

第 7 回数値解析演習

081531257, 早乙女 献自

2017/04/19

課題 1 ガウスの消去法

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + 2x_3 &= 4 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 &= 2 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 &= 8\end{aligned}$$

(1) 上記の式について手計算で計算した。その結果を以下に示す。

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 & 8 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & 1 & 8 \end{array} \right] \quad (1)$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} & 3 \\ 0 & 2 & \frac{3}{2} & 9 \end{array} \right] \quad (2)$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & \frac{3}{2} & 9 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} & 3 \end{array} \right] \quad (3)$$

$$\frac{3}{2}x_3 = 3$$

$$x_3 = 2$$

$$2x_2 + 3 = 9$$

$$x_2 = 3$$

$$2x_1 - 6 + 2 = 2$$

$$x_1 = 3$$

(1) では 1 列目最大の要素である 2 行目の 2 をピボットにするため、ピボットニングを行った。

(2) では 1 列目について前進消去を行った。

(3) では 2 列目について 2 行目以降で最大の要素である 3 行目の 2 をピボットにするためピボットニングを行った。この時点で下三角の要素についてすべて 0 になったため、前進消去を終了した。

(2) プログラムによりガウスの消去法を実装し、結果を出力した。実行結果を以下に示す。なお、下三角行列の値は使わないので、プログラム上では引き算を行っていない。

```
$ ./a.out
2.000000 -2.000000 1.000000
-1.000000 2.000000 1.500000
1.000000 0.000000 1.500000
x1 = 3.000000
x2 = 3.000000
x3 = 2.000000
```

課題2 ヒルベルト行列

ヒルベルト行列について、先ほど作成したガウスの消去法のプログラムで計算した。そして、 N 次連立方程式について N を 1 ずつ変えたところ、小数点以下 7 桁の精度で $N=8$ において初めて誤差が生じた。その時の出力結果を示す。

```
$ ./a.out
N=8
x1 = 1.0000000
x2 = 1.0000000
x3 = 1.0000000
x4 = 1.0000001
x5 = 0.9999997
x6 = 1.0000004
x7 = 0.9999997
x8 = 1.0000001
```