐次方程)

齐次线性方程组的系数矩阵A的秩小于未知量的个数，有非零解。若等于未知量的个数，无非零解

当系数矩阵A的秩等于增广矩阵B的秩时非齐次线性方程组有解。（矩阵的秩就是指矩阵通过初等行变换和初等列变换得到的非零行或非零列的个数。）
当方程有唯一解时，R(A)=R(B)=n；
当方程组有无限多个解时,R(A)=R(B)=r<n；
当方程组无解时，R（A）＜R（B）。

小编想以自己的经验来给大家讲讲常见的大学线代（线性方程的解法），分为非齐次方程组合齐次方程组两部分。

工具/原料

- 大脑
- 线性方程组

方法/步骤

1. 我们先了解什么是齐次和非齐次：

类似于：
a11x1+a12x2+...+a1nxn=b1,
a21x1+a22x2+...+a2nxn=b2,
....
am1x1+am2x2+...amnxn=bm,(数字均为下标)
中，如果b1,b2,b3...bm不全为0，则该方程组为非齐次方程，
反之（全为0）为其次方程；

2. 1.判断方程有没有解：

1)非齐次方程：

充要条件：系数矩阵的秩与增广矩阵的秩相等；

设系数矩阵的秩为rA，增广矩阵的秩为rB，x阶数为n

则有$rA=rB=n$时，方程组有唯一的解，

当$rA=rB<n$时，方程有无穷解。

2)齐次方程：

矩阵形式为$AX=0$

充要条件：行列式$|A|=0$.

解法：对系数A做初等变换，化成阶梯矩阵A1，然后解A1为系数的阶梯齐次方程组。

3. 现在我们来详细讨论（要求读者自行掌握矩阵消元法）：

1)齐次方程解法：

例如：(注意x后面的数字是角标)

$x_1+x_2-3x_4-x_5=0$,

$x_1-x_2+2x_3-x_4=0$,

$4x_1-2x_2+6x_3+3x_4-4x_5=0$,

$2x_1+4x_2-2x_3+4x_4-7x_5=0$

我们先把系数提取出来记得x的角标对应着位置：

$x_1+x_2-3x_4-x_5=0$提出后应该是：1　1　0(x_3不存在，意味着系数为0)　-3　-1

同理得其他系数：

$$A=\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & -3 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 4 & -2 & 6 & 3 & -4 \\ 2 & 4 & -2 & 4 & -7 \end{matrix}$$

变换过后可得

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 2 & -2 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

在根据该变换系数写出对应的方程组

x1+x2-3x4-x5=0(该处的x3系数为0，不用写出来)

2x2-2x4-2x4-x5=0,

3x4-x5=0

这里开始，要选参数进行解题（不要问为什么这样，这是‘百年’来的成果总结的经验= =）

我们看到这三个方程组的第一个x项分别为（x1,x2,x4），将它们作为未知量，故选取x3,x5(非第一项的x项)为参数，作为参数的表面意思是将他们移到右边。

既有：

x1+x2-3x4=x5'

2x2-2x4=x5'+2x3'

3x4=x5'(加 ' 的原因是区别于原来的x项，原来的x项是作为未知量存在的)

又到一个重点了（别问为什么，这样解比较方便，前人总结的经验，记住就好）

如果你选的是两参数，那么可以把它们分别设为（0，1）（1，0），如果你的参数有n个（= =），那么（x0,x1,.....,xn）的值要分别设为（1,0,.....0）(0,1,0,...0),.........,(0,0,.....,0,1)然后带入原方程求得方程解（比较麻烦，请静下心来解），

对于这道题，我们应该把(x3'=0,x5'=1)(x3'=1,x5'=0)带入方程，分别解得：

X1=（-1,1,1,0,0）,X2=(7/6, 5/6, 0, 1/3, 1)

即可得方程组的基础解系：X1，X2

4. 2）非齐次方程组的解法：

类似于上题，为了节约你的眼睛资源，我就简单说一下

假设

x1+x2-3x4-x5=a,

x1-x2+2x3-x4=b,

4x1-2x2+6x3+3x4-4x5=c,

2x1+4x2-2x3+4x4-7x5=d

(注意这里的a,b,c,d是数字，小编偷懒就不详细设具体的数算啦)

变换为

$$
\begin{matrix}
1 & 1 & 0 & -3 & -1 & A \\
0 & 2 & -2 & -2 & -1 & B \\
0 & 0 & 0 & 3 & -1 & C \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{matrix}
$$

(这里的ABC是有a,b,c,d算出的得数)

5. 即

$x_1+x_2-3x_4-x_5=A$,

$2x_2-2x_3-2x_4-x_5=B$,

$3x_4-x_5=C$

重点来了:

与齐次方程不同，这里要先求出特解，而特解一般保留的未知量是第一个x项数！！

这里即保留

x_1，x_2，x_4 （x_3，x_5设为0）

所以原方程可化为

$x_1+x_2-3x_4=A$,

$2x_2-2x_4=B$,

$3x_4=C$,

解出该方程组，可得

$x_1=A+2/3C-1/2B$,

$x_2=1/3C+1/2B$,

$x_4=C$

特解为（$A+2/3C-1/2B$，$1/3C+1/2B$，0，C，0）

6. 6

还没有完！！！这只是特解！还要求基础解系

在这里我们要把右边的数全部变为0，即

$$A=\begin{matrix} 1 & 1 & 0 & -3 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 4 & -2 & 6 & 3 & -4 \\ 2 & 4 & -2 & 4 & -7 \end{matrix}$$

就和齐次方程一样了，不多说（和上题一样的解法），我们可解得:

$X_1=(-1,1,1,0,0)$,$X_2=(7/6, 5/6, 0, 1/3, 1)$

所以方程通解为

X=特解+基础解系

=（A+2/3C-1/2B，1/3C+1/2B，0，C，0）+k1（-1,1,1,0,0）+k2(7/6, 5/6, 0, 1/3, 1)

是不是不难？只是步骤有点长罢了，其中非齐次实际上包含了齐次方程的解法

，

所以懂了非齐次你就什么题都不怕啦

（如果喜欢小编，请为小编赞一个）