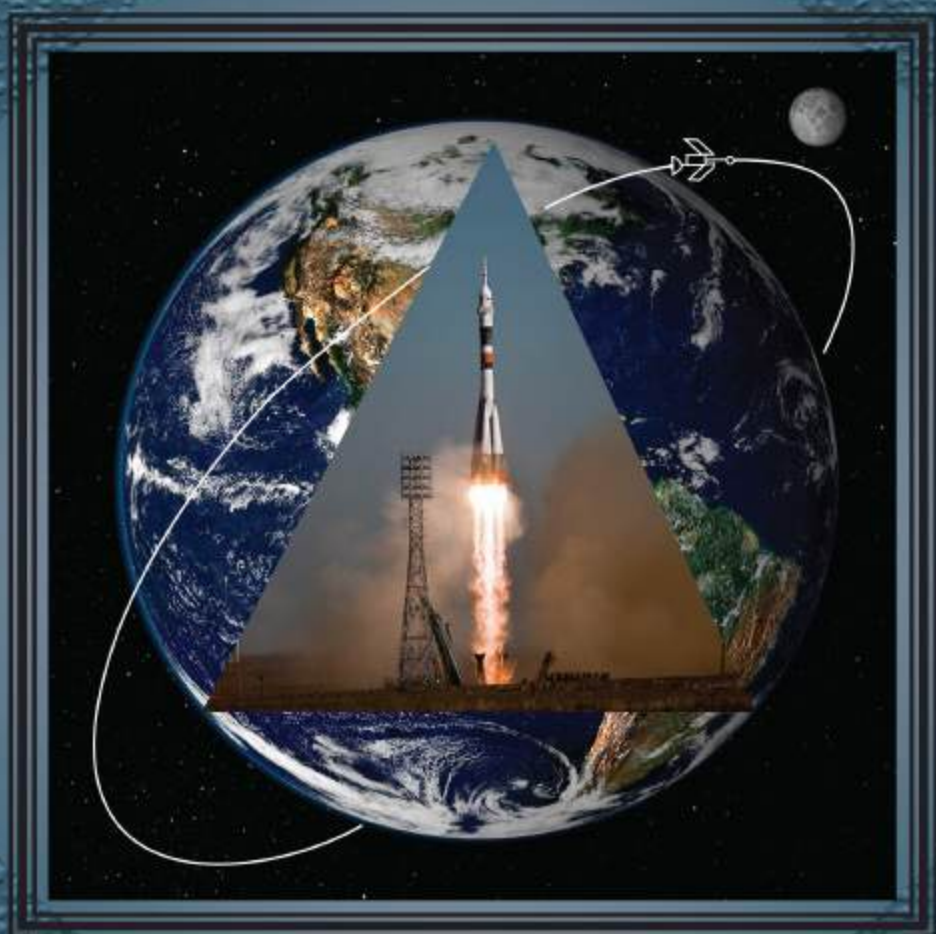


# КОНСТРУКЦИИ ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

# 3



Москва 2023



## Все новейшие достижения и современные разработки предприятий оборонного комплекса — в научно-технических журналах ФГУП «НТЦ оборонного комплекса «Компас»

ФГУП «Научно-технический центр оборонного комплекса «Компас» является издателем следующих научных журналов:



Межотраслевой научно-технический журнал  
**Оборонный комплекс — научно-техническому прогрессу России**  
(4 выпуска)  
Подписной индекс **79379**  
**Издается с 1984 года**



Межотраслевой научно-технический журнал  
**Конструкции из композиционных материалов**  
(4 выпуска)  
Подписной индекс **80089**  
**Издается с 1981 года**



Научно-технический журнал  
**Информационные технологии в проектировании и производстве**  
(4 выпуска)  
Подписной индекс **79378**  
**Издается с 1976 года**



Межотраслевой научно-практический журнал  
**Экология промышленного производства**  
(4 выпуска)  
Подписной индекс **80090**  
**Издается с 1993 года**



Научно-практический журнал  
**Вопросы защиты информации**  
(4 выпуска)  
Подписной индекс **79187**  
**Издается с 1974 года**

Все издания ФГУП «Научно-технический центр оборонного комплекса «Компас»:

✓ включены решением ВАК Министерства науки и высшего образования России в перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук;

✓ метаданные выпусков включены в базу данных Российского индекса научного цитирования (РИНЦ).

Более подробную информацию об изданиях, подписке, дополнительных услугах можно получить по тел.: 8 (495) 491-43-17, 8 (495) 491-77-67, 8 (495) 491-77-20 (подписка);  
факс: 8 (495) 491-44-80.  
E-mail: [izdanie@ntckompas.ru](mailto:izdanie@ntckompas.ru)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УНИТАРНОЕ ПРЕДПРИЯТИЕ  
«НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЦЕНТР ОБОРОННОГО КОМПЛЕКСА "КОМПАС"»

АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО  
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАКЕТНЫЙ ЦЕНТР имени АКАДЕМИКА В. П. МАКЕЕВА»

АКЦИОНЕРНОЕ ОБЩЕСТВО  
«ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПУТНИКОВЫЕ СИСТЕМЫ»  
имени АКАДЕМИКА М. Ф. РЕШЕТНЕВА»

**МЕЖОТРАСЛЕВОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ**

# КОНСТРУКЦИИ ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Орган Научного совета РАН по механике  
конструкций из композиционных материалов

Выпуск 3 (171)

Издается с 1981 г.

Москва 2023

## СОДЕРЖАНИЕ

К 75-летию Владимира Григорьевича Дегтяря ..... 3

### ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО- ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ И РАСЧЕТ КОНСТРУКЦИЙ

Зерщиков К. Ю., Семёнов Ю. В., Машиков А. В., Елкин А. С.  
Исследование напряженно-деформированного состояния  
металло-полимерного подшипника скольжения ..... 5

Янковский А. П. Уточненная модель неизотермического  
упруговязкопластического деформирования армиро-  
ванных цилиндрических оболочек при динамическом  
нагружении ..... 13

### МОДЕЛИРОВАНИЕ МАТЕРИАЛОВ, ПРОЦЕССОВ И КОНСТРУКЦИЙ

Дегтярь В. Г., Пегов В. И., Мошкин И. Ю. Исследование  
гидродинамических нагрузок при несимметричном  
смыкании каверны на цилиндрическую оболочку из  
композиционного материала при многофазном обте-  
кании ..... 25

Костин Г. Ф., Калашиников С. Т., Мокин Ю. А., Приданни-  
ков А. В., Хлыбов В. И., Швалева Р. К. Влияние откло-  
нений элементов армирования теплозащитных компо-  
зиционных материалов от номинальных направлений  
на распределение шероховатости ..... 33

### ТЕХНОЛОГИЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ, ОБРАБОТКИ И СОЕДИНЕНИЯ ИЗДЕЛИЙ

Куприкова Е. Ю., Степанов Н. В. Исследование влияния  
технологических параметров на прочность клеевого  
соединения ..... 43

### КОНСТРУКЦИОННЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Волков Д. В., Назаренко А. В., Москалёв К. Г., Королько-  
ва А. С., Шилкина Л. А., Вербенко И. А. Термодинами-  
ческая предыстория и структурные параметры твёр-  
дых растворов системы  $BaTiO_3$ ,  $BaZrO_3$ ,  $AgNbO_3$  ..... 47

### КЛЕИ, РЕЗИНЫ, ПОКРЫТИЯ И МАТЕРИАЛЫ СПЕЦИАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Тихоненко О. Ю., Лобан О. И., Дьяконов В. А., Вялов А. И.  
Реологические и механические исследования компо-  
зиции на основе алюмохромфосфатного связующего  
для применения в конструкциях электротермического  
оборудования ..... 51

### МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Глазунова Е. В., Шилкина Л. А., Вербенко И. А., Резничен-  
ко Л. А. Диэлектрические свойства бессвинцовых компо-  
зиций на основе титаната натрия-висмута и ниоба-  
тов щелочных металлов ..... 57

**Главный редактор В. Г. Дегтярь**, акад. РАН, д-р техн. наук,  
генеральный директор, генеральный конструктор АО «ГРЦ Макеева»

**Заместитель главного редактора Н. А. Тестоедов**, акад. РАН, д-р техн. наук,  
генеральный конструктор АО «ИСС»

**Ответственный секретарь Е. И. Андреева**,  
ФГУП «НТЦ оборонного комплекса «Компас»

**Редакционная коллегия:**

**А. В. Беляков**, д-р хим. наук, проф., РХТУ им. Д. И. Менделеева; **А. А. Боков**, д-р физ.-мат. наук, проф., Университет им. Саймона Фрайзера, Канада; **О. Н. Будадин**, д-р техн. наук, проф., АО «ЦНИИСМ»; **С. В. Бухаров**, д-р техн. наук, проф., МАИ (НИУ); **В. В. Васильев**, акад. РАН, д-р техн. наук, ИПМ РАН; **В. Г. Дмитриев**, чл.-кор. РАН, д-р техн. наук, проф., ФГУП "ЦАГИ"; **С. Т. Калашиников**, канд. техн. наук, АО "ГРЦ Макеева"; **А. Л. Каменева**, д-р техн. наук, доцент, ПНИПУ; **А. Н. Лихачев**, д-р техн. наук, проф., БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д. Ф. Устинова; **Е. С. Лукин**, д-р техн. наук, проф., РХТУ им. Д. И. Менделеева; **С. А. Оглезнева**, д-р техн. наук, доцент, ПНИПУ; **А. В. Острик**, д-р техн. наук, проф., ИПХФ РАН; **Л. А. Резниченко**, д-р физ.-мат. наук, проф., НИИ физики ЮФУ; **С. Б. Сапожников**, д-р техн. наук, проф., НОЦ "Нанотехнологии" ЮУГУ; **Б. С. Сарбаев**, д-р техн. наук, проф., МГТУ им. Н. Э. Баумана; **И. Д. Симонов-Емельянов**, д-р техн. наук, проф., МИРЭА-Российский технологический университет (ИТХТ им. М. В. Ломоносова); **А. Н. Тимофеев**, д-р техн. наук, ОАО "Композит"; **В. И. Халиманович**, канд. физ.-мат. наук; проф., АО "ИСС"; **В. И. Хлыбов**, д-р физ.-мат. наук, АО "ГРЦ Макеева"; **Б. В. Щетанов**, д-р техн. наук, проф., ФГУП "ВИАМ" ГНЦ РФ

Тел. (495) 491-77-67  
E-mail: izdanie@ntckompas.ru

*Перепечатка материалов и использование их в любой форме, в том числе электронной, без предварительного письменного разрешения редакции не допускаются.*

- © Федеральное государственное унитарное предприятие «Научно-технический центр оборонного комплекса «Компас» (ФГУП «НТЦ оборонного комплекса «Компас»), 2023;
- © Акционерное общество «Государственный ракетный центр имени академика В. П. Макеева» (АО «ГРЦ Макеева»), 2023;
- © Акционерное общество «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнева» (АО «ИСС»), 2023



*К 75-летию Владимира Григорьевича Дегтяря,  
генерального директора, генерального конструктора АО "ГРЦ Макеева",  
академика Российской академии наук, академика Российской академии  
ракетных и артиллерийских наук, главного редактора журнала ККМ*



13 сентября 2023 г. исполняется 75 лет Владимиру Григорьевичу Дегтярю — выдающемуся ученому, конструктору, организатору и руководителю разработки ракетных комплексов стратегического назначения с баллистическими ракетами морского и наземного базирования и ракетно-космических комплексов.

После окончания с отличием Челябинского политехнического института с 1972 г. Владимир Григорьевич работает в КБ машиностроения (ныне АО "Государственный ракетный центр им. академика В. П. Макеева"), где прошел все ступени профессионального и творческого роста.

Владимиром Григорьевичем получены основополагающие научные результаты в области проектирования, конструирования и экспериментальной отработки баллистических ракет и их боевого оснащения, ракет-носителей и космических аппаратов, разработки научно-технических решений по стартовым системам и гидродинамическим схемам подводного старта, аэрогазогидродинамики и тепломассообмена, прочности, создания конструкций из композиционных материалов, исследований изменения свойств материалов и конструкций в условиях длительной эксплуатации. Владимир Григорьевич автор 266 опубликованных научных трудов, в числе которых 17 монографий и книг, 186 статей, 63 патента, а также более 600 закрытых научно-технических отчетов.

Благодаря фундаментальной инженерной подготовке, системному подходу к выбору оптимальных технических решений, способности находить комплексные решения проблем в работе со смежными подразделениями и организациями Владимир Григорьевич разработал целый ряд новых технических решений, внедрение которых при создании морских ракетных комплексов второго и третьего поколений позволило существенно улучшить их тактико-технические и эксплуатационные характеристики.

Под руководством В. Г. Дегтяря решены принципиально новые задачи по развитию морских стратегических ядерных сил и поддержанию стратегического паритета. Сданы на вооружение Военно-Морского Флота России морские ракетные комплексы: "Станция", "Станция-2", "Синева", "Лайнер". При этом ракеты "Синева" и "Лайнер" имеют наивысший показатель энергомассового совершенства среди всех отечественных и зарубежных БРПЛ.

Создан корабельный боевой стартовый комплекс для морского ракетного комплекса "Булава", содержащий ряд оригинальных технических решений и превосходящий по своим тактико-техническим характеристикам отечественные и зарубежные аналоги.

Под руководством Владимира Григорьевича разработан и завершается отработка новейшего стратегического ракетного комплекса шахтного базирования "Сармат", развернуты работы по разработке перспективного комплекса "Сияние". В развитие ракетно-космического направления в рамках концепции применения многоразовых средств выведения выполняется научно-исследовательская работа по подтверждению ключевых технологий по созданию полностью многоразовой ракеты-носителя вертикального взлета и посадки КОРОНА.

Владимир Григорьевич придает огромное значение развитию фундаментальных исследований, привлечению научного потенциала РАН к решению прикладных проблем ракетостроения и внедрению полученных научных результатов в новейшие разработки отечественной ракетно-космической промышленности. Он является председателем секции научно-технического совета Военно-промышленной комиссии РФ, членом президиума Научно-технического совета Роскосмоса, президиума Уральского отделения РАН, бюро Совета РАН по космосу, членом Совета РАН по обороне, главным редактором научно-технического журнала "Конструкции из композиционных материалов", отраслевого научно-технического сборника "Ракетно-космическая техника", серия XIV.

Владимир Григорьевич уделяет большое внимание подготовке научных и инженерных кадров, возглавляет кафедры "Летательные аппараты" Южно-Уральского государственного университета и "Прикладная механика" Челябинского государственного университета, является председателем диссертационного докторского совета при ЮУрГУ.

Владимир Григорьевич — лауреат премии Ленинского комсомола (1977 г.), Государственной премии РФ (2003 г.), Демидовской премии (2022 г.). Он награжден орденами "Знак Почета" (1987 г.), "За заслуги перед Отечеством" IV степени (2010 г.), "Во славу российского флота" II степени (2011 г.), Александра Невского (2017 г.), Почетной грамотой Президента Российской Федерации (2014 г.), Почетной грамотой Правительства Российской Федерации (2008 г.), Золотой медалью им. академика В.Ф. Уткина (2010 г.), медалью им. академика В. П. Макеева УрО РАН (2015 г.). В. Г. Дегтярь является почетным гражданином г. Миасса (2007 г.) и Челябинской области (2010 г.).

Коллектив АО "Государственный ракетный центр имени академика В. П. Макеева", коллеги по научной и педагогической деятельности, члены редколлегии журнала "Конструкции из композиционных материалов" от всей души поздравляют Вас, Владимир Григорьевич, с юбилеем, желают Вам крепкого здоровья, счастья, новых творческих достижений на благо процветания России.

*Коллектив АО "ГРЦ Макеева"*

*Редколлегия журнала*

*"Конструкции из композиционных материалов"*

## Исследование напряженно-деформированного состояния металло-полимерного подшипника скольжения

К. Ю. ЗЕРЩИКОВ, канд. техн. наук; Ю. В. СЕМЁНОВ, канд. техн. наук; А. В. МАШКОВ  
ООО «Константа-2», г. Волгоград, Россия

А. С. ЕЛКИН

Сколковский институт науки и технологий, Москва, Россия

*Методом конечных элементов послойно исследовано напряженно-деформированное состояние металло-полимерного подшипника скольжения, подвергнутого статическому нагружению. Произведено сравнение расчетных и экспериментальных данных, на основе этого сделано заключение о корректности заложенных в расчет положений, что позволяет перейти от экспертно-го к расчетному определению несущей способности подшипников.*

**Ключевые слова:** металло-полимерный подшипник скольжения, метод конечных элементов, напряженно-деформированное состояние.

Подшипники скольжения, в силу известных преимуществ, все чаще применяют в различных узлах машин, механизмов, конструкций. В процессе нагружения подшипники испытывают сложное напряженно-деформированное состояние. Очевидно, что напряженно-деформированное состояние элемента конструкции или прибора является одним из ключевых параметров, определяющих его работоспособность. Для элементов из композиционных материалов, а рассматриваемые подшипники скольжения являются одним из представителей данного класса материалов, это относится в большей степени [1].

Существует несколько типов подшипников скольжения на основе полимерных композитов [2]. Рассмотрим один из вариантов, присутствующих на рынке — металло-полимерные подшипники скольжения (МПП). Данный подшипник представляет собой разрезную втулку, состоящую из трех разнородных слоев, адгезионно соединенных

между собой (рис. 1). Наружный слой — углеродистая или нержавеющая сталь, промежуточный адгезионный слой — активированный фторопласт Ф-4, внутренний антифрикционный слой — армированный стеклотканью фторопласт Ф-4.

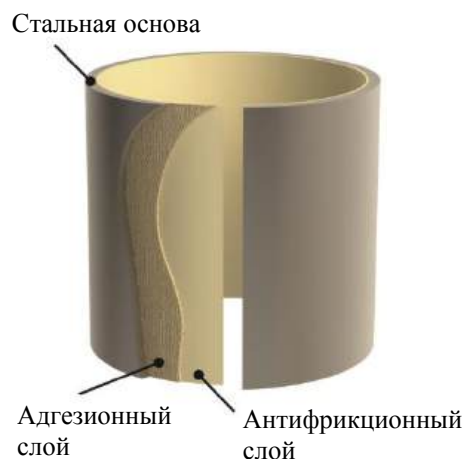


Рис. 1. Металлополимерный подшипник скольжения

Металлическая подложка служит фактически элементом, препятствующим потере устойчивости эластичного антифрикционного слоя при нагружении, состоящего, как указано ранее, из армирующего стекловолокна с внедренным в него антифрикционным материалом. Действительно, каркас из стекловолокна имеет высокие прочностные характеристики на сжатие и мог бы служить самостоятельным элементом, воспринимающим нагрузку. Однако прочность стекловолокна

Зерщиков Константин Юрьевич, директор.

E-mail: secret@constanta-2.ru

Семёнов Юрий Владимирович, заместитель генерального директора по производству — главный технолог.

E-mail: secret@constanta-2.ru

Машков Андрей Владимирович, инженер-конструктор.

E-mail: secret@constanta-2.ru

Елкин Александр Сергеевич, аспирант.

E-mail: Aleksandr.Elkin@skoltech.ru

Статья поступила в редакцию 18 мая 2023 г.

© Зерщиков К. Ю., Семёнов Ю. В., Машков А. В.,  
Елкин А. С., 2023

на изгиб низка, следовательно необходим поддерживающий элемент, которым и является стальная подложка, соединенная с армирующим элементом с помощью адгезионного слоя. На самом деле этим элементом помимо стали может быть любой другой материал, образующий жесткую подложку для антифрикционного слоя и прочно соединенную с ним. Стальная полоса является в данном случае наиболее дешевым и технологичным элементом.

Зачастую подшипники работают в статическом или близком к нему режиме, который характеризуется малыми перемещениями и скоростями при высоких удельных нагрузках [3], поэтому рассмотрим, как влияет статически приложенная нагрузка на деформации и напряжения в подшипнике и что влияет на их величину и распределение.

Расчет напряженно-деформированного состояния проводили методом конечных элементов в программном комплексе Abaqus. Расчетная модель подшипникового узла и сетка элементов показаны на рис. 2.

Геометрические характеристики расчетной модели полностью совпадают с геометрией экспериментальной установки (рис. 3).

Это сделано, чтобы эмпирически проверить адекватность аналитических расчетов. Для расчетов приняты следующие характеристики слоев: сталь 08пс толщиной 1,2 мм; адгезионный слой — фторопласт Ф-4 толщиной 0,05 мм; антифрикционный слой — композиционный материал толщиной 0,25 мм. Таким образом, общая толщина подшипника составляет 1,5 мм, высота подшипника  $H = 35$  мм, внутренний диаметр 45 мм. Свойства материалов слоев представлены в табл. 1.

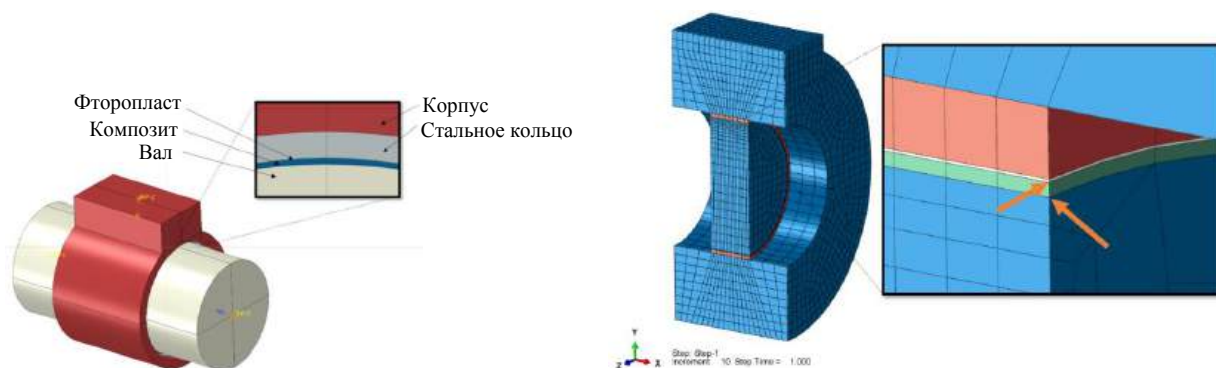


Рис. 2. Общий вид расчетной модели. Размер и характер сетки расчетной модели МПП

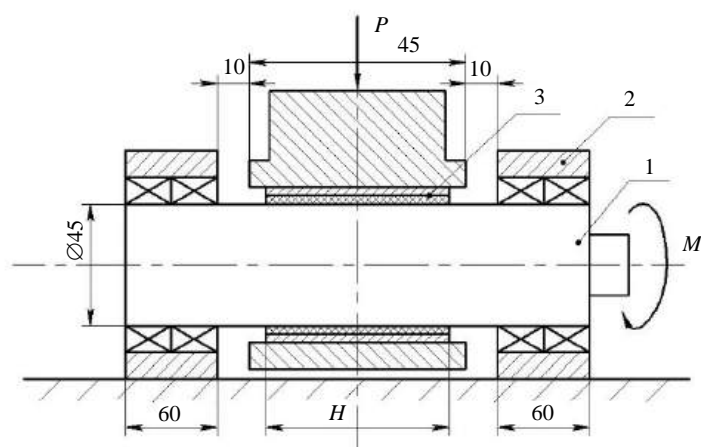


Рис. 3. Схема испытаний подшипника:  
1 — вал; 2 — опора;  
3 — испытываемый подшипник

Таблица 1

Свойства материалов, использованные при расчете

Свойство	Сталь 08пс	Ф-4	Композит
Предел текучести при растяжении, МПа	200	20	120
Относительное удлинение при разрыве, %	20	300	5
Модуль упругости, МПа	200000	700	2000
Коэффициент Пуассона	0,3	0,4	0,35
Коэффициент сухого трения скольжения фторопласта по стали	0,05		
Деформация, начала текучести, %	1	5	5



Расчет нелинейный с шагом по нагрузке в 10 %. Свойства материалов определяются кривыми деформирования идеального упруго-пластического тела, то есть считается, что нет упрочнения, а напряжения ограничены пределом текучести. Деформации ограничены максимальным значением при разрыве. Минимальный размер конечных элементов (сетки) составляет 1 мм. В расчете для увеличения точности использован квадратичный тип элементов. Закрепления и момент передаются на вал с помощью Coupling элементов. Подшипник рассматривается как трехслойный композит, слои которого прочно соединены, проскальзывание слоев отсутствует. Через элементы распределения усилий передана вертикальная нагрузка на верхнюю поверхность корпуса подшипника (см. рис. 3). Торцы вала закреплены от перемещений, но допускается его вращение. Для предоставления результатов деформаций в слоях поперечные и вертикальные перемещения выбираются с нижних узлов (см. рис. 2). Для наглядности вал обрезан и показан только в районе подшипника. В расчет не заложено возможное присутствие остаточных напряжений в слоистом композите. Считается, что зазоры между подшипником и валом, а также между подшипником и корпусом отсутствуют.

Существующая методика расчета прочности подшипников скольжения основана на определении средней величины давления по известной формуле (1) и сравнении полученного значения с принятыми для разных типов подшипников величинами предельной нагрузки [4]. Так, при статическом нагружении для подшипников данного типа в зависимости от конструктивных особенностей эта величина колеблется от 250 до 400 МПа.

$$N = P / (DH), \quad (1)$$

где  $N$  — среднее давление, действующее на подшипник, МПа;

$P$  — усилие;

$D$  — диаметр вала;

$H$  — высота подшипника, эту величину будем принимать как исходную нагрузку на подшипник.

Рассмотрим действующие в различных слоях подшипника деформации и напряжения. На рис. 4 показано распределение вертикальных деформаций в адгезионном слое при увеличении действующей нагрузки в три раза с 67 до 220 МПа. Можно отметить, что характер распределения и величина зоны деформаций сжатия практически не меняются с ростом нагрузки, величина остается в пределах 40 мм (по периметру окружности). Деформации растяжения занимают весь оставшийся периметр подшипника, но по величине существенно, в десятки раз ниже сжимающих и практически не увеличиваются по мере увеличения нагрузки. В то же время максимальные деформации сжатия вырастут в пять раз с ростом нагрузки в три раза. Как видно, величина деформации достигает максимального значения на краях подшипника и отличается от деформации в центре в 10 раз, что обусловлено изгибом вала под нагрузкой.

На рис. 5 показано распределение поперечных деформаций в адгезионном слое.

Как видно, по краям деформации имеют положительный знак, что отражает присутствие растягивающих напряжений. Это соответствует экспериментально установленному факту раздавливания по краям подшипников [5].

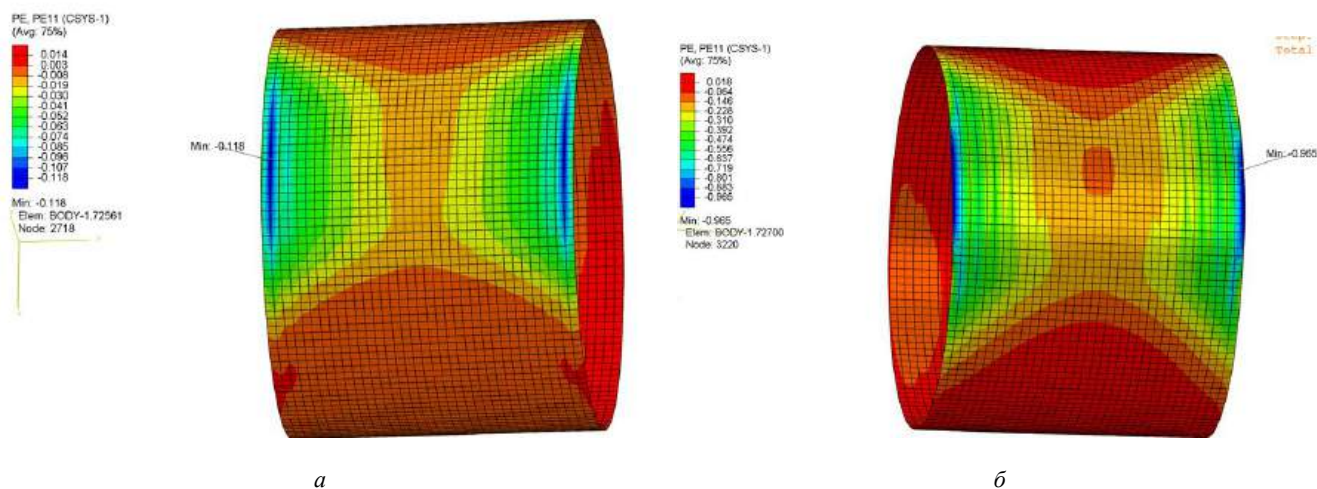


Рис. 4. Изменение поля вертикальных деформаций адгезионного слоя при росте нагрузки на подшипник:  
а — 67 МПа; б — 220 МПа

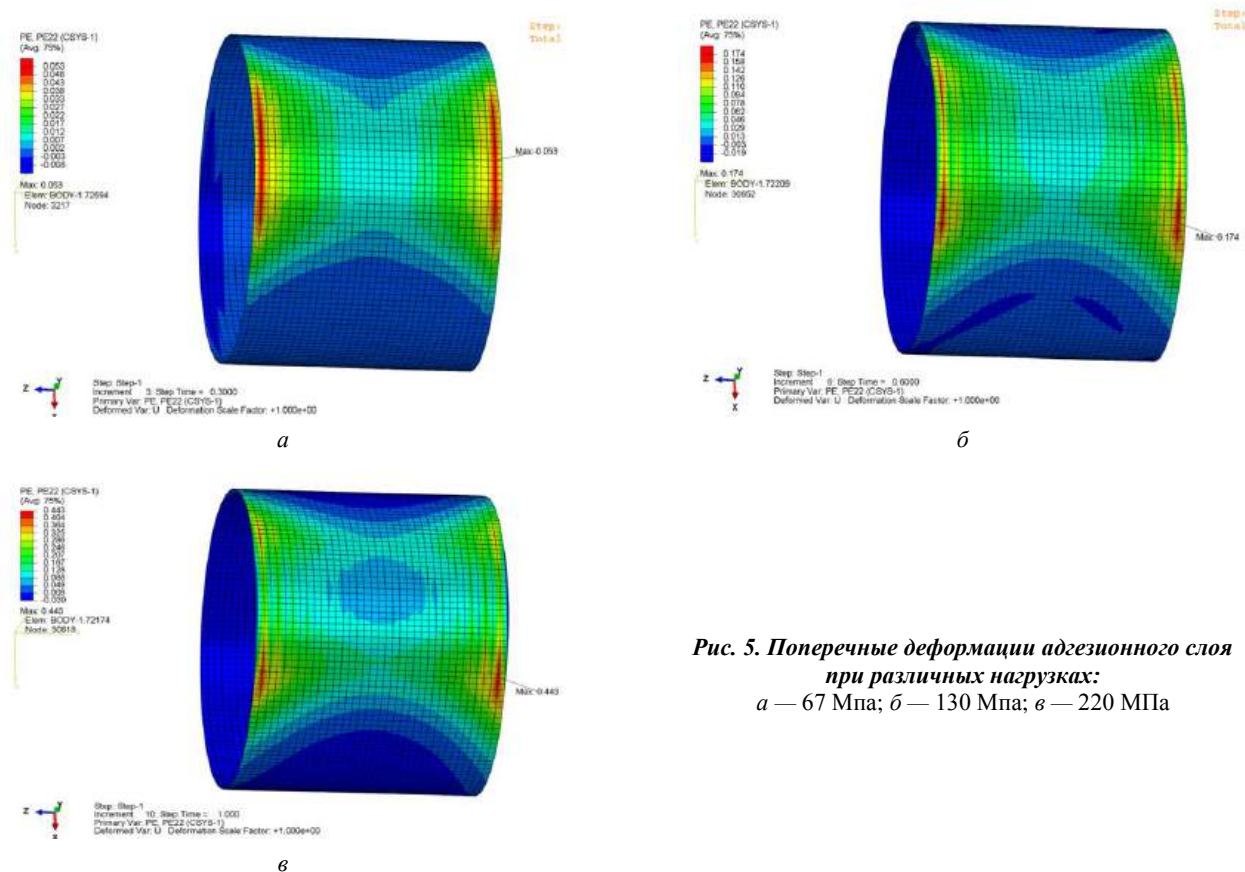


Рис. 5. Поперечные деформации адгезионного слоя при различных нагрузках:  
а — 67 МПа; б — 130 МПа; в — 220 МПа

Аналогично тому, как вертикальные деформации сжатия локализованы на краях, а в центре подшипника они меняют знак, поперечные деформации также присутствуют в узком краевом сегменте, а в центре подшипника присутствуют деформации сжатия. Здесь деформации сжатия и растяжения растут с ростом нагрузки в 4 и 8 раз соответственно. Зона действия поперечных растягивающих деформаций примерно соответствует зоне вертикальных сжимающих деформаций и составляет около 40 мм по периметру.

Присутствие вертикальных сжимающих и поперечных растягивающих деформаций отражает экспериментально наблюдаемое уменьшение толщины подшипника на краях при неизменной толщине в центральной части. Необходимо отметить,

что из-за малости толщины вклад деформаций адгезионного слоя в общую картину деформации подшипника безусловно невелик при том, что относительные деформации этого слоя велики.

Рассмотрим поле деформаций в антифрикционном слое, который отличается от адгезионного подслоя большей толщиной, прочностью и модулем упругости. Как видно, изменение этих параметров приводит к изменению деформированного состояния. Так деформации в вертикальной плоскости (рис. 6) сосредоточены на небольшом участке в районе действия нагрузки по краям подшипника и практически отсутствуют на всей остальной площади, т. е. распределение деформаций крайне неравномерно.

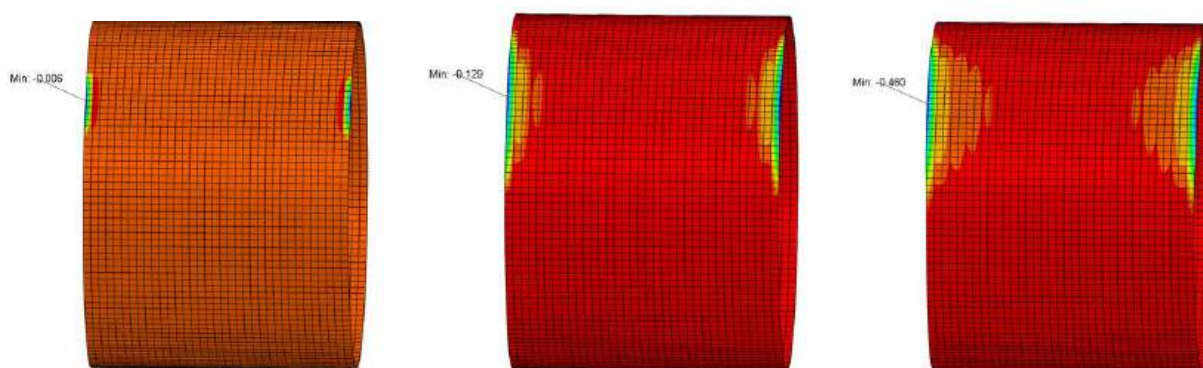


Рис. 6. Изменение поля деформаций сжатия антифрикционного слоя с ростом нагрузки на подшипник от 67 до 220 МПа

С ростом нагрузки от 67 до 220 МПа максимальные деформации сжатия в антифрикционном слое растут многократно. И если при 67 МПа они практически отсутствуют (менее 1 %), то при 220 МПа они достигают 46 %, но в очень узкой зоне, они локализованы по краям подшипника, тогда как остальная площадь деформирована незначительно. Это, в частности, показывает, что не имеет смысла применять подшипники большой высоты, т. к. они, во-первых, недогружены в центральной части, во-вторых, сильно перегружены по краям.

Характер распределения поперечных деформаций (рис. 7) аналогичен вертикальным деформациям, с той лишь разницей, что знаки этих деформаций противоположны. Также, как и в адгезионном слое, поперечные деформации здесь растягивающие и локализованы по краям, тогда как в остальной части они практически отсутствуют. Как видно, вертикальные и поперечные деформации имеют разные знаки: в вертикальном направлении преобладают деформации сжатия, тогда как в направлении оси подшипника антифрикционный слой подвержен растяжению.

Сравнивая максимальные деформации, действующие в адгезионном и антифрикционном слоях, отметим, что характер и знаки деформаций аналогичны, но в адгезионном слое они занимают

большую площадь, что, вероятно, объясняется его большей податливостью в силу меньшей величины модуля упругости. Рост толщины и модуля упругости при переходе от адгезионного к антифрикционному слою приводит к существенному изменению картины распределения относительных деформаций и их величины. Но во всех случаях зона деформированного состояния растет с увеличением нагрузки на подшипник.

Отсюда следует очевидный, но важный практический вывод: чтобы снизить деформацию подшипника под нагрузкой, необходимо стремиться получить минимальную толщину деформируемых слоев.

В заключение симуляции деформированного состояния на рис. 8, а приведены эквивалентные деформации антифрикционного слоя, поскольку его напряженно-деформированное состояние в значительной степени определяет поведение подшипника под нагрузкой. Видно, что небольшие деформации наблюдаются на узком, порядка 1 мм, участке по краям подшипника на длине окружности 20 мм.

Изначально предполагалось, что стальное кольцо выполняет поддерживающую функцию в слоистом композите. Оценивая действующие в нем деформации (см. рис. 8, б), видим, что они являются упругими и вносят незначительный вклад в общую деформацию подшипника.

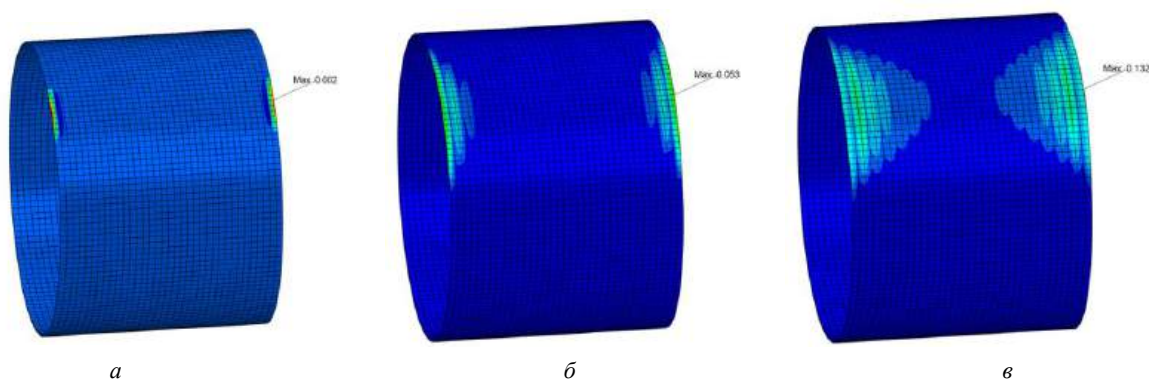


Рис. 7. Изменение поперечных деформаций антифрикционного слоя с увеличением нагрузки: а — 67 МПа; б — 130 МПа; в — 220 МПа

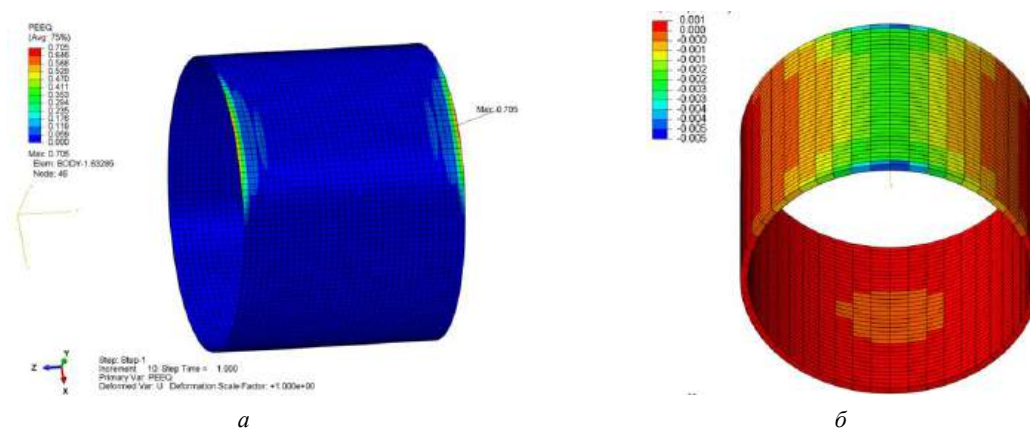


Рис. 8. Эквивалентные пластические деформации (PEEQ) антифрикционного слоя и стальной подложки при действии максимальной нагрузки



Так подробно рассмотрены характер, величина и распределение деформаций, потому что именно они определяются в эксперименте. В качестве иллюстрации, на рис. 9 показаны подшипники после нагружения и схема экспериментально определяемых параметров. На рис. 9, а хорошо видно различие в наблюдаемых деформациях подшипников при увеличении высоты  $H$  подшипника с 15 до 35 мм, что и было установлено расчетным путем.

В табл. 2 представлены данные измерений геометрических характеристик подшипников до и после испытаний, которые подтверждают полученные расчетом.

Длина зоны деформирования адгезионного и антифрикционного слоев  $A$  составляет 18—23 мм, что близко к полученной расчетной величине 20 мм. Относительная деформация сжатия, измеренная в центральной части, составляет 0—3 %, что также коррелирует с расчетной величиной 0—3 %. Поскольку в расчете предусмотрено упругопластическое поведение материала, то необхо-

димо учитывать деформации, при которых наступает пластическое течение и напряжения, равные пределам текучести. Сравнение полученных результатов с данными (см. табл. 1) показывает, что даже при максимальной нагрузке подшипник работает в упругой области. На основании этого можно заключить, что расчет позволяет получать адекватные значения деформированного состояния подшипника. Поскольку деформация подшипника под нагрузкой связана с его долговечностью, то появляется возможность, регулируя физико-механические характеристики слоев, влиять на эксплуатационные характеристики подшипников.

Рассмотрим напряженное состояние отдельных слоев под действием нагрузки. На рис. 10 видно, что максимальные эквивалентные напряжения (по Мизесу) в адгезионном и антифрикционном слоях не превосходят предела текучести, за исключением узкой краевой области, где наблюдаются пластические деформации.

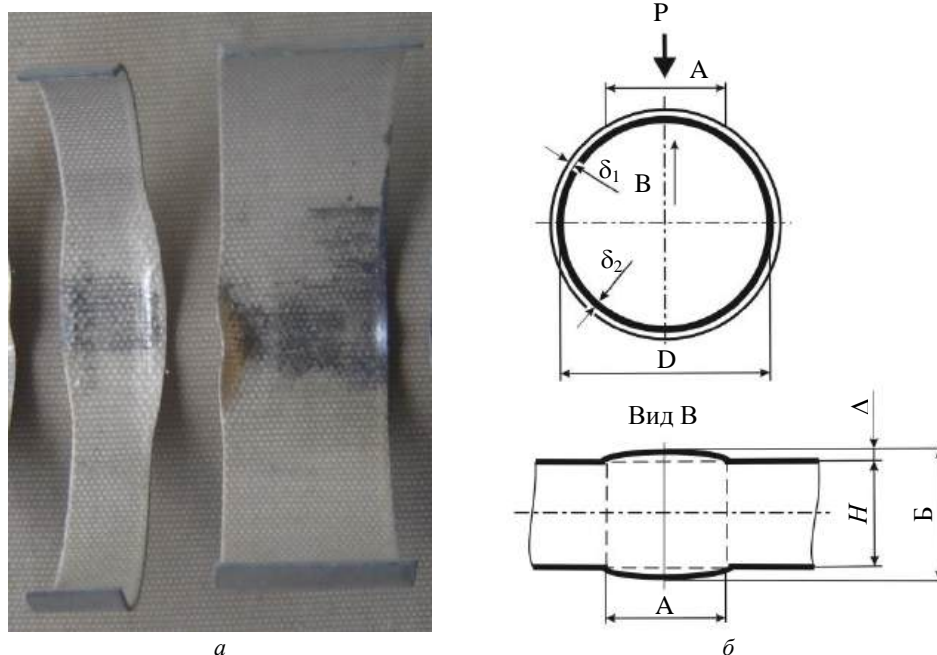


Рис. 9. Общий вид подшипников после статических испытаний (а) (подшипники развернуты для удобства исследований) и схема геометрических размеров подшипников до и после нагружения (б)

Таблица 2

Экспериментальные данные статических испытаний подшипников

Толщина подшипника до испытания $h_0$ , мм	Толщина на краях подшипника после испытания $h_1$ , мм	Нагрузка, МПа	Высота $H$ , мм	Длина зоны деформации $A$ , мм	$(h_0 - h_1)/h_0$ , %
1,02	0,99	180	30	23	3
1,04	1,02	250	30	18	2
1,09	1,09	180	30	18	0
1,1	1,07	250	30	19	3



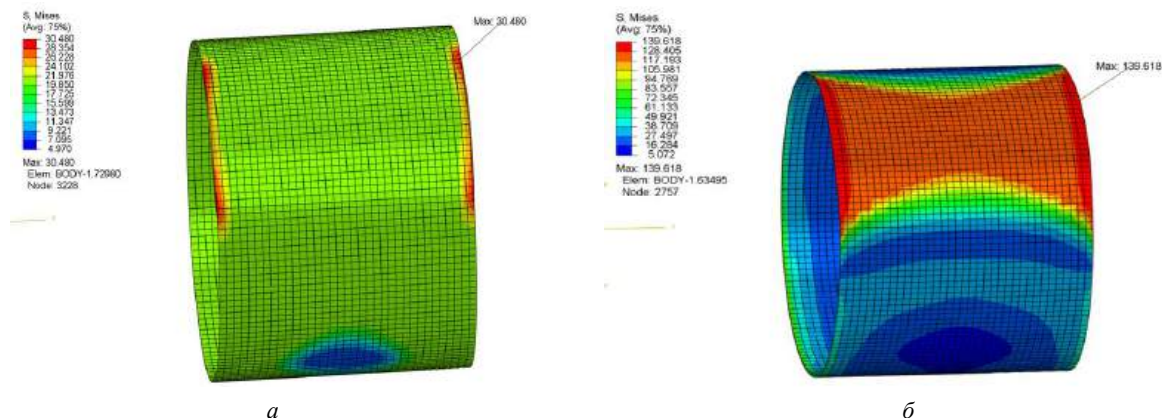


Рис. 10. Эквивалентные напряжения по Мизесу адгезионного (а) и антифрикционного (б) слоев при действии максимальной нагрузки

Это и подтверждается экспериментально — не фиксируется изменение толщины слоев при нагрузке до 220 МПа. Коэффициент перенапряжения на краях относительно остальной площади подшипника из-за действия консольного эффекта достигает 1,5. Это объясняется большой высотой подшипника 35 мм, при относительно небольшом диаметре 45 мм, и показывает, что при проектировании необходимо подбирать оптимальное соотношение диаметра и высоты подшипника. Рост нагрузки давления на подшипник приводит к росту напряжений во всех слоях его составляющих.

Сопоставление расчетных и опытных данных показывает, что наблюдается корреляция фиксируемых экспериментально пластических деформаций с полученными расчетным путем эквивалентными напряжениями и деформациями. Это означает, что можно перейти от экспериментальной и экспертной оценки несущей способности металлополимерных подшипников скольжения к расчетным способам.

На рис. 11 представлено изменение толщины подшипника по отношению к исходной на расстоянии 1 мм от края подшипника по длине развертки, а на рис. 12 — напряжения в антифрикционном слое.



Рис. 11. Профиль толщины полимерного слоя по длине развертки подшипника

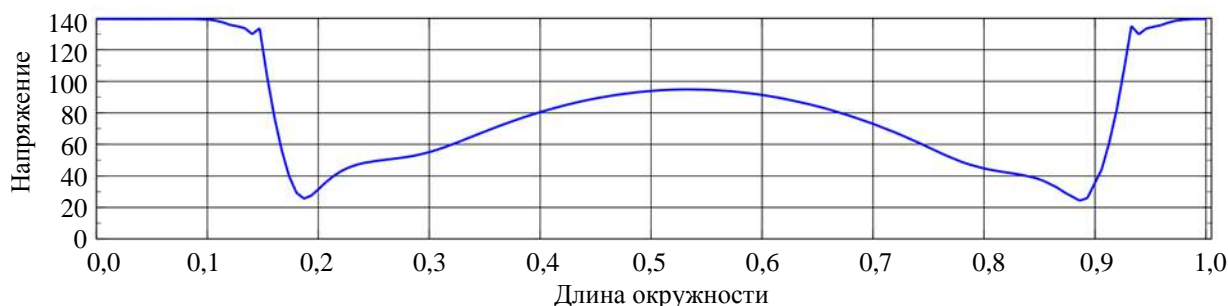


Рис. 12. Распределение напряжений по длине окружности антифрикционного слоя при действии максимальных нагрузок

Наблюдается соответствие распределения остаточных деформаций и действующих напряжений, что еще раз подтверждает адекватность расчетной модели и возможность применения разработанных подходов для прогнозирования несущей способности металлополимерных подшипников скольжения.

### Заключение

Рассмотрен один из возможных режимов работы подшипников скольжения — статическое нагружение, предполагающее высокие нагрузки при небольших относительных перемещениях.

Экспериментальное подтверждение полученных результатов свидетельствует о возможности определения несущей способности подшипников при статическом нагружении расчетным путем.

Полученная методика позволяет перейти от экспериментальной и экспертной оценок к расчетному определению несущей способности подшипников и существенно снизить объемы работ при проектировании новых подшипниковых узлов.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Бузник В. М., Фомин В. М., Алхимов А. П. и др. Металлополимерные нанокомпозиты. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2005. — 260 с.
2. Воронков Б. Д. Подшипники сухого трения. — Л.: Машиностроение, 1979. — 224 с.
3. Зерщиков К. Ю., Кузахметова Е. К. Металлополимерные подшипники для узлов вращения запорной арматуры. Трубопроводная арматура и оборудование 2012. № 2(59). С. 22—23.
4. Семенов А. П., Савинский Ю. Э. Металлофторопластовые подшипники. — М.: Машиностроение, 1976. — 192 с.
5. Зерщиков К. Ю., Семёнов Ю. В. Зависимость несущей способности металлополимерных подшипников скольжения от их геометрических характеристик // Конструкции из композиционных материалов. № 1. 2012. С. 28—31.

## The investigation of the stress-strain state of a metal-polymer sliding bearing

K. Yu. ZERSHCHIKOV, Yu. V. SEMENOV, A. V. MASHKOV  
LLC "Constant-2", Volgograd, Russia

A. S. ELKIN  
Skolkovo Institute of Science and Technology, Moscow, Russia

*The stress-strain state of a metal-polymer sliding bearing subjected to static loading was studied by the finite element method in layers, a comparison of calculated and experimental data was made, on the basis of which a conclusion was made about the correction of the assumptions included in the calculation, which makes it possible to calculate the behavior of bearings under stress.*

**Keywords:** metal-polymer sliding bearing, finite element method, stress-strain state.

УДК 539.4

DOI: 10.52190/2073-2562\_2023\_3\_13

EDN: KCTNXL

## Уточненная модель неізотермического упруговязкопластического деформирования армированных цилиндрических оболочек при динамическом нагружении

А. П. ЯНКОВСКИЙ, д-р физ.-мат. наук

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,  
г. Новосибирск, Россия

*Сформулирована начально-краевая задача неізотермического упруговязкопластического изгибного деформирования замкнутых круговых цилиндрических армированных оболочек. Волновые процессы в таких конструкциях и их плохое сопротивление поперечным сдвигам моделируют в рамках уточненной теории изгиба. Материалы фаз композиции изотропны. Их неупругое деформирование описывается уравнениями теории течения с изотропным упрочнением. Рассмотрена связанная термомеханическая задача. Двумерная нелинейная динамическая задача проинтегрирована с применением явной численной схемы. Исследована термоупруговязкопластическая и термоупругопластическая динамика гибких длинных стеклопластиковых и металлокомпозитных цилиндрических оболочек с ортогональной 2D-структурой армирования. Продемонстрировано, что при осесимметричном динамическом изгибе оболочки из стеклопластика могут дополнительно нагреваться на 12–13 °С, а аналогичные металлокомпозитные оболочки — почти на 60 °С. Механический отклик таких конструкций необходимо рассчитывать по уточненной теории изгиба при учете зависимости пластических свойств их компонентов композиций от скорости деформирования.*

**Ключевые слова:** цилиндрические оболочки, армирование, термоупруговязкопластичность, динамическое деформирование, связанная термомеханическая задача, уточненная теория изгиба, теория Амбарцумяна, явная численная схема.

Цилиндрические оболочки из композиционных материалов (КМ) находят все более широкое применение в инженерной практике [1–12]. В процессе эксплуатации они могут подвергаться интенсивному термосиловому воздействию [7, 10–12], при котором компоненты их композиции могут деформироваться неупруго [7, 11, 13, 14]. В силу этого особую актуальность приобретает проблема моделирования неізотермической упругопластической динамики таких КМ-конструкций, находящаяся на данный момент времени в стадии становления [7, 11, 15–22].

Известно, что характеристики материалов зависят как от температуры (темперочувствительность) [13, 23], так и от скорости деформирования [21–23] (особенно вязкопластические свойства). Поэтому в [21] была разработана математическая модель термоупруговязкопластического деформирования армированной среды, и проведены расчеты неупругого динамического изгибного поведения волокнистых пластин и искривленных панелей

из таких материалов [22]. Однако неізотермическую упруговязкопластическую динамику гибких цилиндрических армированных оболочек никто не моделировал.

Для учета слабого сопротивления изгибаемых тонкостенных КМ-конструкций поперечному сдвигу и для расчета волновых процессов в них при динамическом нагружении обычно используют неклассические теории Рейсснера [2, 7, 9, 11, 24], Редди [6, 10] и Амбарцумяна [1, 20, 21], реже применяют более точные теории [7–9, 19, 22], базирующиеся, как правило, на гипотезе ломаной линии.

В работе [21] показано, что температуру в поперечном направлении динамически изгибаемых КМ-пластин целесообразно аппроксимировать полиномом 7-го порядка. При этом изгибное поведение волокнистых пластин моделировали в рамках теории Амбарцумяна [1]. При высокоинтенсивном кратковременном силовом нагружении КМ-конструкций основным источником выделения тепла является диссипация механической энергии, зависящая от скоростей деформаций и уровня напряжений, достигаемых в материале изделия [21, 25]. Поэтому, используя разные теории изгиба пластин и оболочек, можно с разной точностью определять скорости деформаций и напряжения в тон-

**Янковский Андрей Петрович**, ведущий научный сотрудник лаборатории "Физика быстропротекающих процессов".  
E-mail: lab4nemir@rambler.ru; yankovsky\_ap@rambler.ru

Статья поступила в редакцию 23 мая 2023 г.

© Янковский А. П., 2023

костенных элементах КМ-конструкций, а следовательно, и интенсивность выделения тепла в них. В [19] продемонстрировано, что изотермическое упругопластическое динамическое поведение цилиндрических КМ-оболочек нужно рассчитывать, используя уточненную теорию изгиба, а не простейший ее традиционный вариант — теорию Амбарцумяна [1]. Таким образом, моделирование на базе уточненной теории изгиба может привести к значительным поправкам в распределении расчетного поля температур в таких армированных конструкциях и их динамического отклика на высокоинтенсивные кратковременные нагрузки, как это имеет место в искривленных КМ-панелях [22].

Для интегрирования нелинейных задач динамики изгибаемых тонкостенных конструкций применяют как явные [7, 19—22], так и неявные [26, 27] численные схемы.

Согласно вышеизложенному, данное исследование посвящено моделированию динамического термоупруговязкопластического поведения цилиндрических круговых КМ-оболочек на базе уточненной теории изгиба [19]. При этом нелинейная связанная термомеханическая задача интегрируется с использованием явной численной схемы [7, 19—22].

### Постановка задачи и метод ее решения

Рассмотрим тонкую замкнутую цилиндрическую оболочку длиной  $D$ , радиуса  $R$  и толщиной  $2h \ll \min(D, R)$  (рис. 1), с которой связана цилиндрическая система координат  $x_i$  так, что  $x_1$  — осевая ( $0 \leq x_1 \leq D$ ),  $x_2$  — окружная (угловая) ( $0 \leq x_2 < 2\pi$ ) и  $x_3$  — радиальная ( $R-h \leq x_3 \leq R+h$ ) координаты. Оболочка армирована  $N$  семействами волокон с плотностями армирования  $\omega_k$  ( $1 \leq k \leq N$ ). В поперечном направлении конструкции структура армирования (возможно, и пространственная) однородна.

С каждым  $k$ -м семейством арматуры связана локальная ортогональная система координат  $x_i^{(k)}$ , причем ось  $x_1^{(k)}$  задает направление армирования, а ее ориентация в глобальной системе  $x_j$  характеризуется углами сферической системы координат  $\theta_k$  и  $\varphi_k$  (рис. 2).

Направляющие косинусы  $l_{ij}^{(k)}$  осей  $x_i^{(k)}$  относительно осей  $x_j$  ( $i, j = \overline{1,3}$ ,  $1 \leq k \leq N$ ) определяются по формулам (12) из [20].

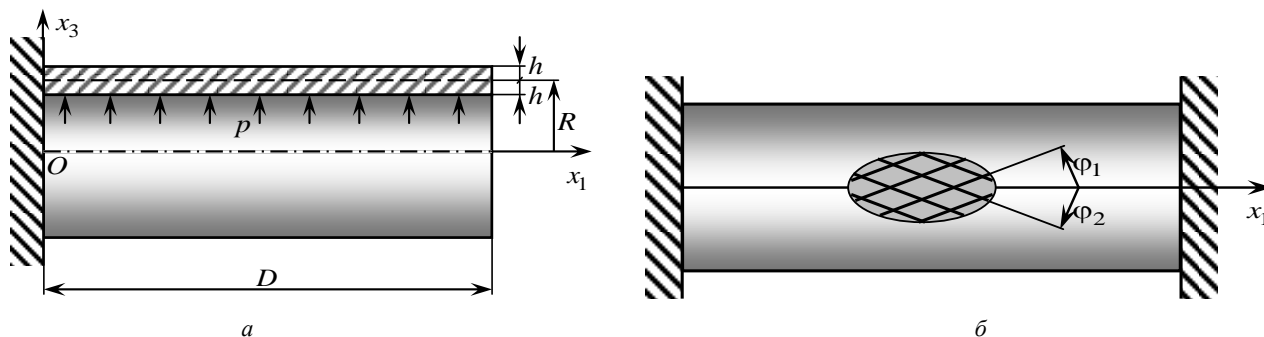


Рис. 1. Цилиндрические КМ-оболочки с закреплением левой торцевой поверхности (а) и с закреплением обеих торцевых поверхностей (б)

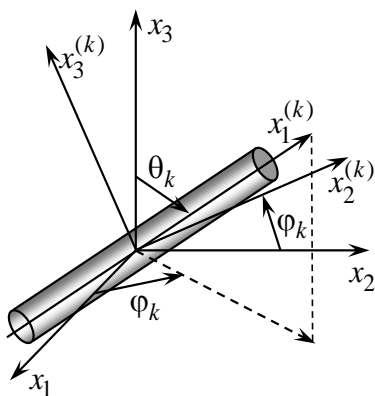


Рис. 2. Локальная ортогональная система координат, связанная с волокном  $k$ -го семейства



На лицевых поверхностях оболочки внешние касательные силы пренебрежимо малы. При пространственном армировании предполагается, что выполняется требование, предъявляемое к структуре армирования, которое изложено в замечании в работе [21]. В случае укладки волокон по эквидистантным поверхностям (см. рис. 1, б и рис. 2 при  $\theta_k = \pi/2$ ) указанное требование выполняется. При этом в рамках уточненной теории изгиба перемещения точек оболочки  $U_i$  и осредненные деформации ее композиции  $\varepsilon_{ij}$  аппроксимируются так:

$$\begin{aligned} U_1(t, \mathbf{r}) &= u_1(t, \mathbf{x}) - z \partial_1 w + \sum_{m=0}^M f_1^{(m)}(z) \bar{\varepsilon}_{13}^{(m)}(t, \mathbf{x}), \\ U_2(t, \mathbf{r}) &= \frac{R+z}{R} u_2(t, \mathbf{x}) + \partial_2 w + \\ &+ \sum_{m=0}^M f_2^{(m)}(z) \bar{\varepsilon}_{23}^{(m)}(t, \mathbf{x}), \\ U_3(t, \mathbf{r}) &= w(t, \mathbf{x}), \quad \mathbf{x} = (x_1, x_2), \quad \mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3); \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11}(t, \mathbf{r}) &= \partial_1 u_1 - z \partial_1^2 w + \sum_{m=0}^M f_1^{(m)}(z) \partial_1 \bar{\varepsilon}_{13}^{(m)} + \frac{1}{2} (\partial_1 w)^2, \\ \varepsilon_{22}(t, \mathbf{r}) &= \frac{1}{R+z} \left[ \frac{R+z}{R} \partial_2 u_2 + \partial_2^2 w + w + \right. \\ &+ \left. \sum_{m=0}^M f_2^{(m)}(z) \partial_2 \bar{\varepsilon}_{23}^{(m)} \right] + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial_2 w}{R+z} \right)^2, \\ 2\varepsilon_{12}(t, \mathbf{r}) &= \frac{1}{R+z} \left[ \partial_2 u_1 - z \partial_1 \partial_2 w + \sum_{m=0}^M f_1^{(m)}(z) \partial_2 \bar{\varepsilon}_{13}^{(m)} \right] + \\ &+ \frac{R+z}{R} \partial_1 u_2 + \partial_1 \partial_2 w + \sum_{m=0}^M f_2^{(m)}(z) \partial_1 \bar{\varepsilon}_{23}^{(m)} + \frac{1}{R+z} \partial_1 w \partial_2 w, \\ \varepsilon_{i3}(t, \mathbf{r}) &= \frac{h^2 - z^2}{h^2} \sum_{m=0}^M \left( \frac{z}{h} \right)^m \bar{\varepsilon}_{i3}^{(m)}(t, \mathbf{x}), \\ x_3 &\equiv R+z, \quad i=1,2, \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad |z| \leq h, \quad t \geq t_0, \\ \Omega &= \{ \mathbf{x}: 0 \leq x_1 \leq D, 0 \leq x_2 < 2\pi \}, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} f_i^{(m)}(z) &\equiv 2 \left[ \Phi_i^{(m)}(z) - \Phi_i^{(m+2)}(z) \right] \quad (i=1,2), \\ \Phi_1^{(m)}(z) &\equiv \frac{z^{m+1}}{h^m (1+m)}, \\ \Phi_2^{(m)}(z) &\equiv \frac{R+z}{h^m} \Psi_m(z), \\ \Psi_m(z) &\equiv \sum_{l=0}^{m-1} \frac{(-1)^l R^l z^{m-l}}{m-l} - R^m \ln(R+z); \end{aligned} \quad (3)$$

$w$  — прогиб точек срединной поверхности ( $z=0$ );  $u_1, u_2$  — тангенциальные перемещения точек той же поверхности в продольном и окружном направ-

лениях;  $z$  — введенная новая координата в радиальном направлении;  $t_0$  — начальный момент времени  $t$ ;  $M$  — целое число, которое задает количество слагаемых, удерживаемых в степенном представлении деформаций поперечных сдвигов  $\varepsilon_{i3}$ ;  $\Omega$  — область, занимаемая срединной поверхностью конструкции в координатах  $x_1, x_2$ ;  $\partial_i$  — оператор дифференцирования по переменной  $x_i$  ( $i=1,2$ ). В равенствах (2) и далее геометрическая нелинейность задачи учитывается в приближении Кармана. При  $M=0$  из соотношений (1)—(3) вытекают кинематические гипотезы теорий Редди [6, 10] и Амбарцумяна [1, 20]. Неизвестными в выражениях (1), (2) являются двумерные функции  $w, u_i$  и  $\bar{\varepsilon}_{i3}^{(m)}$  ( $i=1,2, 0 \leq m \leq M$ ), которые зависят и от времени  $t$ .

В данном исследовании оболочки моделируем как гибкие тонкостенные системы, поэтому нормальное напряжение  $\sigma_{33}(t, \mathbf{r})$  с приемлемой для инженерных приложений точностью можно по толщине конструкции аппроксимировать так [2]:

$$\begin{aligned} \sigma_{33}(t, \mathbf{r}) &= \frac{\sigma_{33}^{(+)}(t, \mathbf{x}) - \sigma_{33}^{(-)}(t, \mathbf{x})}{2h} z + \\ &+ \frac{\sigma_{33}^{(+)}(t, \mathbf{x}) + \sigma_{33}^{(-)}(t, \mathbf{x})}{2}, \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad |z| \leq h, \quad t \geq t_0, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\sigma_{33}^{(\pm)}(t, \mathbf{x}) \equiv \sigma_{33}(t, \mathbf{x}, \pm h)$  — известные из силовых граничных условий напряжения на внешней (+) и внутренней (−) лицевых поверхностях КМ-оболочки.

К соотношениям (2) следует добавить двумерные уравнения динамического равновесия цилиндрической оболочки (равенства (13)—(15) и (17) в [19]) и определяющие уравнения для волокнистой композиции, которые связывают между собой скорости усредненных деформаций  $\dot{\varepsilon}_{ij}$ , напряжений  $\dot{\sigma}_{ij}$  и температуры  $\dot{\Theta}$ . В рассматриваемый момент времени  $t$  эти уравнения целесообразно записать в матричном виде [21]:

$$\dot{\sigma} = \mathbf{B} \dot{\varepsilon} + \mathbf{p}, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &\equiv (\dot{\sigma}_{11}, \dot{\sigma}_{22}, \dot{\sigma}_{33}, \dot{\sigma}_{23}, \dot{\sigma}_{31}, \dot{\sigma}_{12})^T, \\ \dot{\varepsilon} &\equiv (\dot{\varepsilon}_{11}, \dot{\varepsilon}_{22}, \dot{\varepsilon}_{33}, 2\dot{\varepsilon}_{23}, 2\dot{\varepsilon}_{31}, 2\dot{\varepsilon}_{12})^T; \end{aligned} \quad (6)$$

шестикомпонентный вектор-столбец  $\mathbf{p} = (p_i)$  и  $6 \times 6$ -матрица  $\mathbf{B} = (b_{ij})$  определяются по структурным формулам (2.18) из [21] (они здесь не приве-

дены в силу громоздкости); точка означает дифференцирование по времени; индекс  $T$  — операцию транспонирования. Элементы  $p_i$  и  $b_{ij}$  ( $i, j = \overline{1, 6}$ ) вектора  $\mathbf{p}$  и матрицы  $\mathbf{B}$  зависят от структуры армирования (плотностей  $\omega_k$  и углов  $\theta_k, \varphi_k$ ), физико-механических характеристик компонентов композиции и их текущего термомеханического состояния.

Согласно формулам соответствия (6), из третьего равенства системы (5) можно выразить скорость линейной деформации в поперечном направлении конструкции:

$$\dot{\epsilon}_{33} = b_{33}^{-1} (\dot{\sigma}_{33} - p_3 - b_{31}\dot{\epsilon}_{11} - b_{32}\dot{\epsilon}_{22} - 2b_{34}\dot{\epsilon}_{23} - 2b_{35}\dot{\epsilon}_{31} - 2b_{36}\dot{\epsilon}_{12}), \quad (7)$$

где скорость напряжения  $\dot{\sigma}_{33}$  вычисляем путем дифференцирования по  $t$  соотношения (4), а скорости деформаций  $\dot{\epsilon}_{ij}$ , входящие в правую часть, определяют путем дифференцирования по времени равенств (2), а значит могут быть выражены через двумерные функции  $w, \dot{w}, \dot{u}_i$  и  $\dot{\bar{\epsilon}}_{i3}^{(m)}$  ( $i = 1, 2, 0 \leq m \leq M$ ).

Как и в [21, 22], температуру  $\Theta$  по толщине конструкции аппроксимируем полиномом порядка  $L$ :

$$\Theta(t, \mathbf{r}) - \Theta^0 = \sum_{l=0}^L \Theta_l(t, \mathbf{x}) z^l, \quad (8)$$

$$\mathbf{x} \in \Omega, \quad |z| \leq h, \quad t \geq t_0,$$

где  $\Theta_l$  ( $0 \leq l \leq L$ ) — подлежащие определению двумерные функции;  $\Theta^0 = \text{const}$  — температура естественного состояния оболочки.

Для замыкания постановки исследуемой связанной термоупруговязкопластической задачи для цилиндрических КМ-оболочек к равенствам (1)—(8) следует присоединить уравнение теплопроводности (см. (4.5) и (4.6) в [21]), тепловые (см. (4.7) и (4.8) в [21]) и механические (см. (24)—(26) в [19]) граничные условия, заданные на торцевых поверхностях конструкций, а при  $t = t_0$  нужно задать начальные условия (см. (27), (28) в [19] и (4.22) в [21]).

Численное решение рассматриваемой связанной нелинейной термомеханической задачи будем строить на базе явной схемы шагов по времени, т. е. значения искомых функций будем определять в дискретные моменты времени  $t = t_n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ). При этом предполагаем: при  $t = t_{n-1}, t_n$  уже определены или заданы значения следующих функций [19, 21, 22]:

$$\begin{aligned} w(\mathbf{x}) &\equiv w(t_m, \mathbf{x}), \quad u_l^{(p)}(\mathbf{x}) \equiv u_l^{(p)}(t_m, \mathbf{x}), \\ \sigma_{ij}(\mathbf{r}) &\equiv \sigma_{ij}(t_m, \mathbf{r}), \quad \sigma_{33}^{(\pm)}(\mathbf{x}) \equiv \sigma_{33}^{(\pm)}(t_m, \mathbf{x}), \\ U^{(r)}(\mathbf{x}) &\equiv U^{(r)}(t_n, \mathbf{x}), \quad q_i(\mathbf{r}) \equiv q_i(t_n, \mathbf{r}), \\ \Theta_s(\mathbf{x}) &\equiv \Theta_s(t_m, \mathbf{x}), \quad \dot{\Theta}_s(\mathbf{x}) \equiv \dot{\Theta}_s(t_{n-1}, \mathbf{x}), \\ q_\infty^{(\pm)}(\mathbf{x}) &\equiv q_\infty^{(\pm)}(t_n, \mathbf{x}), \quad \sigma_{ij}^{(k)}(\mathbf{r}) \equiv \sigma_{ij}^{(k)}(t_m, \mathbf{r}), \\ \epsilon_{ij}^{(k)}(\mathbf{r}) &\equiv \epsilon_{ij}^{(k)}(t_m, \mathbf{r}), \quad \chi_k(\mathbf{r}) \equiv \chi_k(t_m, \mathbf{r}), \\ \dot{\epsilon}_{ij}^{(k)}(\mathbf{r}) &\equiv \dot{\epsilon}_{ij}^{(k)}(t_{n-1}, \mathbf{r}), \quad \ddot{\epsilon}_{ij}^{(k)}(\mathbf{r}) \equiv \ddot{\epsilon}_{ij}^{(k)}(t_{n-1}, \mathbf{r}), \\ \Theta_\infty^{(\pm)}(\mathbf{x}) &\equiv \Theta_\infty^{(\pm)}(t_n, \mathbf{x}), \quad l = 1, 2, \quad 0 \leq p \leq M + 1, \\ i, j &= \overline{1, 3}, \quad m = n - 1, n, \quad 0 \leq r \leq L - 2, \\ 0 \leq s &\leq L, \quad 0 \leq k \leq N, \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad |z| \leq h, \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} u_l^{(p)}(t, \mathbf{x}) &\equiv \int_{-h}^h U_l(t, \mathbf{r}) z^p dz, \\ U^{(r)}(t, \mathbf{x}) &\equiv \int_{-h}^h U(t, \mathbf{r}) z^r dz, \\ \sigma_{ij}(t, \mathbf{r}) &= \sum_{k=0}^N \omega_k \sigma_{ij}^{(k)}(t, \mathbf{r}), \quad \omega_0 = 1 - \sum_{k=1}^N \omega_k, \\ l &= 1, 2, \quad 0 \leq p \leq M + 1, \quad i, j = \overline{1, 3}, \quad 0 \leq r \leq L - 2; \end{aligned} \quad (10)$$

$\sigma_{ij}^{(k)}, \epsilon_{ij}^{(k)}$  — напряжения и деформации в  $k$ -й фазе композиции ( $k = 0$  — связующий материал,  $k \geq 1$  — арматура  $k$ -го семейства);  $\chi_k$  — параметр Одквиста (упрочнения) в той же фазе;  $U$  — удельная внутренняя энергия КМ;  $q_i$  — компоненты вектора теплового потока в КМ, которые связаны с  $\text{grad } \Theta$  законом теплопроводности Фурье для волокнистой композиции (см. (3.1)—(3.3) в [21]);  $q_\infty^{(\pm)}$  — известные значения тепловых потоков через внутреннюю (–) и внешнюю (+) лицевые поверхности оболочки;  $\Theta_\infty^{(\pm)}$  — заданная температура окружающей среды со стороны лицевых поверхностей. Искомые функции  $u_i$  и  $\bar{\epsilon}_{i3}^{(m)}$  ( $0 \leq m \leq M$ ) в равенствах (1) и (2) однозначно определяем через новые введенные кинематические переменные  $u_i^{(p)}$ ,  $i = 1, 2, 0 \leq p \leq M + 1$  (см. (10)) и  $\text{grad } w$  при помощи матричного соотношения (29) из [19].

В механической составляющей исследуемой связанной термоупруговязкопластической задачи производные по времени  $t$  аппроксимируем конечными разностями на трехточечном шаблоне

$\{t_{n-1}, t_n, t_{n+1}\}$ , что позволяет разработать явную численную схему [21, 22]. Согласно этому, замена в двумерных уравнениях движения гибкой цилиндрической КМ-оболочки вторых производных по времени от кинематических переменных  $w$  и  $u_i^{(p)}$  их конечно-разностными аналогами при учете соотношений (1), (4), (10) и обозначений, подобных (9), приводит к системе уравнений [19]:

$$\begin{aligned} \frac{2h\rho}{\Delta^2} \left( w^{n+1} - 2w^n + w^{n-1} \right) &= \partial_1 \left( M_{13}^{(0)} + M_{11}^{(0)} \partial_1 w + \bar{M}_{12}^{(0)} \partial_2 w \right) + \\ &+ \partial_2 \left( \bar{M}_{23}^{(0)} + \bar{M}_{21}^{(0)} \partial_1 w + \bar{M}_{22}^{(0)} \partial_2 w \right) - \bar{M}_{22}^{(0)} + \sigma_{33}^{(+)} - \sigma_{33}^{(-)}, \\ \frac{\rho}{\Delta^2} \left( u_1^{n+1} - 2u_1^n + u_1^{n-1} \right) &= \partial_1 \left( M_{11}^{(l)} - M_{13}^{(l)} \partial_1 w \right) + \\ &+ \partial_2 \left( \bar{M}_{12}^{(l)} - \bar{M}_{23}^{(l)} \partial_1 w \right) - l M_{13}^{(l-1)} + l M_{33}^{(l-1)} \partial_1 w - \\ &- h^l \left[ \sigma_{33}^{(+)} - (-1)^l \sigma_{33}^{(-)} \right] \partial_1 w, \\ \frac{\rho}{\Delta^2} \left( u_2^{n+1} - 2u_2^n + u_2^{n-1} \right) &= \partial_1 \left( M_{21}^{(l)} - \bar{M}_{13}^{(l)} \partial_2 w \right) + \\ &+ \partial_2 \left( \bar{M}_{22}^{(l)} - \bar{M}_{23}^{(l)} \partial_2 w \right) - l M_{23}^{(l-1)} + l \bar{M}_{33}^{(l-1)} \partial_2 w - \\ &- h^l \left[ (R+h)^{-1} \sigma_{33}^{(+)} - (-1)^l (R-h)^{-1} \sigma_{33}^{(-)} \right] \partial_2 w + \bar{M}_{23}^{(l)}, \\ &0 \leq l \leq M+1, \mathbf{x} \in \Omega, n=1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (11)$$

где, учитывая (3) и (4), имеем

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 \omega_0 + \sum_{k=1}^N \rho_k \omega_k, \quad M_{ij}^{(l)}(t, \mathbf{x}) \equiv \int_{-h}^h \sigma_{ij}(t, \mathbf{r}) z^l dz, \\ \bar{M}_{ij}^{(l)}(t, \mathbf{x}) &\equiv \int_{-h}^h \frac{\sigma_{ij}(t, \mathbf{r})}{R+z} z^l dz, \quad \bar{\bar{M}}_{ij}^{(l)}(t, \mathbf{x}) \equiv \int_{-h}^h \frac{\sigma_{ij}(t, \mathbf{r})}{(R+z)^2} z^l dz, \\ l M_{33}^{(l-1)}(t, \mathbf{x}) &= l \int_{-h}^h \sigma_{33}(t, \mathbf{r}) z^{l-1} dz = \\ &= \frac{h^l}{2} \left[ \left( \sigma_{33}^{(+)} + \sigma_{33}^{(-)} \right) \left( 1 - (-1)^l \right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{l}{l+1} \left( \sigma_{33}^{(+)} - \sigma_{33}^{(-)} \right) \left( 1 + (-1)^l \right) \right], \\ l \bar{M}_{33}^{(l-1)}(t, \mathbf{x}) &= l \int_{-h}^h \frac{\sigma_{33}(t, \mathbf{r})}{R+z} z^{l-1} dz = \\ &= \frac{l}{2h} \left( \sigma_{33}^{(+)} + \sigma_{33}^{(-)} \right) \left( \Psi_l(h) - \Psi_l(-h) \right) + \\ &\quad + \frac{l}{2} \left( \sigma_{33}^{(+)} - \sigma_{33}^{(-)} \right) \left( \Psi_{l-1}(h) - \Psi_{l-1}(-h) \right), \\ &i, j = \overline{1, 3}, \quad 0 \leq l \leq M+1; \end{aligned} \quad (12)$$

$\rho_0, \rho_k$  — объемные плотности связующей матрицы и волокон  $k$ -го семейства;  $M_{ij}^{(l)}, \bar{M}_{ij}^{(l)}, \bar{\bar{M}}_{ij}^{(l)}$  — внутренние силовые факторы в конструкции;  $\Delta = \text{const} > 0$  — шаг по времени. Внешние массовые силы в (11) не учитываются. Осредненные напряжения в композиции  $\sigma_{ij}$  (см. (12)) связаны с напряжениями в ее компонентах  $\sigma_{ij}^{(k)}$  ( $i, j = \overline{1, 3}, 0 \leq k \leq N$ ) третьими соотношениями (10).

Равенства (12) с учетом предположений (9) позволяют определить в момент времени  $t_n$  все внешние нагрузки и внутренние силовые факторы, входящие в правые части уравнений (11). Следовательно, используя механические граничные условия, заданные на кромках оболочки (см. (24)–(26) в [19]), из уравнений (11) по явной схеме можно вычислить значения искомых функций  $w^{n+1}$  и  $u_i^{(l)}$  ( $i=1, 2, 0 \leq l \leq M+1$ ) при  $t=t_{n+1}$ .

Согласно экспериментальным данным [23], удельную теплоемкость  $k$ -й фазы композиции  $c_k$  можно удовлетворительно аппроксимировать, используя ее квадратичную зависимость от температуры [21]:

$$\begin{aligned} c_k(\Theta - \Theta^0) &= c_0^{(k)} + c_1^{(k)}(\Theta - \Theta^0) + \\ &+ c_2^{(k)}(\Theta - \Theta^0)^2, \quad 0 \leq k \leq N, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $c_l^{(k)}$  ( $l=0, 1, 2$ ) — заданные постоянные фазового материала.

Для интегрирования теплофизической составляющей рассматриваемой задачи также применим явную численную схему, но на двухточечном шаблоне по времени  $\{t_n, t_{n+1}\}$ . Как и в [21, 22] для получения системы двумерных уравнений теплопроводности КМ-оболочки используем метод взвешенных невязок с весовыми функциями вида  $z^m$ .

В итоге по аналогии с работами [21, 22] при учете соотношений (8)–(10) получим

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\Delta} \left( U^{n+1} - U^n \right) &= \\ &= -\partial_1 Q_1^n - \partial_2 \bar{Q}_2^n - \bar{Q}_3^n - \bar{\bar{Q}}_3^n + W^n, \\ \mathbf{x} \in \Omega, \quad 0 \leq m \leq L-2, \quad n=0, 1, 2, \dots; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
& - \sum_{l=0}^L (-1)^l h^{l-1} \left( l \lambda_{33}^{(-)} + h \alpha^{(-)} \right) \Theta_l(t, \mathbf{x}) = \\
& = \alpha^{(-)} \left( \Theta_{\infty}^{(-)} - \Theta^0 \right) + q_{\infty}^{(-)}(t, \mathbf{x}), \\
& \sum_{l=0}^L h^{l-1} \left( l \lambda_{33}^{(+)} + h \alpha^{(+)} \right) \Theta_l(t, \mathbf{x}) = \\
& = \alpha^{(+)} \left( \Theta_{\infty}^{(+)} - \Theta^0 \right) - q_{\infty}^{(+)}(t, \mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad t \geq t_0;
\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
& C_0 \sum_{i=0}^L H(i+m) \Theta_i + \frac{C_1}{2} \sum_{i=0}^L \sum_{j=0}^L H(i+j+m) \Theta_i \Theta_j + \\
& + \frac{C_2}{3} \sum_{i=0}^L \sum_{j=0}^L \sum_{l=0}^L H(i+j+l+m) \Theta_i \Theta_j \Theta_l = \\
& = U^{(m)}(t, \mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega, \quad t \geq t_0, \quad 0 \leq m \leq L-2,
\end{aligned} \tag{16}$$

где

$$\begin{aligned}
H(s) & \equiv \frac{h^{s+1}}{s+1} \left[ 1 - (-1)^{s+1} \right], \\
Q_i^{(m)}(t, \mathbf{x}) & \equiv \int_{-h}^h q_i(t, \mathbf{r}) z^m dz \quad (i = \overline{1,3}), \\
\bar{Q}_3^{(m)}(t, \mathbf{x}) & \equiv \int_{-h}^h \frac{\partial q_3(t, \mathbf{r})}{\partial z} z^m dz = \\
& = h^m \left[ q_3^{(+)} - (-1)^m q_3^{(-)} \right] - m Q_3^{(m-1)}(t, \mathbf{x}), \\
\bar{Q}_j^{(m)}(t, \mathbf{x}) & \equiv \int_{-h}^h \frac{q_j(t, \mathbf{r})}{R+z} z^m dz \quad (j = 2,3), \\
W^{(m)}(t, \mathbf{x}) & \equiv \int_{-h}^h \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} z^m dz, \\
C_l(\mathbf{x}) & \equiv \frac{1}{\rho} \sum_{k=0}^N c_l^{(k)} \rho_k \omega_k(\mathbf{x}) \quad (l = 0,1,2), \\
\lambda_{33}^{(\pm)} & \equiv \lambda_{33} \big|_{\Theta=\Theta(t, \mathbf{x}, \pm h)}, \quad q_3^{(\pm)}(t, \mathbf{x}) \equiv q_3(t, \mathbf{x}, \pm h) = q_{\infty}^{(\pm)};
\end{aligned} \tag{17}$$

$\alpha^{(\pm)}$  — коэффициенты теплоотдачи композиции на внешней (+) и внутренней (–) лицевых поверхностях конструкции;  $\lambda_{33}$  — коэффициент теплопроводности КМ в направлении  $x_3$ , определяемый по структурным соотношениям (3.2), (3.3) в [21].

Равенства (14) с учетом (10), (17) — это приведенные двумерные уравнения теплового баланса, записанные в цилиндрических координатах. Равенства (15) — тепловые граничные условия общего вида на лицевых поверхностях оболочки, которые преобразованы с учетом разложения температуры (8). Соотношение (16) позволяет выразить двумерные функции  $U^{(m)}$ , определенные в (10), через коэффициенты аппроксимации температуры (8) при учете представления (13). Равенства (15) и (16) выполняются в произвольный момент времени  $t \geq t_0$ .

Используя предположения (9) и соотношения (17), в рассматриваемый момент времени  $t_n$  можно вычислить правые части в равенствах (14), из которых, учитывая тепловые граничные условия, заданные на кромках оболочки, и начальные условия для температуры, можно определить функции  $U^{(m)}$  при  $t = t_{n+1}$ . Далее, в момент времени  $t_{n+1}$  из равенств (15) и (16), правые части в которых уже определены, при учете (17) получаем коэффициенты  $\Theta_l(\mathbf{x})$  ( $0 \leq l \leq L$ ) в разложении температуры (8). Если в (13)  $c_1^{(k)} \neq 0$  и/или  $c_2^{(k)} \neq 0$  ( $0 \leq k \leq N$ ), то система (15), (16) является существенно нелинейной. Для линеаризации этих уравнений можно использовать метод переменных теплофизических параметров, который аналогичен методу переменных параметров упругости. В остальном разработанная численная процедура (11), (14) с учетом соотношений (2), (7), (12), (17) и структурных равенств, полученных в [21] (см. (5), (17)), реализуется совершенно так же, как подробно описано в [19, 21]. В работе [21] показано, что в уравнениях (11), (14) шаг  $\Delta$  следует выбирать так, чтобы выполнялось условие Куранта [7].

### Обсуждение результатов расчетов

Рассмотрим термоупруговязкопластическое динамическое поведение тонкой цилиндрической КМ-оболочки длиной  $D = 4$  м, радиуса  $R = 1$  м и толщиной  $2h = 3$  см ( $2h/R \approx 1/33$ ), которая закреплена на обеих кромках:  $w = 0$  и  $U_i = 0$  при  $x_1 = 0, D$  и  $t \geq t_0$  (см. (1), (10) и (11), а также рис. 1, б). До начального момента времени  $t = t_0 = 0$  оболочка покоится в естественном состоянии ( $w \equiv 0$ ,  $\dot{w} \equiv 0$ ,  $U_i \equiv 0$  и  $\dot{U}_i \equiv 0$ ,  $i = 1, 2$ ) при температуре  $\Theta = \Theta^0 = 20^\circ \text{C}$  ( $\mathbf{x} \in \Omega$ ,  $|z| \leq h$ ,  $t < t_0$ ). При  $t \geq t_0$  конструкция нагружается внутренним давлением  $p(t)$ , условно соответствующим действию воздушной взрывной волны [26]:

$$\begin{aligned}
& \sigma_{33}^{(+)} \equiv 0, \\
& -\sigma_{33}^{(-)} \equiv p(t) = \begin{cases} p_{\max} t / t_{\max}, & 0 \leq t \leq t_{\max}, \\ p_{\max} \exp[-\beta(t - t_{\max})], & t > t_{\max}, \end{cases} \tag{18}
\end{aligned}$$

где

$$\beta = -\ln(0,01) / (t_{\min} - t_{\max}) > 0, \quad t_{\min} \gg t_{\max}; \tag{19}$$

$p_{\max}$  — максимум  $p(t)$ , достигаемый при  $t = t_{\max}$ ;

$t_{\min}$  — время, при превышении которого давление



$p(t)$  становится пренебрежимо малым по сравнению с  $p_{\max}$  (так, соотношение (19) следует из равенства  $p(t_{\min}) = 0,01p_{\max}$ ). Согласно экспериментальным данным [26], в расчетах примем  $t_{\max} = 0,1$  мс и  $t_{\min} = 2$  мс.

Предполагаем, что на лицевых поверхностях оболочки теплообмен с окружающей средой осуществляется в условиях естественной конвекции:  $q_{\infty}^{(\pm)} \equiv 0$  и  $\alpha^{(\pm)} = 30$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) [28]. Температуру воздуха при этом считаем равной температуре естественного состояния:  $\Theta_{\infty}^{(\pm)} = \Theta^0$  (см. (15)). На кромках КМ-конструкции поддерживаем температуру  $\Theta = \Theta^0$ .

Оболочка выполнена из эпоксидной смолы [14] и армирована стекловолокнами [13] (стеклопластиковая) или из магниевых сплава ВТ65 [23] и усилена стальной проволокой марки У8А [13] (металлокомпозитная). В случае активного нагружения

при фиксированной температуре  $\Theta$  и скорости деформации  $\dot{\varepsilon}$  упругопластическое деформирование фаз композиций описывается билинейной диаграммой:

$$\sigma = \begin{cases} E_k \varepsilon, & |\varepsilon| \leq \varepsilon_s^{(k)} = \sigma_s^{(k)} / E_k, \\ \text{sign}(\varepsilon) \sigma_s^{(k)} + E_s^{(k)} (\varepsilon - \text{sign}(\varepsilon) \varepsilon_s^{(k)}), & |\varepsilon| > \varepsilon_s^{(k)}, \quad 0 \leq k \leq N, \end{cases}$$

где  $\sigma$  и  $\varepsilon$  — осевое напряжение и соответствующая ему линейная деформация при растяжении—сжатии;  $E^{(k)} = E^{(k)}(\Theta)$ ,  $E_s^{(k)} = E_s^{(k)}(\Theta, \dot{\varepsilon})$  — модули упругости и линейного упрочнения  $k$ -го компонента композиции;  $\sigma_s^{(k)} = \sigma_s^{(k)}(\Theta, \dot{\varepsilon})$  — условный предел текучести того же материала. Характеристики фаз рассматриваемых композиций приведены в таблице.

Физико-механические характеристики фаз композиций [13, 14, 23]

Характеристика материала	Эпоксисвязующее	Стекланные волокна	Магниевый сплав ВМ65 (Mg)	Стальная проволока У8А
$\dot{\varepsilon} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}$				
$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	1210,0 (20) 1208,0 (40)	2520,0 (20) 2519,6 (80)	1800,0 (20) 1796,2 (100)	7800,0 (20) 7791,8 (100)
$E$ , ГПа	2,8 (20) 2,3 (40)	86,8 (20) 86,3 (80)	43,0 (20) 38,5 (100)	210,0 (20) 195,0 (100)
$\nu$	0,330 (20) 0,333 (40)	0,250 (20) 0,254 (80)	0,330 (20) 0,334 (100)	0,300 (20) 0,305 (100)
$\sigma_s$ , МПа	20 (20) 18 (40)	4500 (20) 4400 (80)	267 (20) 219 (100)	3968 (20) 3971 (200)
$E_s$ , ГПа	1,114 (20) 0,783 (40)	6,230 (20) 5,168 (80)	0,379 (20) 0,367 (100)	6,973 (20) 5,014 (200)
$\dot{\varepsilon} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ c}^{-1}$				
$\lambda$ , Вт/(м·К)	0,243 (20) 0,240 (40)	0,89 (20) 0,86 (80)	117,23 (20) 121,42 (100)	42,7 (20) 41,7 (100)
$\alpha \cdot 10^6$ , К <sup>-1</sup>	68,1 (20) 70,3 (40)	2,5 (20) 2,6 (80)	20,9 (20) 22,6 (100)	12,3 (20) 13,2 (100)
$c$ , кДж/(кг·К)	1,54 (20) 1,60 (40)	0,800 (20) 0,839 (80)	1,032 (20) 1,054 (100)	0,485 (20) 0,488 (100)
$\dot{\varepsilon} = 0,417 \text{ c}^{-1}$				
$\sigma_s$ , МПа	— —	— —	306 (20) 243 (100)	— —
$E_s$ , ГПа	— —	— —	0,589 (20) 0,596 (100)	— —
$\dot{\varepsilon} = 104,0 \text{ c}^{-1}$				
$\sigma_s$ , МПа	22,0 (20) 19,5 (40)	4600 (20) 4550 (80)	385 (20) 340 (100)	4100 (20) 4075 (200)
$E_s$ , ГПа	1,238 (20) 0,853 (40)	6,314 (20) 5,458 (80)	1,010 (20) 0,625 (100)	7,035 (20) 6,158 (200)

Примечание:  $\nu$  — коэффициент Пуассона;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $\alpha$  — коэффициент линейного температурного расширения;  $c$  — удельная теплоемкость. В скобках приведена температура ( $\Theta$ , °С), которой соответствует данное значение физико-механической характеристики.

В последних двух частях таблицы ( $\dot{\varepsilon} = 0,417 \text{ с}^{-1}$  и  $\dot{\varepsilon} = 104 \text{ с}^{-1}$ ) приведены только те значения характеристик, которые отличны от указанных в первой части ( $\dot{\varepsilon} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ ). Как и в [21, 22] здесь не учитывается чувствительность теплофизических и упругих характеристик к изменению скорости деформации  $\dot{\varepsilon}$  [23]. Зависимости от температуры  $\Theta$  линейно аппроксимировались по данным, представленным в таблице, а зависимости пластических свойств фаз композиции от  $\dot{\varepsilon}$  аппроксимировались так же, как и в работе [21].

Оболочки армированы двумя семействами волокон ( $N = 2$ ), уложенных в продольном  $x_1$  и окружном  $x_2$  направлениях с плотностями армирования  $\omega_1 = 0,1$  и  $\omega_2 = 0,3$  соответственно. При этом, углы армирования имеют значения:  $\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$ ,  $\varphi_1 = 0$  и  $\varphi_2 = \pi/2$  (см. рис. 1, б и рис. 2).

Расчеты проводили для случая осесимметричного деформирования конструкций, т.е. решение не зависит от координаты  $x_2$ . По осевой координате  $x_1$  использована равномерная сетка с шагом  $\Delta x_1 = D/100 = 4 \text{ см}$ ; для оболочки из стеклопластика шаг по времени  $\Delta$  выбран равным 1 мкс, а для Mg–У8А-конструкции —  $\Delta = 0,25 \text{ мкс}$ . При таком способе дискретизации рассматриваемой задачи необходимые условия устойчивости построенной численной схемы выполняются с запасом (см. (6.3) в [21]). Для стеклопластиковой оболочки расчеты выполняли на интервале времени  $0 \leq t \leq 500 \text{ мс}$ , а для металлокомпозитной конструкции — при  $0 \leq t \leq 120 \text{ мс}$ .

В работе [21] в целях исследования сходимости представления температуры в виде (8) проанализированы зависимости максимальных значений  $\Theta_{\max}(L) = \max_{t,r} \Theta(t,r;L)$  от порядка аппроксимирующего полинома  $L$ . В [21] показано, что при переходе от  $L = 6$  к  $L = 7$  приращение величины  $\Theta_{\max}$  для КМ-пластин разной относительной толщины является пренебрежимо малым с практической точки зрения (см. рис. 3 в [21]). При  $L \geq 8$  система линеаризованных уравнений (15) и (16), полностью совпадающая с соответствующими соотношениями в [21], из которой при учете (17) определяются коэффициенты аппроксимации температуры (8), становится плохо обусловленной, в силу чего зависимости  $\Theta_{\max}(L)$  при  $L \geq 8$  получают расходящимися. Предварительно проведенные аналогичные расчеты подтвердили этот результат и для

цилиндрических КМ-оболочек. Поэтому, как и в [21, 22], далее в расчетах принимаем  $L = 7$  в формуле (8).

Ранее было показано [19], что при динамическом изотермическом упругопластическом деформировании гибких цилиндрических КМ-оболочек для адекватного описания их механического поведения целесообразно в соотношениях (1) и (2) задавать не  $M = 0$  (традиционно используемая теория Амбарцумяна), а  $M = 6$  или  $M = 7$  (уточненная теория изгиба). Выбор таких значений  $M$  в (1), (2) обусловлен причинами, которые качественно аналогичны тем, что ограничивают выбор значения  $L = 6$  или  $L = 7$  в аппроксимации температуры (8) (подробнее см. [19]).

В данной работе исследовано влияние применения уточненной теории изгиба цилиндрических КМ-оболочек (см. (1), (2) и (11) при  $M = 7$ ) на расчет их термоупруговязкопластического динамического поведения.

На рис. 3 представлены зависимости максимальных значений температуры  $\Theta_m(t;M) = \max_r \Theta(t,r;M)$  ( $0 \leq x_1 \leq D$ ,  $|z| \leq h$ ) в стеклопластиковой (рис. 3, а) и металлокомпозитной (рис. 3, б) оболочках. Кривые 1 и 2 определены при  $M = 0$  и  $M = 7$  соответственно. Пунктирная кривая 2' приведена для сравнения и получена по термоупругопластической теории при  $M = 7$ . В этом случае расчет проводил по данным, представленным в первой части таблицы ( $\dot{\varepsilon} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ ), т.е. по экспериментальным данным квазистатических испытаний. Кривые на рис. 3, а рассчитаны при параметре нагрузки  $p_{\max} = 13 \text{ МПа}$  (см. (18)), а на рис. 3, б — при  $p_{\max} = 60 \text{ МПа}$ . При таких уровнях нагружения в обеих КМ-конструкциях наблюдается пластическое деформирование материалов фаз композиций.

Согласно поведению кривых на рис. 3, зависимости  $\Theta_m(t)$ , полученные для цилиндрических КМ-оболочек, являются более сложными, чем в гибких КМ-пластинах (см. рис. 4 в [21]) и искривленных цилиндрических КМ-панелях (см. рис. 3 в [22]). Кривые на рис. 3, а демонстрируют, что оболочка из стеклопластика в отдельных точках в процессе осесимметричных осцилляций может дополнительно нагреваться не более чем на 12—13 °С. Кривые же на рис. 3, б показывают, что Mg–У8А-оболочка в отдельных точках при динамическом изгибе может дополнительно нагреваться почти на 60 °С.

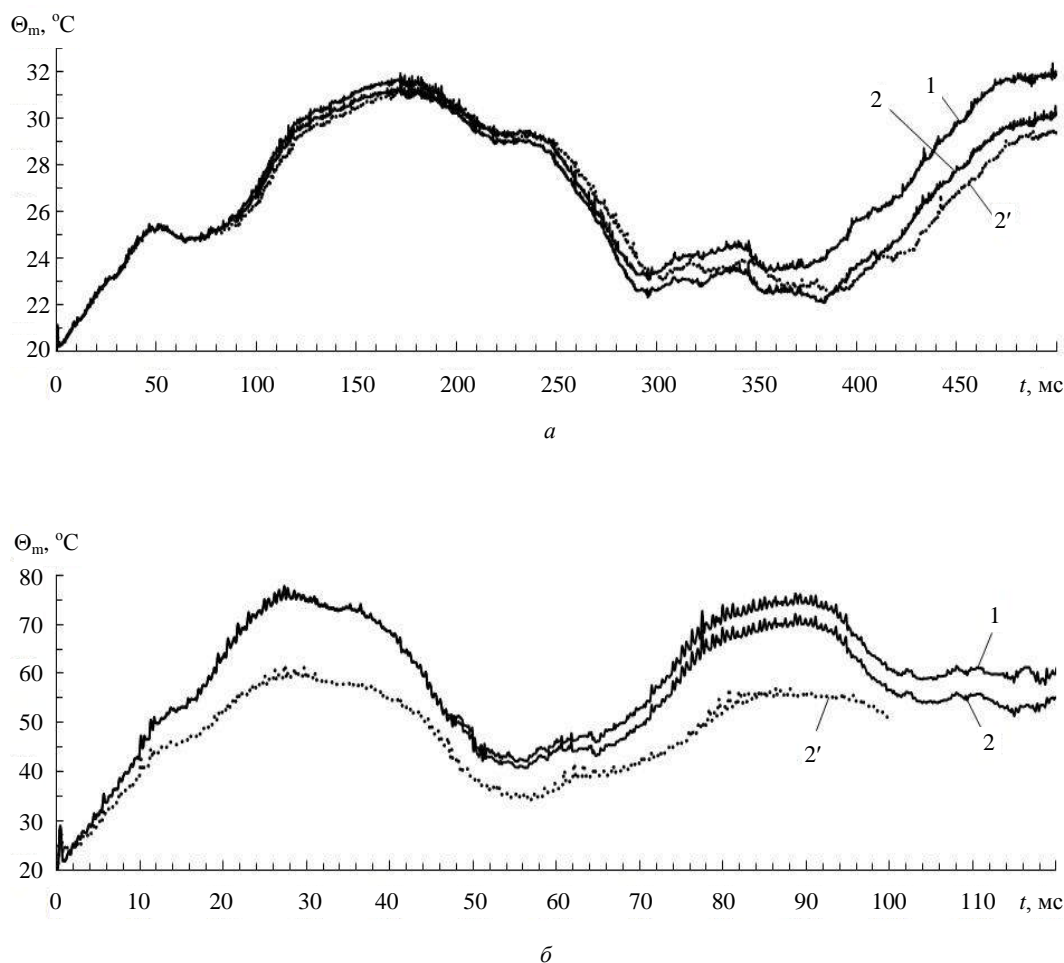


Рис. 3. Зависимости от времени максимальных значений температуры в стеклопластиковой (а) и металлокомпозитной (б) оболочках, рассчитанные с использованием разных теорий изгиба и разных моделей пластического деформирования компонентов композиций

Сопоставление кривых 1 и 2 свидетельствует о том, что в цилиндрических КМ-оболочках температурные поля, полученные с использованием теории Амбарцумяна (кривые 1) и уточненной теории изгиба (кривые 2), с увеличением времени все более различаются. При этом теория Амбарцумяна завышает значения максимальных температур. Сравнение кривых 2 и 2' на рис. 3 показывает, что расчет по уточненной теории изгиба при использовании термоупругопластической модели деформирования компонентов композиции (кривые 2') может значительно занижать значения  $\Theta_m(t)$  в некоторые моменты времени по сравнению с термоупруговязкопластической моделью (кривые 2). Так, на рис. 3, б при  $t \approx 28$  мс различие значений  $\Theta_m(t)$ , полученных с использованием указанных моделей деформирования, достигает почти 20 °С.

Проведенный анализ температурного отклика в цилиндрических КМ-оболочках позволяет предположить, что традиционно используемая в расчетах неклассическая теория Амбарцумяна может ока-

заться малоприменимой для исследования термоупруговязкопластического динамического поведения таких тонкостенных конструкций. Это предположение подтверждают и расчеты деформированного состояния материалов фаз композиций исследуемых КМ-оболочек.

Так, на рис. 4 представлены зависимости от времени наибольших значений интенсивности деформаций связующей матрицы  $\varepsilon_*^{(0)}$  ( $\varepsilon_m^{(0)}(t; M) = \max_r \varepsilon_*^{(0)}(t, r; M)$ ,  $0 \leq x_1 \leq D$ ,  $|z| \leq h$ ) в стеклопластиковой (рис. 4, а) и металлокомпозитной (рис. 4, б) оболочках. Кривые 1, 2 и 2' определены при тех же условиях, что и на рис. 3. Кривые 2'' приведены для сравнения и рассчитаны по уточненной теории изгиба с использованием упруговязкопластической модели деформирования компонентов композиции, но без учета теплового отклика в КМ-оболочках. Кривые 2 и 2'' на рис. 4 визуально практически неразличимы, так как ординаты точек на этих кривых различаются менее чем на 1 %.

Сравнение кривых 1 и 2 на рис. 4, а в окрестности  $t = 0,4$  мс показывает, что для стеклопластиковой оболочки максимальное значение  $\varepsilon_{\max}^{(0)}(M) = \max_t \varepsilon_m^{(0)}(t; M)$ , рассчитанное по теории Амбарцумяна ( $M = 0$ ), на 16,5 % меньше чем полученное по уточненной теории ( $M = 7$ ). Сопоставление же кривых 1 и 2 на рис. 4, б в окрестности того же момента времени свидетельствует о том, что в случае Mg–У8А-конструкции значение  $\varepsilon_{\max}^{(0)}$ , определенное по теории Амбарцумяна, наоборот, на 6 % больше аналогичной величины, рассчитанной по уточненной теории изгиба.

Существенно меньшее различие значений  $\varepsilon_{\max}^{(0)}$ , полученных по указанным теориям изгиба, для металлокомпозитной оболочки по сравнению с конструкцией из стеклопластика объясняется тем, что стеклопластиковая композиция при рассматриваемой структуре армирования гораздо хуже сопротивляется поперечным сдвигам, чем аналогичная металлокомпозитная, в которой связующее является более жестким материалом по сравнению с эпоксисвязующим в стеклопластиковой конструкции.

В целом кривые 2 и 2' на рис. 4, а различаются в большей степени, чем кривые 1 и 2. Однако орди-

наты точек глобальных максимумов на кривых 2 и 2' при  $t \approx 0,4$  мс различаются всего на 2,5 %. Кривые же 2 и 2' на рис. 4, б различаются более существенно, чем на рис. 4, а. Так, значение  $\varepsilon_{\max}^{(0)}$  на кривой 2' рис. 4, б превосходит аналогичную величину на кривой 2 на 62,7 %. Такое значительное различие результатов расчетов, выполненных по уточненной теории изгиба в рамках упругопластической (кривая 2') и упруговязкопластической (кривая 2) моделей деформирования, для Mg–У8А-конструкции (см. рис. 4, б) по сравнению со стеклопластиковой оболочкой (см. рис. 4, а) объясняется тем, что пластические свойства магниевого сплава ВТ65 более чувствительны к изменению скорости деформирования, чем компоненты стеклопластиковой композиции (см. таблицу).

Так как кривые 2 и 2'' на рис. 4 визуально практически неразличимы, то упруговязкопластическую динамику осесимметрично деформируемых как стеклопластиковых, так и металлокомпозитных круговых замкнутых цилиндрических оболочек можно рассчитывать по уточненной теории изгиба без учета теплового отклика в таких КМ-конструкциях, если отсутствуют дополнительные источники тепла немеханического происхождения.

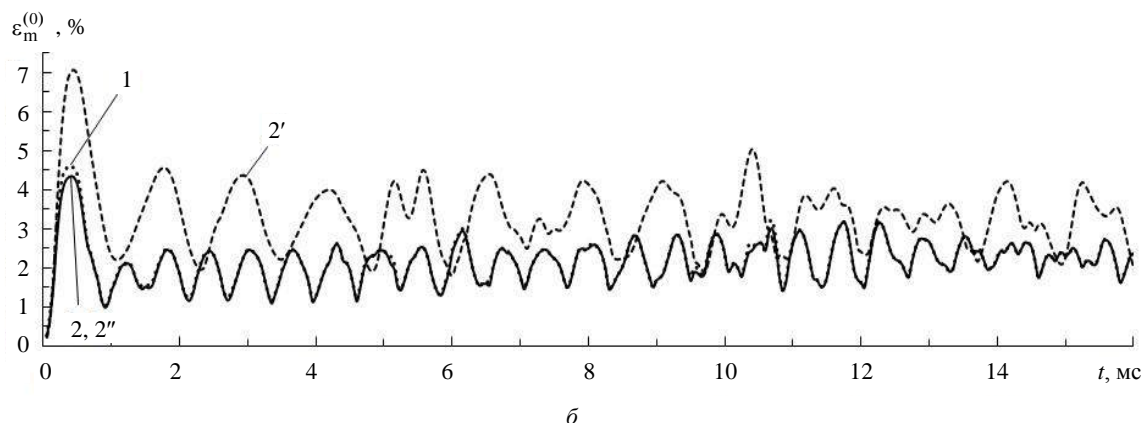
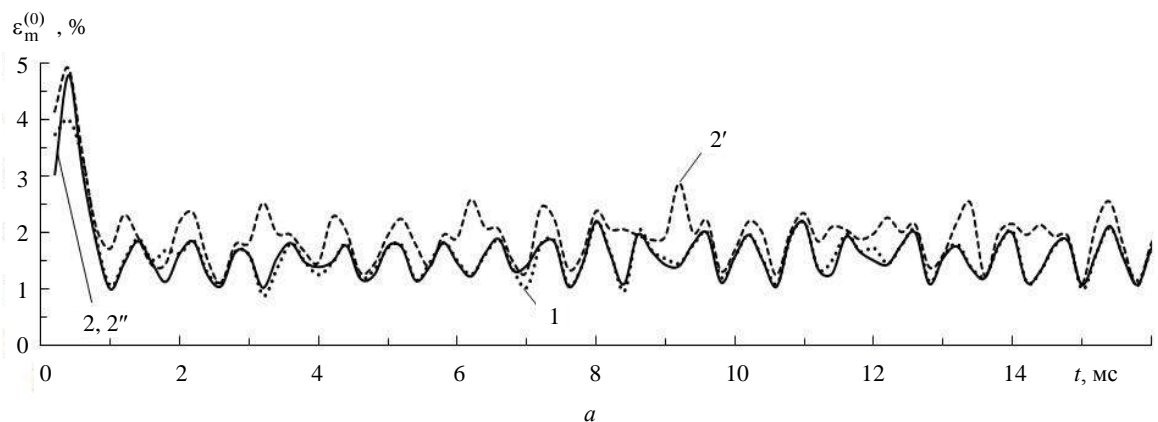


Рис. 4. Осцилляции наибольших значений интенсивности деформаций связующей матрицы в стеклопластиковой (а) и металлокомпозитной (б) оболочках, рассчитанные с использованием разных теорий изгиба и разных моделей пластического деформирования компонентов композиций



В данном исследовании не изучена возможность динамической потери устойчивости цилиндрических КМ-оболочек по неосесимметричным формам их прощелкивания внутрь. Однако на базе соотношений данной работы можно, как частный случай, сформулировать динамическую задачу для искривленных цилиндрических КМ-панелей, подробно рассмотренную в [22]. В данной работе допускалась возможность динамической потери устойчивости пологой КМ-оболочки с прощелкиванием ее в сторону вогнутой лицевой поверхности. В [22] показано, что, по крайней мере для металлокомпозитных искривленных панелей, расчет их упруговязкопластической динамики необходимо проводить с учетом температурного отклика в них, так как при динамической потере устойчивости (прощелкивании) в отдельных точках пологие Mg–Y8A-оболочки могут дополнительно нагреваться более чем на 200 °С, т. е. гораздо интенсивнее, чем в случае осесимметричного деформирования цилиндрических замкнутых металлокомпозитных оболочек (см. рис. 3, б). Следовательно, при неосесимметричном деформировании цилиндрических гибких КМ-оболочек, когда допускается их динамическая потеря устойчивости, расчеты целесообразно проводить с учетом теплового отклика.

### Выводы

Разработанная модель неизотермического упруговязкопластического изгибного деформирования цилиндрических замкнутых круговых армированных оболочек позволяет аппроксимировать тангенциальные перемещения и температуру по их толщине с разной степенью точности.

Анализ неизотермического упруговязкопластического и упругопластического динамического осесимметричного изгиба волокнистых цилиндрических оболочек показал, что тепловой отклик в них является более сложным, чем в изгибаемых КМ-пластинах [21] и искривленных КМ-панелях [22]. При максимальных значениях интенсивности деформаций фаз композиции порядка 5—7 % гибкие оболочки из стеклопластика в отдельных точках нагреваются дополнительно на 12—13 °С, а металлокомпозитные конструкции такой же геометрии при таких же структурах армирования — почти на 60 °С.

Анализ же деформированного состояния компонентов композиций указанных цилиндрических оболочек продемонстрировал, что их осесимметричное динамическое изгибное поведение можно рассчитывать без учета температурного отклика, возникающего при этом, если отсутствуют дополнительные источники тепла немеханического происхождения. Как цилиндрические оболочки из

стеклопластика, так и аналогичные металлокомпозитные конструкции, испытывающие динамическое изгибное нагружение, следует рассчитывать по уточненной теории изгиба, учитывая чувствительность пластических свойств их фаз композиций к скорости деформирования (по упруговязкопластической теории). При этом температуру, если требуется ее определение, в поперечном направлении необходимо аппроксимировать полиномами 6—7-го порядков.

*Работа выполнена в рамках государственного задания (№ госрегистрации 121030900260-6).*

### ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С. А. Общая теория анизотропных оболочек. — М.: Наука, 1974. — 446 с.
2. Богданович А. Е. Нелинейные задачи динамики цилиндрических композитных оболочек. — Рига: Зинатне, 1987. — 295 с.
3. Mouritz A. P., Gellert E., Burchill P., Challis K. Review of advanced composite structures for naval ships and submarines // Compos. Struct. 2001. V. 53. № 1. P. 21—42.
4. Bannister M. Challenger for composites into the next millennium — a reinforcement perspective // Composites. 2001. Part A 32. P. 901—910.
5. Soutis C. Fibre reinforced composites in aircraft construction // Progress in Aerospace Sciences. 2005. V. 41. № 2. P. 143—151.
6. Reddy J. N. Mechanics of laminated composite plates and shells: Theory and analysis / 2<sup>nd</sup> ed. — New York: CRC Press, 2004. — 831 p.
7. Абросимов Н. А., Баженов В. Г. Нелинейные задачи динамики композитных конструкций. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. — 400 с.
8. Пикун В. В. Механика оболочек. — Владивосток: Дальнаука, 2009. — 536 с.
9. Vasiliev V. V., Morozov E. Advanced Mechanics of Composite Materials and Structural Elements. — Amsterdam: Elsevier, 2013. — 412 p.
10. Андреев А. Упругость и термоупругость слоистых композитных оболочек. Математическая модель и некоторые аспекты численного анализа. — Saarbrücken (Deutschland): Palmarium Academic Publishing, 2013. — 93 с.
11. Соломонов Ю. С., Георгиевский В. П., Недбай А. Я., Андрушин В. А. Прикладные задачи механики цилиндрических оболочек. — М.: Физматлит, 2014. — 408 с.
12. Димитриенко Ю. И. Механика композитных конструкций при высоких температурах. — М.: Физматлит, 2019. — 448 с.
13. Композиционные материалы. Справочник / Под ред. Карпиноса Д. М. — Киев: Наук. думка, 1985. — 592 с.
14. Справочник по композитным материалам: В 2-х кн. Кн. 1. Под ред. Любина Дж. Пер. с англ. Геллера А. Б., Гельмонта М. М.. Под ред. Геллера Б. Э. — М.: Машиностроение, 1988. — 448 с.
15. Leu S.-Y., Hsu H.-C. Exact solutions for plastic responses of orthotropic strain-hardening rotating hollow cylinders // International J. Mechanical Sciences. 2010. V. 52. P. 1579—1587.
16. Vena P., Gastaldi D., Contro R. Determination of the effective elastic-plastic response of metal-ceramic composites // International J. Plasticity. 2008. V. 24. P. 483—508.

17. Brassart L., Stainier L., Doghri I., Delannay L. Homogenization of elasto-(visco) plastic composites based on an incremental variational principle // International J. Plasticity. 2012. V. 36. P. 86—112.
18. Ахундов В. М. Инкрементальная каркасная теория сред волокнутого строения при больших упругих и пластических деформациях // Механика композитных материалов. 2015. Т. 51. № 3. С. 539—558.
19. Янковский А. П. Моделирование динамического поведения армированных цилиндрических оболочек при упруго-пластическом деформировании материалов компонентов композиции // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2018. № 2. С. 133—146.
20. Янковский А. П. Моделирование упругопластического поведения гибких цилиндрических оболочек с пространственными структурами армирования // Конструкции из композиционных материалов. 2019. № 2. С. 9—21.
21. Янковский А. П. Моделирование термоупруговязко-пластического деформирования гибких армированных пластин // ПММ. 2022. Т. 86. № 1. С. 121—150.
22. Янковский А. П. Моделирование термоупруговязко-пластического деформирования пологих металлокомпозитных оболочек при использовании уточненной теории изгиба // Проблемы прочности и пластичности. 2023. Т. 85. № 1. С. 45—62.
23. Безухов Н. И., Бажанов В. Л., Гольденблат И. И., Николаенко Н. А., Синюков А. М. Расчеты на прочность, устойчивость и колебания в условиях высоких температур / Под ред. Гольденблата И. И. — М.: Машиностроение, 1965. — 567 с.
24. Reissner E. On transverse vibrations of thin shallow elastic shells // Quarterly of Applied Mathematics. 1955. V. 13. № 2. P. 169—176.
25. Грешнов В. М. Физико-математическая теория больших необратимых деформаций металлов. — М.: Физматлит, 2018. — 232 с.
26. Houlston R., DesRochers C. G. Nonlinear structural response of ship panels subjected to air blast loading // Computers & Structures. 1987. V. 26. № 1/2. P. 1—15.
27. Kazanci Z. Dynamic response of composite sandwich plates subjected to time-dependent pressure pulses // International J. Non-Linear Mechanics. 2011. V. 46. P. 807—817.
28. Луканин В. Н., Шатров М. Г., Камфер Г. М., Нечаев С. Г., Иванов И. Е., Матюхин Л. М., Морозов К. А. Теплотехника: учеб. для вузов / Под ред. Луканина В. Н. Изд. 4, испр. — М.: Высш. шк., 2003. — 671 с.

## Refined model of non-isothermal elastic-viscoplastic deformation of reinforced cylindrical shells under dynamic loading

A. P. YANKOVSKII

Khristianovich Institute of Theoretical and Applied Mechanics of Siberian Branch of RAS,  
Novosibirsk, Russia

*The initial-boundary problem of non-isothermal elastic-viscoplastic bending deformation of closed circular cylindrical reinforced shells is formulated. Wave processes in such structures and their poor resistance to transverse shear are modeled within the framework of a refined bending theory. The materials of the phases of the composition are isotropic. Their inelastic deformation is described by the equations of the theory of flow with isotropic hardening. A linked thermomechanical problem is considered. The two-dimensional nonlinear dynamic problem is integrated using an explicit numerical scheme. The thermoelastic-viscoplastic and thermoelastic-plastic dynamics of flexible long fiberglass and metal-composite cylindrical shells with an orthogonal 2D-reinforcement structure has been studied. It has been demonstrated that in case of axisymmetric dynamic bending, fiberglass shells can be additionally heated by 12–13 °C, and similar metal-composite shells by almost 60 °C. The mechanical response of such structures must be calculated according to the refined theory of bending, taking into account the dependence of the plastic properties of their composite components on the strain rate.*

**Keywords:** cylindrical shells, reinforcement, thermoelastic-viscoplasticity, dynamic deformation, linked thermomechanical problem, refined theory of bending, Ambartsumian theory, explicit numerical scheme.

УДК 629.76/78.001.63

DOI: 10.52190/2073-2562\_2023\_3\_25

EDN: KEJFYN

## Исследование гидродинамических нагрузок при несимметричном смыкании каверны на цилиндрическую оболочку из композиционного материала при многофазном обтекании

<sup>1</sup>В. Г. ДЕГТЯРЬ, академик РАН; <sup>1,2</sup>В. И. ПЕГОВ, д-р техн. наук;

<sup>2</sup>И. Ю. МОШКИН, канд. техн. наук

<sup>1</sup>АО «Государственный ракетный центр имени академика В. П. Макеева», г. Миасс, Челябинская обл., Россия

<sup>2</sup>Южно-Уральский федеральный научный центр минералогии и геоэкологии УрО РАН,  
г. Миасс, Челябинская обл., Россия

*Рассмотрен один из проблемных вопросов по определению гидродинамических нагрузок при несимметричном смыкании каверны на цилиндрическую оболочку из композиционного материала (КМ) при многофазном обтекании. Приведены сравнения численных и экспериментальных исследований. Получены закономерности по формированию гидродинамических сил в области несимметричного смыкания каверны на круговой цилиндр. Показана возможность использования разработанного метода для определения нагрузок при несимметричном смыкании каверны на цилиндрическую оболочку из КМ при многофазном обтекании.*

**Ключевые слова:** многофазное обтекание, гидродинамика, газожидкостный слой, нестационарное обтекание, кавитационное течение, гидродинамические характеристики, гидродинамические нагрузки.

В России и за рубежом активно ведутся исследования в области численного моделирования многофазных течений сплошных сред с контактными разрывами и свободными поверхностями. Основная проблема заключается в уменьшении гидродинамического воздействия в зоне смыкания каверн на тонкостенные цилиндрические оболочки из КМ, находящиеся при подводном движении в условиях нагружения внешним давлением и осевыми сжимающими усилиями.

Совместное движение идеальной несжимаемой жидкости и полностью погруженной в нее модели исследовали в [1—3]. В этих работах исследовано классическое вертикальное кавитационное течение для скоростей не более 40 м/с без учета тепломассопереноса и фазовых переходов.

В последнее время появились работы, в которых учитывали не только продольное и поперечное

движения модели, но и вращение самой модели вокруг продольной оси [4]. При этом наблюдается сильная деформация внешней свободной границы жидкости, и при определенных условиях происходит отрыв жидкости от поверхности тела и образуются новые внутренние свободные границы. В [5] исследовано совместное движение вязкой несжимаемой жидкости и полностью погруженного в нее эллиптического цилиндра на малых временах. Предполагается, что цилиндр движется из состояния покоя с постоянным ускорением. Особенностью этой задачи является то, что при сильном разгоне цилиндра происходит отрыв жидкости от поверхности тела и образуется каверна. Малые времена исследования не позволяют использовать эти решения для всей траектории движения изделия. Представляет интерес не только исследование возможности самого вращения, но и разработка новых основ создания вращательного движения изделия, например, создание осевого вращения изделия за счет специального криволинейного насадка, вызывающего его вращение за счет набегающего потока жидкости, а также математическое моделирование процесса вращения и влияния его на устойчивость движения.

Проводят исследования в области создания эффективных математических моделей кавитации. Создана технологическая алгоритмическая основа построения расчетных (разностных) моделей течений жидкости, контактирующей с твердыми и

Дегтярь Владимир Григорьевич, генеральный директор, генеральный конструктор, профессор.

E-mail: src@makeyev.ru

Пегов Валентин Иванович, ведущий научный сотрудник, главный научный сотрудник, профессор.

E-mail: ofpat@mail.ru, src@makeyev.ru

Мошкин Игорь Юрьевич, научный сотрудник.

E-mail: ofpat@mail.ru

Статья поступила в редакцию 22 мая 2023 г.

© Дегтярь В. Г., Пегов В. И., Мошкин И. Ю., 2023

упругими телами, в 2D-пространствах переменной связности, с переменными свободными и контактными границами, проводится численное моделирование многосвязных течений несжимаемой жидкости [6].

Следующее направление исследований связано с созданием численных моделей и алгоритмов математического моделирования многофазных течений сплошных сред с контактными разрывами и свободными поверхностями, изучением влияния каверн в жидкости на погруженные в нее осесимметричные твердые тела, созданием на их основе расчетных методик, а также разработкой программно-экспериментального комплекса математического моделирования многофазных и многосвязных течений жидкой среды в окрестности осесимметричных твердых тел [7].

В работе [8] приведены интересные подходы по имитационному моделированию кавитационного обтекания как осесимметричных тел, так и нестационарного кавитационного обтекания крыла. Хочется отметить и уникальные экспериментальные исследования оптическими и статистическими методами крупномасштабных пульсаций потока при обтекании цилиндра [9]. Работа [10] отличается оригинальным подходом в численном исследовании подводного обтекания тонких тел при наличии естественной кавитации. При большом разнообразии работ, позволяющих определить геометрию каверны, зависимость ее изменения от скорости тела и глубины движения, актуальным остается вопрос определения гидродинамических нагрузок на тело, находящееся в каверне, их распределения по длине тела, а также в зоне смыкания каверны на поверхность тела. Попытке решения данной проблемы посвящена работа [11].

Большой практический интерес представляет несимметричное обтекание ракеты в режиме частичной и развитой кавитации, когда передний фронт газовой каверны фиксируется точкой схода струй с кавитирующего насадка, а кормовая часть ее заканчивается областью несимметричного смыкания на поверхности ракеты. Гидродинамическая сила формируется при этом на смоченной части поверхности: на наветренной стороне кавитирующего насадка и в области смыкания каверны на корпус ракеты.

Теоретическое решение задачи о кавитационном обтекании тела получено только для осесимметричного случая. В этом разделе разработан приближенный метод расчета подъемной силы и момента от нее в области несимметричного смыкания каверны на круговой цилиндр.

Разобьем всю область течения жидкости секущими плоскостями и приближенное решение задачи будем искать в плоском слое. Предположим

также, что кавитирующий насадок является диском или близким по форме к нему, а корпус ракеты — круговым цилиндром (рис. 1).

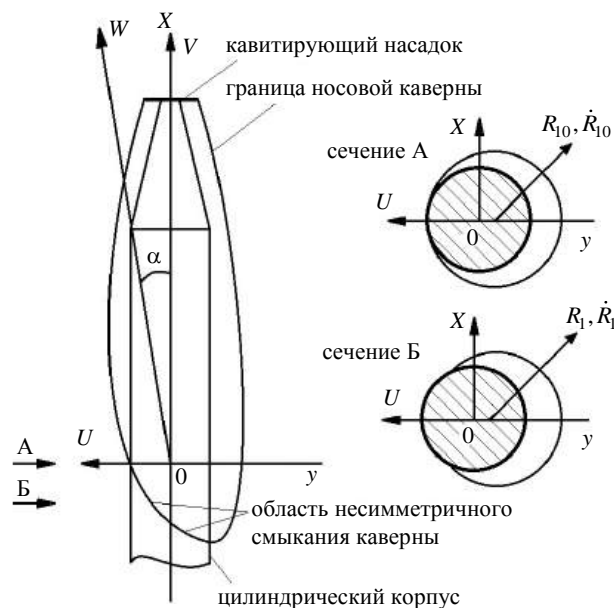


Рис. 1. Схема несимметричного смыкания каверны на цилиндрический корпус

Кавитирующий насадок, проходя сквозь плоскость жидкости, порождает элемент каверны, который расширяется по инерции, преодолевая внешнее избыточное давление. Через некоторый промежуток времени запас кинетической энергии исчерпывается, поперечное сечение каверны достигает максимальной площади, после чего начинает постепенно сужаться. Сечение каверны, кроме того, испытывает сопротивление жидкости и сносится поперечным потоком. Наконец наступает такой момент, когда сечение каверны коснется с наветренной стороны поверхности тела (см. рис. 1, а) и начнется несимметричное смыкание каверны на поверхность тела (см. рис. 1, б). При вертикальном движении тела, если форма кавитирующего насадка близка к диску, поперечное сечение каверны на протяжении всего своего развития, вплоть до момента начала смыкания на тело, остается близким к круговому, а скорость сноса его близка к скорости поперечного потока [1]. В этом случае в момент подхода контура сечения к цилиндру в плоском слое реализуется течение, близкое к изображенному на рис. 1, а, где  $R_{10}$  — радиус начального сечения каверны, который в начале взаимодействия сечения каверны с цилиндром ( $t = 0$ ) больше радиуса тела  $R_T$ , радиальная же скорость границы  $\dot{R}_{10}$  отрицательна ( $\dot{R}_{10} < 0$ ).  $W$  — скорость тела,  $V$  — составляющая продольной скорости тела (проекция  $W$  на ось  $X$ ),  $U$  — поперечная составляющая (проекция  $W$  на ось  $Y$ ), их считают здесь неизменными в процессе смыкания.

Известно, что потенциал скоростей при расширяющейся или сужающейся плоской каверне выражается через логарифмический потенциал, и для изменения площади сечения каверны требуется бесконечная энергия. Поэтому, следуя работе [1], решение будем искать в конечной области, а именно в кольцевом слое, ограниченном в начальный момент снаружи круговой цилиндрической поверхностью  $S_2$  радиуса  $R_{20}$ , а внутри — поверхностью  $S_1$  радиуса  $R_{10}$  ( $R_{10} < R_{20}$ ), равного в начальный момент радиусу каверны. Кроме того, будем считать жидкость идеальной невесомой и несжимаемой, а вызванное течение жидкости — потенциальным. На поверхности каверны  $S_K$ , как обычно, должно выполняться условие постоянства давления:

$$R|_{S_K} = P_K(t),$$

где  $P_K(t)$  — давление газов в каверне. При  $t > 0$  на поверхности  $S_1$  возникает поверхность контакта тела с жидкостью, размеры которой будут постепенно расти и определяться величиной центрального угла  $2\theta_C$  (рис. 2).

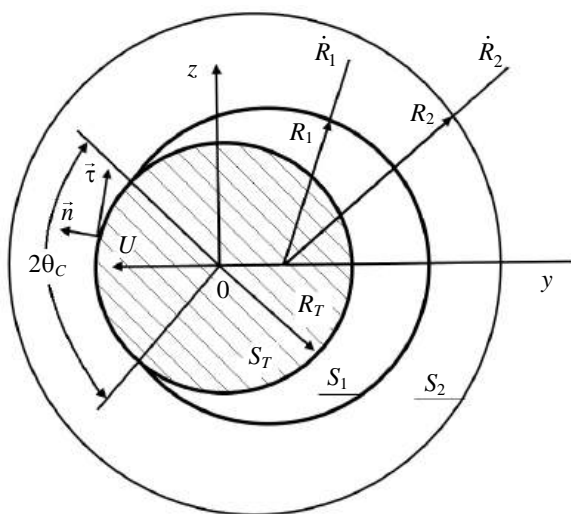


Рис. 2. Схема контакта поверхности тела с жидкостью и каверной

На смоченной части поверхности тела  $S_T$  должно выполняться условие непротекания, т. е. производная от искомого потенциала скоростей  $\varphi$  по нормали  $\vec{n}$  должна удовлетворять равенству

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{S_T} = U \cos \theta. \quad (1)$$

В качестве внешней ограничивающей поверхности  $S_2$  примем некоторую свободную поверхность, аналогичную, например, наблюдаемой в гидродинамических трубах с открытой рабочей частью.

Граничное условие на этой свободной поверхности невесомой и несжимаемой жидкости можно записать в виде

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right|_{S_T} = \frac{1}{2} \vartheta_2^2(t, \theta), \quad (2)$$

где  $\vartheta_2(t, \theta)$  — абсолютная скорость жидкости на свободной поверхности. Проводя интегрирование последнего уравнения по времени, найдем для каждого момента времени распределение потенциала на поверхности  $S_2$ :

$$\varphi_{S_2} = \varphi_2(t, \theta). \quad (3)$$

Таким образом, решение поставленной задачи сведено к нахождению в кольцевом слое потенциала скоростей  $\varphi$ , удовлетворяющего уравнению Лапласа и граничным условиям (1)–(3). Эта все еще сложная задача может быть решена с помощью, например, какого-либо численного метода. Однако здесь ограничимся сугубо приближенным решением, поэтому дополнительно предполагаем:

- в начальный момент времени  $R_T$  и  $R_{10}$  близки по величине;
- величины  $\dot{R}_{10}$  и  $U$  такие, что в процессе смыкания каверны на тело изменяющаяся во времени поверхность каверны остается всегда близкой к поверхности тела, так что граничное условие с поверхности каверны можно сносить на поверхность тела;
- как и в начальный момент времени, в течение всего процесса смыкания все точки свободной границы каверны имеют некоторую одинаковую радиальную скорость, определяемую, например, из решения другой задачи; очевидно, это предположение выполняется тем точнее, чем больше отношение  $|\dot{R}_{10} / U|$ ;
- в начальный момент внешнюю ограничивающую поверхность, как и внутреннюю, можно принять близкой к поверхности кругового цилиндра с радиусом  $R_{20}$ , а в соответствии с предположением (2) в процессе смыкания каверны будем считать ее форму такой же и радиус ее переменным по времени —  $R_2(t)$ .

В силу сделанных упрощающих допущений граничное условие на внутренней поверхности кольца приближенно можно записать в виде

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_{S_T} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{S_T} = f_1(t, \theta), \quad (4)$$

$$\text{где } f_1(t, \theta) = \begin{cases} U \cos \theta, & -\theta_C \leq \theta \leq \theta_C \\ \dot{R}_1(t), & \theta_C \leq \theta \leq 2\pi - \theta_C, \end{cases}$$

а дифференцирование по  $n$  заменено дифференцированием по  $r$ . Искомый потенциал скоростей в кольцевом слое удовлетворяет на внутренней поверхности граничному условию (4), на внешней — условию (3).

Введем в плоском слое декартову  $Ox$  и полярную  $Or\theta$  системы координат с началом в центре тела (см. рис. 1). Ось  $y$  направим вдоль прямой, соединяющей центры кругового цилиндра и сечения каверны. Положительной будем считать внутреннюю к поверхности  $S = S_1 + S_2$  нормаль  $\vec{n}$ . Введем комплексную переменную  $z$ . Очевидно, что потенциал скоростей  $\varphi$  является гармонической функцией и удовлетворяет граничным условиям (3), (4). Введем комплексный потенциал  $\omega = \varphi + i\psi$  (где  $\psi$  — функция тока) и разложим его в плоскости  $z$  в кольце  $R_1 < r < R_2$  в ряд общего вида [1]:

$$\omega = q \ln z + c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (c_n z^n + c_{-n} z^{-n}), \quad (5)$$

где  $q = m + i\Gamma$ ;  $c_n = a_n + ib_n$ ;  $c_{-n} = a_{-n} + ib_{-n}$ ;  
 $z = re^{i\theta} = r \cos \theta + ir \sin \theta$ ;  $\ln z = \ln r + i\theta$ ,  
 также найдем, что

$$\begin{aligned} q \ln z &= m \ln r - \Gamma \theta + i(\Gamma \ln r + m\theta); \\ c_n z^n &= r^n (a_n \cos n\theta - b_n \sin n\theta) + \\ &+ ir^n (b_n \cos n\theta - a_n \sin n\theta); \\ c_{-n} z^{-n} &= \frac{1}{r^n} (a_{-n} \cos n\theta - b_{-n} \sin n\theta) + \\ &+ \frac{i}{r^n} (b_{-n} \cos n\theta - a_{-n} \sin n\theta). \end{aligned}$$

Выделяя в выражении (5) действительную часть и считая течение бесциркуляционным, т. е.  $\Gamma = 0$ , получим выражение для потенциала в кольце

$$\begin{aligned} \varphi(r, \theta, t) &= m \ln r + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n r^n + \frac{a_{-n}}{r^n} \right) \cos n\theta + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{b_{-n}}{r^n} - b_n r^n \right) \sin n\theta. \end{aligned} \quad (6)$$

В силу симметрии течения относительно оси изделия потенциал является четной функцией, так что должно выполняться условие  $b_n = b_{-n} = 0$ .

Для определения коэффициентов  $m$ ,  $a_n$  и  $a_{-n}$  из выражения (6) найдем величину  $\partial\varphi/\partial r$  при  $r = R_T$  и воспользуемся граничными условиями (3) и (4).

$$\begin{aligned} \frac{\partial\varphi}{\partial r} &= \frac{m}{r} + \sum_{n=1}^{\infty} (na_n r^{n-1} - na_{-n} r^{-n-1}) \cos n\theta; \\ \frac{\partial\varphi}{\partial r} \Big|_{r=R_T} &= \frac{m}{R_T} + \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} &+ \sum_{n=1}^{\infty} (na_n R_T^{n-1} - na_{-n} R_T^{-n-1}) \cos n\theta = f_1(t, \theta); \\ \varphi \Big|_{r=R_2} &= m \ln R_2 + a_0 + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n R_2^n + \frac{a_{-n}}{R_2^n} \right) \cos n\theta = f_2(t, \theta). \end{aligned} \quad (8)$$

Коэффициент  $m$  и коэффициенты ряда Фурье для  $\frac{\partial\varphi}{\partial n} \Big|_{S_1} = \frac{\partial\varphi}{\partial r} \Big|_{r=R_T} = f_1(t, \theta)$  и  $\varphi \Big|_{r=R_2} = f_2(t, \theta)$  определяются по формулам

$$\begin{aligned} \frac{m}{R_T} &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi f_1(t, \theta) d\theta; \\ na_n R_T^{n-1} - na_{-n} R_T^{-n-1} &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f_1(t, \theta) \cos n\theta d\theta; \\ a_n R_2^n + \frac{a_{-n}}{R_2^n} &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f_2(t, \theta) \cos n\theta d\theta. \end{aligned}$$

Введем коэффициенты  $k_n^{(1)}$ ,  $k_n^{(2)}$ :

$$\begin{aligned} k_0^{(1)} &= \frac{1}{\pi} \int_0^\pi f_1(t, \theta) d\theta = \frac{U}{\pi} \sin \theta_C + \frac{\pi - \theta_C}{\pi} \dot{R}_1; \\ k_n^{(1)} &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f_1(t, \theta) \cos \theta d\theta = \\ &= \frac{U}{\pi} \left( \theta_C + \frac{\sin 2\theta_C}{2} \right) - \frac{2\dot{R}_1}{\pi} \sin \theta_C, \end{aligned} \quad (9)$$

при  $n > 1$

$$\begin{aligned} k_n^{(1)} &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f_1(t, \theta) \cos n\theta d\theta = \\ &= \frac{U}{\pi} \left( \frac{\sin((n-1)\theta_C)}{n-1} + \frac{\sin((n+1)\theta_C)}{n+1} \right) - \frac{2\dot{R}_1}{n\pi} \sin n\theta_C; \end{aligned}$$

$$k_0^{(2)} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi f_2(t, \theta) d\theta,$$

при  $n > 0$

$$k_n^{(2)} = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi f_2(t, \theta) \cos n\theta d\theta. \quad (10)$$

Из формул (7) и (8) с учетом (9) и (10) получаем



систему алгебраических уравнений для определения коэффициентов

$$m = R_T k_n^{(1)}; \quad a_0 = k_0^{(2)} - k_0^{(1)} R_T \ln R_2; \quad (11)$$

$$\begin{aligned} a_n R_T^{2n} - a_{-n} &= \frac{1}{n} R_T^{n+1} k_0^{(1)}; \\ a_n R_2^{2n} + a_{-n} &= R_2^{2n} k_0^{(2)}. \end{aligned} \quad (12)$$

Из системы (12) получаем выражения для коэффициентов

$$a_n = \frac{1}{n(R_T^{2n} + R_2^{2n})} (R_T^{n+1} k_0^{(1)} + R_2^{2n} k_0^{(2)}) \quad (13)$$

$$a_{-n} = \frac{1}{n(R_T^{2n} + R_2^{2n})} (n R_2^n R_T^{2n} k_0^{(2)} - R_T^{n+1} R_2^{2n} k_n^{(1)}). \quad (14)$$

С учетом соотношений (6), (11), (13) и (14) получим выражение для потенциала

$$\begin{aligned} \varphi(r, \theta, t) &= k_0^{(2)} + k_0^{(1)} R_T \ln r / R_2 + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(k_n^{(1)} R_2^{-n} + n R_T^{-n-1} k_n^{(2)}) r^n + (n R_T^{n-1} k_n^{(2)} - R_2^n k_n^{(1)}) r^{-n}}{n(R_T^{n-1} R_2^{-n} + R_2^n R_T^{-n-1})} \cos n\theta. \end{aligned} \quad (15)$$

На основании общего выражения (15) найдем все необходимые в дальнейшем функции: потенциалы  $\varphi(R_T, \theta, t)$  на окружности  $r = R_T$  и  $\varphi(R_2, \theta, t)$  на окружности  $r = R_2$ , а также касательную составляющую скорости  $u_\tau$  при  $r = R_T$ , касательную и радиальную составляющие скорости при  $r = R_2$ :

$$\begin{aligned} \varphi(R_T, \theta, t) &= k_0^{(2)} + k_0^{(1)} R_T \ln \delta - \\ &- R_T \sum_{n=1}^{\infty} k_n^{(1)} \frac{1 - \delta^{2n}}{1 + \delta^{2n}} \frac{\cos n\theta}{n} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} k_n^{(2)} \frac{n \delta^n}{1 + \delta^{2n}} \cos n\theta; \end{aligned}$$

$$\varphi(R_2, \theta, t) = k_0^{(2)} + \sum_{n=1}^{\infty} k_n^{(2)} \cos n\theta;$$

$$u_\tau|_{r=R_T} = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \Big|_{r=R_T} = \sum_{n=1}^{\infty} k_n^{(1)} \frac{1 - \delta^{2n}}{1 + \delta^{2n}} \sin n\theta -$$

$$- 2 \sum_{n=1}^{\infty} k_n^{(2)} \frac{n \delta^n}{1 + \delta^{2n}} \sin n\theta;$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = k_0^{(1)} \delta + 2 \sum_{n=1}^{\infty} k_n^{(1)} \frac{\delta^n + 1}{1 + \delta^{2n}} \cos n\theta +$$

$$+ \frac{\delta}{R_T} \sum_{n=1}^{\infty} n k_n^{(2)} \frac{1 - \delta^{2n}}{1 + \delta^{2n}} \cos n\theta;$$

$$u_\tau|_{r=R_2} = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \Big|_{r=R_2} = - \sum_{n=1}^{\infty} k_n^{(2)} n \sin n\theta,$$

где  $\delta = R_T / R_2$ .

Известно, что в аэродинамических трубах с открытой рабочей частью при обеспечении 10%-й точности аэродинамических коэффициентов величина  $\delta$  не должна превышать 0,25 ( $\delta \leq 0,25$ ), поэтому будем считать, что  $\delta$  в нашем случае не превышает 0,25, и в полученном приближенном решении ограничимся членами, имеющими порядок  $\delta$ , и пренебрежем членами порядка  $\delta^2$  и выше.

Кроме того, заметим, что коэффициенты  $k_n^{(1)}$ , согласно формулам (9), имеют нулевой порядок малости ( $\delta^0$ ), а коэффициенты  $k_n^{(2)}$ , согласно формулам (10) — второй порядок малости ( $\delta^2$ ). Действительно, в начальный момент времени абсолютная скорость границы поверхности  $S_2$ , согласно закону сохранения массы, равна  $\dot{\vartheta}_{r0} = \dot{R}_{20} = \delta \dot{R}_{10}$  ( $\delta_0 = R_T / R_{20}$ ) и пропорциональна  $\delta_0$ . Значения потенциала на  $S_2$ , определяемые в последующие моменты времени путем интегрирования по времени уравнения (2) при нулевом начальном значении, будут пропорциональны  $\delta^2$ . Следовательно, и коэффициенты  $k_n^{(2)}$ , являющиеся коэффициентами разложения функции  $\varphi(R_2, \theta, t)$  в ряд Фурье, также, согласно формулам (10), будут иметь порядок  $\delta^2$ .

С точностью до членов второго порядка малости последние выражения примут более простой вид

$$\varphi(R_T, \theta, t) = k_0^{(1)} R_T \ln \delta - R_T \sum_{n=1}^{\infty} k_n^{(1)} \frac{\cos n\theta}{n}; \quad (16)$$

$$\varphi(R_2, \theta, t) = 0; \quad (17)$$

$$u_\tau|_{r=R_T} = \sum_{n=1}^{\infty} k_n^{(1)} \sin n\theta; \quad (18)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = k_0^{(1)} \delta; \quad u_\tau|_{r=R_2} = 0. \quad (19)$$

Отметим, что входящий в выражение (16) ряд является абсолютно сходящимся, а в выражении (18) — неабсолютно сходящимся, и для достижения необходимой точности (до 0,02) требуется более 100 членов ряда.

Из формул (19) следует, что ограничивающая внешняя поверхность с точностью до членов второго порядка малости будет оставаться в процессе всего смыкания каверны близкой к круговой цилиндрической поверхности с изменяющимся во времени радиусом, а значение потенциала на ней будет оставаться близким к нулевому значению. Это находится в соответствии с ранее принятыми допущениями.

Уравнение (18) используем для нахождения центрального угла  $2\theta_C$ , соответствующего замытой части поверхности тела:

$$\dot{\theta}_C = \frac{d\theta_C}{dt} k = \frac{1}{R_T} \sum_{n=1}^{\infty} k_n^{(1)} \sin n\theta_C + \frac{U}{R_T} \sin \theta_C.$$

В силу симметрии течения относительно оси  $y$  в начальный момент  $\theta_{C0} = \dot{\theta}_{C0} = 0$  и для выхода из нулевой точки необходимо задать некоторый ненулевой угол  $\theta_{C0} \neq 0$ . В расчетах обычно задавалось значение  $\theta_{C0} \approx 1^\circ$ .

Для вычисления гидродинамических сил, действующих на круговой цилиндр при смыкании на него каверны, определим количество движения жидкости  $\bar{B}$  в замкнутом объеме между поверхностями  $S_1$  и  $S_2$ :

$$\bar{B} = -\rho \iint_{S_1+S_2} \phi n ds,$$

где  $\rho$  — плотность жидкости.

Для единичной длины поверхностей  $S_1$  и  $S_2$ :

$$\begin{aligned} B_y &= -\rho \int_0^{2\pi} \phi(R_T, \theta, t) (-\cos \theta) R_T d\theta - \\ &- \rho \int_0^{2\pi} \phi(R_2, \theta, t) \cos \theta R_2 d\theta; \\ B_z &= -\rho \int_0^{2\pi} \phi(R_T, \theta, t) \sin \theta R_T d\theta - \\ &- \rho \int_0^{2\pi} \phi(R_2, \theta, t) (-\sin \theta) R_2 d\theta. \end{aligned}$$

Используя выражение (16) для  $\phi(R_T, \theta, t)$  и учитывая, что согласно выражению (17),  $\phi(R_2, \theta, t) = 0$ , найдем окончательно

$$B_y = -\rho \pi R_T^2 k_1^{(1)}; \quad B_z = 0,$$

где  $k_1^{(1)}$  находится по формуле (9).

Гидродинамическую силу  $P_y$ , действующую на единичную длину цилиндра, получим из выражения

$$P_y = -\frac{dB_y}{dt} = \rho \pi R_T^2 \frac{dk_1^{(1)}}{dt}, \quad (20)$$

$$\text{где } \frac{dk_1^{(1)}}{dt} = \frac{2}{\pi} \left[ (U \cos \theta_C - \dot{R}_1) \cos \theta_C \frac{d\theta_C}{dt} - \ddot{R}_1 \sin \theta \right].$$

Гидродинамическую подъемную силу ракеты  $Y$  и момент от нее  $M$  относительно начальной точки замыва найдем как результат интегрирования по слоям:

$$Y = \int_0^{L_C} P_y dx; \quad M = \int_0^{L_C} P_y x dx,$$

где  $L_C$  — длина замытой части ракеты. Перейдем к безразмерным величинам, обозначив безразмерный путь цилиндра через  $\bar{y} = tU/R_T$ , безразмерную скорость — через  $\dot{\bar{R}}_1 = R_1/U$  и безразмерное ускорение границ каверны — через  $\ddot{\bar{R}}_1 = \ddot{R}_1 R_T/U^2$ . Введем также безразмерное значение  $\bar{k}_1^{(1)} = k_1^{(1)}/U$  и угол атаки  $a$ , который считается здесь малой величиной ( $\operatorname{tg} a \approx a$ ). Тогда найдем, что

$$\begin{aligned} Y &= \int_0^{\bar{y}_C} \rho \pi R_T^2 U^2 \frac{d\bar{k}_1^{(1)}}{d\bar{y}} \frac{d\bar{y}}{\operatorname{tg} a}; \\ M &= \int_0^{\bar{y}_C} \rho \pi R_T^3 U^2 \frac{d\bar{k}_1^{(1)}}{d\bar{y}} \frac{d\bar{y}}{\operatorname{tg} a}, \end{aligned}$$

здесь  $\bar{y}_C = y_C/R_T$ ,  $y_C$  — координата замытой части тела,

$$\frac{d\bar{k}_1^{(1)}}{d\bar{y}} = \frac{2}{\pi} \left[ \left( \cos \theta_C - \dot{\bar{R}}_1 \right) \cos \theta_C \bar{\theta}_C - \ddot{\bar{R}}_1 \sin \theta_C \right].$$

Учитывая, что  $U = V\alpha$ , получим:

$$Y = \rho \pi R_T^2 V^2 \alpha \bar{k}_1^{(1)}; \quad (21)$$

$$M = \rho \pi R_T^3 V^2 \alpha \int_0^{\bar{y}_C} \bar{y} \frac{d\bar{k}_1^{(1)}}{d\bar{y}} d\bar{y}, \quad (22)$$

здесь учтено, что  $\bar{k}_1^{(1)}(0) = 0$ , а  $\theta_C$  соответствует  $y = y_C$ .

Из выражения (21) найдем производную коэффициента подъемной силы по углу атаки  $C_y^\alpha$ :

$$C_y^\alpha = \frac{2Y}{\rho \pi R_T^2 V^2 \alpha} = 2\bar{k}_1^{(1)},$$

а из формулы (22) — производную коэффициента момента  $C_m^\alpha$ :

$$C_m^\alpha = \frac{2M}{\rho \pi R_T^3 V^2 \alpha} = \frac{2}{\alpha} \int_0^{\bar{y}_C} \bar{y} \frac{d\bar{k}_1^{(1)}}{d\bar{y}} d\bar{y}.$$

Учитывая выражения (9) и (20), найдем, что

$$C_y^\alpha = \frac{1}{\pi} \left( 2\theta_C + \sin 2\theta_C - 4\dot{R}_1 \sin \theta_C \right); \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \bar{P}_y &= \frac{2P_y}{\rho \pi R_1 U^2} = \\ &= \frac{4}{\alpha} \left[ \left( \cos \theta_C - \dot{R}_1 \right) \cos \theta_C \dot{\theta}_C - \ddot{R}_1 \sin \theta_C \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Остановимся коротко на качественном анализе полученных результатов.

1. Безразмерная нагрузка в области смыкания каверны на круговой цилиндр имеет знакопеременный характер. Действительно, из формулы (24) следует, что в начале смыкания, когда  $\theta_C \approx 0$ ,  $\bar{P}_y = 4 / (\pi(1 - \dot{R}_1) \dot{\theta}_C)$  и так как  $d\theta_C / dt > 0$  и  $(1 - \dot{R}_1) > 0$ , то  $\bar{P}_y > 0$ . В конце смыкания, когда  $\theta_C \approx \pi$ ,  $\bar{P}_y = 4 / \pi(1 + \dot{R}_1) d\theta_C / d\bar{y}$ , и так как в конце смыкания обычно  $\dot{R}_1 < 0$ , а  $\left| \dot{R}_1 \right| \gg 0$  то  $\bar{P}_y < 0$ . Нулевое значение  $\bar{P}_y$  достигается при  $\pi/2 < \theta_C < \pi$ .

2. В начале смыкания  $C_y^\alpha = 0$  ( $\theta_C \approx 0$ ), а в конце смыкания ( $\theta_C \approx \pi$ )  $C_y^\alpha = 2,0$ . Это совпадает с известным результатом Г. В. Логвиновича [12, 13] при частичном замыке тела, когда каверна полностью смыкается с телом. Однако из формулы (23) следует, что в процессе смыкания  $C_y^\alpha$  принимает значения, превышающие 2,0. Действительно, вследствие того, что  $\bar{P}_y$  имеет знакопеременный характер: (в начале смыкания  $\bar{P}_y > 0$ , а в конце смыкания  $\bar{P}_y < 0$ ), максимальное значение  $C_y^\alpha$  ( $C_{y \max}^\alpha$ ) достигается в момент, когда  $\bar{P}_y = 0$ , и величина  $C_{y \max}^\alpha$  определяется величиной  $\dot{R}_1$  в этот момент.

Этот вывод особенно важен для переходных кавитационных режимов. В частности, заслуживает особого внимания участок движения ракеты в шахте, когда происходит смыкание каверны при формировании носовой газовой каверны, а значение  $C_{y \max}^\alpha$  по имеющимся опытным данным может достигать значений, в несколько раз превышающих значение 2,0. Также  $C_y^\alpha$  значительно больше 2,0

при переходе от режима частичной кавитации к режиму развитой кавитации, когда длина каверны становится больше длины тела, а величина угла  $\theta_C$  в кормовом сечении меньше  $\pi$  ( $\theta_C < \pi$ ).

3. Коэффициент центра приложения подъемной силы  $C_d$  находится из выражения

$$C_d = \frac{C_m^\alpha}{C_y^\alpha} = \frac{1}{\alpha \bar{k}_1^{(1)}} \int_0^{\bar{y}_C} \bar{y} d\bar{k}_1^{(1)},$$

откуда следует, что его величина обратно пропорциональна углу атаки. При этом следует учитывать, что отсчет производится от начальной точки контакта каверны с цилиндром (см. рис. 1,  $x = 0$ ).

В результате проведенных теоретических исследований получены новые закономерности по формированию гидродинамических сил в области несимметричного смыкания каверны на круговой цилиндр.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дегтярь В. Г., Пегов В. И. Гидродинамика подводного старта ракет. — М.: Машиностроение, 2009. — 448 с.
2. Пегов В. И., Мошкин И. Ю. Исследование многофазного обтекания при свободном движении изделия к поверхности воды. // *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures* / Институт машиноведения Уральского отделения РАН. 2022. № 6. С. 46—64.
3. Пегов В. И., Мошкин И. Ю., Чешко А. Д. Расчет нестационарного глиссирования кругового цилиндра по возмущенной поверхности жидкости // *Челябинский физико-математический журнал*. 2021. Т. 6. Вып. 3. С. 338—346.
4. Пегов В. И., Мошкин И. Ю. Математическое моделирование процессов тепломассообмена горячих газовых струй с жидкостью при подводном старте аппарата // *Челябинский физико-математический журнал*. 2020. Т. 5. Вып. 4(1). С. 451—462.
5. Пегов В. И., Мошкин И. Ю. Применение метода плоских сечений для определения характеристик летательных аппаратов при многофазном обтекании // *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures* / Институт машиноведения Уральского отделения РАН. 2020. № 4. С. 48—61.
6. Коробицын В. А. Численное моделирование многосвязных течений несжимаемой жидкости // *Zbornik radova. Konferencije MIT*. 2011. — Belgrad: 2012. С. 217—221.
7. Кузнецов Г. В., Морозов С. А. Устойчивость углового движения подводного аппарата при наличии кавитационного обтекания // *Научно-технический вестник Поволжья*. 2021. № 3. С. 21—24.
8. Хитрых Д. П., Маламанов С. Ю., Павловский В. А. Численное исследование нестационарного кавитационного обтекания крыла NASA009 // *Морские интеллектуальные технологии*. 2018. Т. 1. № 2(40). С. 139—143.
9. Дмитриев Н. А., Добросельский К. Г. Компьютерное моделирование осесимметричного кавитационного обтекания сферических сегментов в трубе. Сб. "Математические модели и их приложения". — Чебоксары: 2017. С. 37—45.

10. Абдуракипов С. С., Добросельский К. Г. Экспериментальное исследование оптическим и статистическим методами крупномасштабных пульсаций потока при обтекании цилиндра // Сибирский физический журнал. 2019. Т. 14. № 3. С. 5—14.

11. Тханг Н. Т., Хай Д. Н. Численное исследование подводного обтекания тонких тел при наличии естественной

кавитации // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2019. № 6. С. 99—113.

12. Логвинович Г. В. Гидродинамика течений со свободными границами. — Киев: Наукова думка, 1969. — 208 с.

13. Логвинович Г. В., Буйвол В. Н., Дудко А. С. Течения со свободными поверхностями. — Киев: Наукова думка, 1985. — 295 с.

## Study of hydrodynamic loads at asymmetric closure of a cavity on a cylindrical composite shell under multiphase flow

<sup>1</sup> V. G. DEGTIAR, <sup>1,2</sup> V. I. PEGOV, <sup>2</sup> I. Yu. MOSHKIN

<sup>1</sup> Joint Stock Company "Academician V. P. Makeyev State Rocket Centre", Miass, Chelyabinsk Region, Russia

<sup>2</sup> South Ural Federal Scientific Centre of Minerology and Eco-Geology of the Ural Division of RAS, Miass, Chelyabinsk Region, Russia

*The article reviews one of acute issues of the definition of hydrodynamic loads at asymmetric closure of a cavity on a cylindrical composite shell under multiphase flow. The article provides the comparison of analyzed and experimental data. As a result of the performed numerical analyses, laws describing the formation of hydrodynamic loads in the area of the asymmetric cavity closure on a circular cylinder are obtained. The article also demonstrates the possibility of applying the developed methodology to define loads at asymmetric closure of a cavity on a cylindrical composite shell under multiphase flow.*

**Keywords:** multiphase flow, hydrodynamics, gas-liquid layer, nonstationary flow, cavitation flow, hydrodynamic parameters, hydrodynamic loads.

УДК 536.2

DOI: 10.52190/2073-2562\_2023\_3\_33

EDN: KFAQWF

## Влияние отклонений элементов армирования теплозащитных композиционных материалов от номинальных направлений на распределение шероховатости

<sup>1</sup> Г. Ф. КОСТИН, д-р техн. наук; <sup>1</sup> С. Т. КАЛАШНИКОВ, канд. техн. наук;<sup>1</sup> Ю. А. МОКИН, д-р физ.-мат. наук; <sup>2</sup> А. В. ПРИДАННИКОВ;<sup>1</sup> В. И. ХЛЫБОВ, д-р физ.-мат. наук; <sup>1,2</sup> Р. К. ШВАЛЕВА<sup>1</sup> Южно-Уральский федеральный научный центр минералогии и геоэкологии УрО РАН,  
г. Миасс, Челябинская обл., Россия<sup>2</sup> АО «Государственный ракетный центр имени академика В. П. Макеева», г. Миасс, Челябинская обл., Россия

*Параметры структуры теплозащитных покрытий из углерод-углеродных композиционных материалов (УУКМ) при обгаре на траекториях движения летательных аппаратов (ЛА) проявляются на поверхности в виде крупномасштабной и мелкодисперсной шероховатости. Крупномасштабная шероховатость формируется выходами на поверхность элементов армирования УУКМ. При сборке каркасов УУКМ и при последующих циклах их пропитки угольным пеком под давлением и карбонизации при высоких значениях температуры элементы армирования материалов могут приобретать малые локальные искривления и отклонения от номинальных направлений армирования. Это влечет отклонения распределений шероховатости по поверхности деталей тепловой защиты из УУКМ от теоретически номинальных. Представлен метод учета влияния малых отклонений элементов армирования от номинальных направлений на распределение эквивалентной песочно-зернистой шероховатости.*

**Ключевые слова:** летательные аппараты, углеродные композиционные материалы, шероховатость поверхности, унос материалов, обгарные формы.

Малые деформации поверхности притупления спускаемых летательных аппаратов (ЛА) типа "Волан" [1] могут быть обусловлены технологическими погрешностями изготовления (разброс плотности, асимметрия структуры наполнителя материала тепловой защиты относительно базовых плоскостей и осей ЛА), неравномерной абляцией теплозащитного материала и другими возмущающими факторами. Вариации интегральных аэродинамических коэффициентов ЛА определяются не

только собственно деформацией притупления, но и, в значительной степени, эффектом её интерференции со всей боковой поверхностью аппарата [2]. Актуальность вопроса оценки влияния малых несимметричных искажений поверхности притупления ЛА на изменения их аэродинамических характеристик отражена в работах [2—6]. В части из них содержатся также и некоторые результаты оценок указанного влияния на отклонения (вариации) различных аэродинамических коэффициентов, полученных на основе той или иной схематизации геометрии несимметричного притупления.

В работах [7—11] показано, что вследствие упорядоченности геометрий каркасов УУКМ распределения крупномасштабной шероховатости по обгарным поверхностям являются геометрически упорядоченными (рис. 1). Если армирующие элементы детали тепловой защиты из УУКМ будут отклонены от номинальных направлений на некоторый угол, то при обгаре на траектории на поверхности будет реализовываться асимметричное распределение шероховатости. Это повлечет асимметрию фронта перехода режима течения в пограничном слое от ламинарного к турбулентному, асимметрию усиления теплообмена за счет шероховатости и, как следствие, асимметрию обгарных форм.

**Костин Геннадий Федотович**, старший научный сотрудник.  
E-mail: kostgf@yandex.ru, ofpat@mail.ru

**Калашников Сергей Тимофеевич**, начальник отдела "Фундаментальные проблемы аэрокосмических технологий".  
E-mail: ofpat@mail.ru

**Мокин Юрий Александрович**, старший научный сотрудник.  
E-mail: ofpat@mail.ru

**Приданников Андрей Витальевич**, заместитель начальника отдела.  
E-mail: src@makeyev.ru

**Хлыбов Владимир Ильич**, ведущий научный сотрудник.  
E-mail: ofpat@mail.ru

**Швалева Роза Камиловна**, инженер I категории, младший научный сотрудник.  
E-mail: src@makeyev.ru

Статья поступила в редакцию 5 июня 2023 г.

© Костин Г. Ф., Калашников С. Т., Мокин Ю. А., Приданников А. В., Хлыбов В. И., Швалева Р. К., 2023

### Пересчет параметров физической шероховатости поверхности к эквивалентной песочно-зернистой

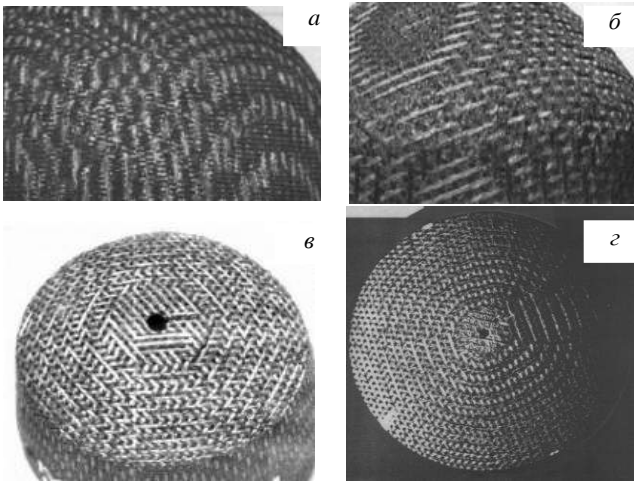


Рис. 1. Характерные упорядоченные узоры крупномасштабной шероховатости на обгарных поверхностях образцов УУКМ марок: а — КИМФ, б — 4КМС, в, з — 4КМС-Л

В данной работе представлен метод оценки влияния малых отклонений армирующих элементов каркаса УУКМ на изменение распределения шероховатости по обгарной поверхности.

Ранее был разработан комплекс методов по учету влияния шероховатости, формируемой структурой материала на обгарных поверхностях ЛА, на изменение форм [7—11].

На рис. 2 приведена схема взаимного расположения единичных векторов скорости  $\vec{u}_{em\psi}$  потока вне пограничного слоя, нормали  $\vec{n}_{m\psi}$  к поверхности и направляющего вектора  $\vec{A}_i$   $i$ -го направления элементов армирования УУКМ в окрестности расчетной точки  $M_{m\psi}$  на обгарной поверхности ЛА.

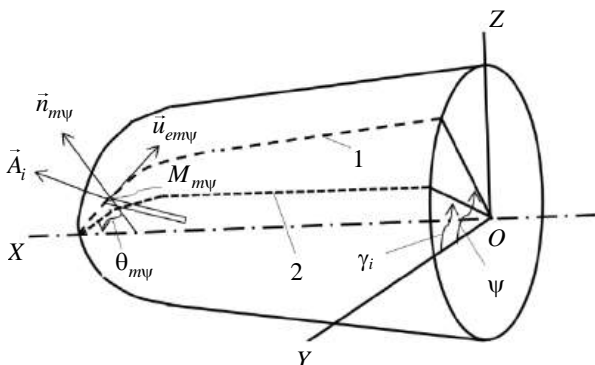


Рис. 2. Схема направляющих векторов в окрестности выхода элемента армирования УУКМ на поверхность:

- 1 — сечение поверхности ЛА плоскостью  $\psi = \text{const}$ ;
- 2 — сечение поверхности ЛА плоскостью максимального отклонения элементов армирования  $i$ -го направления;
- $\gamma_i$  — угол плоскости максимального отклонения элементов армирования

Здесь  $OXYZ$  — связанная декартова система координат, ось  $OX$  которой совпадает с осью ЛА,  $\theta_{m\psi}$  — угол между нормалью к поверхности в точке  $M_{m\psi}$  и осью ЛА;  $\psi$  — угол между плоскостью  $XOY$  и плоскостью, проходящей через ось  $OX$  и расчетную точку  $M_{m\psi}$  (меридиональная плоскость),  $\gamma$  — угол между плоскостью  $XOY$  и плоскостью максимального отклонения элементов армирования,  $N$  — число направлений армирования,  $\vec{A}_i = \vec{A}_i(a_{ix}, a_{iy}, a_{iz})$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ ,  $a_{ix}, a_{iy}, a_{iz}$  — косинусы углов наклона направляющих векторов к осям системы координат  $OXYZ$ ,  $m$  — номер расчетной точки при перемещении вдоль продольной образующей поверхности ЛА. Ось детали тепловой защиты из УУКМ совпадает с осью ЛА.

Рассмотрим обтекание ЛА под нулевым углом атаки.

Толщиной пограничного слоя по сравнению с поперечными размерами тела пренебрегаем. Соответственно единичные векторы скорости  $\vec{u}_{em\psi}$  вне пограничного слоя и нормали к поверхности  $\vec{n}_{m\psi}$  запишем в виде (принимается, что векторы  $\vec{u}_{em\psi}$  и  $\vec{n}_{m\psi}$  лежат в меридиональной плоскости  $\psi = \text{const}$ )

$$\begin{cases} \vec{n}_{m\psi} = \vec{n}_{m\psi}(\cos\theta_{m\psi}, \sin\theta_{m\psi} \cdot \cos\psi, \sin\theta_{m\psi} \cdot \sin\psi); \\ \vec{u}_{em\psi} = \vec{u}_{em\psi}(-\sin\theta_{m\psi}, \cos\theta_{m\psi} \cdot \cos\psi, \cos\theta_{m\psi} \cdot \sin\psi). \end{cases}$$

Единичный вектор нормали  $\vec{\psi}$  к плоскости  $\psi = \text{const}$  имеет составляющие

$$\vec{\psi} = \vec{\psi}(0, -\sin\psi, \cos\psi).$$

Единичный вектор  $\vec{\phi}_{im\psi}(\phi_{xm\psi}, \phi_{ym\psi}, \phi_{zm\psi})$  нормали к плоскости, проходящей через векторы  $\vec{n}_{m\psi}$  и  $\vec{A}_i$ , равен

$$\vec{\phi}_{im\psi} = \frac{[\vec{n}_{m\psi} \times \vec{A}_i]}{|\vec{n}_{m\psi} \times \vec{A}_i|} = \frac{[\vec{n}_{m\psi} \times \vec{A}_i]}{|\sin\mu_{im\psi}|},$$

где  $\mu_{im\psi}$  — угол между  $i$ -м направлением стержней каркаса и нормалью к поверхности.

Авторами данной работы за основу метода оценки влияния отклонений элементов армирования на асимметрию обгарных форм был принят метод пересчета реальной физической шероховатости к эквивалентной песочно-зернистой, представленный в работах [7—10, 12]. Для пересчета параметров физической шероховатости поверхности, образующейся в результате выходов на поверхность в



процессе обгара элементов армирования УУКМ, к эквивалентной песочно-зернистой использовали корреляцию Дирлинга [7, 12]

$$\begin{cases} \frac{k_{ш}}{k} = A \cdot \Lambda^B; \Lambda = \frac{D}{k} \left( \frac{S^l}{S^a} \right)^{\frac{4}{3}}; D = \frac{1}{\sqrt{n}}; \\ A = 0,0146, B = 3,78 \text{ при } \Lambda \leq 4,93; A = 130, \\ B = -1,9205 \text{ при } \Lambda > 4,93, \end{cases} \quad (1)$$

где  $S^a, S^l$  — площадь миделевого сечения и "видимая" потоку площадь элемента шероховатости;

$k, k_{ш}$  — осредненная физическая и эквивалентная песочно-зернистая высоты элементов шероховатости;

$n$  — число элементов физической шероховатости (выступающих выходов на поверхность элементов шероховатости) на единице площади в окрестности рассматриваемой точки на обгарной поверхности;

$\Lambda$  — аргумент корреляции. Соответствующие методики пересчета были апробированы при расчетах обгарных форм.

Геометрия элемента шероховатости зависит от того, под каким углом направлен элемент армирования к плоскости, касательной к поверхности обгара в расчетной точке  $M_{m\psi}$ . Если геометрия элемента армирования близка к цилиндрической, то основание элемента шероховатости представляет собой эллипс с полуосями  $b_{im\psi}, c_{im\psi}$ , ориентированными под некоторым углом к направлению единичного вектора скорости внешнего потока  $\vec{u}_{em\psi}$  в рассматриваемой точке. Соответственно площадь миделевого сечения  $S_{im\psi}^a$  и "видимая" потоку площадь  $S_{im\psi}^l$  элемента шероховатости, формируемого выходом элемента армирования  $i$ -го направления в окрестности точки  $M_{m\psi}$ , зависят от угла между векторами  $\vec{A}_i$  и  $\vec{n}_{m\psi}$  и от угла  $\zeta_{im\psi}$  между вектором скорости  $\vec{u}_{em\psi}$  и, например, большей осью основания.

В окрестности точки  $M_{m\psi}$  на поверхность могут выходить все  $N$  элементов армирования или их часть. Методика учета чередования выходов на обгарную поверхность тех или иных элементов армирования приведена в работе [8]. При малых углах отклонения элементов армирования коэффициент чередования выходов на поверхность элементов армирования практически не изменится, поэтому будем рассматривать влияние отклонения каждого

$i$ -го направления и их суммарное влияние. Сечения стержней (нитей)  $i$ -го направления касательной плоскостью, то есть основания элементов шероховатости, моделируются эллипсами с полуосями

$$\begin{cases} c_{im\psi} = \frac{d}{2}; \\ b_{im\psi} = \frac{d}{2\sqrt{1 - \sin^2 \mu_{im\psi}}}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $d$  — диаметр стержней каркаса, и площадь основания элемента шероховатости будет равна

$$S_{im\psi} = \pi c_{im\psi} b_{im\psi} = \frac{\pi d^2}{4\sqrt{1 - \sin^2 \mu_{im\psi}}}.$$

При  $\mu_{im\psi} \rightarrow 0$  вектор  $\vec{A}_i \rightarrow \vec{n}_{m\psi}$ , и зоны, занимаемые выходами элементов в случаях отклонения элементов армирования и отсутствия отклонения, примерно одинаковы.

Другим крайним случаем выхода элементов армирования на поверхность является случай

$\mu_{im\psi} = \frac{\pi}{2}$ . В случае  $\mu_{im\psi} \rightarrow \frac{\pi}{2}$  полуось  $b_{im\psi}$  теоретически стремится к бесконечности, но практически, вследствие конечной кривизны  $R_{im\psi}^n$  лобовой

поверхности ЛА в расчетной точке, конечна, хотя и является максимальной из возможно реализуемых. По этой же причине при отклонении в данном случае элемента на некоторый малый угол  $\Delta\beta$  зона, занимаемая элементом, будет незначительно смещаться, но площадь будет оставаться примерно такой же. Кривизна  $R_{im\psi}^n$  рассчитывается в сечении поверхности в расчетной точке плоскостью, проходящей через векторы  $\vec{A}_i$  и  $\vec{n}_{m\psi}$ . При оценках эквивалентной шероховатости приближенно можно принять  $R_{im\psi}^n = R_{пэф}$ , где  $R_{пэф}$  — эффективный радиус притупления ЛА.

За период уноса массы на толщину стержня геометрические параметры части элемента армирования, выступающей над касательной плоскостью, в этом случае существенно меняются. В частности, площадь основания элемента шероховатости  $S_{im\psi} = \pi c_{im\psi} b_{im\psi}$  меняется от нуля до максимального значения и затем обратно до нуля. Характерные значения полных линейных уносов с лобовой поверхности ЛА, при которых сказывается влияние изменения формы на аэродинамические характеристики, много больше поперечных размеров элементов армирования. С учетом этого при расчете эквивалентной шероховатости с погрешностью до отношения диаметра стержня к полной величине

уноса при  $\mu_{im\psi} \rightarrow \frac{\pi}{2}$  принимаются среднеинтегральные за период уноса стержня значения геометрических параметров элемента армирования  $\bar{c}_{im\psi}$ ,  $\bar{b}_{im\psi}$ ,  $\bar{S}_{im\psi} = \pi \bar{b}_{im\psi} \bar{c}_{im\psi}$ . Если при расчетах по формулам (2) значения  $\mu_{im\psi}$  таковы, что становится  $b_{im\psi} > \bar{b}_{im\psi}$ , то при расчетах геометрических параметров выступающей части элемента данного направления следует использовать среднеинтегральные значения  $\bar{c}_{im\psi}$  и  $\bar{b}_{im\psi}$ . Предельное значение  $\mu_{im\psi}^{\max}$  угла  $\mu_{im\psi}$ , до которого используется формула (2), равно

$$\mu_{im\psi}^{\max} = \arcsin \sqrt{1 - \frac{d^2}{4(\bar{b}_{im\psi})^2}}.$$

Площадь миделевого сечения элемента шероховатости плоскостью, перпендикулярной направлению омывающего элемент потока, в принятых выше обозначениях рассчитывается по формуле:

$$\begin{aligned} S_{im\psi}^a &= \frac{1}{2} \pi k d_{im\psi} = \\ &= \frac{\pi k b_{im\psi} c_{im\psi}}{2 \cdot \sqrt{c_{im\psi}^2 \sin^2 \zeta_{im\psi} + b_{im\psi}^2 \cos^2 \zeta_{im\psi}}} = \frac{\pi k d F_i}{4}, \quad (3) \\ F_i &= \frac{1}{\sqrt{a_{ix}^2 + a_{izy}^2}}, \end{aligned}$$

где  $d_{im\psi}$  — половина диаметра основания миделевого сечения элемента шероховатости.

По принятой геометрической модели элемента шероховатости, его площадь  $S_{im\psi}^l$ , "видимая" потоку, представляет собой четвертую часть поверхности эллипсоида с полуосями  $b_{im\psi}$ ,  $c_{im\psi}$ ,  $k$ . Формула для точного расчета площади поверхности эллипсоида содержит неполные интегралы первого и второго рода, и выражение для площади поверхности элемента шероховатости является доста-

точно громоздким. Учитывая приближенность геометрической модели элемента шероховатости, для площади поверхности эллипсоида  $S_3$  с полуосями  $a \geq b \geq c$  было принято среднее арифметическое значение площадей поверхностей  $S$  сфероидов с полуосями  $a \geq b$  и  $a \geq c$ , рассчитываемых по приближенной формуле вида  $S = 4a \left[ 2b + (\pi - 2) \frac{b^2}{a} \right]$  (для  $a \geq b$ , для  $a \geq c$  — аналогично),

$$S_3 = 2a \left[ 2(b + c) + (\pi - 2) \frac{b^2 + c^2}{a} \right]. \quad (4)$$

Для "видимой" потоку площади  $S_{im\psi}^l$  элемента шероховатости (четвертая часть поверхности эллипсоида, полуоси  $b_{im\psi}$ ,  $c_{im\psi}$ ,  $k$ ) из (4) следует

$$\begin{aligned} S_{im\psi}^l &= \frac{b_{im\psi}}{2} \left[ 2(c_{im\psi} + k) + (\pi - 2) \frac{c_{im\psi}^2 + k^2}{b_{im\psi}} \right] = \\ &= \frac{d^2}{4} \left( 1 + \frac{2k}{d} \right) \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \mu_{im\psi}}} + \frac{(\pi - 2)}{2} \frac{\left( 1 + \frac{4k^2}{d^2} \right)}{\left( 1 + \frac{2k}{d} \right)} \right]. \quad (5) \end{aligned}$$

Из (5) и (3) следует

$$\begin{aligned} \frac{S_{im\psi}^l}{S_{im\psi}^a} &= \frac{d \sqrt{a_{ix}^2 + a_{izy}^2}}{\pi k} \left( 1 + \frac{2k}{d} \right) \times \\ &\times \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \mu_{im\psi}}} + \frac{(\pi - 2)}{2} \frac{\left( 1 + \frac{4k^2}{d^2} \right)}{\left( 1 + \frac{2k}{d} \right)} \right]. \quad (6) \end{aligned}$$

Для эквивалентной шероховатости  $k_{\psi mi}$ , соответствующей  $i$ -му направлению армирования, из (6) и (1) получим

$$\left\{ \frac{k_{\psi mi}}{k} = A \left( \frac{D_{im\psi}}{k} \right)^B \left[ \frac{d}{\pi k} \left( 1 + \frac{2k}{d} \right) \right]^{\frac{4B}{3}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \mu_{im\psi}}} + \frac{(\pi - 2)}{2} \frac{\left( 1 + \frac{4k^2}{d^2} \right)}{\left( 1 + \frac{2k}{d} \right)} \sqrt{a_{ix}^2 + a_{izy}^2} \right\}^{\frac{4B}{3}} \right. \\ \left. D_{im\psi} = \frac{1}{\sqrt{n_{im\psi}}} \right. \quad (7)$$

Суммарную эквивалентную шероховатость рассчитываем по формуле

$$k_{\text{шм}\psi} = \frac{\sum_{i=1}^N k_{\text{шм}i} S_{\text{шм}\psi}}{\sum_{i=1}^N S_{\text{шм}\psi}}. \quad (8)$$

### Метод учета влияния отклонений элементов армирования материала относительно номинальных направлений на распределение эквивалентной обгарной шероховатости

Если угол выхода стержня  $i$ -го направления на обгарную поверхность в рассматриваемой точке отклонить на некоторую малую величину  $\Delta\beta_i$ , то на некоторые малые величины изменятся геометрические параметры элементов шероховатости. Плоскость максимального отклонения  $\gamma_i = \text{const}$  в общем случае не совпадает с плоскостью  $\psi = \text{const}$ , проходящей через расчетную точку, и отличия геометрических параметров элементов шероховатости в расчетной точке при отклонении структуры на некоторый угол  $\Delta\beta_i$  зависят от угла  $\gamma_i = \text{const}$  плоскости максимального отклонения.

Обозначим величины, реализующиеся при отклонениях, индексом  $\Delta\beta$  сверху (угол между направлением нормали к поверхности и единичным вектором направления армирования —  $\mu_{\text{шм}\psi}^{\Delta\beta}$ , площадь, "видимая" потоку, —  $S_{\text{шм}\psi}^{\Delta\beta}$ , и так далее). Единичные векторы направлений армирования при отклонении займут положение  $\vec{A}_i^{\Delta\beta}(a_{ix} + \Delta\alpha_{ix}, a_{iy} + \Delta\alpha_{iy}, a_{iz} + \Delta\alpha_{iz})$ , где  $\Delta\alpha_{ix}$ ,  $\Delta\alpha_{iy}$ ,  $\Delta\alpha_{iz}$  — малые величины (рис. 3). Плоскость  $\gamma_i = \text{const}$  проходит через ось  $OX$ , и единичный вектор нормали  $\vec{\gamma}_i$  к плоскости максимального отклонения имеет компоненты  $\vec{\gamma}_i(0, -\sin\gamma, \cos\gamma)$ . Углы  $\gamma_i$  между векторами  $\vec{\gamma}_i$  и  $\vec{A}_i$  при отсутствии отклонения и  $\gamma_i^{\Delta\beta}$  между векторами  $\vec{\gamma}_i$  и  $\vec{A}_i^{\Delta\beta}$  при отклонении равны между собой (поворот относительно оси с направляющим вектором  $\vec{\gamma}_i$ ).

Соответственно равны скалярные произведения  $(\vec{\gamma}_i, \vec{A}_i) = \cos\gamma_i = (\vec{\gamma}_i, \vec{A}_i^{\Delta\beta}) = \cos\gamma_i^{\Delta\beta}$ , откуда следует

$$\Delta\alpha_{iz} = \Delta\alpha_{iy} \operatorname{tg} \gamma_i. \quad (9)$$

Векторы  $\vec{A}_i$  и  $\vec{A}_i^{\Delta\beta}$  единичные, и их модули равны единице и между собой. Соответственно,

пренебрегая величиной второго порядка малости  $(\Delta\alpha_{ix})^2 + (\Delta\alpha_{iy})^2 + (\Delta\alpha_{iz})^2$ , получим

$$\Delta\alpha_{ix} \alpha_{ix} + \Delta\alpha_{iy} \alpha_{iy} + \Delta\alpha_{iz} \alpha_{iz} = 0. \quad (10)$$

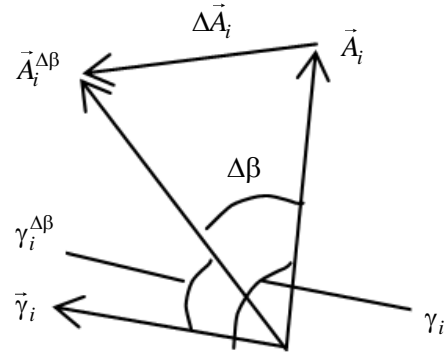


Рис. 3. Схема векторов при повороте элемента на угол  $\Delta\beta$  в плоскости  $\gamma = \text{const}$  ( $\vec{\gamma}_i$  — единичный вектор нормали к плоскости поворота)

Примем приближенно, что модуль вектора  $\Delta\vec{A}_i$  равен длине дуге при повороте модуля единичного вектора  $\vec{A}_i$  на угол  $\Delta\beta_i$ , то есть

$$|\vec{A}_i| \Delta\beta_i = \Delta\beta_i \approx \sqrt{(\Delta\alpha_{ix})^2 + (\Delta\alpha_{iy})^2 + (\Delta\alpha_{iz})^2}. \quad (11)$$

Из (9)—(11) следует

$$\begin{aligned} \Delta\alpha_{ix} &= -a_{iz\gamma} \cdot F_{i\gamma} \cdot \Delta\beta_i, \\ \Delta\alpha_{iy} &= a_{ix} \cos\gamma \cdot F_{i\gamma} \cdot \Delta\beta_i, \\ \Delta\alpha_{iz} &= a_{ix} \sin\gamma \cdot F_{i\gamma} \cdot \Delta\beta_i, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$F_{i\gamma} = \frac{1}{\sqrt{a_{ix}^2 + a_{iz\gamma}^2}}, \quad a_{iz\gamma} = \alpha_{iz} \sin\gamma_i + \alpha_{iy} \cos\gamma_i. \quad (13)$$

При отклонении элементов армирования длина  $l_{\text{шм}\psi}$  вдоль поверхности от начала развития пограничного слоя до расчетной точки на лобовой поверхности ЛА остается примерно такой же, и число выходов на поверхность элементов армирования на этой длине и в ближайшей окрестности расчетной точки при малом отклонении практически останется таким же, как и при отсутствии отклонения. Соответственно не изменится и размер  $D_{\text{шм}\psi}$ . Разлагая получающиеся с учетом этого и (12), (13) выражения, соответствующие отклонению, в ряд Тейлора по малой величине  $\Delta\beta_i$  и отбрасывая малые второго и большего порядков, получим

$$|\cos \mu_{im\psi}^{\Delta\beta}| = \sqrt{1 - \sin^2 \mu_{im\psi}^{\Delta\beta}} = \sqrt{1 - \sin^2 \mu_{im\psi}} (1 - F_{1i\gamma} F_{i\gamma} \Delta\beta_i), \quad (14)$$

где

$$F_{1i\gamma} = \frac{2\alpha_{ix} a_{izy\gamma} \cos 2\theta_{m\psi} + (a_{izy\gamma}^2 - a_{ix}^2 \cos(\gamma - \psi)) \sin 2\theta_{m\psi} + 2\alpha_{ix} (\alpha_{iz} \cos \psi - a_{iy} \sin \psi) \sin^2 \theta_{m\psi} \sin(\gamma - \psi)}{2(1 - \sin^2 \mu_{im\psi})};$$

$$S_{im\psi}^{\Delta\beta} = \pi c_{im\psi}^{\Delta\beta} b_{im\psi}^{\Delta\beta} = \pi \frac{d^2}{4\sqrt{1 - \sin^2 \mu_{im\psi}^{\Delta\beta}}} \approx S_{im\psi} (1 + F_{1i\gamma} F_{i\gamma} \Delta\beta_i); \quad (15)$$

$$S_{im\psi}^{a\Delta\beta} = \frac{\pi k d F_{i\gamma}^{\Delta\beta}}{4} = \frac{\pi k d}{4\sqrt{(a_{ix}^{\Delta\beta})^2 + (a_{izy}^{\Delta\beta})^2}} \approx \frac{\pi k d}{4\sqrt{a_{ix}^2 + a_{izy}^2}} \left\{ 1 - \frac{\alpha_{ix} [a_{izy} \cos(\gamma - \psi) - a_{izy\gamma}] F_{i\gamma} \cdot \beta_i}{a_{ix}^2 + a_{izy}^2} \right\}, \quad (16)$$

и, с использованием (14), (16),

$$\begin{aligned} \frac{k_{\psi mi}^{\Delta\beta}}{k} &= A \left( \frac{D_{im\psi}}{k} \right)^B \left( \frac{S_{im\psi}^{l\Delta\beta}}{S_{im\psi}^{a\Delta\beta}} \right)^{\frac{4B}{3}} = \\ &= A \left( \frac{D_{im\psi}}{k} \right)^B \left[ \frac{d}{\pi k} \left( 1 + \frac{2k}{d} \right) \right]^{\frac{4B}{3}} \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \mu_{im\psi}}} + \frac{(\pi - 2)}{2} \frac{\left( 1 + \frac{4k^2}{d^2} \right)}{\left( 1 + \frac{2k}{d} \right)} \sqrt{a_{ix}^2 + a_{izy}^2} \right]^{\frac{4B}{3}} \times \\ &\times \left\{ 1 + \frac{4B}{3} \left[ \frac{2 \left( 1 + \frac{2k}{d} \right) F_{1i\gamma} + (\pi - 2) \left( 1 + \frac{4k^2}{d^2} \right) \alpha_{ix} [a_{izy} \cos(\gamma - \psi) - a_{izy\gamma}] \sqrt{1 - \sin^2 \mu_{im\psi}}}{2 \left( 1 + \frac{2k}{d} \right) + (\pi - 2) \left( 1 + \frac{4k^2}{d^2} \right) \sqrt{a_{ix}^2 + a_{izy}^2} \sqrt{1 - \sin^2 \mu_{im\psi}}} \right] F_{i\gamma} \Delta\beta_i \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Из (17) с учетом (7) следует

$$\frac{k_{\psi mi}^{\Delta\beta}}{k_{\psi mi}} = 1 + \frac{4B}{3} \left[ \frac{2 \left( 1 + \frac{2k}{d} \right) F_{1i\gamma} + (\pi - 2) \left( 1 + \frac{4k^2}{d^2} \right) \alpha_{ix} [a_{izy} \cos(\gamma - \psi) - a_{izy\gamma}] \sqrt{1 - \sin^2 \mu_{im\psi}}}{2 \left( 1 + \frac{2k}{d} \right) + (\pi - 2) \left( 1 + \frac{4k^2}{d^2} \right) \sqrt{a_{ix}^2 + a_{izy}^2} \sqrt{1 - \sin^2 \mu_{im\psi}}} \right] F_{i\gamma} \Delta\beta_i. \quad (18)$$

С использованием (18) для расчета коэффициента  $\bar{k}_{\psi m\psi}^{\Delta\beta}$  изменения эквивалентной шероховатости и эквивалентной шероховатости  $k_{\psi m\psi}^{\Delta\beta}$  при отклонении элементов армирования применим формулу, аналогичную (8),

$$\bar{k}_{\psi m\psi}^{\Delta\beta} = \frac{k_{\psi m\psi}^{\Delta\beta}}{k_{\psi m\psi}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N S_{im\psi}^{\Delta\beta}} \sum_{i=1}^N \frac{k_{\psi mi}^{\Delta\beta}}{k_{\psi mi}} S_{im\psi}^{\Delta\beta}, \quad (19)$$

$$k_{\psi m\psi}^{\Delta\beta} = \bar{k}_{\psi m\psi}^{\Delta\beta} \cdot k_{\psi m\psi},$$

где  $S_{im\psi}^{\Delta\beta}$  рассчитываем по формуле (15).

Если для  $i$ -го направления при отсутствии отклонения  $\mu_{im\psi} \approx \frac{\pi}{2}$ , то при отклонении на малый угол  $\Delta\beta_i$  геометрические параметры выступающей части соответствующего элемента шероховатости вследствие конечной кривизны поверхности практически не изменятся, и в данном случае следует принимать

$$\frac{S_{im\psi}^{l\Delta\beta}}{S_{im\psi}^{a\Delta\beta}} = \frac{\bar{S}_{im\psi}^l}{\bar{S}_{im\psi}^a}; \quad S_{im\psi}^{\Delta\beta} = \bar{S}_{im\psi}; \quad \frac{k_{\psi mi}^{\Delta\beta}}{k} = \frac{k_{\psi mi}}{k}; \quad \frac{k_{\psi mi}^{\Delta\beta}}{k_{\psi mi}} = 1. \quad (20)$$

### Расчет распределения коэффициента изменения эквивалентной шероховатости материала при отклонении элементов армирования

С использованием формул (17)—(20) были проведены оценки изменения эквивалентной шероховатости при отклонении элементов армирования УУКМ с ориентацией направлений армирования, аналогичной ориентации УУКМ типа МКУ-4М-7, 4КМС-Л. В частности, материал 4КМС-Л собирают из углеродных стержней со средним диаметром  $d = 1,17$  мм. Одно из направлений стержней (присвоим ему номер 1) при номинальном теоретическом положении параллельно оси заготовки и, после изготовления детали, оси ЛА. В соответствии со схемой, направляющий вектор  $\vec{A}_1$  этого направления имеет компоненты  $\alpha_{1x} = 1, \alpha_{1y} = 0, \alpha_{1z} = 0$  (см. рис. 2). Три других направления при номинальном положении ориентированы перпендикулярно первому и направлены под углом  $120^\circ$  относительно друг друга. Выберем систему координат так, чтобы единичный вектор второго направления стержней был направлен вдоль оси ОУ. Соответственно направляющий вектор  $\vec{A}_2$  этого направления будет иметь компоненты  $\alpha_{2x} = 0, \alpha_{2y} = 1, \alpha_{2z} = 0$ . Выходы на поверхность третьего и четвертого направлений согласно схеме рис. 2, будут иметь направляющие векторы  $\vec{A}_3, \vec{A}_4$  с компонен-

тами  $\alpha_{3x} = 0, \alpha_{3y} = 0,5, \alpha_{3z} = \sqrt{3}/2$  и  $\alpha_{4x} = 0, \alpha_{4y} = 0,5, \alpha_{4z} = -\sqrt{3}/2$ . Расчеты были проведены для углов отклонения элементов армирования в диапазоне  $(-5^\circ \leq \Delta\beta_i \leq 5^\circ)$ . Следует отметить, что за счет механического отрыва частиц материала с поверхности, вскрытия пор, раковин, других дефектов при уносе массы на поверхности элементов крупномасштабной шероховатости и углеродной матрицы формируется вторичная мелкодисперсная шероховатость, влияние которой учитывается отдельно [7—10]. Вклад вторичной шероховатости в усиление теплообмена может составлять от 30 % до 50 %. При малых углах отклонений размеры и характер распределения вторичной шероховатости сохраняются. Расчеты влияния отклонения элементов армирования относительно продольной оси на теплообмен и унос массы проводились с учетом этого фактора. Максимальные значения коэффициентов изменения эквивалентной шероховатости реализуются для случаев, когда плоскости отклонений элементов армирования и плоскость направления потока совпадают, т. е. при  $\gamma_i = \gamma = \psi$ , а также когда углы отклонения  $\Delta\beta_i$  равны некоторому одному максимальному значению  $\Delta\beta$ . Результаты расчетов для этих случаев приведены на рис. 4—7. При несовпадении углов  $\gamma_i$  плоскостей отклонения элементов между собой и с углом  $\psi$  величины асимметрии распределения шероховатости будут меньше.

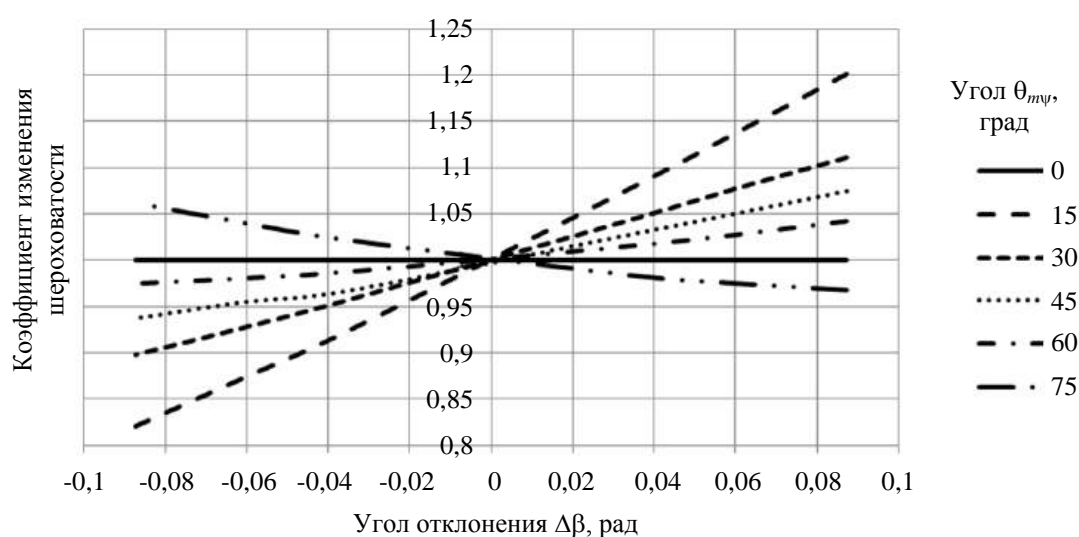


Рис. 4. Зависимость коэффициента изменения эквивалентной шероховатости от угла отклонения элементов армирования  $\Delta\beta$  при отклонении в плоскостях  $\psi = 0^\circ + j60^\circ, j = 0, 1, \dots, 5$  при различных значениях угла  $\theta_{\psi}$  наклона нормали к продольной оси ОХ



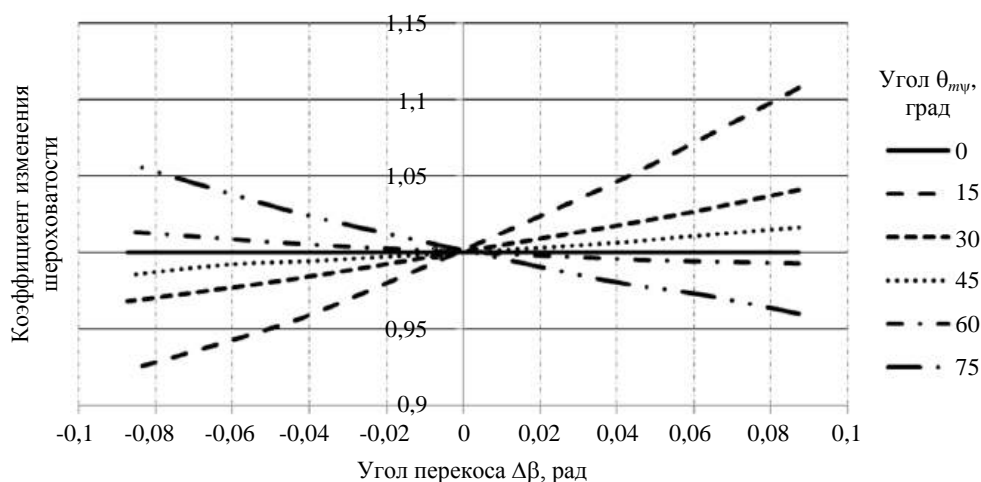


Рис. 5. Зависимость коэффициента изменения эквивалентной шероховатости от угла отклонения элементов армирования  $\Delta\beta$  при отклонении в плоскостях  $\psi = 30^\circ + j60^\circ, j = 0, 1, \dots, 5$  при различных значениях угла  $\theta_{m\psi}$  наклона нормали к продольной оси  $OX$

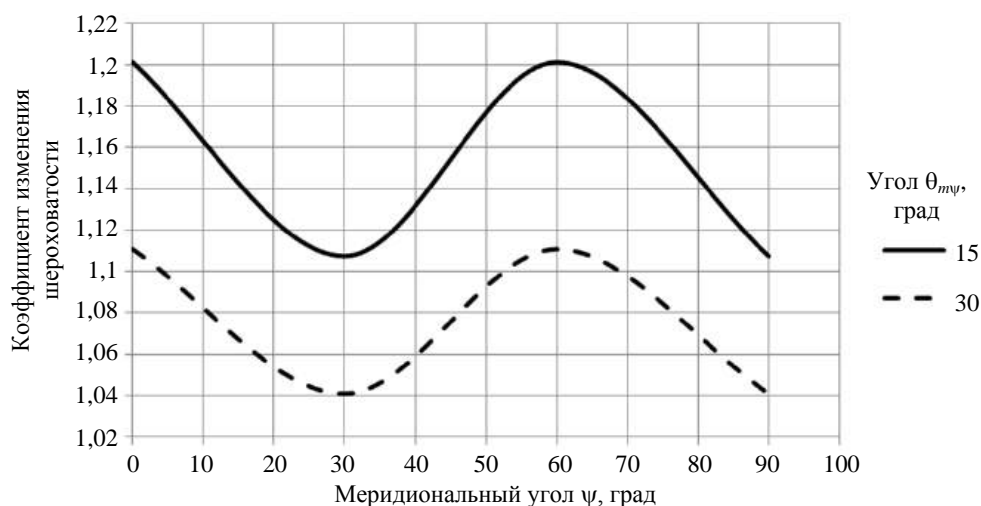


Рис. 6. Зависимость коэффициента изменения эквивалентной шероховатости от меридионального угла  $\psi$  плоскости отклонения элементов армирования при углах  $\theta_{m\psi}$  наклона нормали к продольной оси  $OX$   $\theta_{m\psi} = 15^\circ, \theta_{m\psi} = 30^\circ$  в случае угла отклонения элементов армирования  $\Delta\beta = 5^\circ$  (при значениях  $\theta_{m\psi} = 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  также имеется периодичность)

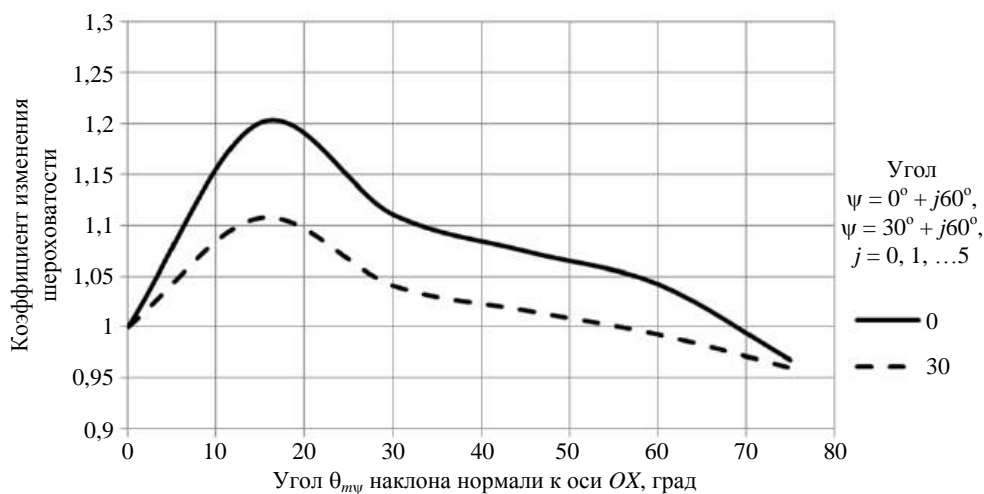


Рис. 7. Зависимость коэффициента изменения эквивалентной шероховатости от угла  $\theta_{m\psi}$  наклона нормали к продольной оси  $OX$  при отклонении элементов армирования в плоскостях  $\psi = 0^\circ + j60^\circ, \psi = 30^\circ + j60^\circ, j = 0, 1, \dots, 5$  в случае угла отклонения  $\Delta\beta = 5^\circ$

Из результатов расчетов видно (см. рис. 6), что зависимость коэффициента  $\bar{k}_{шт\psi}^{\Delta\beta}$  изменения эквивалентной шероховатости от угла отклонения элементов армирования  $\Delta\beta$  имеет периодичность по меридиональному углу (период  $60^\circ$ ), что обусловлено периодичностью проявления геометрии структуры на обгарных поверхностях (см. рис. 1, в, з).

Из рис. 7 видно, что в период формирования стационарных обгарных форм [13] (преимущественный угол  $\theta_{шт} = 25^\circ\text{—}35^\circ$ ) коэффициент  $\bar{k}_{шт\psi}^{\Delta\beta}$  при угле отклонения элементов армирования  $\Delta\beta = 5^\circ$  имеет значения  $\bar{k}_{шт\psi}^{\Delta\beta} = 1,075\text{—}1,150$ . Соответственно этому в области положительных значений  $\Delta\beta$  будут возрастать скорости уноса, а поскольку на противоположной стороне (зона отрицательных значений  $\Delta\beta$ ) коэффициент  $\bar{k}_{шт\psi}^{\Delta\beta}$  меньше единицы (см. рис. 4, 5), то, наряду с увеличением уноса, возникает асимметрия форм.

### Заключение

Разработаны уточненная геометрическая модель физической шероховатости, формируемой элементами армирования тепловой защиты летательных аппаратов из УУКМ при обгаре на траектории, и метод учета влияния малых отклонений армирующих элементов от номинальных положений на распределение эквивалентной песочно-зернистой шероховатости.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Из морских глубин — в глубины космоса / под общ. ред. Дегтяря В. Г. — Миасс: ОАО "ГРЦ Макеева", 2011. — 184 с.
2. Еремин В. В., Липницкий Ю. М., Теленин Г. Ф. Закон подобия при гиперзвуковом обтекании тел с несимметричным притуплением: в кн. Проблемы механики и теплообмена в космической технике: сб. статей / под ред. Белоцерковского О. М. — М.: Машиностроение, 1982. — 272 с.
3. Degtyar V. G., Kalaschnikov S. T., Mokin Yu. A. On problem of analyzing aerodynamic properties of blunted rotary bodies

with small random surface distortions under supersonic and hypersonic flows // Proceedings of the XXV Conference on High-Energy Processes in Condensed Matter (HEPCM 2017), AIP Conf. Proc. 1893, 020004-1—020004-6. <https://doi.org/10.1063/1.5007442>.

4. Пахомов Ф. М., Булыгин М. Г., Гольдин В. Д., Мокин Ю. А. Аэродинамика длинных тонких конусов с асимметричной формой затупления // Вестник Томского государственного университета, Математика и механика. 2009. № 4(9). С. 85—92.

5. Мокин Ю. А., Калашников С. Т., Швалева Р. К. Оценка дисперсии коэффициентов возмущающих аэродинамических моментов тангажа и рыскания тела вращения с малыми случайными искажениями поверхности композитного теплозащитного покрытия при сверхзвуковом обтекании // Конструкции из композиционных материалов. 2021. № 3. С. 7—13.

6. Мокин Ю. А., Калашников С. Т., Швалева Р. К. Моделирование малых случайных деформаций композитного материала сфероконического притупления и оценка их влияния на аэродинамику спускаемых летательных аппаратов // Конструкции из композиционных материалов. 2022. № 3. С. 3—9.

7. Костин Г. Ф., Булыгин М. Г., Дементьев О. Н. и др. Влияние структурных неоднородностей углерод-углеродных композиционных материалов тепловой защиты гиперзвуковых летательных аппаратов на разбросы обгарных форм // Конструкции из композиционных материалов. 2004. № 3. С. 3—15.

8. Дегтярь В. Г., Костин Г. Ф., Савельев В. Н. и др. Влияние структуры углерод-углеродных композиционных материалов на обгарные формы и аэродинамические характеристики гиперзвуковых летательных аппаратов // Конструкции из композиционных материалов. 2014. № 4. С. 15—26.

9. Дегтярь В. Г., Савельев В. Н., Калашников С. Т. и др. Оценка параметров шероховатости материала МКУ-4М-7 для наконечников летательных аппаратов на основе электронно-микроскопических исследований // Конструкции из композиционных материалов. 2016. № 4. С. 35—43.

10. Дегтярь В. Г., Калашников С. Т., Костин Г. Ф. и др. Методология экспериментальных и расчетных работ по определению параметров песочно-зернистой шероховатости обгарных поверхностей // Конструкции из композиционных материалов. 2018. № 3. С. 29—39.

11. Дегтярь В. Г., Виноградов С. М., Калашников С. Т. и др. Анализ томографических исследований распределений плотности по объему заготовок материала 4КМС-Л // Конструкции из композиционных материалов. 2019. № 3. С. 47—55.

12. Dirling R. A method for computing Roughwall Heat Transfer Rates on Reentry Nosedtips // AIAA Paper. 1973. P. 73—76.

13. Воронкин В. Г., Никулин А. Н., Лунев В. В. О стационарной форме тел при их разрушении за счет аэродинамического нагрева. — М.: Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 2. С. 138—146.

## **The influence of deviations of reinforcing elements of thermal protecting C-C composites from nominal reinforcing directions upon the distribution of roughness**

<sup>1</sup> G. F. KOSTIN, <sup>1</sup> S. T. KALASHNIKOV, <sup>1</sup> Yu. A. MOKIN,

<sup>2</sup> A. V. PRIDANNIKOV, <sup>1</sup> V. I. KHLIVBOV, <sup>1,2</sup> R. K. SHVALEVA

<sup>1</sup> South Ural Federal Scientific Centre of Minerology and Eco-Geology of the Ural Division of RAS,  
Miass, Chelyabinsk Region, Russia

<sup>2</sup> Joint Stock Company "Academician V. P. Makeyev State Rocket Centre",  
Miass, Chelyabinsk Region, Russia

*Parameters of the structure of reinforcing elements of thermal protecting C-C composites ablated along the FV flight trajectories are manifested on the surface as large-scale and finely divided roughness. The large-scale roughness is formed by outcropping of reinforcing elements of thermal protecting C-C composites. When thermal protecting C-C composite frames are assembled, impregnated with coal tar under pressure and carbonized at high temperatures in subsequent phases, their reinforcing elements can slightly bend and deviate from nominal reinforcing directions. This causes fluctuations in the distribution of roughness over the surface of elements of thermal protecting C-C composites from the theoretically nominal. Presents a method of accounting for the influence of slight deviations of reinforcing elements from nominal reinforcing directions upon the distribution of equivalent sandy-grained roughness.*

**Keywords:** flight vehicles, C-C composites, surface roughness, ablation of materials, ablated shapes.

УДК 620.171.3  
DOI: 10.52190/2073-2562\_2023\_3\_43  
EDN: KOUJTD

## Исследование влияния технологических параметров на прочность клеевого соединения

Е. Ю. КУПРИКОВА; Н. В. СТЕПАНОВ, канд. техн. наук  
АО «ОНПП «Технология» им. А. Г. Ромашина», г. Обнинск, Калужская обл., Россия

*Представлены конструктивно-технологические решения и исследования по их влиянию на прочность клеевого соединения между поверхностями, склеивание которых производится без приложения давления на клеевой слой. На основании экспериментальных исследований определены зависимости прочностных показателей от способа нанесения клея и наличия в нем наполнителя.*

**Ключевые слова:** трехслойная конструкция, опорный узел, прочность клеевого соединения, наполнитель, способ нанесения клея.

Несмотря на развитие и активное внедрение в производство концепции создания изделий из ПКМ интегрального типа [1], при которой количество соединительных элементов стараются исключить или свести к минимуму, трехслойные сотовые конструкции, благодаря своим уникальным свойствам, продолжают занимать лидирующие позиции в агрегатах авиационной и космической техники.

Например, в интерьерах современных пассажирских самолетов около 80 % составляют трехслойные панели [2], при монтаже которых используют элементы соединения.

Зачастую при фиксации сотовых конструкций между собой и к элементам каркаса используют усиливающие элементы [3], формирующие узлы соединения для передачи нагрузки.

В данной работе рассмотрим узлы соединения (опорные узлы), представляющие собой закладные металлические элементы, вклеенные в сквозные отверстия трехслойной конструкции (рис. 1). При этом несущие слои в трехслойной конструкции выполнены из полимерных композиционных материалов (ПКМ), а между ними установлена сотовая структура, упрочненная полимерным наполнителем.

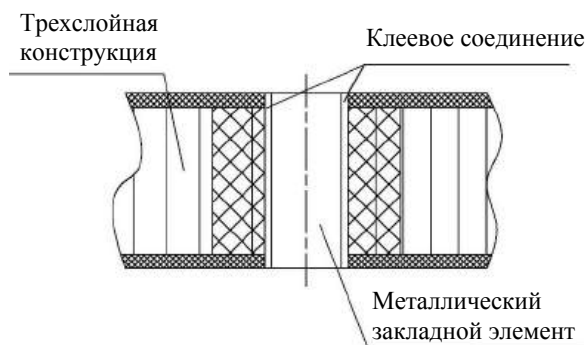


Рис. 1. Схема опорного узла

Акцент в работе сделан на экспериментальные исследования прочностных характеристик клеевого соединения закладного элемента с трехслойной панелью, поскольку в отличие от классического клеевого соединения в данном соединении невозможно приложить давление между соединяемыми поверхностями.

### Исследование влияния технологических параметров на конструктивные особенности клеевого соединения

При выполнении классического клеевого соединения с приложением давления между склеиваемыми поверхностями важно соблюсти оптимальную величину давления, которая обеспечит оптимальную толщину клеевого слоя 0,1—0,2 мм [4]. Исследования, проведенные в работе [5], также показала, что при формировании опорного узла уменьшение величины зазора между закладным элементом и панелью, повышает прочность клеевого соединения (рис. 2).

Куприкова Елена Юрьевна, ведущий инженер-технолог.  
E-mail: eukuprikova@mail.ru  
Степанов Николай Викторович, начальник лаборатории.  
E-mail: stepnv@obninsk.ru

Статья поступила в редакцию 16 мая 2023 г.

© Куприкова Е. Ю., Степанов Н. В., 2023

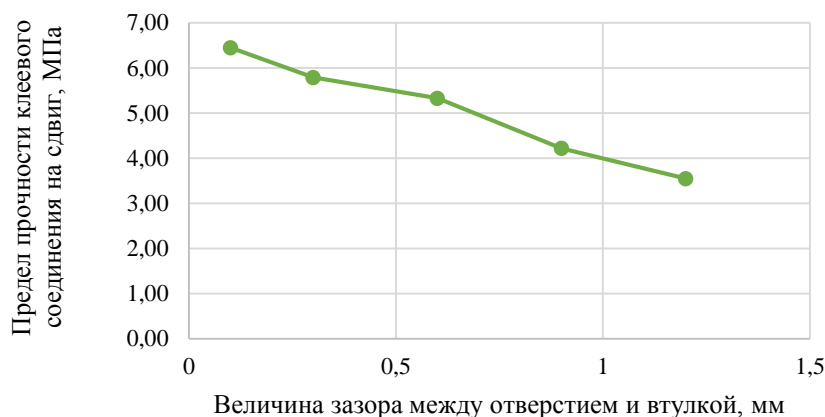


Рис. 2. Зависимость предела прочности клеевого соединения от величины зазора

Следует отметить, что повышение требований к точности закладного элемента и отверстия в трехслойной конструкции снижают технологичность изготовления панели. Наиболее приемлемым в данной ситуации выглядит зазор 0,3 мм [5]. Однако при этом снижение прочности достигает 10 % и более.

Для уменьшения влияния величины зазора был предложен ряд технологических решений.

В данной работе представлены исследования по использованию наполнителя в клеевой композиции, а также введение нескольких стадий при нанесении клея на склеиваемые поверхности. Оценку влияния проводили экспериментальным путем, так как расчетными способами сделать подобную оценку не представляется возможным [6].

В ходе исследований использовали трехслойную конструкцию с обшивками из углепластика и сотовым наполнителем из алюминиевой фольги, соединение между обшивками и наполнителем было выполнено с помощью пленочного клея горячего отверждения, а зона усиления сотового наполнителя вокруг втулки сформирована в процессе сборки—склейки панели внедрением в сотовую структуру полимерного наполнителя со стеклянными микросферами в качестве наполнителя. Втулка была изготовлена из алюминиевого сплава, в качестве клеевой композиции применялся многокомпонентный клей ВК-9.

#### Анализ влияния наполнителя на прочность клеевого соединения

В основной состав клея ВК-9 входит два вида смол: эпоксидная и полиамидная, модифицированные кремнийорганическими соединениями [7, 8]. Клей по нормативной документации можно использовать как с наполнителем [8, 9], так и без него. Управляя количеством и видом наполнителя, можно влиять на свойства клеевого соединения.

В зависимости от вида наполнителя можно улучшить механические свойства клеевого соединения, придать материалу электропроводность, выровнять коэффициент термического расширения, уменьшить усадку и др. За счет регулирования количества наполнителя можно придать определённую вязкость клею, изменить плотность и текучесть. На рис. 3 приведены сравнительные диаграммы прочности клеевого соединения, с наполнителем и без наполнителя. В качестве наполнителя использовали асбест, переработанный для клеев, его количество составляло 5 % от общей массы клеевой композиции.

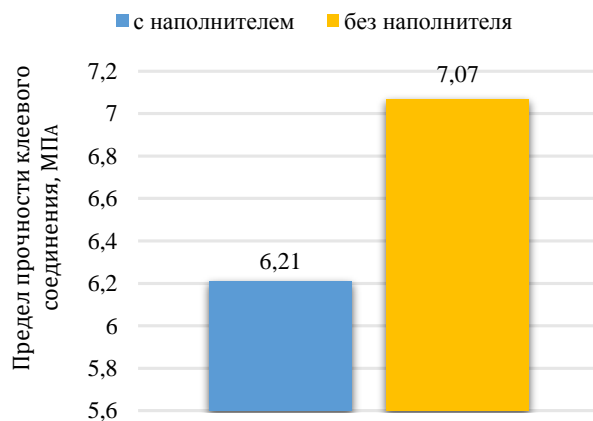


Рис. 3. Зависимость прочности клеевого соединения от состава клеевой композиции

По результатам исследований наблюдается незначительное снижение, не более 12 %, прочности клеевого соединения с применением наполнителя.

#### Анализ влияния способов нанесения клея на прочность клеевого соединения

Исходя из приемлемого с точки зрения технологичности зазора между поверхностью отверстия и



закладного элемента, обеспечивающую точность установки элемента и отсутствие проблем при внедрении его в сотовую конструкцию, был рассмотрен способ двухстадийного нанесения клея на склеиваемые поверхности с выдержкой по первому слою в течении половины срока живучести клеевой композиции (живучесть клея ВК-9 — 2,5 ч [8]). В течении периода выдержки вязкость первого клеевого слоя повышается, появляется возможность дополнительного контроля качества нанесения на закладной элемент, а также снижается вероятность неравномерного распределения клея по поверхности в процессе внедрения закладного элемента в отверстие.

Для исследования прочности соединения с предварительной выдержкой клеевые композиции с наполнителем и без наполнителя были нанесены на поверхность закладного элемента и выдержаны в течении  $(1,5 \pm 0,2)$  ч. Предварительная выдержка позволила клеевому слою лучше закрепиться на склеиваемой поверхности закладного элемента, предотвратив стекание при установке в трехслойную конструкцию. На рис. 4 приведены сравнительные диаграммы прочности клеевого соединения с использованием наполнителя и без него.

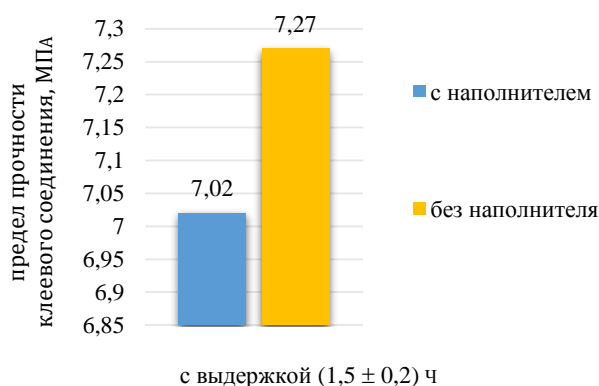


Рис. 4. Зависимость прочности клеевого соединения с использованием предварительной выдержки

Анализ результатов показал, что за счет нанесения предварительной клеевой прослойки можно на 3—13 % увеличить прочность клеевого соединения.

Помимо увеличения прочности клеевого соединения при использовании предварительной выдержки, было отмечено повышение стабильности показателей предела прочности. В таблице представлены результаты испытаний клеевого соединения с использованием ВК-9 без наполнителя по двум технологическим вариантам.

#### Результаты испытаний

Порядковый номер образца	Предел прочности клеевого соединения при сдвиге, МПа	
	без выдержки	с выдержкой $(1,5 \pm 0,2)$ ч
1	6,46	7,03
2	7,05	8,69
3	7,20	6,93
4	5,86	6,36
5	8,76	7,37
Коэффициент вариации	12 %	2 %

#### Заключение

Проведенные исследования прочности клеевого соединения (с применением клея ВК-9) показали, что при вклеивании втулки из алюминиевого сплава в трехслойную панель, усиленную в зоне вклейки полимерным наполнителем с зазором между склеиваемыми поверхностями не более 0,3 мм использование наполнителей нецелесообразно.

В целях повышения технологичности склеивания предпочтительно введение двухстадийного нанесения клея с использованием предварительной выдержки, которая позволяет проводить промежуточный контроль сплошности клеевого слоя на поверхности втулки и снижает вероятность стекания клея в процессе его отверждения.

В ходе исследования прочности клеевого соединения с использованием предварительной выдержки  $(1,5 \pm 0,2)$  ч помимо увеличения предела прочности клеевого соединения на сдвиг выявлено повышение стабильности результатов (коэффициент вариации до 2 %), что, в свою очередь, доказывает целесообразность применения двухстадийного способа нанесения клеевого слоя при формировании опорных узлов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Биткин В. Е. и др. Апробирование технологического комплекса изготовления силовых и высокоточных размеростабильных элементов конструкций интегрального типа из волокнистых композиционных материалов // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2014. Т. 16. № 1—5. С. 1320—1327.
2. Вешкин Е. А. и др. Технология ускоренного формования трёхслойных сотовых панелей интерьера самолёта // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2013. Т. 15. № 4(4). С. 799—805.
3. Тестоедов Н. А., Наговицин В. Н., Пермьяков М. Ю. Применение трёхслойных сотовых конструкций в космических аппаратах // Вестник СибГАУ. 2016. Т. 17. № 1. С. 200—211.

4. Колганов И. М., Дубровский П. В., Архипов А. Н. Технологичность авиационных конструкций, пути повышения: учеб. пособие. — Ульяновск: Ульяновский государственный технический университет, 2003. — 146 с.

5. Куприкова Е. Ю., Разина Г. М., Степанов Н. В. Исследование влияния зазора между склеиваемыми поверхностями на прочность клеевого соединения в трехслойных конструкциях // Конструкции из композиционных материалов. 2022. № 3. С. 15—17.

6. Царахов Ю. С. Конструирование соединений элементов ЛА из композиционных материалов: учеб. пособие. — М.: Московский физико-технический институт, 1980. — 79 с.

7. Клей ВК-9: технические характеристики, инструкция по применению [Электронный ресурс]. Режим доступа:

URL: <https://thekley.ru/kley-vk-9/?ysclid=lgmny2mu24615871090> (дата обращения: 10.04.2023).

8. ОСТ 92-0949-2013. Клеи. Типовые технологические процессы склеивания материалов: утвержден и введен ЦКБС ФГУП ЦНИИмаш от 17.07.2013 г. № 20237: дата введения 2014-01-01/ разработан ОАО "Композит". — М.: Стандартинформ, 2013. — 138 с.

9. Исаев А. Ю., Рубцова Е. В., Котова Е. В., Сутягин М. Н. Исследование свойств клеев и клеевых связующих, изготовленных с использованием современной отечественной компонентной базы // Труды ВИАМ. 2021. № 3(97). URL: <http://www.viam-works.ru> (дата обращения: 19.04.2023). DOI: 10.18577/2307-6046-2021-0-3-58-67

## The research of influence of technological parameters on shear strength

E. Yu. KUPRIKOVA, N. V. STEPANOV

JSE "Technologiya" named after A. G. Romashin, Obninsk, Kaluga Region, Russia

*Constructive technology solutions and researches on their influence of shear strength offered in the article. Pasting surfaces have made without applying of pressure. The dependences of shear strength on the method of applying glue and filler used in glue defined based on experimental studies.*

**Keywords:** three layer honeycomb structure, support unit, shear strength, filler, glue application method.

УДК 538.9

DOI: 10.52190/2073-2562\_2023\_3\_47

EDN: LUPQZN

## Термодинамическая предыстория и структурные параметры твёрдых растворов системы $\text{BaTiO}_3$ , $\text{BaZrO}_3$ , $\text{AgNbO}_3$

Д. В. ВОЛКОВ

Институт высоких технологий и пьезотехники Южного федерального университета, г. Ростов-на-Дону, Россия

А. В. НАЗАРЕНКО, канд. физ.-мат. наук

Южный научный центр Российской академии наук, г. Ростов-на-Дону, Россия

К. Г. МОСКАЛЁВ, А. С. КОРОЛЬКОВА

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Россия

Л. А. ШИЛКИНА, канд. физ.-мат. наук; И. А. ВЕРБЕНКО, д-р физ.-мат. наук

Научно-исследовательский институт физики Южного федерального университета, г. Ростов-на-Дону, Россия

*Исследованы процессы фазообразования твёрдых растворов  $(1-x)\text{BaTi}_{0,85}\text{Zr}_{0,15}\text{O}_3-x\text{AgNbO}_3$ , где  $x = 0,03; 0,06; 0,09$ . Определены оптимальные температуры синтеза и спекания. Представлены результаты рентгеноструктурного и микроструктурного анализа. Установлены корреляции между катионным составом и структурными характеристиками исследуемых твёрдых растворов.*

**Ключевые слова:** титанат бария, микроструктура, сегнетоэлектрики, керамика, накопители энергии.

Всё большее число научно-исследовательских работ посвящено изучению сред, в которых одновременно сосуществуют несколько упорядоченных зарядовых подсистем: сегнетоэлектрических или антисегнетоэлектрических [1–4]. Системы твёрдых растворов (ТР) на основе таких соединений исследуют в поисках морфотропных областей, в которых достигаются высокие значения диэлектрической проницаемости и пьезоэлектрических параметров. Получение таких сред зачастую осложнено большой разницей в температурах спекания исходных компонентов, а также проблемой химического разложения ТР как на границах разных фаз,

так и по всему объёму материала. Решение этих проблем, позволило бы создать перспективную основу для надёжных и высокоэффективных накопителей энергии, которые за счёт большой энергоёмкости, высокого коэффициента полезного действия и широкого диапазона рабочих температур составили бы конкуренцию существующим керамическим конденсаторам [5, 6].

Перспективной основой для создания таких материалов являются бессвинцовые ТР  $\text{BaTi}_{1-x}\text{Zr}_x\text{O}_3$ , которые обладают большим разнообразием фаз, обеспечивающих более высокую диэлектрическую проницаемость, чем  $\text{BaTiO}_3$ . Однако получение высококачественной керамики на их основе по обычной керамической технологии затруднено из-за относительно низкой реакционной способности компонентов при синтезе и спекании [7]. Для преодоления этих трудностей, с одной стороны, использовали механоактивацию, с другой — модифицирование  $\text{AgNbO}_3$ . Ниобат серебра является хорошо изученным антисегнетоэлектриком, способен накапливать вдвое больший электрический заряд, чем  $\text{BaTiO}_3$  [8], демонстрирует высокое напряжение пробоя до 200 кВ/см [9, 10] и характерную двойную петлю P-E, что является важным для накопления энергии. Кроме того, гетеровалентные замещения, в особенности высоко-зарядными заместителями ( $\text{Nb}^{5+}$ ), способствуют повышению скорости диффузии, снижению температуры и повышению эффективности спекания [11].

**Волков Дмитрий Вячеславович**, научный сотрудник.

E-mail: dvvolkov@sfedu.ru

**Назаренко Александр Владимирович**, старший научный сотрудник.

E-mail: nazarav@ssc-ras.ru

**Москалёв Кирилл Геннадьевич**, студент Физического факультета.

E-mail: kmoskalev@sfedu.ru

**Королькова Анастасия Сергеевна**, студентка Физического факультета.

E-mail: akorolko@sfedu.ru

**Шилкина Лидия Александровна**, научный сотрудник.

E-mail: lashilkina@sfedu.ru

**Вербенко Илья Александрович**, директор.

E-mail: iaverbenko@sfedu.ru

Статья поступила в редакцию 18 апреля 2023 г.

© Волков Е. Д., Назаренко А. В., Москалёв К. Г., Королькова А. С., Шилкина Л. А., Вербенко И. А., 2023

Цель данного исследования — установление влияния катионного состава и термодинамической предыстории на получение, структуру и микроструктуру ТР  $(1-x)\text{BaTi}_{0,85}\text{Zr}_{0,15}\text{O}_3-x\text{AgNbO}_3$  где  $x = 0,03; 0,06; 0,09$ .

### Объекты и методы исследования

#### $\text{BaTi}_{0,85}\text{Zr}_{0,15}\text{O}_3$

$\text{BaTi}_{0,85}\text{Zr}_{0,15}\text{O}_3$  был получен методом двухстадийного твердофазного синтеза, при  $T_1 = 1593$  К,  $t = 4$  ч и  $T_2 = 1723$  К,  $t = 6$  ч. Перед спеканием выполняли процедуру механоактивации на протяжении 20 мин (1800 об/мин). Последующее спекание проводили при  $T_{\text{сп}} = 1733$  К,  $t = 2$  ч [12].

#### Система ТР $(1-x)\text{BaTi}_{0,85}\text{Zr}_{0,15}\text{O}_3+x\text{AgNbO}_3$

Керамики были получены методом двухстадийного твердофазного синтеза с использованием прекурсоров при  $T_1 = 1593$  К,  $t = 4$  ч и  $T_2 = 1623$  К,  $t = 6$  ч. Прекурсоры  $\text{BaTi}_{0,85}\text{Zr}_{0,15}\text{O}_3$  и  $\text{AgNbO}_3$  получали при  $T_1 = 1593$  К,  $t = 4$  ч,  $T_2 = 1723$  К,  $t = 6$  ч и  $T_1 = 1173$  К,  $t = 4$  ч, соответственно. Перед спеканием выполняли процедуру механоактивации на протяжении 20 мин (1800 об/мин). Последующее спекание проводили при  $T_{\text{сп}} = 1643$  К,  $t = 2$  ч.

#### Исходное сырьё: $\text{BaCO}_3$ (ОСЧ), $\text{ZrO}_2$ (Ч), $\text{TiO}_2$ (Ч), $\text{Ag}_2\text{CO}_3$ (Ч), $\text{Nb}_2\text{O}_5$ (Ч)

Рентгенографические исследования проводили на дифрактометре ДРОН-3,  $\text{CoK}\alpha$ -излучение (схема фокусировки по Брэггу-Брентано). Исследовали измельчённую керамику, что позволяло исключить влияние возникающих в процессе её изготовления поверхностных эффектов, напряжений и текстур. Параметры элементарной ячейки рассчитывали по дифракционным отражениям 111 и  $11\bar{1}$ , наиболее чувствительным к изменению углового параметра элементарной ячейки в исследуемом интервале дифракционных углов  $2\theta = 20\text{—}60^\circ$ . При больших углах  $2\theta$  усиливается диффузное рассеяние, особенно

вблизи дифракционных пиков, что при малых искажениях кубической ячейки не позволяет выполнить расчёт параметров с большей точностью. Аппроксимация рентгеновских пиков проводилась функцией Лоренца. Погрешности измерений структурных параметров имеют следующие величины: линейных,  $\Delta a = \Delta c = \pm(0,002\text{—}0,004)$  Å, углового,  $\Delta\alpha = \pm 0,05^\circ$ , объёма  $\Delta V = \pm(0,07\text{—}0,10)$  Å<sup>3</sup>. На каждой стадии технологического процесса проводили поэтапную оптимизацию условий образования ТР.

Определение плотности образцов осуществляли методом гидростатического взвешивания в *n*-октане.

Исследование микроструктуры проведено с использованием оборудования Центра коллективного пользования ЮНЦ РАН. Фотографии микроструктуры получены с помощью сканирующего электронного микроскопа Carl Zeiss EVO 40 (Германия). Исследование проводили на поперечных сколах керамики без проводящего слоя. Съёмка осуществлена в режиме высокого ускоряющего напряжения 20 кВ.

### Результаты и обсуждение

Рентгенофазовый анализ показал, что, все ТР кристаллизовались в структуре перовскита (рис. 1), следы примесного соединения  $\text{Ba}_2\text{Ti}_5\text{O}_{12}$  (4 %) (PDF set 17, card 661 [13]) видны только в образцах с содержанием  $\text{AgNbO}_3$  6 и 9 мол. %.

Симметрия исходного (немодифицированного) ТР вследствие малого искажения перовскитной ячейки и неоднозначного расщепления дифракционных пиков обозначена как псевдокубическая с параметром ячейки  $a = 4,044$  Å. Сателлиты дифракционного отражения 220 (на рис. 1 обозначены стрелками) указывают на ближний порядок и модуляцию в направлении  $\langle 110 \rangle$ . Введение всего 3 мол. %  $\text{AgNbO}_3$  приводит к разложению ТР на серию ТР с близкими параметрами ячейки (см. рис. 1). При 9 мол. %  $\text{AgNbO}_3$  выделяются два неоднородных ТР с параметрами ячейки  $a_1 = 4,04$  Å,  $a_2 = 4,06$  Å, причём объем последней фракции больше.

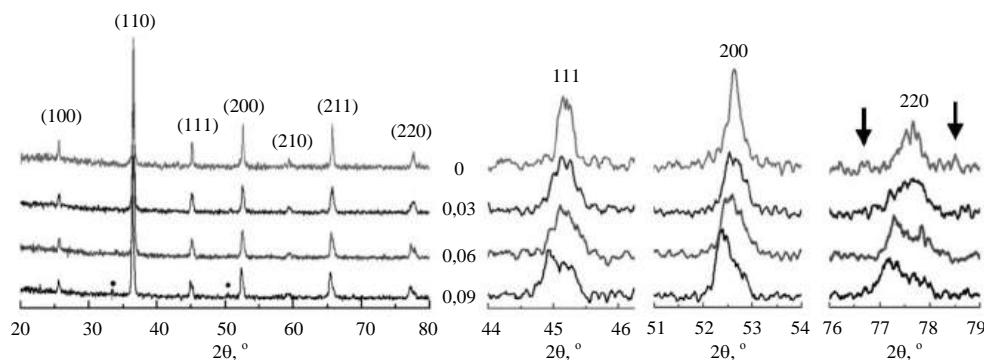


Рис. 1. Рентгенограммы опытной партии ТР  $(1-x)\text{BaTi}_{0,85}\text{Zr}_{0,15}\text{O}_3-x\text{AgNbO}_3$ : в интервале  $2\theta = 20\text{—}80^\circ$  и дифракционные пики 111, 200, 220 в увеличенном масштабе. Точкой отмечены линии соединения  $\text{Ba}_2\text{Ti}_5\text{O}_{12}$

На рис. 2 приведены зависимости параметра ячейки, полуширины дифракционного пика 200 и плотности керамики ТР  $(1-x)$   $\text{BaTi}_{0,85}\text{Zr}_{0,15}\text{O}_3-x\text{AgNbO}_3$  от концентрации  $\text{AgNbO}_3$ .

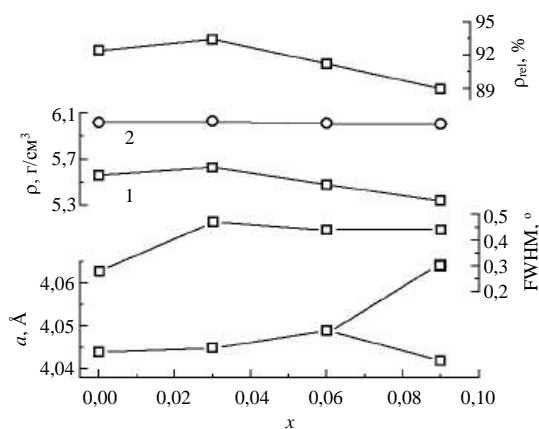


Рис. 2. Параметр ячейки,  $a$ , полуширина (FWHM) дифракционного пика 200, экспериментальная (1), рентгеновская (2) и относительная плотности керамики ТР  $(1-x)$   $\text{BaTi}_{0,85}\text{Zr}_{0,15}\text{O}_3-x\text{AgNbO}_3$

Небольшое увеличение параметра ячейки не может быть следствием замещения  $\text{Ag} \rightarrow \text{Ba}$ , так как ионный радиус  $\text{Ag}^{1+}$  значительно меньше ионного радиуса  $\text{Ba}^{2+}$  (1,13 Å и 1,38 Å для координационного числа 6 [14]), соответственно. Согласно эмпирическим правилам изоморфизма, разность ионных радиусов взаимозамещающихся ионов не должна превышать 15 % от меньшей величины, в данном случае она составляет 22 %.

Препятствует образованию ТР замещения и разность электроотрицательностей (ЭО) этих ионов [16]: ЭО Ba = 0,89; ЭО Ag = 1,93;  $\Delta\text{ЭО} = 1,04$  при допустимой величине 0,4. При общей неоднородности ТР с 3 мол. %  $\text{AgNbO}_3$  плотность керамики повысилась.

Результаты исследования микроструктуры показали, что ландшафт всех ТР мелкозернистый, присутствуют поры (фрагменты сколов представлены на рис. 3).

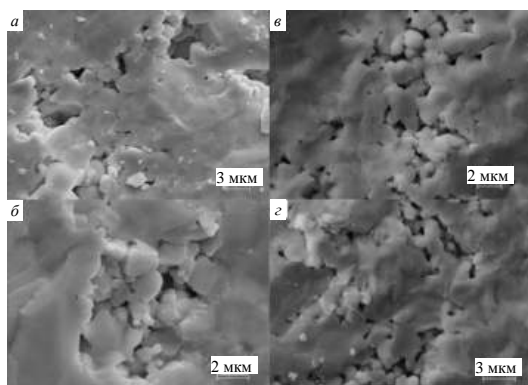


Рис. 3. Микроструктура участка поверхности скола керамики  $\text{BaTi}_{0,85}\text{Zr}_{0,15}\text{O}_3$  (а),  $0,97\text{BaTi}_{0,85}\text{Zr}_{0,15}\text{O}_3+0,03\text{AgNbO}_3$  (б),  $0,94\text{BaTi}_{0,85}\text{Zr}_{0,15}\text{O}_3+0,06\text{AgNbO}_3$  (в),  $0,91\text{BaTi}_{0,85}\text{Zr}_{0,15}\text{O}_3+0,09\text{AgNbO}_3$  (г) при разном увеличении

Скол керамики в равной степени проходит по границе и объёму зерна, что говорит о сопоставимой прочности зёрен и межзёренных прослоек. Скол во многих местах происходит ступенчато, что свидетельствует в пользу послойного механизма роста из жидкой фазы, вероятно, связанного с образованием эвтектических смесей. Во всех ТР можно отметить неоднородность зёренного ландшафта: диаметры ( $D$ ) крупных и мелких зёрен отличаются на порядок, вблизи пор упаковка зёрен становится более рыхлой, наблюдается больше мелких зёрен. Причиной такого роста могут быть сами поры, которые играют роль "стоков" вакансий и дислокаций, стимулирующих рост кристаллитов и их конгломератов. Подобные структуры ранее наблюдали в [11]. Форма мелких зёрен близка к сферической, что может быть следствием их частичного оплавления. Для ТР, содержащих в своём составе  $\text{AgNbO}_3$ , может реализовываться другой сопутствующий механизм роста мелких зёрен неправильной формы. При этом частицы  $\text{AgNbO}_3$  сами могут выступать в роли центров кристаллизации. Такой процесс, с одной стороны, может привести к снижению среднего  $D$  зёрен, с другой, к дестабилизации зёренной структуры и большей неоднородности. Полученные значения плотности говорят о высокой роли второго механизма, так введение небольшой доли  $\text{AgNbO}_3$  — 3 мол. % приводит к повышению общей плотности ТР с 92 до 93,4 %, за счёт образования новых центров кристаллизации. Но дальнейшее повышение доли  $\text{AgNbO}_3$  до 6 и 9 мол. % приводит к снижению плотности ТР (93,4 → 91,2 → 88,9 %). Средний  $D$  частиц для ТР с  $x = 0$  составил  $D = 2,54$  мкм;  $x = 0,03$   $D = 1,71$  мкм;  $x = 0,06$   $D = 1,67$  мкм и  $x = 0,09$   $D = 1,66$  мкм.

На основе данного анализа можно сделать вывод, что наибольший интерес для дальнейших исследований представляют ТР с содержанием  $\text{AgNbO}_3$  6 мол. % и менее, которые бы могли приводить к росту общей плотности ТР и повышению однородности структуры.

## Заключение

Показана возможность получения беспримесных ТР  $(1-x)\text{BaTi}_{0,85}\text{Zr}_{0,15}\text{O}_3+x\text{AgNbO}_3$  со структурой типа перовскита методом двухстадийного твердофазного синтеза из прекурсоров. Из результатов рентгеноструктурного анализа следует, что полученные ТР беспримесны и демонстрируют признаки сосуществования нескольких фаз со схожими параметрами элементарной ячейки. Введение  $\text{AgNbO}_3$  позволило снизить температуру спекания ТР при сохранении беспримесности и высокой плотности для 3 и 6 мол. %, однако, для 9 мол. % плотность снизилась. Таким образом, с точки зрения структурных характеристик оптимальная кон-

центрация составляет 6 мол. % и менее. Более мелкозернистая и однородная структура должна оказать положительный эффект на срок службы керамических накопителей энергии. Полученные данные целесообразно использовать в процессе производства многокомпонентной бессвинцовой керамики на основе  $\text{BaTi}_{1-x}\text{Zr}_x\text{O}_3$  с другими модификаторами из числа антисегнетоэлектриков, такими, как  $\text{LiNbO}_3$ ,  $\text{NaNbO}_3$  и др. Дальнейшая работа будет нацелена на изучение диэлектрических характеристик ТР и поиск корреляций между мольными долями  $\text{Zr}^{2+}$  в  $\text{BaTi}_{1-x}\text{Zr}_x\text{O}_3$  и модификатором  $\text{AgNbO}_3$ .

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (Государственное задание в сфере научной деятельности 2023 г.). Проект № FENW-2023-0010/(Г30110/23-11-ИФ).*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ishchuk V., Kuzenko D., Sobolev V. Piezoelectric and functional properties of materials with coexisting ferroelectric and antiferroelectric phases // AIMS Materials Science. 2018. V. 5. I. 4. P. 711—741.
2. Neagu A., Ciuchi I. V., Mitoseriu L., Galassi C., Tai C.-W. Study of ferroelectric-antiferroelectric phase coexistence in La-doped PZT ceramics // European Microscopy Congress. 2016. P. 1034—1035.
3. Wangfeng B., Lingyu L., Wei W., Bo S., Jiwei Z. Phase diagram and electrostrictive effect in BNT-based ceramics // Solid State Communications. 2015. V. 206. P. 22—25.
4. Cheng H., Ouyang J., Zhang Y.-X. et al. Demonstration of ultra-high recyclable energy densities in domain-engineered ferroelectric films // Nature Communications. 2017. V. 8. P. 1999.
5. Liu Z., Lu T., Ye J., Wang G. et al. Antiferroelectrics for energy storage applications: a review // Advanced materials technologies. 2018. V. 3. I. 9. P. 1800111.
6. Zhao P., Cai Z., Wu L. et al. Perspectives and challenges for lead-free energy-storage multilayer ceramic capacitors multilayer ceramic capacitor // J. Advanced Ceramics. 2021. № 10. P. 1153—1193.
7. Fu D., Endo M., Taniguchi H., Taniyama T., Mitsuru I.  $\text{AgNbO}_3$ : A lead-free material with large polarization and electromechanical response // Applied Physics Letters. 2007. V. 90. I. 25. P. 252907.
8. Tian Y., Jin L., Zhang H. et al. High energy density in silver niobate ceramics // J. Mater. Chem. A. 2016. I. 4. P. 17279—17287.
9. Gao J., Zhao L., Liu Q., Wang X., Zhang S. Antiferroelectric-ferroelectric phase transition in lead-free  $\text{AgNbO}_3$  ceramics for energy storage applications // J. Am. Ceram. Soc. 2018. № 101. P. 5443—5450.
10. Tanmoy M., Guo R., Bhalla A. S. Evaluation of Experimental Resume of  $\text{BaZr}_x\text{Ti}_{1-x}\text{O}_3$  with Perspective to Ferroelectric Relaxor Family: An Overview // Ferroelectrics. 2011. V. 425. № 1. P. 4—26.
11. Абубакаров А. Г., Шилкина Л. А., Андрияшина И. Н. и др. Влияние термодинамической предыстории на микроструктуру сегнетоактивных ниобатных материалов // Конструкции из композиционных материалов. 2017. № 3. С. 53—69.
12. Скрышник М. Ю., Шикина Т. В., Волков Д. В., Шилкина Л. А. // Тр. XI Междунар. междисциплинарного молодёжного симпозиума "Физика бессвинцовых пьезоактивных и родственных материалов. Моделирование эко-систем (Анализ современного состояния и перспективы развития)". 2022. Т. 1. С. 221—225.
13. Powder Diffraction File. Data Card. Inorganic Section. Set 32, card 484. JCPDS. Swarthmore, Pennsylvania, USA, 1948.
14. Боккий Г. Б. Введение в кристаллохимию. — М.: Изд-во МГУ, 1954. — 490 с.
15. Урусов В. С. Теория изоморфной смесимости. — М.: Наука, 1977. — 251 с.

## Thermodynamic background and structural parameters of solid solutions $\text{BaTiO}_3$ , $\text{BaZrO}_3$ , $\text{AgNbO}_3$

D. V. VOLKOV

Institute of High Technologies and Piezotechnics, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

A. V. NAZARENKO

Southern Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, Rostov-on-Don, Russia

K. G. MOSKALEV, A. S. KOROL'KOVA

Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

L. A. SHILKINA, I. A. VERBENKO

Research Institute of Physics, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

*The processes of phase formation of solid solutions of  $(1-x)\text{BaTi}_{0.85}\text{Zr}_{0.15}\text{O}_3$ - $x\text{AgNbO}_3$  where  $x = 0.03, 0.06, 0.09$  are investigated. The optimal temperatures of synthesis and sintering are determined. The results of X-ray diffraction and microstructural analysis are presented. Correlations between the cationic composition and the structural characteristics of the studied solid solutions have been established.*

**Keywords:** barium titanate, microstructure, ferroelectrics, ceramics, energy storage.

УДК 666.768; 666.9.017  
DOI: 10.52190/2073-2562\_2023\_3\_51  
EDN: LXPQOD

**Реологические и механические исследования композиции  
на основе алюмохромфосфатного связующего для применения  
в конструкциях электротермического оборудования**

О. Ю. ТИХОНЕНКО; О. И. ЛОБАН; В. А. ДЬЯКОНОВ, канд. техн. наук;  
А. И. ВЯЛОВ, канд. хим. наук  
АО «Композит», г. Королев, Московская обл., Россия

*Представлены результаты исследования условий отверждения композиции, изготовленной на основе модифицированного алюмохромфосфатного связующего и дисперсных оксидных наполнителей. Проведено изучение реологических свойств состава. Представлены результаты физико-механических испытаний клеевых соединений различных материалов при разных температурах.*

*Ключевые слова:* высокотемпературный клей, алюмохромфосфатное связующее, неорганические клеи, дисперсные системы, электроизоляционные клеи, реология.

При монтаже различных элементов конструкций (нагревателей электротермического оборудования, термоэлектрических преобразователей, огнеупорных, теплоизоляционных материалов) широкое применение находят высокотемпературные клеевые композиции. Наиболее термостойкими клеевыми составами, работоспособными при температурах более 1000 °С, являются неорганические клеи: силикатные, фосфатные клеи-цементы, керамические клеи-фритты [1, 2].

Фосфатные клеи-цементы по сравнению с прочими неорганическими клеями имеют низкую температуру отверждения, устойчивы к воздействию влаги и окислительных сред, способны выдерживать термические нагрузки различной интенсивности, в том числе циклические, а также они характеризуются стабильностью диэлектрических свойств в широких диапазонах рабочих температур. Для изготовления фосфатных клеев чаще всего используют растворы алюмофосфатных

связующих, наполненные функциональными дисперсными компонентами, такими, как оксиды ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{ZrO}_2$ ,  $\text{Cr}_2\text{O}_3$ ), силикаты (мусковит, флогопит, волластонит, форстерит и пр.), тугоплавкие нитриды ( $\text{BN}$ ,  $\text{Si}_3\text{N}_4$ ). Для активации процесса отверждения при низких температурах добавляют активные компоненты: оксиды щелочноземельных металлов и гидроксиды ( $\text{CaO}$ ,  $\text{MgO}$ ,  $\text{Al}(\text{OH})_3$ ,  $\text{AlOOH}$ ,  $\text{Zn}(\text{OH})_2$ ) [1—4].

Развитие техники, работающей при высоких температурах, привело к обширным исследованиям и разработкам отечественных связующих и клеев на их основе [5—11].

Сравнительный анализ свойств огнеупорных композиций на основе алюмофосфатных связующих, модифицированных ионами  $\text{Cr}^{3+}$ ,  $\text{V}^{3+}$ ,  $\text{Mo}^{6+}$ ,  $\text{Zr}^{4+}$ , показал, что наиболее высокие эксплуатационные свойства достигаются при изготовлении композиций на основе алюмохромфосфатных (АХФС) и алюмоцирконийфосфатных связующих (АЦФС) [8]. Исследования влияния ионов  $\text{Zr}^{4+}$  на свойства фосфатных огнеупоров представлены в работах [8, 12, 13], авторы отмечают повышение уровня физико-механических характеристик получаемых огнеупорных материалов. Циркониевые огнеупоры уступают составам, содержащим хром, по теплофизическим характеристикам: теплоемкости и температуре плавления [8]. В отличие от алюмоцирконийфосфатного связующего алюмохромфосфатное изготавливается из доступных и недорогих компонентов, а при хранении остается стабильным в течение очень длительного времени [2, 3].

---

**Тихоненко Ольга Юрьевна**, аспирант, ведущий инженер-технолог.

E-mail: info@kompozit-mv.ru

**Лобан Олег Иванович**, аспирант, инженер-технолог 1 категории.

E-mail: info@kompozit-mv.ru

**Дьяконов Виктор Александрович**, начальник отделения.

E-mail: info@kompozit-mv.ru

**Вялов Андрей Игоревич**, начальник отдела.

E-mail: info@kompozit-mv.ru

*Статья поступила в редакцию 2 мая 2023 г.*

---

© Тихоненко О. Ю., Лобан О. И., Дьяконов В. А.,  
Вялов А. И., 2023



Обзор научно-технической литературы выявил разрозненность данных об уровне физико-механических характеристик при высоких температурах, адгезии к различным огнеупорным материалам и металлическим сплавам, уровне теплофизических и диэлектрических характеристик алюмохромфосфатных композиций [1—3, 14]. Недостаток некоторых данных существенно затрудняет разработку технологических процессов и проектирование теплотехнического оборудования [1—3, 15—18].

Авторами данной работы были проведены исследования комплекса реологических, теплофизических и электроизоляционных характеристик клеевой композиции на основе алюмохромфосфатного связующего и дисперсного корунда с активирующей добавкой гидроксида алюминия, а также прочностных свойств клеевых пар, получаемых при соединении различных металлических сплавов и широко используемых огнеупорных материалов, в том числе при температурах их эксплуатации.

### Экспериментальная часть

В качестве объекта исследования выбрана клеевая композиция на основе высокотемпературного алюмофосфатного связующего марки КСВФ-Х50 ТУ 20.13.42-944-56897835-2022 с дисперсной фазой из смеси корунда  $Al_2O_3$  и гиббсита  $Al(OH)_3$ . Готовый состав представляет собой высоковязкую наполненную композицию.

Для определения механической прочности клеевого соединения при сдвиге использовали пластины из нержавеющей стали 12Х18Н10Т, титана ВТ20, алюминия АМг6, фосфостеклопластика марки Минеплен ТУ 2296-441-56897835-2009, а также полосы стеклотканей марок КТ-11-ТО, ТС-8/3-К-ТО и МКТ-5,25.

### Результаты и их обсуждение

#### Параметры режима отверждения

Фосфатные материалы относятся к структурам конденсационно-кристаллизационного типа. Независимо от наличия основного заполнителя при повышении температуры система будет твердеть за счет испарения воды, образования и роста зародышей металлофосфатов в пересыщенной жидкой фазе. По мере удаления растворителя, образующаяся дисперсная система набирает прочность в результате последовательного формирования коагуляционных, точечных и фазовых контактов [19, 20].

Доля воды, играющей роль растворителя в исследуемой композиции, составляет  $15 \pm 2$  масс. %.

Термогравиметрический анализ (ТГА) в изотермическом режиме показал, что при температурах ниже  $100^\circ\text{C}$  при длительной выдержке часть свободной воды остается в системе (рис. 1).

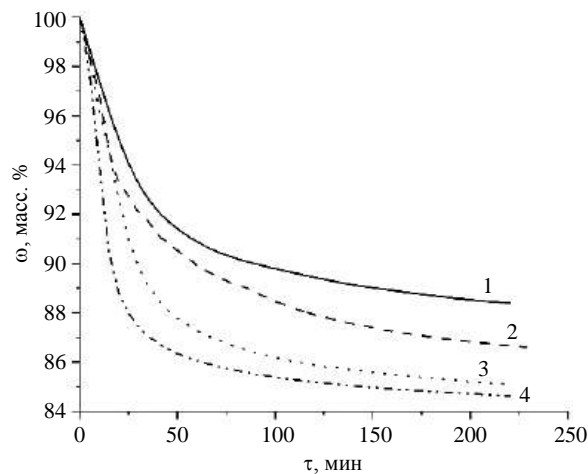


Рис. 1. Кривые ТГА клеевой композиции, полученные в изотермическом режиме: 1 —  $25^\circ\text{C}$ ; 2 —  $60^\circ\text{C}$ ; 3 —  $80^\circ\text{C}$ ; 4 —  $90^\circ\text{C}$

При разрушении соединений, отвержденных в этом температурном диапазоне, наблюдается вязкая деформация клеевого слоя и относительно малые величины предела прочности (рис. 2). Стабильные значения прочности соединения наблюдаются при его отверждении в диапазоне температур  $100\text{—}140^\circ\text{C}$ .

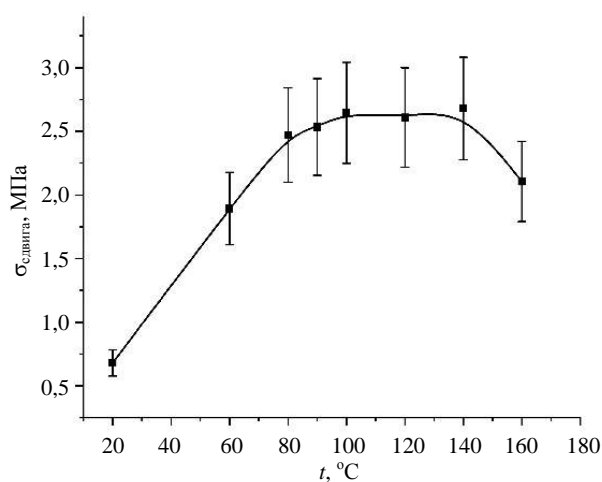


Рис. 2. Зависимость величины предела прочности при сдвиге клеевого соединения от температуры отверждения

Методом реометрии в осцилляционном режиме были получены зависимости модуля упругости  $G'$  и модуля потерь  $G''$  и комплексной вязкости  $\eta$  клеевой композиции в условиях нагрева со скоростью  $2^\circ\text{C}/\text{мин}$  от 20 до  $200^\circ\text{C}$ . Показано, что рост вязкости начинается при температурах, близких к комнатной и продолжается во всем исследуемом интервале. Пик в диапазоне температур  $100\text{—}115^\circ\text{C}$  соответствует процессу удаления физиче-

ской воды из объема материала. Пересечение кривых  $G'$  и  $G''$  соответствует температуре  $145 \pm 5^\circ\text{C}$  (рис. 3). При этой температуре происходит конденсация дисперсных частиц (образование фазовых контактов) системы.

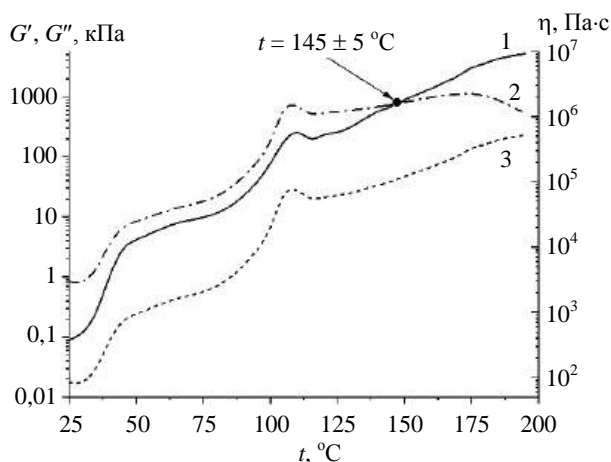


Рис. 3. Изменение модуля упругости  $G'$  (1), модуля потерь  $G''$  (2) и комплексной вязкости  $\eta$  (3) клеевой композиции от температуры

Часто при склеивании деталей их совмещение после нанесения клеевого слоя поводят не сразу, а через некоторое время. Обычно это необходимо для придания клеевому слою достаточной липкости. В случае исследуемой композиции необходимость предварительной сушки обусловлена относительно большим количеством воды, которое требуется удалить из слоя для предотвращения его закипания и вытеснения паром из объема между соединяемыми деталями. Установлено, что удаление влаги в количестве 10—12 масс. % от исходной массы клея позволяет повысить прочность соединения в два раза (рис. 4).

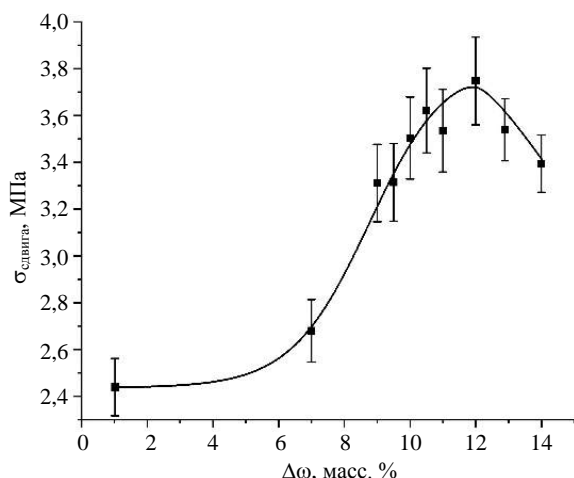


Рис. 4. Зависимость величины предела прочности при сдвиге клеевого соединения от массовой доли влаги, удаленной в процессе предварительной сушки

Экспериментально были установлены сроки хранения неотвержденной клеевой композиции. Показано, что в первые двое суток хранения прочность нарастает (рис. 5). Снижение прочности при более длительном хранении обусловлено протекающими физико-химическими процессами: кислотно-основным взаимодействием гидроксида алюминия со связующим и кристаллизацией фосфата алюминия. Согласно результатам ИК-спектроскопии через сутки хранения становятся заметны изменения спектра в области  $700\text{—}866\text{ см}^{-1}$ , соответствующей трансляционным колебаниям  $\text{Al-OH-Al}$  гиббсита [21].

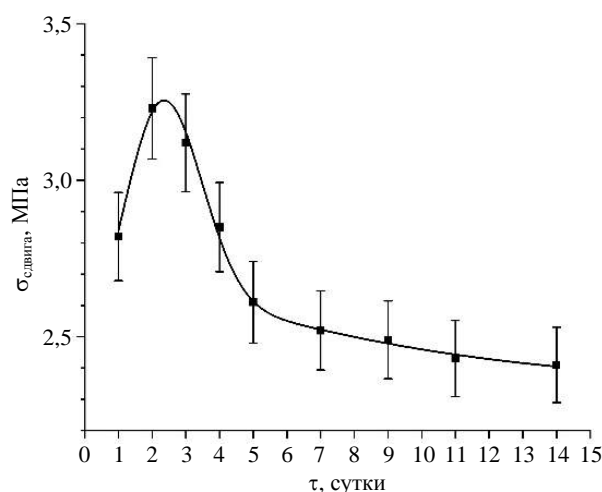


Рис. 5. Зависимость величины предела прочности при сдвиге клеевого соединения от срока хранения клеевой композиции

Уменьшение числа характеристических полос и снижение их интенсивности на вторые сутки хранения свидетельствует об увеличении степени превращения компонентов реакции кислотно-основного взаимодействия. Однако на пятые сутки реакция не завершается, что подтверждается наличием полос колебаний  $\sim 700, 800$  и  $840\text{ см}^{-1}$ . После двух суток хранения наблюдаются следы начала кристаллизации фосфатов — характеристические полосы метаварисцита  $\text{AlPO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$   $\sim 450, 495, 528, 570, 692\text{ см}^{-1}$  [22].

### Структура и физико-механические свойства отвержденной клеевой композиции

Отвержденная клеевая композиция представляет собой связнодисперсную систему с кажущейся плотностью  $1,71 \pm 0,13\text{ г/см}^3$ . Её отличительной особенностью является высокая пористость, составляющая  $31,03 \pm 1,7\%$  от объема материала. Притом, удельная поверхность довольно мала —  $3,56 \pm 0,27\text{ м}^2/\text{г}$ . Отсюда можно сделать заключение о том, что основная пористость образована крупными транспортными порами, по которым удаляется вода из объема во время отверждения.

Испытания клеевого соединения металлов на сдвиг выявили смешанный когезионно-адгезионный характер разрушения, что свидетельствует о протекающих химических взаимодействиях на межфазной границе металл—композиция. Методом рентгенофазового анализа установлено, что при контакте композиции с металлами формируется новая фаза — наноразмерные кристаллы ортофосфата алюминия  $AlPO_4$ . Прочность соединения алюминия ниже, чем стали и титана, что является результатом интенсивного взаимодействия алюминия с кислой жидкой фазой клеевой композиции и образованием газообразных продуктов. В результате клеевой слой на межфазной границе имеет более рыхлую структуру и меньшую прочность.

При склеивании фосфостеклопластиков образуется соединение, прочность которого выше прочности склеиваемого материала на межслойный сдвиг. При испытаниях все образцы разрушались по материалу с отрывом верхнего армирующего слоя. Снижение механической прочности при склеивании различных композиционных материалов относительно прочности соединения стали обусловлено их пористой структурой с преобладанием крупных пор. При температурной сушке вязкость композиции снижается, и он не только вытесняется с торцевых поверхностей, а также частично проникает в поверхностные слои склеиваемых материалов. При этом в объеме соединения снижается количество структурообразующих частиц, что приводит к снижению прочности (табл. 1).

При склеивании стеклотканей разрушение клеевого соединения не происходило.

При повышении температуры до 400 °С наблюдается повышение прочности при сдвиге до 20 %, что вероятно обусловлено изменением упаковки частиц в результате процессов дегидратации. Стабильность механической прочности на уровне 3,2 МПа вплоть до 1000 °С, вероятно, обусловлена тем, что расширение металла при нагревании компенсируется сжатием клеевого слоя.

Таблица 1

**Механическая прочность клеевого соединения различных материалов**

Материал	Величина предела прочности при сдвиге, МПа
<b>Металлы</b>	
Сталь 12X18H10T	$2,68 \pm 0,25$
Титан BT20	$2,79 \pm 0,49$
Алюминий АМг6	$2,00 \pm 0,31$
<b>Композиционные материалы</b>	
Минеплен	$2,4 \pm 0,23^*$
<b>Стеклоткани</b>	
ТС-8/3-K-TO	$2,54 \pm 0,45^*$
КТ-11-TO	$0,59 \pm 0,13^*$
МКТ-5,25	$0,58 \pm 0,10^*$

\* Разрушение по материалу.

Испытания клеевых соединений нержавеющей стали и алюминия при отрыве показали, что при комнатной температуре прочность склейки стали почти вдвое больше чем алюминия: 12,8 МПа и 7,12 МПа соответственно. Но повышение температуры до 250 °С приводит к выравниванию прочности до значений 5,0—6,0 МПа.

**Теплофизические и электроизоляционные свойства клеевой композиции**

Клеевая композиция на основе модифицированного алюмофосфатного связующего отличается убывающей зависимостью температурных коэффициентов линейного расширения от температуры, что обусловлено преобладанием усадочных процессов над термическим расширением зерен материала.

В табл. 2 приведены электроизоляционные свойства клеевой композиции при комнатной температуре. Теплопроводность и удельную теплоемкость определяли методами стационарного теплового потока и дифференциальной калориметрии соответственно.

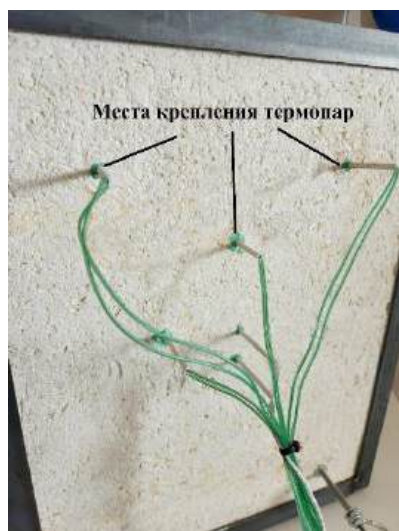
Таблица 2

**Теплофизические свойства клеевой композиции**

Параметр	Значение при температуре		
	50 °С	600 °С	1000 °С
<b>Теплофизические свойства</b>			
ТКЛР, $K^{-1}$	$19 \cdot 10^{-6}$	$10 \cdot 10^{-6}$	$12 \cdot 10^{-6}$
Теплопроводность, Вт/(м·К)	0,18	0,26	0,31
Удельная теплоемкость, Дж/К	0,94	1,10	1,05
<b>Электроизоляционные свойства</b>			
Удельное объемное сопротивление, Ом·м	$3,99 \cdot 10^9$	—	—
Удельное поверхностное сопротивление, Ом	$8,36 \cdot 10^{10}$	—	—
Диэлектрическая проницаемость	3,60	3,72	4,63
Тангенс угла диэлектрических потерь	0,020	0,022	0,180

Диэлектрическую проницаемость и тангенс угла диэлектрических потерь также определяли при повышенных температурах. Рост температуры до 600 °С способствует стабилизации  $\epsilon$  и  $\tan\delta$  за счет удаления кристаллизационной воды. При нагревании до 1000 °С наблюдается незначительное увеличение диэлектрических характеристик. При длительном хранении во влажных условиях (при относительной влажности более 35 %) возможно ухудшение изоляционных свойств за счет адсорбции атмосферной влаги [7].

Хорошие теплоизоляционные характеристики в совокупности с изоляционными свойствами позволяют успешно применять алюмохромфосфатную композицию, например, для изоляции и крепления электронагревателей различного технологического оборудования (рис. 6).



а



б

**Рис. 6. Примеры применения алюмохромфосфатной композиции:**

а — крепление термопар в корпусе высокотемпературной печи; б — соединение теплоизоляционных элементов конструкции электропечи

## Заключение

На основе реометрии, термогравиметрического анализа и механических испытаний на сдвиг был определен диапазон температур отверждения клеевой композиции на основе модифицированного алюмофосфатного связующего, составляющий 100—150 °С.

Проведенные исследования композиции показали хорошую механическую прочность клеевых соединений различных материалов. При склеивании металлов происходит химическое взаимодействие жидкой фазы композиции с поверхностью металла с образованием нанодисперсных кристаллических фосфатов.

Разработанный состав можно успешно применять, например, для изоляции электронагревателей технологического оборудования. В отвержденном состоянии он отличается сохраняемостью электроизоляционных свойств и стабильностью прочностных и теплофизических характеристик в широком диапазоне температур.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Петрова А. П. Термостойкие клеи. — М.: Химия, 1977. — 200 с.
2. Сычев М. М. Неорганические клеи. Изд. 2, перераб. и доп. — Л.: Химия, 1986. — 152 с.
3. Голынкин-Вольфсон С. Л., Сычев М. М., Судакас Л. Г., Скобло Л. И. Химические основы технологии и применения фосфатных связок и покрытий. — Л.: Химия, 1968. — 192 с.
4. Karpukhin I. A., Vladimirov V. S., Moizis S. E. A Mechanism for Phosphate Hardening and Prospects for the Use of Metal Phosphate Materials (A Review). Part I. The Nature of Hydrogen Bonding and Its Function in the Mechanism of Phosphate Hardening // *Refract Ind Ceram*. 2005. № 46. P. 180—186.
5. Дьяконов В. А., Луничкина В. П., Нефедова Н. В. Исследования неорганических фосфатных связующих, работоспособных при высоких температурах // *Успехи в химии и химической технологии*. 2017. Т. 31. № 6(187). С. 79—81.
6. Иванова Е. Н., Пиянзина К. И., Дьяконов В. А., Камалов А. Д., Пронин Б. Ф. Разработка теплозащитных материалов с улучшенными диэлектрическими характеристиками, длительно работоспособных в условиях повышенных температур: сб. мат. VII Междунар. конф. с элементами научной школы для молодежи "Функциональные наноматериалы и высококачественные вещества", Суздаль, 01—05 октября 2018 г. — Суздаль: ИМЕТ РАН, 2018. С. 226—227.
7. Тихоненко О. Ю., Дьяконов В. А., Нефедова Н. В., Степко А. А. Исследования процессов синтеза модифицированных фосфатных связующих и огнеупорных композиций на их основе. // *Успехи в химии и химической технологии*. 2019. Т. 33. № 8(218). С. 42—44.
8. Тихоненко О. Ю., Дьяконов В. А. Исследования и сравнительный анализ свойств огнеупорных композиций на основе модифицированных алюмофосфатных связующих. // *Новые огнеупоры*. 2023. № 3. С. 48—54.
9. Абызов В. А., Ряховский Е. Н., Посаднова Н. Е. Фосфатные жаростойкие клеи и газобетон на основе дисперсных алюмосиликатных и высокоглиноземистых промышленных отходов // *Новые огнеупоры*. 2017. № 3. С. 34—35.
10. Абызов В. А., Посаднова Н. Е. Жаростойкие фосфатные клеи на основе высокоглиноземистых промышленных

отходов: сб. тр. к 100-летию Национального исследовательского технологического университета "МИСиС" и 380-летию российской металлургии "XV международный конгресс сталеплавильщиков", Тула, 15–19 октября 2018 г. Том 1. — Тула: ООО "РПК ПринтАП", 2018. С. 473–476.

11. Апанасевич Н. С., Лапко К. Н., Кудлаш А. Н. и др. Получение и исследование термостойких композитов на основе твердых магний-фосфатных и кальций-фосфатных связующих // Журнал Белорусского государственного университета. Химия. 2021. № 2. С. 50–61.

12. Тихоненко О. Ю., Дьяконов В. А., Нефедова Н. В., Степко А. А. Влияние условий синтеза фосфатов циркония  $Zr_n(PO_4)_m$  на свойства фосфатных огнеупоров // Успехи в химии и химической технологии. 2021. Т. 35. № 6(241). С. 115–117.

13. Тихоненко О. Ю., Дьяконов В. А., Нефедова Н. В., Степко А. А. Исследования свойств фосфатных связующих и композиций на их основе // Успехи в химии и химической технологии. 2020. Т. 34. № 4(227). С. 94–96.

14. Сычев М. М. Твердение вяжущих веществ. — Л.: Стройиздат, 1974. — 80 с.

15. Nasiri A., Ang S. Application of alumina-based ceramic paste for high-temperature electronics packaging // J. Electron. Packag. 2021. № 143(2). P. 020902.

16. Wang M., Zhang J., Wei T., Zhou Q., Li Z. Effect of Al:P ratio on bonding performance of high-temperature resistant

aluminum phosphate adhesive // International J. Adhesion and Adhesives. 2020. V. 100. P. 102627.

17. Sui L., Yin C., Li X., Chen P., Zhu B. Preparation of a modified phosphate-based adhesive and its hot bonding performance on 316L stainless steel // Ceramics International. 2021. V. 47. Is. 11. P. 15585–15593.

18. Wang M. Z., Feng C., Zhai J., Zhang Z., Li H., Zhang X. Xu. Low-temperature in-situ grown mullite whiskers toughened heat-resistant inorganic adhesive // J. Alloys and Compounds. 2020. V. 836. P. 155349.

19. Щукин Е. Д., Перцов А. В., Амелина Е. А. Коллоидная химия: учеб. для университетов и химико-технолог. Вузов. Изд. 3, перераб. и доп. — М.: Высшая школа, 2004. — 445 с.

20. Karpukhin I. A., Vladimirov V. S., Moizis S. E. A Mechanism for Phosphate Hardening and Prospects for the Use of Metal Phosphate Materials (An Overview). Part II. Adhesive Properties of Binding Phosphate Materials // Refract Ind Ceram. 2005. № 46. P. 329–332.

21. Frost R. L., Klopogge J. T., Russel S. C., Sztetu J. L. Vibrational spectroscopy and dihydroxylation of aluminum (oxy)hydroxides: gibbsite // Applied spectroscopy. 1999. V. 53. № 4. P. 423–434.

22. Печковский В. В., Мельникова Р. Я., Дзюба Е. Д., Баранникова Т. И., Никанович М. В. Атлас инфракрасных спектров фосфатов. Ортофосфаты. — М.: Наука, 1981. — 248 с.

## Rheological and mechanical properties of composition based on an aluminochromium phosphate binder for constructions of electrothermal equipment

O. Yu. TIKHONENKO, O. I. LOBAN, V. A. D'YAKONOV, A. I. VYALOV  
JSC "Kompozit", Korolev, Moscow region, Russia

*Results of curing condition of the composition based on modified aluminum-chromium phosphate binder and dispersed oxide fillers are presented. The study of the rheological properties of the composition was carried out. The results of physical and mechanical testing of adhesive joints of various materials at different temperatures are presented.*

**Keywords:** high-temperature adhesive, aluminum-chromium phosphate binder, inorganic adhesives, disperse systems, electro insulating adhesives, rheology.

## Диэлектрические свойства бессвинцовых композиций на основе титаната натрия-висмута и ниобатов щелочных металлов

Е. В. ГЛАЗУНОВА, канд. физ.-мат. наук; Л. А. ШИЛКИНА, канд. физ.-мат. наук;

И. А. ВЕРБЕНКО, д-р физ.-мат. наук; Л. А. РЕЗНИЧЕНКО, д-р физ.-мат. наук

Научно-исследовательский институт физики Южного федерального университета, г. Ростов-на-Дону, Россия

*Показано, что применение механоактивации при изготовлении керамики состава  $(1-x)(\text{Na}_{0,5}\text{K}_{0,5})\text{NbO}_3-x(\text{Na}_{0,5}\text{Bi}_{0,5})\text{TiO}_3$  позволяет повысить относительную плотность керамики более чем на 10 %. Установлено, что в системе  $(1-x)\text{Na}_{0,5}\text{K}_{0,5}\text{NbO}_3-x\text{Bi}_{0,5}\text{Na}_{0,5}\text{TiO}_3$  возникает несколько морфотропных фазовых переходов при комнатной температуре. Показано, что увеличение количества  $\text{Bi}_{0,5}\text{Na}_{0,5}\text{TiO}_3$  в исследуемой системе приводит к росту температурной стабильности диэлектрических свойств в интервале 100–250 °С. Твердые растворы системы  $(1-x)\text{Na}_{0,5}\text{K}_{0,5}\text{NbO}_3-x\text{Bi}_{0,5}\text{Na}_{0,5}\text{TiO}_3$  с большим содержанием  $\text{Bi}_{0,5}\text{Na}_{0,5}\text{TiO}_3$  являются перспективными основами для зарядовых накопителей.*

**Ключевые слова:** бессвинцовые композиции, механоактивация, диэлектрические свойства, температурная стабильность, накопители энергии.

Стремительный рост ассортимента и функциональности малоразмерных электронных устройств определяет повышенные требования к устройствам накопления и обработки электроэнергии.

Плотность энергии в классических диэлектрических конденсаторах недостаточна для удовлетворения постоянно растущего энергопотребления.

Решением этой проблемы может стать поиск и разработка сегнетоэлектрических материалов с высокими величинами диэлектрической проницаемости и поляризации, а также малыми потерями энергии. В связи с этим, в последние годы ведется активный поиск новых "интеллектуальных" материалов и способов их конструирования для электроэнергетической отрасли. Среди таких материалов наиболее перспективными являются бессвинцовые композиции [1–3], которые могут заменить используемые в промышленности материа-

лы на основе ЦТС, представляющие опасность для здоровья человека и окружающей среды за счет содержания в них большого количества свинца. Основами бессвинцовых материалов могут служить  $(\text{Na}_{0,5}\text{K}_{0,5})\text{NbO}_3$  и  $(\text{Na}_{0,5}\text{Bi}_{0,5})\text{TiO}_3$  ввиду относительно высокой температуры Кюри ~420 °С и 320 °С соответственно, а также относительно высоких значений диэлектрической проницаемости [4–6].

Цель работы — оптимизация условий получения и установление особенностей формирования структуры и диэлектрических свойств ТР системы  $(1-x)(\text{Na}_{0,5}\text{K}_{0,5})\text{NbO}_3-x(\text{Na}_{0,5}\text{Bi}_{0,5})\text{TiO}_3$ .

### Объекты, методы их получения

Объектами исследования являются твердые растворы (ТР) системы  $(1-x)\text{Na}_{0,5}\text{K}_{0,5}\text{NbO}_3-x\text{Na}_{0,5}\text{Bi}_{0,5}\text{TiO}_3$  ( $0,0 \leq x \leq 1,0$ ,  $\Delta x = 0,20$ ). В качестве исходного сырья использовались:  $\text{NaHCO}_3$  (химически чистый, хч) и  $\text{KHCO}_3$  (чистый для анализа, чда),  $\text{Nb}_2\text{O}_5$  (квалификации чистый, ч),  $\text{Bi}_2\text{O}_3$  (хч),  $\text{TiO}_2$  (ч). Образцы получены двукратным твердофазным синтезом,  $T_{\text{синт1,2}} = 850\text{—}950$  °С,  $\tau_{\text{синт1,2}} = 4$  ч, с последующим спеканием по обычной керамической технологии (ОКТ),  $T_{\text{сп}} = 1020\text{—}1155$  °С,  $\tau_{\text{сп}} = 2$  ч. Поиск оптимальных режимов синтеза и спекания проводили на серии лабораторных образцов с вариацией температур обжига на каждой стадии производственного процесса.

Глазунова Екатерина Викторовна, научный сотрудник.

E-mail: kate93g@mail.ru

Шилкина Лидия Александровна, научный сотрудник.

E-mail: lashilkina@sfnu.ru

Вербенко Илья Александрович, директор.

E-mail: iaverbenko@sfnu.ru

Резниченко Лариса Андреевна, профессор, заведующая отделом "Интеллектуальные материалы и нанотехнологии".

E-mail: lareznichenko@sfnu.ru

Статья поступила в редакцию 26 апреля 2023 г.

© Глазунова Е. В., Шилкина Л. А., Вербенко И. А., Резниченко Л. А., 2023

Перед спеканием синтезированный пресс-порошок подвергали механоактивации (МА) в шаровой планетарной мельнице АГО-2 (производства ЗАО НОВИЦ, г. Новосибирск), помол осуществляли в специальных барабанах (внутренний диаметр 63 мм, помольные шары из  $ZrO_2$  диаметром 8 мм, общей массой 200 г) в спиртовой среде в течение 20 мин, частота вращения барабана составляла 1800 об/мин.

Для измерения электрофизических параметров образцы изготавливали в виде дисков ( $\varnothing 12 \times 1,2$ ) мм. Металлизацию производили двукратным вжиганием серебрясодержащей пасты при температуре  $T = 750^\circ\text{C}$  в течение 0,5 ч.

### Методы исследования образцов

Рентгенофазовый анализ проводили на дифрактометре ДРОН 3,0 ( $Co_{K\alpha}$ -излучение, фокусировка по Брэггу—Брентано). Точность определения параметров ячейки: линейных  $\Delta a = \Delta c = \Delta b = \pm (0,002—0,004) \text{ \AA}$ ; объема  $\Delta V = \pm 0,05 \text{ \AA}^3$ . Определение экспериментальной плотности ( $\rho_{\text{эксп}}$ ) образцов осуществляли методом гидростатического взвешивания в н-октане (ГОСТ 15139-69). Рентгеновскую плотность ( $\rho_{\text{рентг}}$ ) рассчитывали по формуле:  $\rho_{\text{рентг}} = \frac{MZ}{N_A V}$ , где  $M$  — это молекулярная масса, соответствующая одной формульной единице элементарной ячейки,  $Z$  — число формульных единиц элементарной ячейки,  $N_A$  — чис-

ло Авагадро, и  $V$  — это объем элементарной ячейки. Относительную плотность ( $\rho_{\text{отн.}}$ ) рассчитывали по формуле  $\rho_{\text{отн.}} = \frac{\rho_{\text{эксп}}}{\rho_{\text{рентг}}} 100 \%$ .

Зависимость диэлектрических характеристик от температуры была получена с помощью LCR-метра Agilent E4980A на специально сконструированном в НИИ физики автоматическом стенде с программным комплексом "Kalipso" в интервале температур  $25—500^\circ\text{C}$  и частот  $1 \text{ кГц}—1 \text{ МГц}$ .

### Экспериментальные результаты, обсуждение

Изготовление ТР системы  $(1-x)Na_{0,5}K_{0,5}NbO_3—xNa_{0,5}Bi_{0,5}TiO_3$  проводили с применением МА перед спеканием (пресс-порошок) и без нее. При МА происходит измельчение вещества, которое сопровождается увеличением удельной поверхности реагентов, накоплением точечных и линейных дефектов и их взаимодействием [7]. Это приводит к росту скорости гетерогенной реакции за счет увеличения площади взаимодействия фаз, а также активизации диффузионных явлений и массопереноса, возникновению пластической деформации веществ и, следовательно, более активному химическому взаимодействию.

На рис. 1 представлены зависимости плотностей ТР системы  $(1-x)Na_{0,5}K_{0,5}NbO_3—xNa_{0,5}Bi_{0,5}TiO_3$ , полученных без применения МА и с применением МА, от температуры.

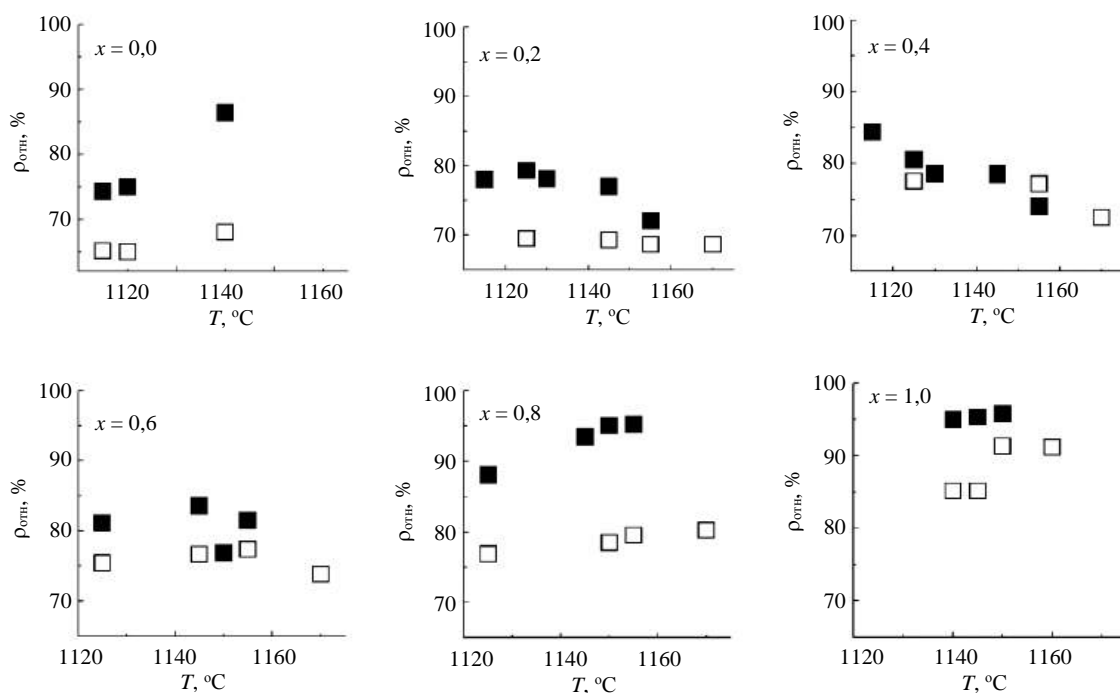


Рис. 1. Плотности ТР системы  $(1-x)Na_{0,5}K_{0,5}NbO_3—xNa_{0,5}Bi_{0,5}TiO_3$ , полученных без МА (пустые квадраты), и с применением МА (закрашенные квадраты)



При всех  $x$  применение МА способствует увеличению плотности ТР (см. рис. 1). Видно также, что  $\text{Na}_{0,5}\text{Bi}_{0,5}\text{TiO}_3$  и ТР близкие к нему, обладают высокой  $\rho_{\text{отн}}$  96—97 %. Составы же близкие к  $\text{Na}_{0,5}\text{K}_{0,5}\text{NbO}_3$  имеют  $\rho_{\text{отн}} \sim 75$  %, а после МА их  $\rho_{\text{отн}}$  удастся повысить на 10 % и более.

На рис. 2 и в таблице представлены результаты рентгенографического исследования ТР системы  $(1-x)\text{Na}_{0,5}\text{K}_{0,5}\text{NbO}_3-x\text{Na}_{0,5}\text{Bi}_{0,5}\text{TiO}_3$  с  $0,0 \leq x \leq 1,0$ ,  $\Delta x = 0,2$ . Рентгенофазовый анализ показал, что все ТР являются беспримесными.

Установлено, что в системе наблюдается серия морфотропных фазовых переходов от фазы с моноклинной (М) симметрией, свойственной  $\text{Na}_{0,5}\text{K}_{0,5}\text{NbO}_3$ , к фазе с тетрагональным искажением (Т) элементарной ячейки (ТР с  $x$   $0,0 < x < 0,2$ ). Твердые растворы с  $0,4 \leq x \leq 0,8$  имеют очень малые искажения элементарной ячейки, что не позволяет определить симметрию элементарной ячейки, структуру такой фазы обозначим, как псевдокубическая (Пск).  $\text{Na}_{0,5}\text{Bi}_{0,5}\text{TiO}_3$  имеет ромбоэдрическое искажение элементарной ячейки.

В таблице показано изменение линейного параметра элементарной ячейки,  $a$ , объема элементарной ячейки,  $V$ , и плотностей ТР системы  $(1-x)\text{Na}_{0,5}\text{K}_{0,5}\text{NbO}_3-x\text{Na}_{0,5}\text{Bi}_{0,5}\text{TiO}_3$ . Наблюдается уменьшение  $a$  и  $V$  при увеличении концентрации  $\text{Na}_{0,5}\text{Bi}_{0,5}\text{TiO}_3$  в системе, что связано с заменой большего по размеру катиона  $\text{K}^+$  ( $R_{\text{K}^+} = 1,33$ ) на меньший по размеру  $\text{Bi}^{3+}$  ( $R_{\text{Bi}^{3+}} = 1,20$ ).

Согласно условиям изоморфизма разность ионных радиусов ( $\Delta R$ ) должна быть меньше 15 % по отношению к меньшей величине и разность электроотрицательностей ( $\Delta \text{ЭО}$ ) меньше 0,4 (по Полингу) [8].

В исследуемой системе замещения в В-положении полностью удовлетворяют условиям изоморфизма  $\Delta R(\text{Nb}^{5+}-\text{Ti}^{4+}) = 3$  %,  $\Delta \text{ЭО}(\text{Nb}^{5+}-\text{Ti}^{4+}) = 0,1$ . В А-положении в ниобате натрия-калия было  $\Delta R(\text{K}^+-\text{Na}^+) = 35,7$  %;  $\Delta \text{ЭО}(\text{K}^+-\text{Na}^+) = 0,1$ ; при введении  $\text{Na}_{0,5}\text{Bi}_{0,5}\text{TiO}_3$  стало  $\Delta R(\text{K}^+-\text{Bi}^{3+}) = 10,8$  %;  $\Delta \text{ЭО}(\text{K}^+-\text{Bi}^{3+}) = 1,2$ ;  $\Delta R(\text{Na}^+-\text{Bi}^{3+}) = 22,4$  %;  $\Delta \text{ЭО}(\text{Na}^+-\text{Bi}^{3+}) = 1,1$ .

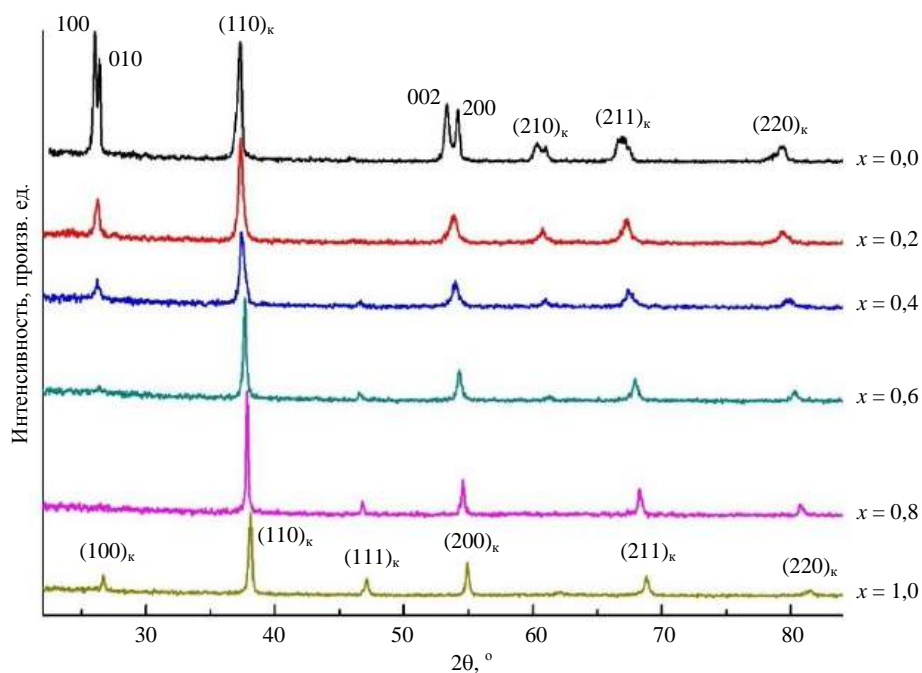


Рис. 2. Дифрактограммы ТР системы  $(1-x)\text{Na}_{0,5}\text{K}_{0,5}\text{NbO}_3-x\text{Na}_{0,5}\text{Bi}_{0,5}\text{TiO}_3$  после спекания

Параметр,  $a$ , и объем,  $V$ , элементарной ячейки, плотности ТР системы  $(1-x)\text{Na}_{0,5}\text{K}_{0,5}\text{NbO}_3-x\text{Na}_{0,5}\text{Bi}_{0,5}\text{TiO}_3$ , полученных с применением МА

$x$	Симметрия	$a$ , Å	$V$ , Å <sup>3</sup>	$\rho_{\text{эксп}}$ , Г/см <sup>3</sup>	$\rho_{\text{рент}}$ , Г/см <sup>3</sup>	$\rho_{\text{отн}}$ , %
0,0	М	3,977	62,91	3,92	4,54	86,39
0,2	Пск	3,965	62,35	3,77	4,79	79,33
0,4	Пск	3,952	61,70	4,14	5,05	81,89
0,6	Пск	3,930	60,68	4,47	5,36	83,41
0,8	Пск	3,915	60,01	5,26	5,64	93,25
1,0	Рэ	3,898	59,21	5,71	5,94	96,12

Таким образом, замена  $K^+$  на  $Bi^{3+}$  приводит к выигрышу по длине связи, но к увеличению разницы между электроотрицательностями катионов  $Bi^{3+}$  и  $(Na^+, K^+) \sim 1,2$ . Кроме того, за счет неподеленной электронной пары катион  $Bi^{3+}$  обладает более низкой симметрией, чем катион  $K^+$ , и более высокой поляризуемостью, что также расширяет возможности изоморфизма.

Изменение относительной плотности ТР имеет немонотонный характер: при  $x = 0,0$   $\rho_{отн}$  составила 86 %, затем при  $x = 0,2$  — наблюдается уменьшение  $\rho_{отн}$  до 78 %, что может быть результатом близости морфотропной границы, а затем при дальнейшем увеличении  $x$  — относительная плотность увеличивается и достигает значений 96 % при  $x = 1,0$ .

На рис. 3 представлены зависимости действительной части относительной комплексной диэлектрической проницаемости,  $\epsilon_r$ , и тангенса угла диэлектрических потерь,  $\tan\delta$ , для ТР системы  $(1-x) Na_{0,5}K_{0,5}NbO_3 - x Bi_{0,5}Na_{0,5}TiO_3$  от температуры в интервале частот 1 кГц—1 МГц.

$Na_{0,5}K_{0,5}NbO_3$  имеет два максимума, один острый при  $T \sim 410^\circ C$ , и второй, размытый по темпе-

ратуре, при  $T \sim 150\text{—}210^\circ C$ , которые соответствуют ФП, из кубической (К) фазы в Т фазу и из Т в М фазу, соответственно (см. рис. 3). При введении в систему 20 мол. %  $Bi_{0,5}Na_{0,5}TiO_3$  формируется размытый по температуре максимум в области  $100\text{—}250^\circ C$ . Значение  $\epsilon_r$  в максимуме составляет  $1300\text{—}1500$  в зависимости от частоты электрического поля. При увеличении  $x$  в интервале  $0,6 \leq x < 0,8$  на зависимостях  $\epsilon_r(T)$  формируется широкое плато в области  $25\text{—}250^\circ C$ , что свидетельствует о термической стабильности диэлектрических свойств объектов в этом интервале.

При  $x \geq 0,8$  в этой же области температур формируется слабо выраженный, размытый по температуре максимум, значение  $\epsilon_r$  в максимуме составляет  $1800\text{—}2000$  в зависимости от состава и частоты электрического поля. Такое поведение может быть обусловлено возникновением в этих ТР ( $0,6 \leq x < 0,8$ ) полярных микрообластей, свидетельствующих о том, что переход в сегнетоэлектрическое состояние находится в более высокотемпературной области, несмотря на то, что при комнатной температуре структура имеет очень малые искажения элементарной ячейки.

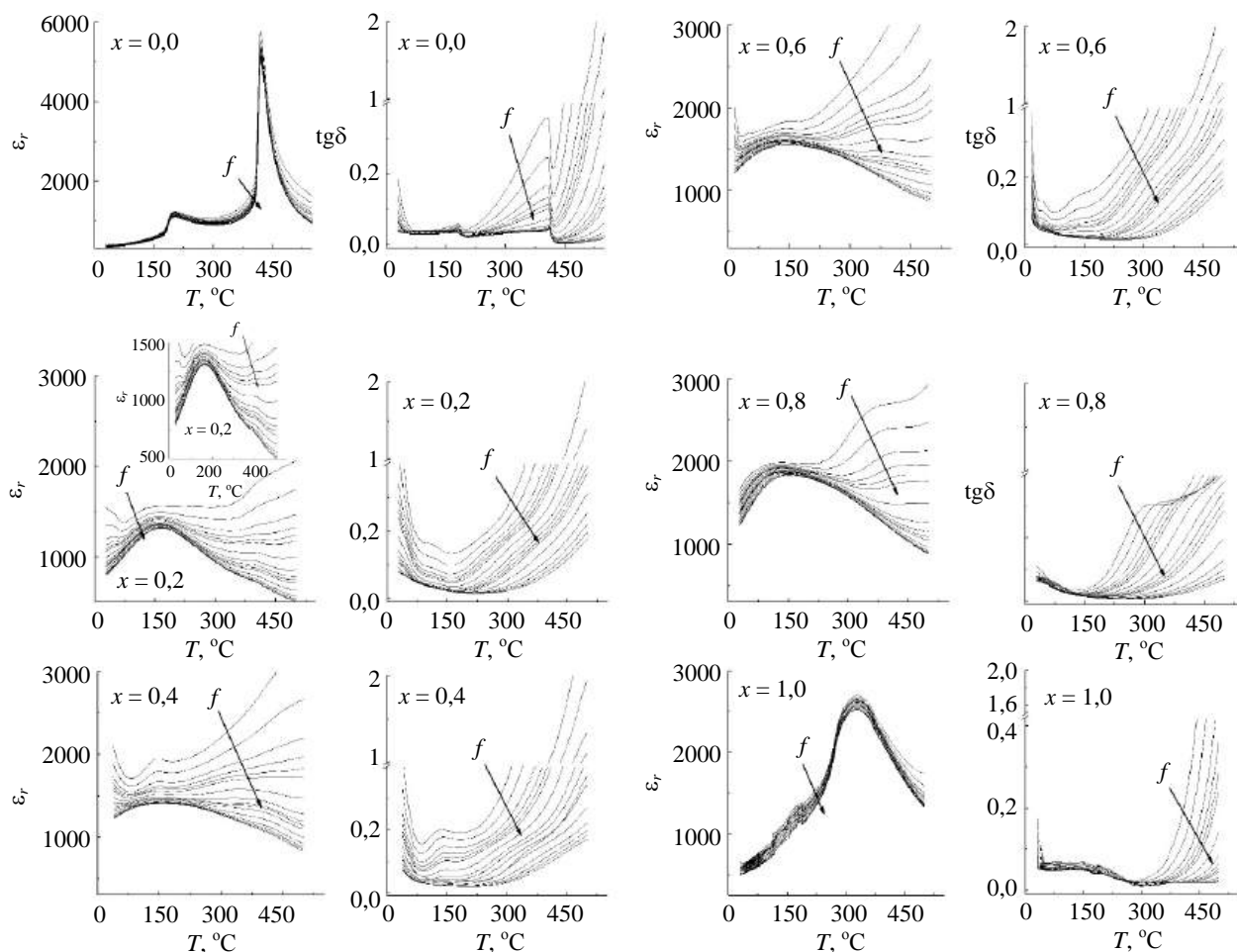


Рис. 3. Зависимости  $\epsilon_r$  и  $\tan\delta$  от температуры в ТР системы  $(1-x) Na_{0,5}K_{0,5}NbO_3 - Bi_{0,5}Na_{0,5}TiO_3$  в интервале частот 1 кГц—1 МГц

В ТР  $\text{Bi}_{0.5}\text{Na}_{0.5}\text{TiO}_3$  ( $x = 1,0$ ) на зависимостях от температуры формируются две аномалии: при температурах 325 °С и 180 °С, которые, согласно литературе, относятся к фазовым переходам из К фазы в Т фазу и из Т в Рэ фазу, соответственно [6, 9]. На зависимостях  $\varepsilon_r(T)$  в интервале  $0,2 \leq x < 0,8$  при  $T$  выше 400 °С наблюдается резкий рост  $\varepsilon_r$  вследствие увеличения электропроводности, что может быть обусловлено процессами восстановления  $\text{Nb}^{5+} \leftrightarrow \text{Nb}^{4+}$ , приводящими к возникновению Максвелл-Вагнеровской поляризации [10].

Низкие значения  $\text{tg}\delta(T)$  позволяют связать аномалии в области до 250—300 °С с токами смещения и объяснять их непосредственными структурными изменениями, определяющими возникновение полярных состояний.

### Заключение

Проведено исследование влияния механоактивации на формирование поликристаллических ТР системы  $(1-x)\text{Na}_{0.5}\text{K}_{0.5}\text{NbO}_3-x\text{Bi}_{0.5}\text{Na}_{0.5}\text{TiO}_3$ . Показано, что применение механоактивации на стадии пресс-порошка позволяет повысить относительную плотность некоторых ТР более чем на 10 %.

Обнаружено, что в системе  $(1-x)\text{Na}_{0.5}\text{K}_{0.5}\text{NbO}_3-x\text{Bi}_{0.5}\text{Na}_{0.5}\text{TiO}_3$  при комнатной температуре происходит ряд морфотропных фазовых переходов: моноклинная → тетрагональная → псевдокубическая → ромбоэдрическая фазы.

Показано, что в системе  $(1-x)\text{Na}_{0.5}\text{K}_{0.5}\text{NbO}_3-x\text{Bi}_{0.5}\text{Na}_{0.5}\text{TiO}_3$  при  $x$  выше 60 мол. % наблюдается область высокой температурной стабильности диэлектрических свойств в интервале температур 100—250 °С при сохранении низких значений  $\text{tg}\delta$ , что перспективно для применения ТР на их основе в устройствах накопления электрической энергии.

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (Государственное задание в сфере научной деятельности 2023 г.). Проект № FENW-2023-0010/(Г30110/23-11-ИФ) с использованием оборудования ЦКП "Электромагнитные, электромеханические и тепловые свойства твердых тел" (НИИ физики), "Высокие технологии" (НКТБ "Пьезоприбор") Южного федерального университета.*

### ЛИТЕРАТУРА

1. Wang G., Lu Z., Li Y., Li L. et al. Electroceramics for High-Energy Density Capacitors: Current Status and Future Perspectives // Chem. Rev. 2021. V. 121. P. 6124—6172.
2. Yang L., Kong Xi., Li F. et al. Perovskite lead-free dielectrics for energy storage applications // Progress in Materials Science. 2019. V. 102. P. 72—108.
3. Rodel J., Jo W., Seifert Klaus T. P., Anton Eva-Maria. Perspective on the Development of Lead-free Piezoceramics // J. Am. Ceram. Soc. 2009. V. 92. № 6. P. 1153—1177.
4. Zuo R., Fang X., Ye Ch. Phase structures and electrical properties of new lead-free  $(\text{Na}_{0.5}\text{K}_{0.5})\text{NbO}_3 - (\text{Bi}_{0.5}\text{Na}_{0.5})\text{TiO}_3$  ceramics // Applied physics letters. 2007. V. 90. P. 092904.
5. Wang Ke., Li Jing-Feng. (K,Na)NbO<sub>3</sub>-based lead-free piezoceramics: Phase transition, sintering and property enhancement // J. Advanced Ceramics. 2012. V. 1(1). P. 24—37.
6. Zhou X., Xue G., Luo H., Bowen C. R., Zhang D. Phase structure and properties of sodium bismuth titanate lead-free piezoelectric ceramics // Progress in Materials Science. 2021. V. 122. P. 100836.
7. Уваров Н. Ф., Болдырев В. В. Размерные эффекты в химии гетерогенных систем // Успехи химии. 2001. Т. 70. № 4. С. 307—329.
8. Урусов В. С. Теоретическая кристаллохимия. — М.: Изд-во МГУ, 1987. — 275 с.
9. Yin J., Zhang Y., Lv X., Wu J. Ultra high Energy-Storage Potential under Low Electric field in Bismuth Sodium Titanate-Based Perovskite Ferroelectrics // J. Mater. Chem. A. 2018. V. 6. P. 9823—9832.
10. Vezzoli G. G. Electrical properties of NbO<sub>2</sub> and Nb<sub>2</sub>O<sub>5</sub> at elevated temperature in air and flowing argon // Phys. Rev. B. 1982. V. 26. № 7. P. 3954—3957.

## Dielectric properties of lead-free compositions based on bismuth-sodium titanate and alkali metal niobates

E. V. GLAZUNOVA, L. A. SHILKINA, I. A. VERBENKO, L. A. REZNICHENKO

Research Institute of Physics, Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

*It has been established that the use of mechanical activation at the manufacture of ceramics of the composition  $(1-x)(\text{Na}_{0.5}\text{K}_{0.5})\text{NbO}_3-x(\text{Na}_{0.5}\text{Bi}_{0.5})\text{TiO}_3$  allowed increasing the relative density of ceramics by more than 10%. It has been found that several morphotropic phase transitions occur in the  $(1-x)(\text{Na}_{0.5}\text{K}_{0.5})\text{NbO}_3-x(\text{Na}_{0.5}\text{Bi}_{0.5})\text{TiO}_3$  system at room temperature. It is shown that the increasing amount of  $(\text{Na}_{0.5}\text{Bi}_{0.5})\text{TiO}_3$  in the study system leads to the temperature stability of the dielectric properties in the range 100—250 °C. Solid solutions of the system  $(1-x)(\text{Na}_{0.5}\text{K}_{0.5})\text{NbO}_3-x(\text{Na}_{0.5}\text{Bi}_{0.5})\text{TiO}_3$  with a high content of  $(\text{Na}_{0.5}\text{Bi}_{0.5})\text{TiO}_3$  are promising bases for charge storage.*

**Keywords:** lead-free compositions, mechanical activation, dielectric properties, temperature stability, energy storage.

Конструкции из композиционных материалов: Межотр. науч.-техн. журн. / Федеральное государственное унитарное предприятие «Научно-технический центр оборонного комплекса «Компас»; Акционерное общество «Государственный ракетный центр имени академика В. П. Макеева»; Акционерное общество «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнева». 2023. Вып. 3 (171). С. 1—64.

Компьютерная верстка *Н. В. Ильина, К. В. Трыкина*

Подписано в печать 12.08.2023. Формат 60х84 1/8.  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 7,4. Уч.-изд. л. 7,7.  
Тираж 250 экз. Заказ 2019. Свободная цена.  
Адрес редакции: 125424, Москва,  
Волоколамское ш., д. 77,  
ФГУП «НТЦ оборонного комплекса «Компас».  
[www.ntskompas.ru](http://www.ntskompas.ru); E-mail: [izdanie@ntskompas.ru](mailto:izdanie@ntskompas.ru)  
Отпечатано: 101000, Москва,  
Лубянский проезд, д. 15, стр. 4, помещ. IX, ком. 15, 16  
ООО «Спиди-Принт.ру»  
Индекс 80089.

# Правила для авторов по оформлению рукописей статей, предлагаемых к публикации в журналах

Направляя рукопись статьи в редакцию журнала, авторы передают редколлегии и издателю журнала безвозмездное неисключительное право опубликовать ее на русском языке в качестве статьи в печатной и электронной версиях журнала в сети Интернет. При этом за авторами сохраняются их интеллектуальные права на рукопись статьи (в том числе "авторское право"). В связи с этим и с учетом Четвертой части (Раздел VII) Гражданского кодекса РФ авторами должно быть представлено в редакцию письмо в следующей форме:

## Лицензионный договор о передаче права на публикацию (издательский лицензионный договор)

Мы, нижеподписавшиеся, авторы рукописи .....,  
предоставляем редколлегии журнала и издателю ФГУП «НТЦ оборонного комплекса «Компас»  
.....  
(название журнала)  
безвозмездную простую (неисключительную) лицензию на публикацию рукописи статьи как в печатной, так и в электронной версиях журнала.

Мы подтверждаем, что данная публикация не нарушает интеллектуальных прав других лиц или организаций.

Подписи авторов: ..... (ф.и.о., ученая степень, дата)  
.....  
.....

Статья должна быть подписана всеми авторами. В случае нескольких авторов указывается фамилия автора, ответственного за переписку с редакцией. Рукопись статьи направляется на адрес редакции журнала: 125424, Москва, Волоколамское ш., д. 77, ФГУП «НТЦ оборонного комплекса «Компас», Редакция журнала. Дополнительная информация может быть получена в редакции при обращении по телефону: 8 (495) 491-43-17 или по E-mail: izdanie@ntckompas.ru.

Каждая статья рецензируется в соответствии с решением редколлегии журнала. Рецензенты выбирают из числа ученых и специалистов, компетентных в вопросах, рассматриваемых в статье, и имеющих собственные публикации в данном направлении. Решение о порядке публикации статьи принимается редколлгией с учетом мнения рецензентов. В случае разногласий среди членов редколлегии окончательное решение принимает главный редактор. При полном отклонении рукописи статьи от публикации редакция журнала направляет авторам мотивированный отказ. По этому факту редакция не вступает в полемику с авторами.

### Комплектование статьи (обзора)

Статья должна быть представлена в редакцию в следующем комплекте:

- сопроводительное письмо, подписанное руководством организации;
- экспертное заключение о возможности опубликования в открытой печати и распространения в Российской Федерации и других государствах. При отсутствии в организации экспертной комиссии вме-

сто экспертного заключения может быть представлено соответствующее заявление на имя главного редактора журнала от имени руководства организации, где работают авторы. В экспертном заключении или заявлении в обязательном порядке должна быть отражена возможность открытой публикации и передачи публикуемых материалов за границу.

- лицензионный договор по приведенному образцу;
- рукопись статьи — объем статьи (без рисунков) не должен превышать 10 страниц формата А4 при 1,5 межстрочных интервалах, а объем статьи обзорного характера — 20 страниц. Рекомендуемая гарнитура — New Times Roman. Размер шрифта — 12;
- Материал статьи представляется в редакцию в печатном виде (на бумажном носителе) и в электронном варианте с текстом в формате Word на электронную почту.

### Оформление статьи:

- статья начинается с указания УДК;
- название статьи набирается строчными буквами (кроме начальной прописной) полужирным шрифтом, размер шрифта 14, для остального текста используется простой шрифт размером 12, причем рекомендуемая гарнитура шрифта — Times New Roman;
- после названия — список авторов, инициалы авторов предшествуют их фамилиям;

- далее представляется аннотация статьи (10—15 строк с раскрытием цели работы и её основных результатов);

- далее приводится список ключевых слов для данной статьи (не более десяти);

- страницы текста нумеруются без пропусков и добавлений литерных обозначений (типа 1а, 2б и т. п.), причем в сквозную нумерацию должны быть включены все элементы статьи;

- внизу первой страницы текста помещается отдельный абзац (с полужирным шрифтом), содержащий контактную информацию об авторе (или авторах) в следующем виде: фамилия, имя, отчество, должность, ученая степень, почтовый адрес предприятия, телефон, E-mail;

- основной текст статьи должен начинаться с четкой постановкой цели и задач работы, сопровождаемой аргументами в пользу ее выполнения на фоне существующего состояния затронутой в статье проблемы. Дальнейший текст статьи также должен иметь смысловые рубрикаторы (разделы и подразделы) без их нумерации. Заканчиваться статья должна отдельным разделом «Заключение» с перечислением основных результатов, следующих из них выводов и, по возможности, предложений по развитию исследований и использованию их результатов.

- после основного текста — список использованных источников "Литература" (не менее 5 источников); Список использованной литературы должен соответствовать всем ссылкам на внешние источники в тексте статьи. Ссылки оформляются в квадратных скобках, например, [1—6], [7, 8]. Внутренние ссылки, т. е. ссылки на формулы, рисунки и таблицы статьи оформляются с использованием круглых скобок, например, формула (1), уравнение (4), (рис. 3), (табл. 2). Любые ссылки в подписях к рисункам и в самих рисунках не рекомендуются;

- далее размещается подробная англоязычная информация о статье: название статьи, фамилия и инициалы авторов (английская транслитерация), предприятие, аннотация, ключевые слова (Keywords).

### **Оформление рисунков:**

- рисунки и графики вставляются непосредственно в нужном месте в статье и в желаемом масштабе.

- рядом с осями графиков указываются отображаемые физические величины только в символьной (буквенной) форме, а через запятую — размерность величины по-русски (прямым шрифтом). Различные кривые на графиках рекомендуется нумеровать, даже если они характеризуются отдельным цветом или типом линии. Графики представляются только на

белом фоне. Вспомогательные сетки на площади графика не допускаются;

- подписи под соответствующими рисунками (полужирный курсивный) представляются в нужных местах текста. Каждая подпись должна быть по возможности лаконичной, но емкой по содержанию.

### **Оформление формул:**

- простые формулы вводить в текст в формате используемого текстового редактора, более сложные формулы — с использованием редактора формул MathType;

- стандартные математические обозначения (например,  $\max$ ,  $\log$ ,  $\sin$ ,  $\exp$  и т. д.) должны быть набраны прямо. То же относится к цифрам и числам;

- для символьного обозначения не векторных физических (технических) величин использовать только латинский и греческий алфавиты, при этом в тексте для греческих букв использовать прямой шрифт, для латинских букв — наклонный шрифт (курсив);

- векторы и матрицы обозначать полужирным прямым шрифтом;

- для нижних и верхних индексов применять арабские цифры, латинские или греческие буквы. Если индекс представляет собой сокращенную форму русского слова — характеристики, то допустимо использовать в его обозначении русские буквы (прямой шрифт), например  $U_{\text{вх}}$ ,  $I_{\text{вых}}$ ,  $v_{\text{гр}}$  и т. п.

- размерность физических величин обозначается всегда только по-русски прямым шрифтом.

### **Оформление таблиц:**

- содержание таблицы не должно дублировать данные, приводимые на графиках или в тексте;

- графы должны иметь название без сокращения отдельных слов.

Рисунки, формулы и таблицы должны иметь свою отдельную сквозную нумерацию. Если на конкретную формулу нет дополнительных (возвратных) ссылок в тексте или она в единственном числе, то нумерация ее не нужна. Единственные таблица и/или рисунок также не нумеруются.

При публикации в журнале каждая статья (в контактной информации) сопровождается сноской со знаком охраны авторского права ©, поставленным перед фамилией автора (фамилиями авторов) и годом издания.

Авторы (или автор) каждой статьи после выхода журнала в свет имеют право на получение от редакции электронной версии статьи в PDF-формате (редактор Adobe Acrobat).