

ANALIZA VZTRAJNOSTNIH DIAGRAMOV

Sara Bizjak, Žan Hafner Petrovski

Mentorica: prof. Neža Mramor Kosta

11. januar 2021

TERMINOLOGIJA

DEFINICIJA

Ripsov kompleks $Rips(S, r)$ je abstraktni simplicialni kompleks, za katerega velja:

- množica oglišč je enaka S ,
- podmnožica $\sigma \subseteq S$ je simpleks natanko tedaj, ko je premer σ največ r .

DEFINICIJA

Filtracija kompleksa K je naraščajoče zaporedje kompleksov

$$\emptyset = K_0 \leq K_1 \leq \dots \leq K_n = K.$$

Vztrajnostni diagram je grafični prikaz razvoja oblike Ripsovega kompleksa, ki zadošča filtraciji z naraščujočim r .

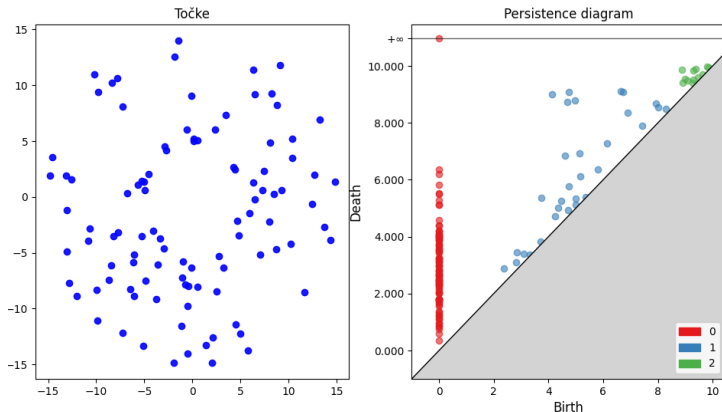
Pri **stabilnosti** nas zanima, če se pri majhni spremembi začetnih podatkov tudi vztrajnostni diagram le malo spremeni.

DEFINICIJA

Razdalja bottleneck med vztrajnostnima diagramoma X in Y je definirana kot

$$W_{\infty}(X, Y) = \inf_{\varphi: X \rightarrow Y} \left(\sup_{x \in X} \|x - \varphi(x)\|_{\infty} \right).$$

PRIKAZ POSTOPKA



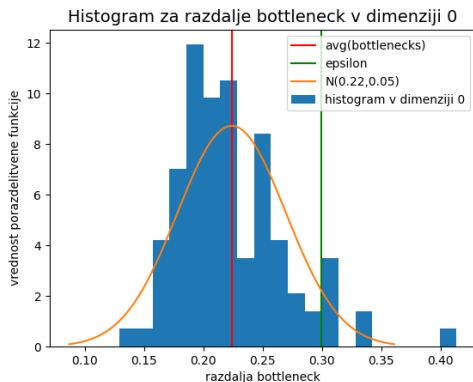
SLIKA: Prikaz izvornih točk in vztrajnostnega diagrama pripadajoče filtracije.

OBNAŠANJE RAZDALJE BOTTLENECK

Analiza razdalje bottleneck pri 100 različnih perturbacijah.

S Shapiro-Wilkovim
testom normalnosti
dobimo

p -vrednost = 0.00022.



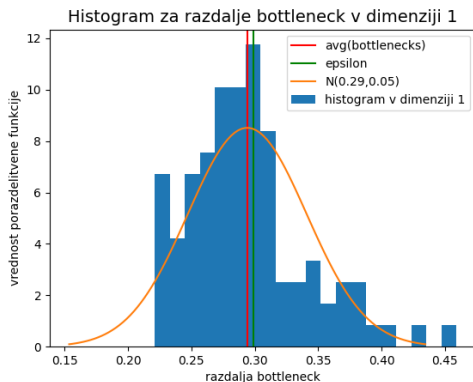
SLIKA: Primerjava histograma razdalje bottleneck v dimenziji 0 in normalne porazdelitve.

OBNAŠANJE RAZDALJE BOTTLENECK

Analiza razdalje bottleneck pri 100 različnih perturbacijah.

S *Shapiro-Wilkovim*
testom normalnosti
dobimo

p -vrednost = 0.00030.



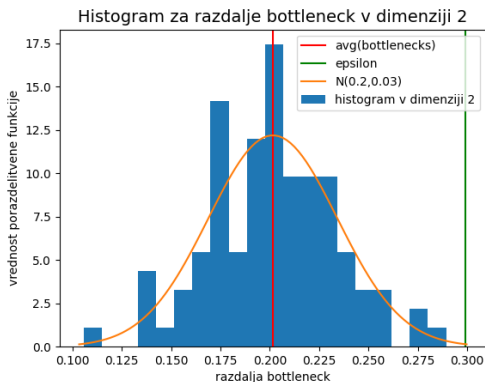
SLIKA: Primerjava histograma razdalje bottleneck v dimenziji 1 in normalne porazdelitve.

OBNAŠANJE RAZDALJE BOTTLENECK

Analiza razdalje bottleneck pri 100 različnih perturbacijah.

S *Shapiro-Wilkovim* testom normalnosti dobimo

$$p\text{-vrednost} = 0.91.$$



SLIKA: Primerjava histograma razdalje bottleneck v dimenziji 2 in normalne porazdelitve.

Empirično sva potrdila sledečo trditev:

TRDITEV

Naj bo $S = \{v_1, \dots, v_n\}$ množica točk, ki ji priredimo ϵ -perturbacijo $S' = \{v'_1, \dots, v'_n\}$, da velja

$$d(v_i, v'_i) \leq \epsilon, \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}.$$

Potem je razdalja bottleneck med vztrajnostnima diagramoma pripadajočih Ripsovih kompleksov največ 2ϵ :

$$d_b(D(S), D(S')) \leq 2\epsilon.$$