



Laurea triennale in MATEMATICA

Corso di **PROBABILITÀ 1**

ESAME DEL 31.8.2021, Canale 1 (L. Bertini)

N.B. Scrivere le soluzioni degli esercizi giustificando brevemente i passaggi svolti utilizzando al massimo tre fogli.

Esercizio 1. (*10 punti*) Si hanno a disposizione due mazzi da 40 carte, ogni mazzo ha 20 carte rosse e 20 carte nere. Si volta la prima carta di ogni mazzo: se entrambe le carte scoperte sono rosse ha luogo un *double rouge*. Si prosegue allo stesso modo fino a voltare tutte le 40 carte dei due mazzi.

- a) Calcolare la probabilità che la prima coppia estratta abbia dato come esito un *double rouge*.
- b) Calcolare la probabilità di non aver realizzato alcun *double rouge* nelle 40 estrazioni.
- c) Per $k = 0, \dots, 20$, calcolare la probabilità di aver realizzato k *double rouge* nelle 40 estrazioni.

Esercizio 2. (*5 punti*) Quante volte bisogna lanciare – in media – un dado equo per vedere apparire tutte le facce?

Esercizio 3. (*5 punti*) Siano X e Y variabili aleatorie di Poisson indipendenti rispettivamente di parametro λ e μ .
Calcolare $\mathbb{E}(X|X+Y)$ e $\mathbb{E}(X+Y|X)$.

Esercizio 4. (*10 punti*) Si consideri una circonferenza di raggio unitario e sia P un punto fissato sulla circonferenza. Sia inoltre Q un punto scelto a caso (ovvero con distribuzione uniforme) sulla circonferenza. Sia infine $X = \overline{PQ}$ la distanza tra P e Q .

- a) Calcolare il valore di attesa di X^2 .
- b) Determinare la densità della variabile aleatoria X^2 .
- c) Determinare la densità della variabile aleatoria X .