

تمرین ۳

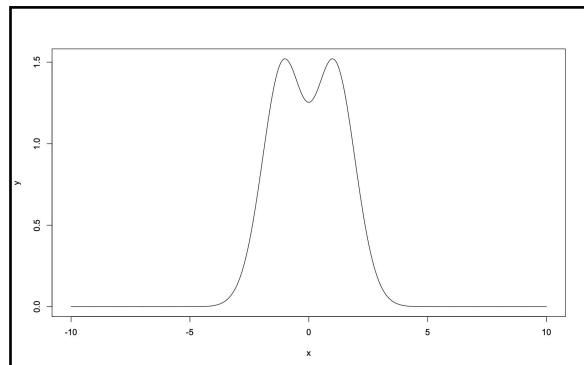
تولید توزیع نرمال با استفاده از توزیع کوشی و لاپلاس

سارا بابایی ۹۷۱۳۰۰۵

با استفاده از روش پذیرش-رد، از توزیع نرمال ۱۰۰۰۰ عدد تصادفی تولید کرده و qqplot آن‌ها را رسم کنید.
از توزیع کوشی برای این کار استفاده کنید.

- پیدا کردن c بهینه:

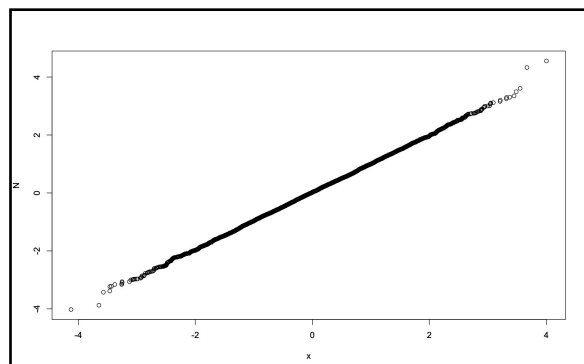
```
> x = seq(-10, 10, .01)
> f = dnorm(x)
> g = dcauchy(x)
> y = f / g
> plot(x, y, type = "l")
> max(y)
[1] 1.520347
```



بنابراین $c = 1/6$ را در نظر می‌گیریم.

- تولید اعداد تصادفی:

```
> c = 1.6
> n = 10000
> i = 0 #iterations
> j = 0 #counter for accepted
> x = numeric(n) #normal random generation
> while (j < n) {
+   u = runif(1)
+   y = rcauchy(1)
+   if (dnorm(y) / (c * dcauchy(y)) > u) {
+     j = j + 1
+     x[j] = y
+   }
+   i = i + 1
+ }
> i
[1] 15990
>
> N = rnorm(n)
> qqplot(x, N)
```



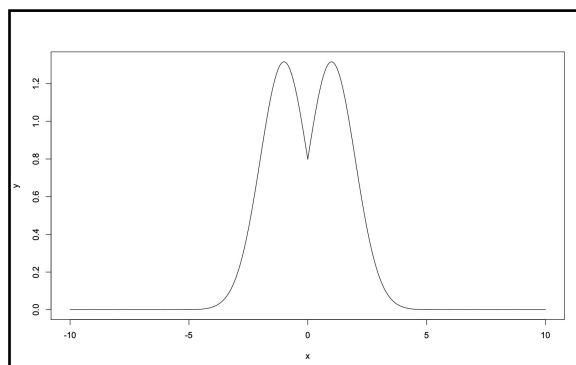
احتمال پذیرش چقدر است؟

بنابر رابطه‌ی ثابت شده در کتاب، احتمال پذیرش برابر با $\frac{1}{c}$ ، یعنی $\frac{1}{1.6} = 0.625$ است.

از توزیع لاپلاس برای این کار استفاده کنید.

- پیدا کردن c بهینه:

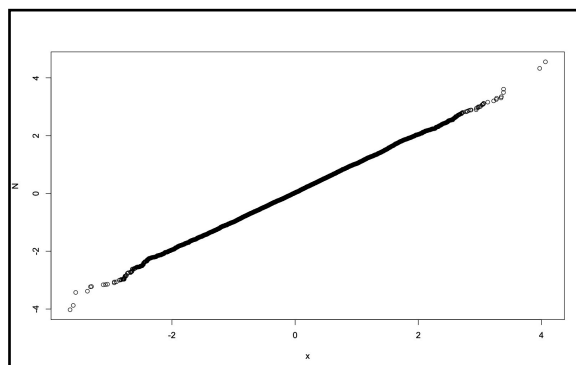
```
> x = seq(-10, 10, .01)
> f = dnorm(x)
> g = dlaplace(x)
> y = f / g
> plot(x, y, type = "l")
> max(y)
[1] 1.315489
```



بنابراین $c = 1/4$ را در نظر می‌گیریم.

- تولید اعداد تصادفی:

```
> c = 1.4
> n = 10000
> i = 0          #iterations
> j = 0          #counter for accepted
> x = numeric(n) #normal random generations
> while (j < n) {
+   u = runif(1)
+   y = rlaplace(1)
+   if (dnorm(y) / (c * dlaplace(y)) > u) {
+     j = j + 1
+     x[j] = y
+   }
+   i = i + 1
+ }
> i
[1] 13924
>
> N = rnorm(n)
> qqplot(x, N)
```



احتمال پذیرش چقدر است؟

بنابر رابطه‌ی ثابت شده در کتاب، احتمال پذیرش برابر با $\frac{1}{c}$ ، یعنی $\frac{1}{1.4} = 0.71$ است.

کدام توزیع، کوشی یا لاپلاس، برای تولید اعداد تصادفی از توزیع نرمال بهتر است؟

برای هر دو توزیع، qqplot به جز در نواحی ابتدایی و انتهایی، به خط راست بسیار نزدیک است. از طرفی در توزیع لاپلاس، می‌توان از c کوچک‌تری استفاده کرد که باعث بالا رفتن احتمال پذیرش و در نتیجه نیاز به اعداد تصادفی یکنواخت کمتری می‌شود. بنابراین به نظر می‌رسد که توزیع لاپلاس برای تولید اعداد تصادفی نرمال بهتر است.