

شرح مدل مسئله
ارشیا مجیدی، سارا بابایی

پروژه اول

بهینه‌سازی ترکیبی و آنالیز شبکه‌ها

مجموعه‌ها، اندیس‌ها و پارامترها:

\mathbb{I}	مجموعه‌ی دروس ارائه شده در دانشکده در ترم جاری، با اندیس i
\mathbb{J}	مجموعه‌ی دانشجویان دانشکده در ترم جاری، با اندیس j
$\mathbb{K} = \{1, \dots, 7\}$	مجموعه‌ی روزهای هفته، با اندیس k
\mathbb{T}	مجموعه‌ی روزهای موجود در هفته‌های مجاز به برگزاری آزمون میان‌ترم (با احتساب روزهای آخر هفته)، با اندیس t
$a_{i,j}$	پارامتر باینری که اگر دانشجوی j درس i را اخذ کرده باشد، یک و در غیر این صورت، صفر است.
$b_{i,k}$	پارامتر باینری که اگر درس i در روز k هفته برگزار شود، یک و در غیر این صورت، صفر است.
$d_{t,k}$	پارامتر باینری که اگر روز t از مجموعه روزهای مجاز به برگزاری آزمون میان‌ترم، در روز k از هفته باشد، یک و در غیر این صورت، صفر است.
max_t	آخرین روز مجاز به برگزاری آزمون میان‌ترم
$M = \forall max_t$	مقدار ثابت بسیار بزرگ
$c_1 = 100$	ضریب امتیازدهی به حداقل فاصله‌ی دو آزمون میان‌ترم متوالی برای دانشجو
$c_2 = -1$	ضریب امتیازدهی برای وجود سه آزمون میان‌ترم متوالی

متغیرهای تصمیم:

$\delta_{i,t}$	متغیر باینری که اگر آزمون میان‌ترم درس i در روز t برگزار شود، یک و در غیر این صورت، صفر است.
$\gamma_{j,t}$	متغیر باینری که اگر دانشجوی j در روز t آزمون میان‌ترم داشته باشد، یک و در غیر این صورت، صفر است.
x_i	روز برگزاری آزمون میان‌ترم درس i
y_j	کم‌ترین اختلاف روز بین دو آزمون میان‌ترم متوالی دانشجوی j
$u_{j,t}$	متغیر کمکی که در صورتی که دانشجوی j از روز t برای سه روز متوالی آزمون میان‌ترم داشته باشد، یک است.
$\theta_{i,i'}$	متغیر باینری کمکی که اگر روز آزمون میان‌ترم درس i پیش از درس i' باشد، یک و در غیر این صورت صفر است.

تابع هدف و قيود:

$$\max z = c_1 \sum_{j \in \mathbb{J}} y_j + c_2 \sum_{j \in \mathbb{J}} \sum_{t \in \mathbb{T}} u_{j,t}$$

s. t.

$$\sum_{t \in \mathbb{T}} \delta_{i,t} = 1 \quad \forall i \in \mathbb{I}; \sum_{j \in \mathbb{J}} a_{i,j} > 0 \quad (1)$$

$$\sum_{t \in \mathbb{T}} \delta_{i,t} = 0 \quad \forall i \in \mathbb{I}; \sum_{j \in \mathbb{J}} a_{i,j} = 0 \quad (2)$$

$$\delta_{i,t} \leq \sum_{k \in \mathbb{K}} b_{i,k} d_{t,k} \quad \forall i \in \mathbb{I}, \forall t \in \mathbb{T} \quad (3)$$

$$\gamma_{j,t} = \sum_{i \in \mathbb{I}} a_{i,j} \delta_{i,t} \quad \forall j \in \mathbb{J}, \forall t \in \mathbb{T} \quad (4)$$

$$\gamma_{j,t} \leq 1 \quad \forall j \in \mathbb{J}, \forall t \in \mathbb{T} \quad (5)$$

$$x_i = \sum_{t \in \mathbb{T}} t \delta_{i,t} \quad \forall i \in \mathbb{I} \quad (6)$$

$$y_j \leq x_i - x_{i'} + M\theta_{i,i'} \quad \forall i, i' \in \mathbb{I}, \forall j \in \mathbb{J}; i \neq i', a_{i,j} = a_{i',j} = 1 \quad (7)$$

$$y_j \leq x_{i'} - x_i + M(1 - \theta_{i,i'}) \quad \forall i, i' \in \mathbb{I}, \forall j \in \mathbb{J}; i \neq i', a_{i,j} = a_{i',j} = 1 \quad (8)$$

$$y_j = 0 \quad \forall j \in \mathbb{J}; \sum_{i \in \mathbb{I}} a_{i,j} < 2 \quad (9)$$

$$\gamma_{j,t} + \gamma_{j,t+1} + \gamma_{j,t+2} - u_{j,t} \leq 2 \quad \forall j \in \mathbb{J}, \forall t \in \mathbb{T} \quad (10)$$

قيود علامت:

$$\delta_{i,t} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \mathbb{I}, \forall t \in \mathbb{T}$$

$$\gamma_{j,t} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in \mathbb{J}, \forall t \in \mathbb{T}$$

$$x_i \in \mathbb{T} \quad \forall i \in \mathbb{I}$$

$$y_j \geq 0, \text{ Integer} \quad \forall j \in \mathbb{J}$$

$$u_{j,t} \geq 0, \text{ Integer} \quad \forall j \in \mathbb{J}, \forall t \in \mathbb{T}$$

$$\theta_{i,i',j} \in \{0, 1\} \quad \forall i, i' \in \mathbb{I}, \forall j \in \mathbb{J}$$

تابع هدف در اولویت اول، مجموع کمترین اختلاف روز بین دو آزمون میان‌ترم متوالی دانشجویان را ماکسیمم و در اولویت بعدی، برگزاری سه آزمون میان‌ترم در سه روز متوالی را، به دلیل ضریب منفی، مینیمم می‌کند.

قید (۱) مطمئن می‌شود هر درسی که حداقل یک دانشجو دارد، دقیقا یک روز برگزاری آزمون میان‌ترم دارد.

قید (۲) مطمئن می‌شود که در صورت نبود دانشجو برای یک درس، تاریخ میان‌ترمی نیز برای آن تعیین نگردد.

قید (۳) مطمئن می‌شود که روز امتحان هر درس، در روز برگزاری کلاس آن باشد؛ یعنی اگر روز t از روزهای مجاز به برگزاری آزمون میان‌ترم، در روز k از هفته باشد ($d_{t,k} = 1$) و درس i در روز k کلاس داشته باشد ($b_{i,k} = 1$)، $\delta_{i,t}$ می‌تواند یک باشد و در غیر این صورت، $\delta_{i,t}$ باید حتما صفر باشد.

قید (۴) متغیر $\gamma_{j,t}$ را براساس مقدار $\delta_{i,t}$ ، مقداردهی می‌کند.

قید (۵) مطمئن می‌شود که هیچ دانشجویی در یک روز، بیش از یک امتحان نداشته باشد.

قید (۶) متغیر x_i را مقداردهی می‌کند.

قید (۷) و (۸) می‌خواهد مطمئن شود $y_j = \min(|x_i - x_{i'}|)$ که به کمک $\theta_{i,i'}$ و مشخص شدن کوچک‌ترین کران بالایش در همین قید و باتوجه به ضریب مثبتش در تابع هدف ماکسیمم‌سازی، این کار را انجام می‌دهد.

قید (۹) مطمئن می‌شود که اگر دانشجویی کم‌تر از دو درس داشته باشد (به عبارت دیگر فاصله‌ی دو امتحان متوالی برای اون تعریف نشده باشد)، $y_j = 0$ شود.

قید (۱۰) تنها در صورتی برای متغیر $u_{j,t}$ محدودکننده خواهد شد که دانشجوی j در سه روز متوالی با شروع از t آزمون میان‌ترم داشته باشد. در این صورت با توجه به این که ضریب این متغیر در تابع هدف (ماکسیمم‌سازی) منفی است، کم‌ترین مقدار را یعنی یک، اختیار خواهد کرد.