

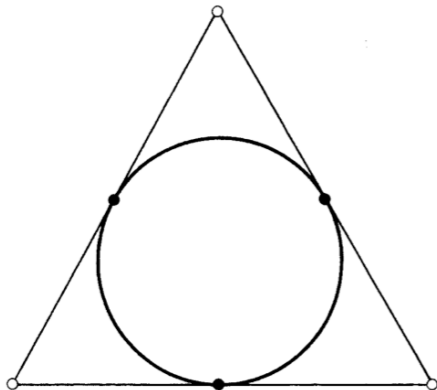
# KROŽNICA IN OSTALE STOŽNICE V RACIONALNI BÉZIERJEVI OBLIKI

Sara Bizjak in Urša Blažič

Fakulteta za matematiko in fiziko

5. januar 2021

# MOTIVACIJA



**SLIKA:** Krog, sestavljen iz treh racionalnih kvadratičnih Bézierjevih krivulj.

# RACIONALNA BÉZIERJEVA KRIVULJA

stopnje  $n$  v  $\mathbb{R}^d$  je projekcija polinomske Bézierjeve krivulje stopnje  $n$  v  $\mathbb{R}^{d+1}$  na hiperravnino  $w = 1$ , kjer točko v  $\mathbb{R}^{d+1}$  označimo z

$$(\mathbf{x}, w) = (x_1, x_2, \dots, x_d, w).$$

Projekcija je definirana kot

$$(\mathbf{x}, w) \mapsto \left(\frac{1}{w}\mathbf{x}, 1\right).$$

## DEFINICIJA

*Racionalna Bézierjeva krivulja* stopnje  $n$  je podana s parametrizacijo  $\mathbf{r} : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^d$ , določeno s predpisom

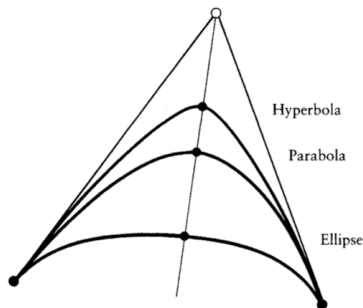
$$\mathbf{r}(t) = \frac{\sum_{i=0}^n w_i \mathbf{b}_i B_i^n(t)}{\sum_{i=0}^n w_i B_i^n(t)}.$$

# STOŽNICE V RACIONALNI BÉZIERJEVI OBLIKI

Za uteži velja:  $w_0 = w_2 = 1$  in  $w_1 = w$ .

Stožnice lahko zapišemo v racionalni Bézierjevi obliki kot

$$\mathbf{r}(t) = \frac{\mathbf{b}_0 \cdot B_0^2 + w \cdot \mathbf{b}_1 \cdot B_1^2 + \mathbf{b}_2 \cdot B_2^2}{B_0^2 + w \cdot B_1^2 + B_2^2}, \quad t \in [0, 1].$$



# KROŽNICA V RACIONALNI BÉZIERJEVI OBLIKI

Krožnico lahko opišemo kot racionalno Bézierjevo krivuljo

$$\mathbf{C}(t) = (X(t), Y(t))$$

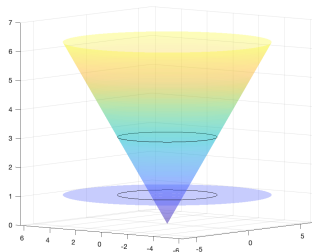
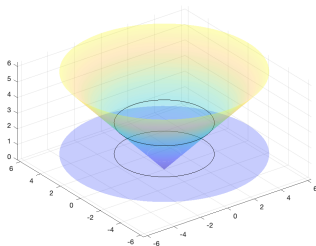
s pomočjo projekcije krivulje

$$\tilde{\mathbf{C}}(t) = (\tilde{X}(t), \tilde{Y}(t), W(t))$$

na ravnino  $w = 1$ .

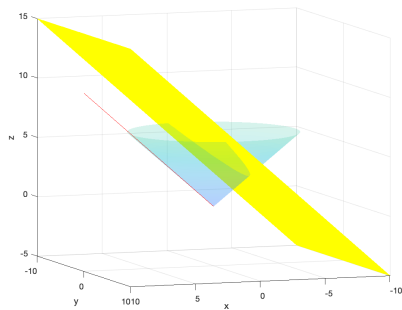
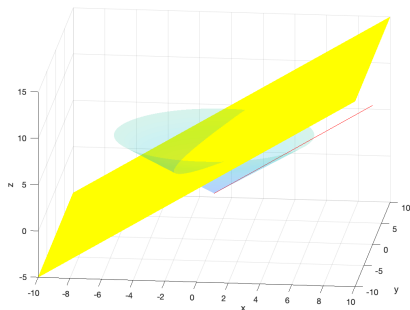
$$\tilde{X}(t)^2 + \tilde{Y}(t)^2 - W(t)^2 = 0$$

# KROŽNICA V RACIONALNI BÉZIERJEVI OBLIKI



**SLIKA:** Krožnico lahko dobimo kot projekcijo krivulje, ki leži na stožcu, na ravnino  $w = 1$ .

# KVADRATIČNA KRIVULJA



**SLIKA:** Presek stožca z ravnino, ki je vzporedna njegovi nosilki. Na sliki je ravnina obarvana z rumeno barvo, nosilka pa z rdečo.

# KVADRATIČNA KRIVULJA

$$\tilde{\mathbf{b}}_0 = (\cos \theta, -\sin \theta, 1)$$

$$\tilde{\mathbf{b}}_1 = (1, 0, \cos \theta)$$

$$\tilde{\mathbf{b}}_2 = (\cos \theta, \sin \theta, 1),$$

kjer je  $\theta$  polovični kot krožnega loka.



# KUBIČNA KRIVULJA

# KRIVULJA 4. STOPNJE

# KUBIČNI BÉZIERJEVI LOKI