

数组高频面试题精讲

七月算法 **曹鹏**

2015年4月22日

提纲

- 数组简介
- 面试题总体分析
 - 选题原则
 - 难度
 - 经典(常见)
 - 新颖
- 一些例题
 - 例1 局部最小值
 - 例2 第一个缺失的正整数
 - 例3 元素间的最大距离
 - 例4 只出现一次的数
 - 例5 众数问题
 - 例6 “前缀和”的应用
- 总结



数组简介

□ 数组(array)

- java : [], ArrayList
- C++ : STL vector, []
- C: 只有[]
- 理解:输入的数组通常理解为集合, 我们自己可以排序, 查找
- 注意
 - C++ STL中vector的一种实现
 - 数组下标是一种特殊的hash...做计数
 - 理解数组与map
 - 给数组“顺序”



面试题总体分析

□ 查找和排序

- 二分查找
- 元素交换
- 排序，中位数
- 归并
- 位运算
- 前缀和的应用

□ 动态规划

□ 排列组合



例1 局部极小值

- 例1 一个给定的不包含相同元素的整数数组，每个，局部极小值的定义是一个值比左右相邻的（如果存在）都小的值，求它的一个局部最小值（国外某公司面试题）
 - 分析：局部最小值的存在性，全部数组的最小值显然是一个解。 $O(n)$?
 - 我们规定数组下标 $a[1..n]$ ，并定义 $a[0] = a[n + 1] = \infty$ ，我们有 $a[1] < a[0]$, $a[n] < a[n + 1]$
 - 结论：子数组 $a[x..y]$ 若 $a[x] < a[x - 1]$, $a[y] < a[y + 1]$ ，则它包含一个局部极小值



例1——续

- $\text{mid} = (x + y) / 2$, 二分, 两个子数组 $a[x..\text{mid}]$, $a[\text{mid} + 1..y]$
 - 若 $a[\text{mid}] < a[\text{mid} + 1]$, 则子数组 $a[x..\text{mid}]$ 满足 $a[x] < a[x - 1]$, $a[\text{mid}] < a[\text{mid} + 1]$
 - 反之 $a[\text{mid}] > a[\text{mid} + 1]$, 则子数组 $a[\text{mid} + 1..y]$ 满足 $a[\text{mid} + 1] < a[\text{mid}]$, $a[y] < a[y + 1]$
- 复杂度 $O(\log n)$
- 思考题
 - 循环有序数组最小值、查找元素 x (Leetcode 153, 154)
 - 一个严格单增的数组, 查找 $a[x] == x$ 的位置



例2 第一个缺失的正整数

□ 给一个数组, 找到从1开始第一个不在里面的正整数。

例如[3,4,-1,1]输出2。(Leetcode 41)

■ 分析: 数组下标从0开始

■ 让 $a[i] == i + 1$

■ 每次循环

□ 要么 $i + 1$

□ 要么 $n - 1$

□ 要么有一个数
被放到正确的位置

```
class Solution {
public:
    int firstMissingPositive(int A[], int n) {
        // [0..i) is 1..i
        for (int i = 0; i < n; i++) {
            if (A[i] == i + 1) {
                ++i;
            }
            else if ((A[i] <= i) || (A[i] > n) || (A[A[i] - 1] == A[i])) {
                A[i] = A[--n];
            }
            else {
                swap(A[i], A[A[i] - 1]);
            }
        }
        return n + 1;
    }
};
```



例3 元素最大间距

- 给定一个整数数组($n > 1$), 求把这些整数表示在数轴上, 相邻两个数差的最大值。(Leetcode 164)
 - 显然排序是一个思想。有更好的方法么?
 - 最大值 x , 最小值 y , 如果 $x == y$ 显然答案是0
 - 把数放进 $(n + 1)$ 个桶
 - 每个桶大小是 $d = (x - y) / (n + 1)$ (浮点数)
 - 每个桶区间是 $[y + i * d, y + (i + 1) * d)$ ($i=0,1,..n$)
 - 注意是左闭右开的区间, 最后一个桶是双闭区间
 - 最小的数在0号桶里, 最大的数在 n 号桶里
 - 第一个桶非空, 最后一个桶非空



例3 续

- 中间有空桶，空桶左右两侧肯定有元素！
- 最大间隙出现在一个非空桶的最大值和下一个非空桶的最小值之间
- 如何判断数 r 在哪个桶里？
 - $(r - y) * (n + 1) / (x - y)$ （整数运算），注意 $r == x$ 的时候，答案取 n
 - 记录每个桶的最大值和最小值即可，时间空间都是 $O(n)$



例4 只出现1次的数

- 一个数组，所有元素都出现了两次，只有两个数只出现了一次，求这两个数。
 - 分析：所有数做异或，则出现两个次的数相抵消，那么最终的结果就是那两个出现一次的数 x 和 y 的异或结果，即 $x \text{ xor } y$ ，且这个值非0
 - 既然 $x \text{ xor } y$ 非0，我们可以找到二进制表示中某一个为1的位（bit）（例如最低位），把所有的数按这位为1和为0分开。
 - 在该位为0和为1的数中，各有一个数只出现一次。（一个是 x ，另一个是 y ）



例4 续

伪代码:

```
int xXory = 0;
for (int i = 0; i < n; ++i) xXory ^= a[i];
int mask = 1;
for (; (xXory & mask) == 0; mask <<= 1);
int x = 0, y = 0;
for (int i = 0; i < n; ++i)
    if (a[i] & mask) x ^= a[i];
    else y ^= a[i];
```

□ 思考题

- Leetcode 137 除一个外，所有数出现了3次，求那个数 * (难)
- 1-100，缺少了两个数，求这两个数？ 位运算？ 解方程？



例5 众数问题

□ 找出超过一半的数

■ 分析：众数出现的次数大于其他所有数出现次数之和

□ 每次扔掉两个不同的数，众数不变

■ 如果扔掉一个众数，和一个非众数

■ 如果扔掉两个非众数

□ 如何实现？和x不同就扔掉，表示扔掉了一个x和一个y？

```
int count = 0, x;
```

```
for (int i = 0; i < n; ++i)
```

```
    if (count == 0) {x = a[i]; count = 1;}
```

```
    else if (x == a[i]) ++count;
```

```
    else --count;
```

//注意有的题目要数一下x出现次数是否确实超过一半。（众数可能不存在）

□ 思考题：如何找到所有出现次数严格大于总数 $1/k$ 的数？提示：保存 $(k-1)$ 个数，如何查找？hash? map?



例6 前缀和的应用

□ 给定浮点数组a,求一个数组b, $b[i] = a[0] * a[1] * \dots * a[i-1] * a[i+1] * \dots * a[n-1]$,不能使用除法, 不允许再开数组

■ 先求“后缀积”

```
for (int i = n - 1; i >= 0; --i) b[i] = a[i] * ((i == n - 1)?1:b[i + 1]);
```

■ 顺带求“前缀积”

```
for (int i = 0, j = 1; i < n; j *= a[i++]) b[i] = j * ((i == n - 1)?1:b[i + 1]);
```



例6 续

□ 关于前缀和的性质

■ $a[i] + a[i + 1] + \dots + a[j] = \text{sum}[j] - \text{sum}[i - 1]$

□ 思考题

■ 求数组中连续一段和，绝对值最小？(codility)

□ 提示：用前缀和排序

■ 把一个数组从中间p位置分开，使得 $a[0] + \dots + a[p - 1]$ 与 $a[p] + a[p + 1] + \dots + a[n - 1]$ 差值最小？

□ 提示：前缀和，与总和减去该前缀和的差最小，枚举

□ 如果都是非负数，可以采取“两头扫”的方法，和较小的那一边多加一个数（国外某公司的面试题）



总结

- 利用序
 - 理解二分查找
- 利用前缀和
 - 查找、计算、排序
- 理解数组
 - map
- 用数组实现高级数据结构
 - 一般树：存每个节点的父亲（并查集）
 - 二叉树：下标从1开始 $a[i]$ 的儿子是 $a[i * 2]$ 和 $a[i * 2 + 1]$ （堆）
- 抓住简单题
 - 分治法求逆序对数
 - 有序数组归并
 - 两个有序数组的中位数
 - 两头扫的方法（2-SUM, 3-SUM）

