

第 7 回数値解析演習

081531257, 早乙女 献自

2017/04/19

$$\int_0^1 4\sqrt{1-x^2}dx = \pi$$

(1) 上記の式について積分と誤差を Simpson 則で計算した。その結果を以下に示す。

$$\begin{aligned}T_1^{(1)} &= 2.9760677434252 \text{ 誤差 } 0.1655249101646 \\T_2^{(1)} &= 3.0835951549470 \text{ 誤差 } 0.0579974986428 \\T_3^{(1)} &= 3.1211891697754 \text{ 誤差 } 0.0204034838144 \\T_4^{(1)} &= 3.1343976689846 \text{ 誤差 } 0.0071949846052 \\T_5^{(1)} &= 3.1390522178936 \text{ 誤差 } 0.0025404356962 \\T_6^{(1)} &= 3.1406950760805 \text{ 誤差 } 0.0008975775093 \\T_7^{(1)} &= 3.1412754189356 \text{ 誤差 } 0.0003172346542 \\T_8^{(1)} &= 3.1414805131441 \text{ 誤差 } 0.0001121404457 \\T_9^{(1)} &= 3.1415530093071 \text{ 誤差 } 0.0000396442827 \\T_1^{(1)}0 &= 3.1415786378121 \text{ 誤差 } 0.0000140157777 \\T_1^{(1)}1 &= 3.1415876983689 \text{ 誤差 } 0.0000049552209 \\T_1^{(1)}2 &= 3.1415909016732 \text{ 誤差 } 0.0000017519166\end{aligned}$$

(2) 上記の式について Romberg 積分法で $T_4^{(4)}$ が得られるまで計算した。以下にその結果と誤差を示す。

$$\begin{aligned}
T_0^{(0)} &= 2.00000000000000 \text{ 誤差 } 1.1415926535898 \\
T_1^{(0)} &= 2.7320508075689 \text{ 誤差 } 0.4095418460209 \\
T_2^{(0)} &= 2.9957090681024 \text{ 誤差 } 0.1458835854874 \\
T_3^{(0)} &= 3.0898191443572 \text{ 誤差 } 0.0517735092326 \\
T_4^{(0)} &= 3.1232530378277 \text{ 誤差 } 0.0183396157621 \\
T_1^{(1)} &= 2.9760677434252 \text{ 誤差 } 0.1655249101646 \\
T_2^{(1)} &= 3.0835951549470 \text{ 誤差 } 0.0579974986428 \\
T_3^{(1)} &= 3.1211891697754 \text{ 誤差 } 0.0204034838144 \\
T_4^{(1)} &= 3.1343976689846 \text{ 誤差 } 0.0071949846052 \\
T_2^{(2)} &= 3.0907636490484 \text{ 誤差 } 0.0508290045414 \\
T_3^{(2)} &= 3.1236954374306 \text{ 誤差 } 0.0178972161591 \\
T_4^{(2)} &= 3.1352782355985 \text{ 誤差 } 0.0063144179913 \\
T_3^{(3)} &= 3.1242181642304 \text{ 誤差 } 0.0173744893594 \\
T_4^{(3)} &= 3.1354620895377 \text{ 誤差 } 0.0061305640521 \\
T_4^{(4)} &= 3.1355061833625 \text{ 誤差 } 0.0060864702273
\end{aligned}$$