

Algoritmi 2020/21

Domača naloga 1

Nalogo morate sestaviti z LaTeX okoljem in rešitve oddati v pdf obliki na učilnico.

Problem 1. Turingov stroj.

Sestavite TS za množenje dveh števil. Števili sta na traku podani v eniškem zapisu.

Primer: Za množenje 3×4 je začetno stanje traku Turingovega stroja naslednje:

BB111011110BBBBBB

Trak je tukaj izpisan od pozicije -2 naprej v desno, znak B predstavlja prazno celico. Rešitev podamo eniški zapis števila $3 \times 4 = 12$ kjerkoli na traku. Spodaj je stanje traku ob sprejetju rešitve:

BBBBBBBBBBB111111111110BBBBBBBB

Priporočljivo je, da rešitev testirate in oddate tudi pripadajoči Turingov stroj s pomočjo online simulatorja. Primer: turingmachinesimulator.com

7 točk

Problem 2. Prevedba

Pokažite, da je problem delitve (*partition problem*) NP-poln s prevedbo na problem seštevka podmnožic (*subset-sum*). Cilj problema delitve je, da multi-množico S (*multiset*) pozitivnih celih števil razdelite na dve podmnožici S_1 in S_2 tako, da bosta vsoti elementov enaki.

8 točk

Problem 3. Rodovne funkcije

- A) Ropar ropa trgovino in zahteva 500 evrov v bankovcih po 10 in 20 evrov. Vedeti želi na koliko načinov lahko dobi to vsoto. Poiščite rodovno funkcijo $G(z)$, za katero je to število $[z^{500}]G(z)$ in bolj jedrnato rodovno funkcijo $G_c(z)$ za $[z^{50}]G_c(z)$. Določite število možnih načinov izplačila.

5 točk

- B) Fibonaccijeva števila drugega reda $\langle \mathbb{F}_n \rangle$ definiramo kot:

$$\mathbb{F}_0 = 0$$

$$\mathbb{F}_1 = 1$$

$$\mathbb{F}_n = \mathbb{F}_{n-1} + \mathbb{F}_{n-2} + F_n$$

za $n > 1$. Izrazite \mathbb{F}_n z standardnimi Fibonaccijevimi števili F_n in F_{n+1} .

5 točk