

Google面试题精讲

七月算法 曹鹏
2015年6月12日

提纲

- 关于面试
- 一些例题
 - 例1 被3和5整除的数的和
 - 例2 合法单词
 - 例3 和0交换的序列排序
 - 例4 放到结尾的序列排序
 - 例5 BFS及其推广
 - 例6 单词对
- 总结



关于面试

☐ 各个公司有没有自己的题库

■ 题库里的题目来源

☐ 员工

☐ 网络

☐ 笔试和面试

■ 笔试：没有交流

■ 面试

☐ 展现思路

☐ 给面试官好印象



例1 被3和5整除的数的和

□ 例1 给定一个数 n , 求不超过 n 的所有的能被3或者5整除的数的和。例如: $n = 9$, 答案 $3 + 6 + 5 + 9 = 23$ 。

■ 分析: 数学问题

□ 被3整除的数, $3, 6, 9, \dots, [n / 3] * 3$

□ 被5整除的数, $5, 10, 15, \dots, [n / 5] * 5$

□ 重复的数同时是3和5的倍数 $15, 30, \dots, [n / 15] * 15$

□ 注意点? n 的范围



例1 续

□ 等差数列求和公式

- x 是首项, y 是项数, d 是公差
- $(x + x + d * (y - 1)) * y / 2$, 注意 $y = 0$ 也适用
- 关键是项数!
 - 加 $x = 3, d = 3, y = n / 3$
 - 加 $x = 5, d = 5, y = n / 5$
 - 减 $x = 15, d = 15, y = n / 15$



例2 合法字符串

□ 例2 字符串只可能有A、B、C三个字母组成，如果任何紧邻的三个字母相同，就非法。求长度为n的合法字符串有多少个？比如：ABBBCA是非法，ACCBCCA是合法的。

■ 分析： 动态规划的思路——真的要枚举么？

□ $dp[i][0]$ ：长度为i的、最后两位不同的合法串的个数

□ $dp[i][1]$ ：长度为i的、最后两位相同的合法串的个数

□ 递推： $dp[i][0] = (dp[i-1][0] * 2 + dp[i-1][1] * 2)$

$dp[i][1] = dp[i-1][0]$



例2 续

□ 初值

■ $dp[1][0] = 3, dp[1][1] = 0$

□ 结果

■ $dp[n][0] + dp[n][1]$

□ 空间优化

■ $dp[i][0,1]$ 只与 $dp[i-1][0,1]$ 相关，可以省掉高维

□ 时间复杂度

■ $O(n)$



例3 和0交换的排序

□ 例3 一个整数数组里包含0-(n-1)的排列 (0到(n-1)恰好只出现一次)，如果每次只允许把任意数和0交换，求排好顺序至少交换多少次。(PAT 1067)

■ 分析： 组合数学里的圈。

□ 例如0占了1的位置，1占了2的位置，2占了0的位置。

□ 一个排列，总可以划分为若干个不相交的圈

□ 上例我们交换0和1，再交换0和2，则排好顺序了



例3 续

- 一个长度为 m 的圈，如果包含0，则交换 $(m - 1)$ 次可以恢复所有的数到原位
- 如果一个长度为 m 的圈不包含0，则交换 $(m + 1)$ 次可以恢复所有的数到原位
 - 例如1在2的位置，2在3的位置，3在1的位置
 - 我们先交换0和任意一个数，例如交换0和1
 - 则变成1在0的位置，0在2的位置，2在3的位置，3在1的位置。



例3 续2 代码

```
#include <stdio>
#include <cstring>
#include <string>

using namespace std;

bool mark[100005];
int a[100005];

int give(int x) {
    int r = 0;
    bool have = false;
    for (; !mark[x]; ++r) {
        if (x == 0) {
            have = true;
        }
        mark[x] = true;
        x = a[x];
    }
    return have?(r - 1):((r <= 1)?0:(r + 1));
}

int main() {
    int n;
    scanf("%d", &n);
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        scanf("%d", &a[i]);
    }
    int answer = 0;
    for (int i = 0; i < n; ++i) {
        answer += give(a[i]);
    }
    printf("%d\n", answer);
    return 0;
}
```



例4 放到结尾的排序

- 例4 给定一个1-n的排列，每次只能把一个数放到序列末尾，至少几次能排好顺序？($O(n)$ 时间内解决的问题（下））

- 为什么要移动1？

- 其他数都排好了，1自然就排好顺序了

- 如果某一步把 x 移动到末尾，则我们必须把 $(x + 1)$, $(x + 2) \dots n$ 都移动到末尾——否则无法排序

- 如何让 x 尽可能大？

- 从1-($x-1$)是必须是按照顺序出现的

- 从开头扫描，检查 x 最大是多少。



例4 续

□ 代码非常简单

```
int solution(vector<int> &a) {  
    int n = a.size(), want = 1;  
    for (int i = 0; i < n; ++i) {  
        if (a[i] == want) {  
            ++want;  
        }  
    }  
    // want .. n must be moved  
    return n - want + 1;  
}
```



例5 BFS及其推广

□ 例5 给定一个矩阵X表示起点, Y表示终点, #表示墙, 从每个位置只能上下左右四个方向走, 不能走出矩阵,

(1) 问至少多少步?

(2) 如果允许最多拆3堵墙, 至少多少步?

```
.....
.....
..#.X...
.....#..
...##...
..Y.....
```



例5 续

□ 分析

- (1) 很简单，就是直接BFS
- (2) 枚举拆墙？
 - $C(n^2, 3)$ $O(n^6)$
 - BFS $O(n^2)$
- 重新构图？
 - 4层的有向图 (0, 1, 2, 3)
 - 每一层 (相同)
 - 每个点 (包括墙) 到它的非墙邻居有边
 - 注意：墙有出边，无入边



例5 续2

□ 第 i 层到第 $(i + 1)$ 层 ($i=0,1,2$)

- 第 i 层的任意位置的邻居如果是墙，则有一条从第 i 层该位置到第 $(i + 1)$ 层对应墙位置的边。
- 从第 i 层相当于“穿墙”到了第 $(i+1)$ 层，虽然第 $(i+1)$ 层该位置仍是墙，但是该位置可以出到别的位置。
- 在这个“立体”图上做BFS

□ 节点数 $O(n^2)$, 边数 $O(n^2)$, 时间复杂度 $O(n^2)$



例6 单词对

□ 例6 给定一个字典，找到两个单词，它们不包含相同的字母，且乘积尽可能大，允许预处理字典。

■ 分析：

□ 开放问题——没有标准答案

□ 需要和面试官交流、探讨

□ 打开思路

■ 方法1

□ 枚举，至少 $O(n^2)$ ，如何判断不包含相同字母？



例6 续

■ 细节： 如何判断包含相同字母？

□ 每个单词出现的字母适用bitmap？

□ 每个单词“签名”， 表示出现哪些字母 2^{26}

□ 两个单词签名是x和y

■ 如果 $x \& y$ （按位与）非0， 则包含相同的字母

■ n多大可以接受

□ 方法2 预处理字典？ 如果空间足够大！

■ 如何表示每个单词？ 仍然签名 $x = [0..2^{26}-1]$



例6 续2

□ 如何表示字母集合？

■ 给定状态 s 在 $[0..2^{26}-1]$ 中，表示可以出现哪些字母，我们想找到满足条件的最长单词， $dp[s]$

□ 可以的含义？ 可以出现，可以不出现。即 s 中为1的位(bit)表示的字母可以在这个单词中出现，也可以不在这个单词中出现，但 s 中为0的那些位一定不允许在单词中出现的最长单词的长度

□ 换言之，单词中出现的字母是状态 s 为1的位表示的字母集合的子集



例6 续3

□ 如何计算dp[s]?

■ 初值

□ 全0

□ 对每个单词的签名x, 计算 $dp[x] = \max(dp[x], \text{length}(\text{word}))$

■ 更新?

for $s = 1$ to $2^{26} - 1$

对 **每一个** 比s少一个二进制1(bit)的状态s'

$dp[s] = \max(dp[s], dp[s'])$



例6 续4

□ 对dp[s]的更新的理解

- $s' < s$

- s' 已经计算好了

- 例如我们想计算状态11010,

- 状态01010, 10010, 11000已经计算好了

- 子集的最优解

- 要么是上面某个状态的子集的最优解（已经计算好了）

- 要么是这个集合本身（预处理过）



例6 续5

□ 最终答案

- 对每个单词签名 x , 我们可选的字母集合是 $(\sim x)$ 的子集——因为不能选相同的位
- 所以求 $\max(\text{length}(x) * \text{dp}[(\sim x) \& ((1 \ll 26) - 1)])$ 即可

□ 时间复杂度:

- 每个单词签名 $O(\text{length} * n)$
- 计算 $\text{dp}[s]$ $O(2^{26} * 26)$
- 最终求解 $O(n)$



例6 续6

□ 空间复杂度 $O(2^{26})$

□ 难点

- 理解位运算

- 理解dp

- 当前集合的子集包括

- 比当前集合少一个元素的全部子集

- 当前集合本身

- 我们可以把dp的整数换为实际单词，可以得到解



总结

- 一定要和面试官交流
 - 不要把面试当成笔试
 - 给面试官积极的情绪
 - 没有标准答案——开放问题
 - 多提假设
 - 函数头部要自己写出
- 无固定套路
- 多总结、思考、归纳
- Goode luck

