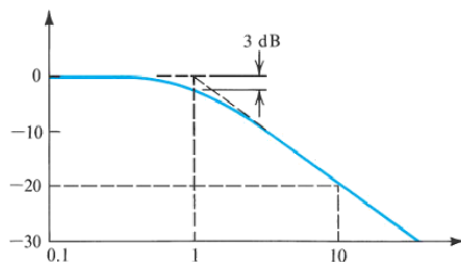


Sinais e Sistemas Electrónicos



Capítulo 5: Noções de Sistemas e Sinais



Ernesto Martins
evm@ua.pt
DETI (gab. 4.2.38)
Universidade de Aveiro



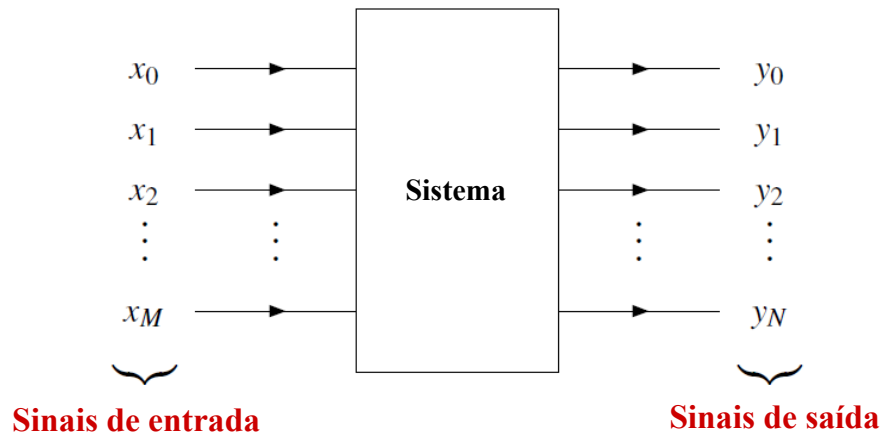
Sinais e Sistemas Electrónicos – 2021/2022

Sumário

- **Nocão de sistema;**
- **Sinais: definição e classificação;**
- **Sinais nos domínios do tempo e da frequência;**
- **Resposta em frequência – caso do circuito RC passa-baixo;**
- **O decibel (dB);**
- **Resposta de amplitude e de fase;**
- **Circuito RC passa-alto;**
- **Diagramas de Bode;**
- **Resposta ao degrau – tempo de subida e tilt.**

Sistema

Entidade que produz um conjunto de *sinais de saída* como resposta a um conjunto de *sinais entradas*.



Sinal

É uma função do tempo que traduz **informação** sobre um ou mais fenómenos.

● Os sinais apresentam-se, em geral, em função do tempo:

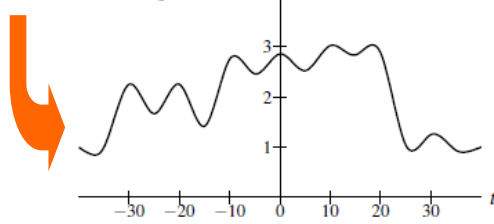
- Velocidade dum veículo;
- Temperatura ambiente;
- Ritmo cardíaco;
- Tensão eléctrica da rede de distribuição;
- Som de um tema musical;
- ...

Aqui estamos particularmente interessados em sinais que podem ser representados por **tensões** ou **correntes eléctricas**.

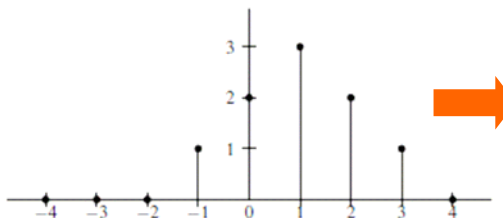
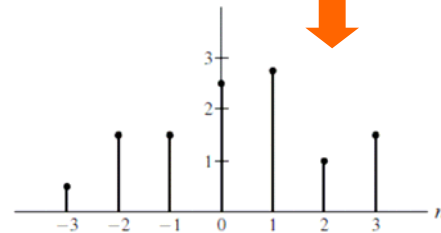
Classificação de sinais

Contínuo no tempo e na amplitude:

sinal analógico



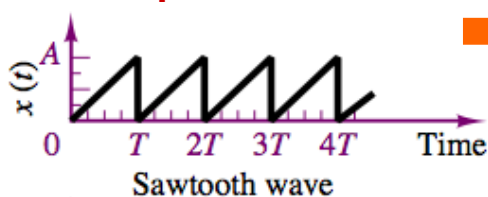
Definido só em *instantes discretos* mas contínuo na amplitude: ainda é um sinal analógico



Definido em instantes discretos e com valores discretos de amplitude: *sinal digital*

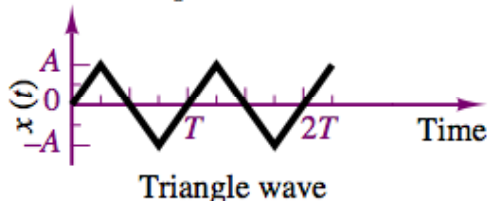
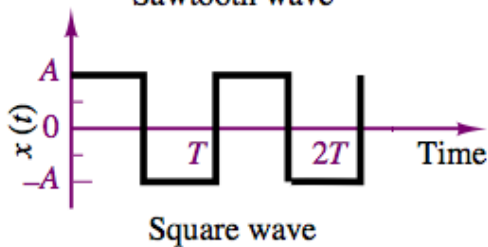
Classificação de sinais

periódico

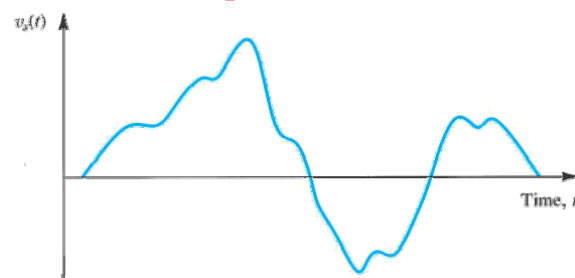


Uma função $x(t)$ é periódica, com período T , se

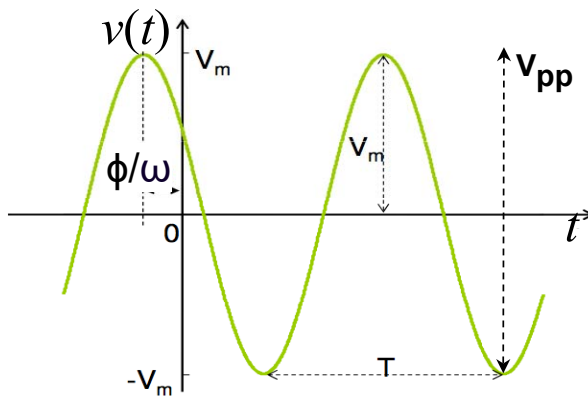
$$x(t) = x(t + T) \text{ para qualquer } t$$



aperiódico



Sinais nos domínios do tempo e da frequência



$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$$

V_m - amplitude máxima (de pico)

T - periodo (s)

f - frequência (Hz) = $1/T$

ω - frequência angular (rad/s)

ϕ - ângulo de fase (rad ou °)

V_{pp} - amplitude pico a pico

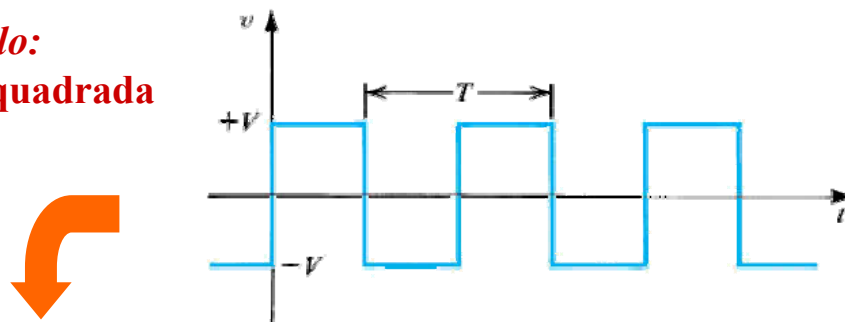
A **sinusóide** é o sinal **mais importante** no estudo de circuitos electrónicos.

Porquê?

Sinais nos domínios do tempo e da frequência

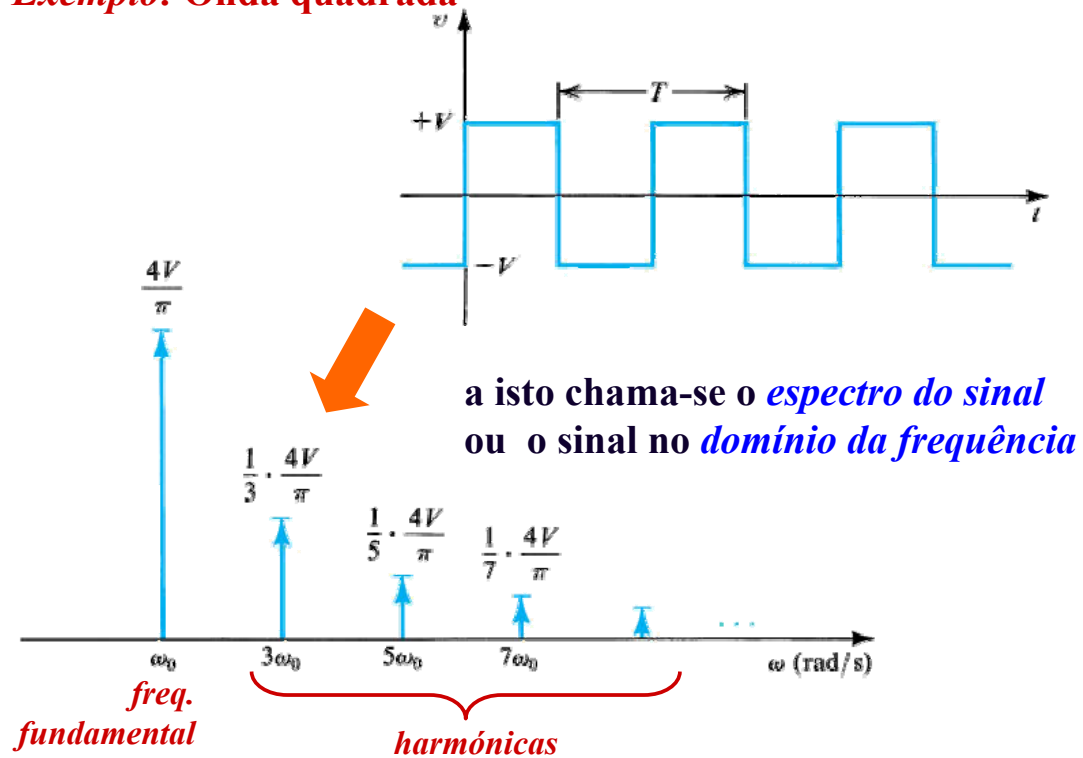
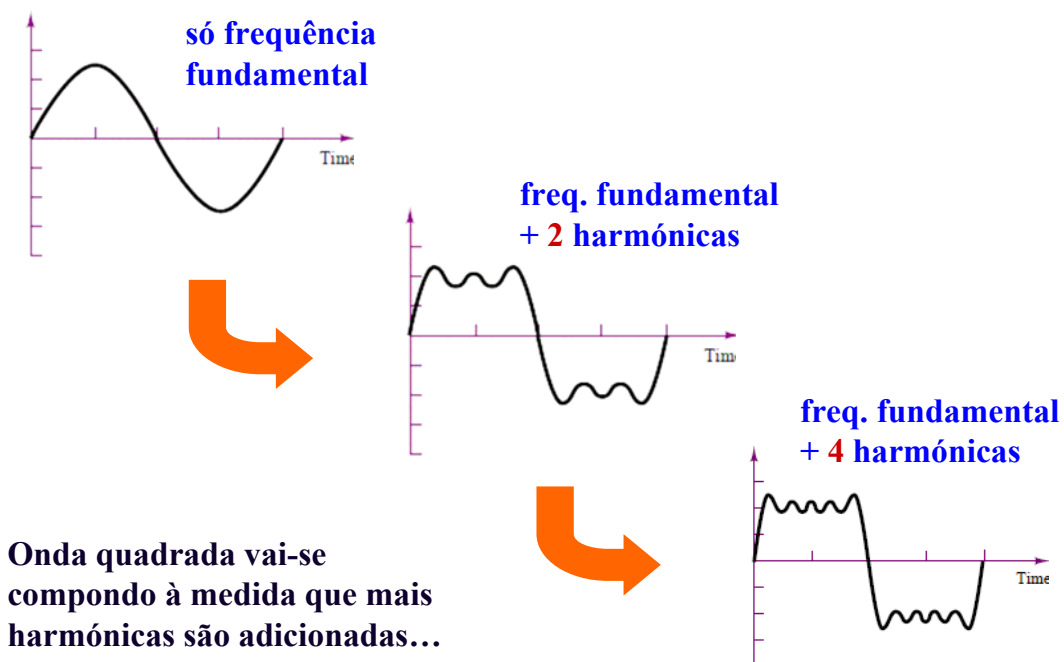
... porque segundo a **série/transformada de Fourier**, qualquer sinal pode ser descrito como uma soma de sinusóides de diferentes amplitudes e frequências.

Exemplo:
Onda quadrada

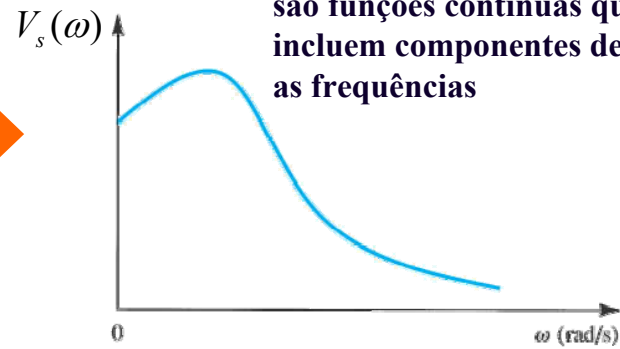
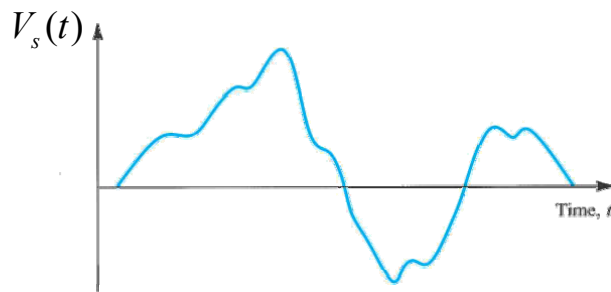


$$v(t) = \frac{4V}{\pi} \left(\sin \omega_0 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_0 t + \dots \right)$$

sendo $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ a **frequência fundamental**

Exemplo: Onda quadrada**Exemplo: Onda quadrada**

Exemplo: sinal aperiódico

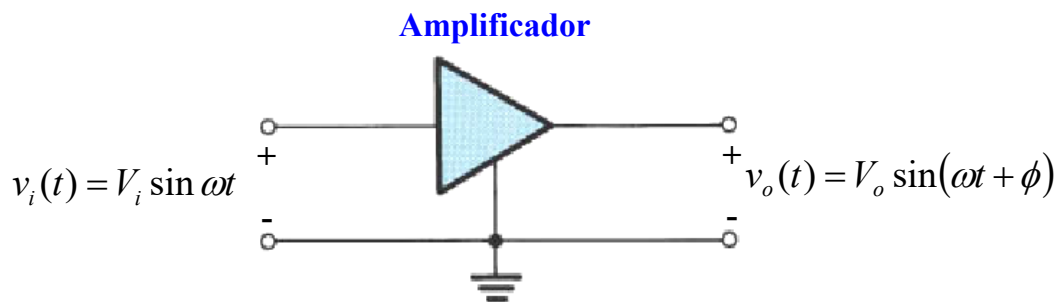


**Espectro de sinais aperiódicos
são funções contínuas que
incluem componentes de todas
as frequências**

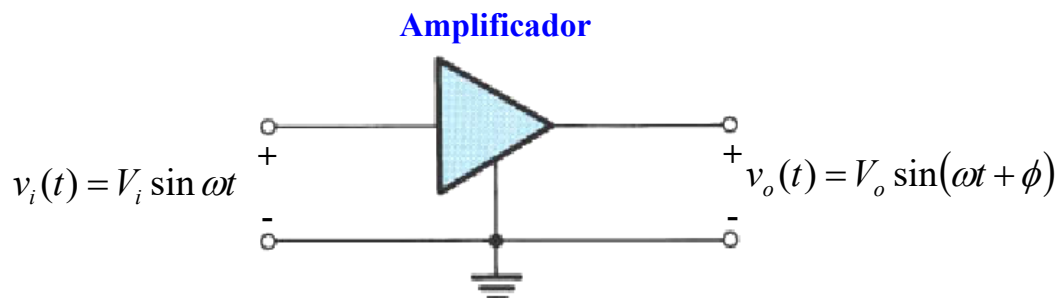
Resposta em frequência

Resposta em frequência

- Caracteriza a forma como um sistema responde a **sinusóides de diferentes frequências**;
- É uma característica importante exactamente porque... *qualquer sinal pode ser expresso como uma soma de sinusóides.*



Resposta em frequência



A resposta em frequência do amplificador é expressa pela sua **função de transferência**:

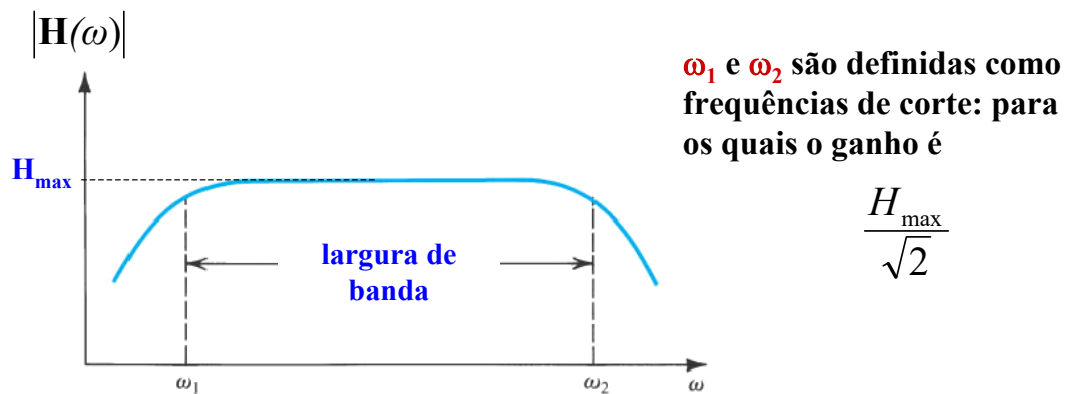
$$H(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{V_i(\omega)}$$

que inclui a resposta de **amplitude**, $|H(\omega)|$

e a resposta de **fase**, $\angle H(\omega)$

Resposta em frequência

- A resposta em amplitude traduz a gama de frequências que o sistema amplifica e a gama que tende a atenuar;
- O amplificador funciona como um *filtro* com uma dada *largura de banda*;



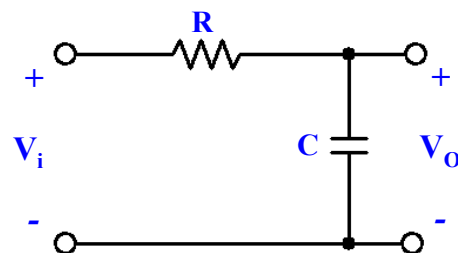
Resposta em frequência do circuito RC (passa-baixo)

Usando a relação do **divisor de tensão**, podemos escrever

$$V_o(\omega) = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C} V_i(\omega)$$

Neste caso, a **função de transferência** é

$$H(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{V_i(\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$



Notar que a função de transferência é adimensional

Expressando em **módulo** e **fase**...

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$$\angle H(\omega) = -\arctg(\omega RC)$$

Resposta em frequência do circuito RC (passa-baixo)

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad \angle H(\omega) = -\arctg(\omega RC)$$

● Na representação em módulo e fase, a função de transferência indica a **atenuação** e o **desfasamento** introduzido pelo circuito na sinusóide de frequência ω .

● Comportamento na frequência

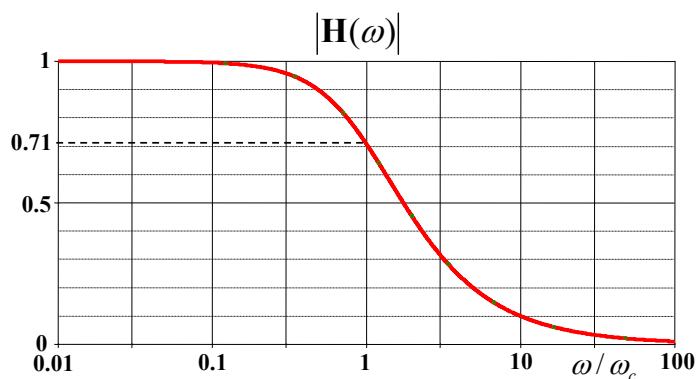
➤ Para frequências muito baixas $|H(0)| \approx 1$ $\angle H(0) \approx 0$
pelo que $V_o \approx V_i$

➤ Para $\omega = \omega_c = 1/RC$, temos $|H(\omega_c)| = 1/\sqrt{2}$ $\angle H(\omega_c) = -45^\circ$

➤ Para frequências muito elevadas $|H(\infty)| = 0$ $\angle H(\infty) = -90^\circ$
pelo que $V_o \approx 0$

Assim, este circuito é conhecido como **filtro passa-baixo**.

Comportamento na frequência do RC passa baixo



Frequência de corte

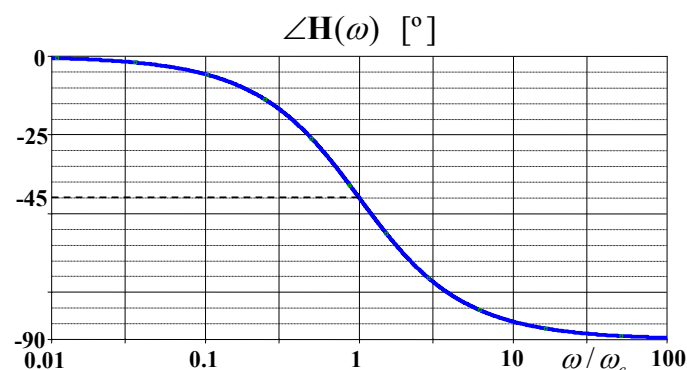
$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$

Notar:

- ❖ Eixo X normalizado;
- ❖ Escalas logarítmicas em X e Y.

● Mas esta resposta de amplitude costuma representar-se numa **medida logarítmica**: em **decibéis** (dB):

$$20 \log |H(\omega)| \text{ (dB)}$$



decibel (dB)

- O **decibel** corresponde a $1/10$ da unidade base: o **bel**;
- Esta unidade surgiu no contexto dos primeiros sistemas de telefones para quantificar a perda de **potência** de um sinal numa ligação, definindo-se como:

$$\log \frac{P_{out}}{P_{in}} \text{ (bel)} \quad \text{ou} \quad 10 \log \frac{P_{out}}{P_{in}} \text{ (decibel)}$$

- Porquê uma unidade baseada na função logaritmo?
- Porque a percepção de intensidade do ouvido humano é logarítmica: e.g. se a intensidade sonora aumentar **10X** a sensação é de apenas uma **duplicação** da intensidade!
- Tratando-se de relações entre tensões, o decibel é definido como

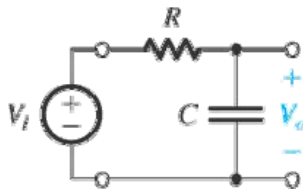
$$20 \log \frac{V_{out}}{V_{in}} \text{ (decibel)}$$

Resposta em frequência do RC passa-baixo (em dB)

$$20 \log |H(\omega)| = 20 \log \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_c)^2}} \quad \omega_c = \frac{1}{RC}$$

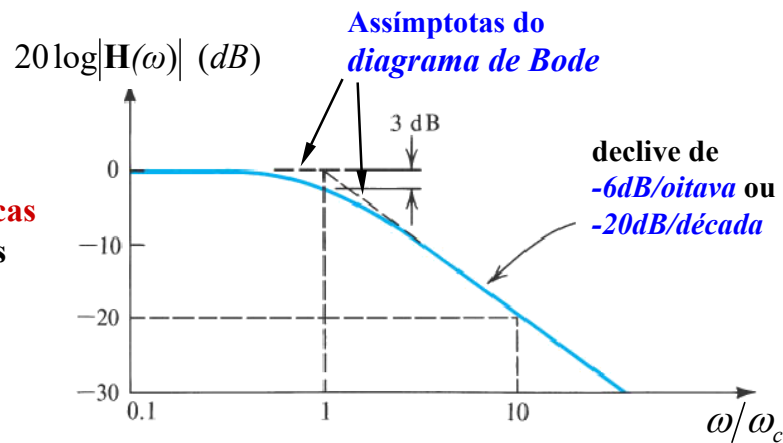
- Para frequências muito baixas: $|H(0)| \approx 1$ ou 0dB
- Para $\omega = \omega_c$: $|H(\omega_c)| = 1/\sqrt{2}$ ou $20 \log(0.707) = -3\text{dB}$
- Para frequências elevadas: $|H(\omega)| \approx \frac{\omega_c}{\omega}$
 - Portanto, se ω duplicar, $|H(\omega)|$ diminui para $1/2$. Como $20 \log(0.5) = -6$, então a amplitude cai **6dB**;
 - Se ω aumentar de um factor de 10, $|H(\omega)|$ diminui para $1/10$. Como $20 \log(0.1) = -20$, então a amplitude cai **20dB**.

Resposta do RC passa-baixo: diagrama de Bode

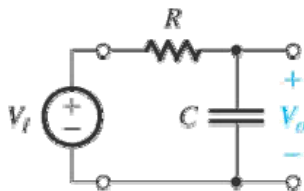


- Com estes dados podemos obter um traçado *assimptótico* da resposta do filtro: o chamado *Diagrama de Bode*.

Escalas logarítmicas
em ambos os eixos



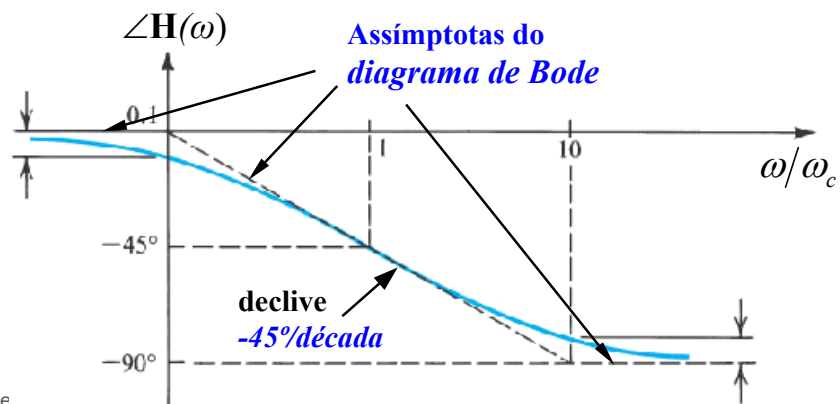
Resposta do RC passa-baixo: diagrama de Bode

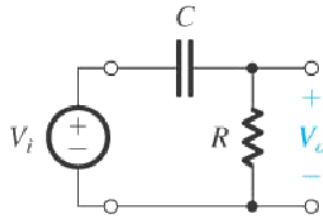


- Para a *resposta de fase* também é possível obter um diagrama de Bode.

$$\angle H(\omega) = -\arctg(\omega RC) = -\arctg(\omega/\omega_c)$$

- Para frequências muito baixas, e.g. $\omega < 0.1\omega_c$: $\angle H(0) \approx 0^\circ$
- Para frequências muito elevadas, e.g. $\omega > 10\omega_c$: $\angle H(\infty) \approx -90^\circ$
- Para $\omega = \omega_c$: $\angle H(\omega_c) = -45^\circ$

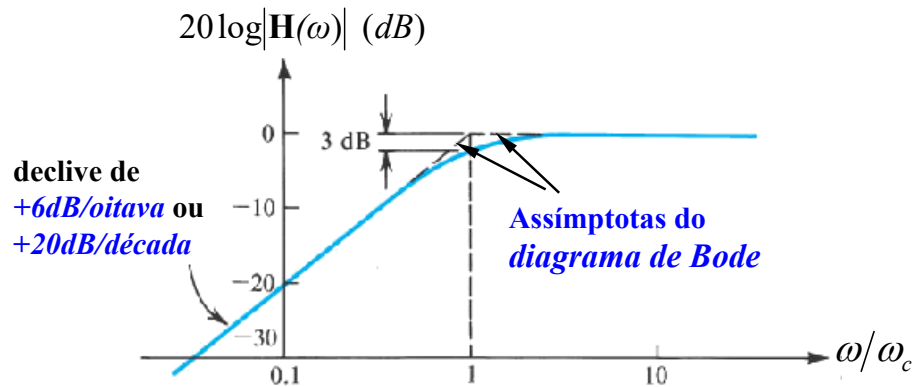
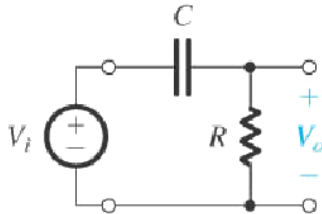


Resposta do RC passa-alto: diagrama de Bode

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_c/\omega)^2}}$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$

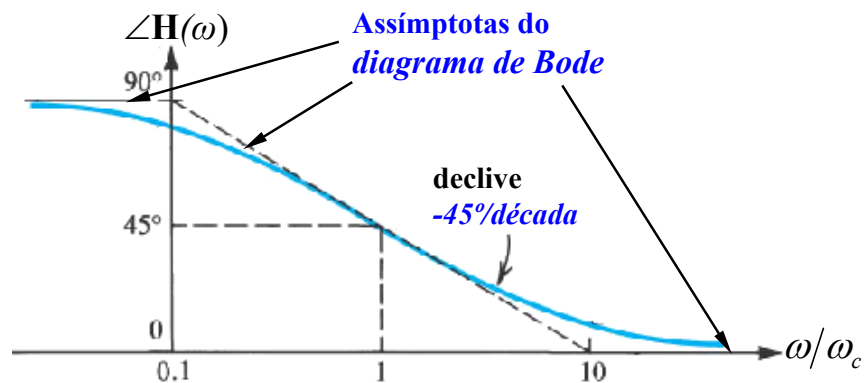
- Para a resposta em amplitude o **Diagrama de Bode** é

**Resposta do RC passa-alto: diagrama de Bode**

$$\angle H(\omega) = \arctg(\omega_c/\omega)$$

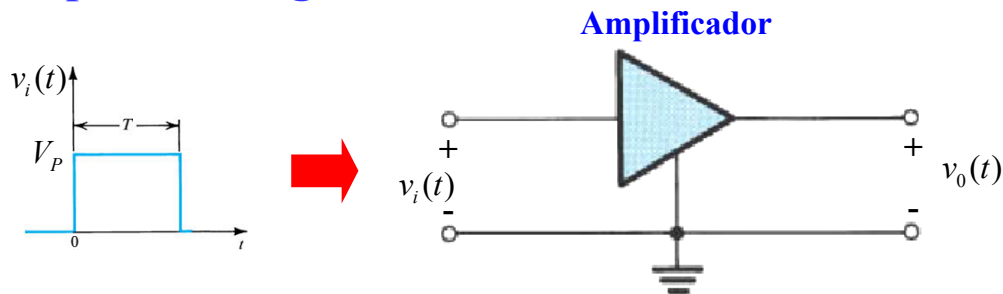
$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$

- Para a resposta de fase o **Diagrama de Bode** é



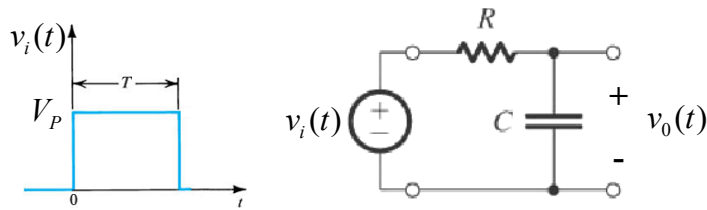
Resposta ao degrau

Resposta ao degrau

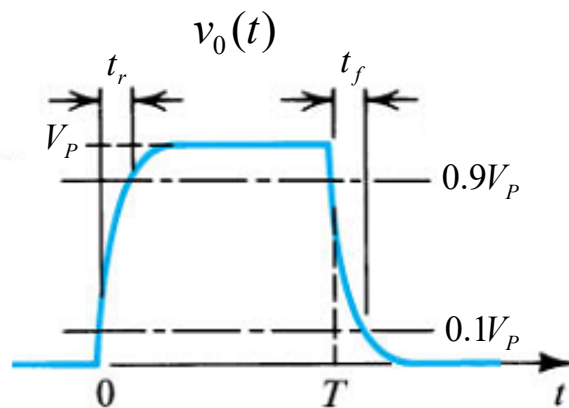


- Traduz a forma com o sistema reage quando lhe é aplicado na entrada um *sinal em degrau*: variação abrupta entre dois valores;
- Na prática o que faz é aplicar, não um degrau, mas um impulso ou uma onda quadrada;
- A resposta ao degrau permite inferir sobre a resposta em frequência.

Sistema tem o comportamento dum RC passa-baixo

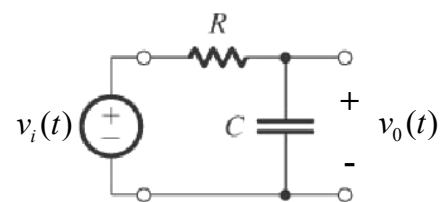
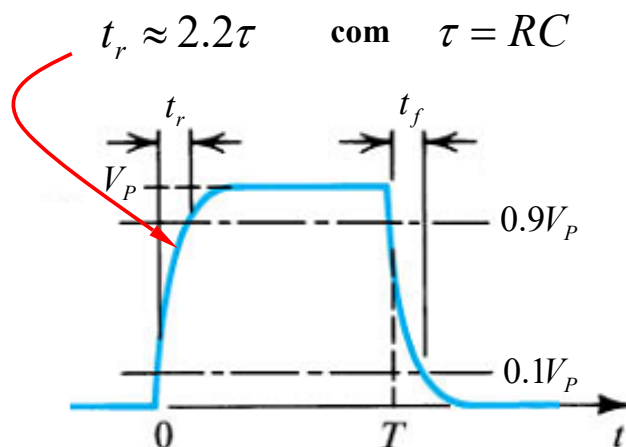


- A velocidade com que o circuito responde ao degrau é quantificada pelo **tempo de subida, t_r** ;
- **t_r** - tempo que $v_o(t)$ leva para subir de **10%** de V_P até **90%**;
- **t_f** - **tempo de descida** – define-se de forma idêntica (90 a 10%).



Sistema tem o comportamento dum RC passa-baixo

- Do estudo da carga do condensador é possível mostrar que ...

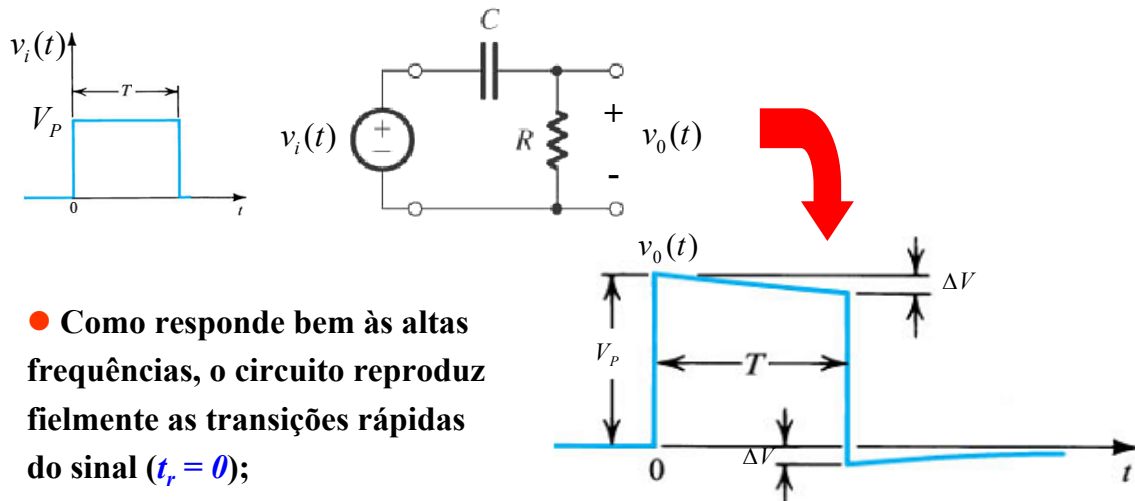


Ora, como $\tau = RC = 1/\omega_0$

então $t_r = \frac{2.2}{\omega_0}$

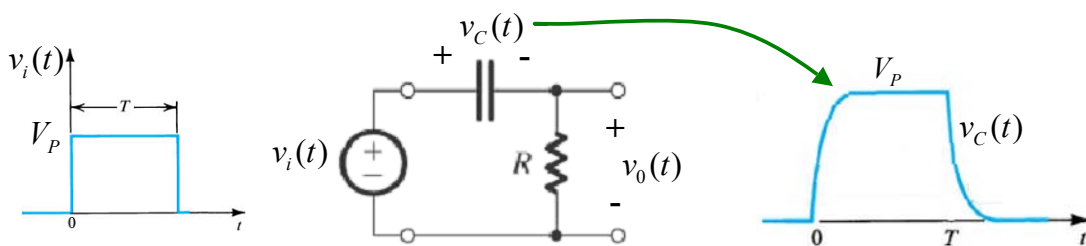
- Portanto a resposta ao degrau é **tão mais rápida quanto maior for ω_0** .

Sistema tem o comportamento dum RC passa-alto

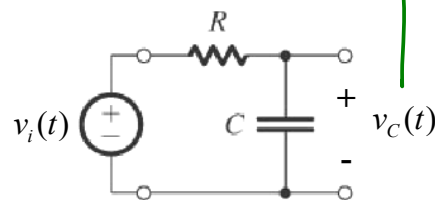


- Como responde bem às altas frequências, o circuito reproduz fielmente as transições rápidas do sinal ($t_r = 0$);
- ... mas como responde mal às frequências baixas (incluindo DC), não reproduz bem as partes planas do sinal;
- Vejamos primeiro porque razão $v_o(t)$ tem esta forma.

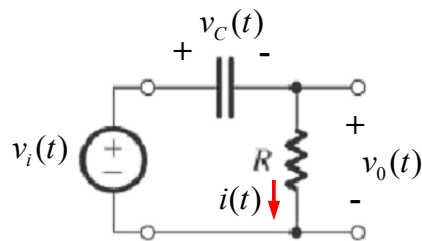
Sistema tem o comportamento dum RC passa-alto



- Para se perceber a forma de $v_o(t)$, reparemos, primeiro, que o circuito é também um RC série, logo $v_C(t)$ deve ser igual à tensão de saída do RC passa-baixo.



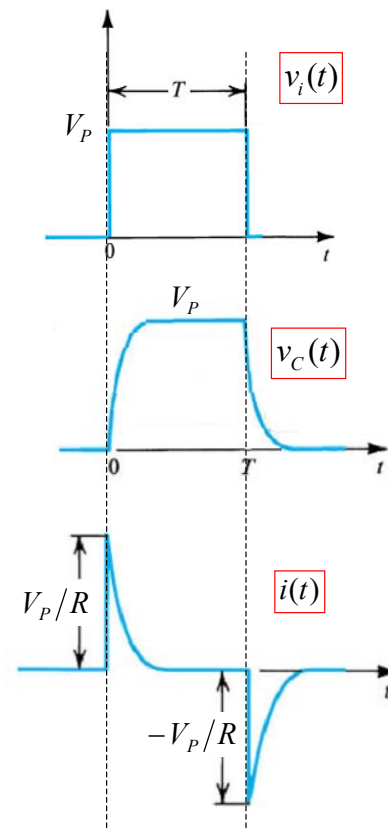
Sistema tem o comportamento dum RC passa-alto



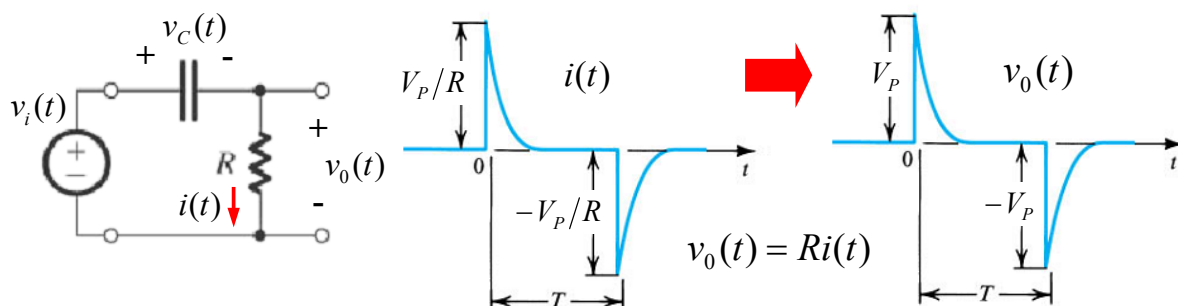
● A corrente no circuito, $i(t)$, deverá ter a forma...

● Em $t = 0$, como o condensador está descarregado $i(t = 0^+) = \frac{V_P}{R}$

● Em $t = T^+$, $v_i(t = T^+) = 0V$ e $v_C(t = T^+) = V_P$ pelo que $i(t = T^+) = -\frac{V_P}{R}$



Sistema tem o comportamento dum RC passa-alto



● Mas note-se que esta é a resposta se $T \gg \tau$

Se T for mais baixo, obtemos

