



Torres de Hanói.

Lógica para Ciencias de la Computación.

Juan Manuel Ramírez, Sara Gallego Rivera, Santiago Ortiz

Noviembre 2019

Contenido

- 1 Planteamiento del problema.
- 2 Representación en lógica proposicional.
- 3 Letras proposicionales.
- 4 Reglas.
- 5 Representación gráfica de soluciones.
- 6 Resolución del problema.
- 7 Soluciones.

Planteamiento del problema.

El juego de las torres de Hanoi consiste en tres torres y una cantidad de discos adaptada a la dificultad que se desee. El objetivo es pasar todos los discos de la primera torre (izquierda) a la tercera (derecha). El juego cuenta con una serie de reglas que dificultan el procedimiento.



Representación en lógica proposicional.

Las letras proposicionales representan los discos, la torre en la que se encuentran y la posición en la que están. Para esto se usan cuatro conjuntos de características:

- **Disco:** a(disco pequeño), b(disco grande).
- **Posición:** 1(superior), 2(inferior).
- **Torre:** a(primera torre), b(segunda torre), c (tercera torre).
- **Ronda:** número de la ronda.

Letras proposicionales.

Las letras proposicionales resultantes:

- a1a1
- b2a1
- a1a2
- a2a2
- a1b2
- a2b2
- a1c2
- a2c2
- b1a3
- b2a3
- b1b3
- b2b3
- b1c3
- b2c3
- a1a4
- a2a4
- a1b4
- a2b4
- a1c4
- a2c4

Reglas.

1. El juego debe empezar con los discos en orden y en la primera torre:

Regla:

$$a1a1 \wedge b2a1$$

2. Solo puede moverse un disco a la vez:

Ejemplo:

$$(b1a3 \wedge \neg b2a3 \wedge \neg b1b3 \wedge \neg b2b3 \wedge \neg b1c3 \wedge \neg b2c3) \vee ((b2a3 \wedge \neg b1a3 \wedge \neg b1b3 \wedge \neg b2b3 \wedge \neg b1c3 \wedge \neg b2c3) \vee (b1b3 \wedge \neg b1a3 \wedge \neg b2a3 \wedge \neg b2b3 \wedge \neg b1c3 \wedge \neg b2c3) \dots$$

3. Solo puede haber un disco en cada posición:

Ejemplo:

$$b2a1 \Rightarrow \neg a2a2$$

Reglas.

4. No se pueden colocar discos de mayor tamaño encima de discos de menor tamaño:

Ejemplo:

$$a2a2 \Rightarrow \neg b1a3$$

6. El juego finaliza cuando todos los discos estén ordenados en la última torre:

Ejemplo:

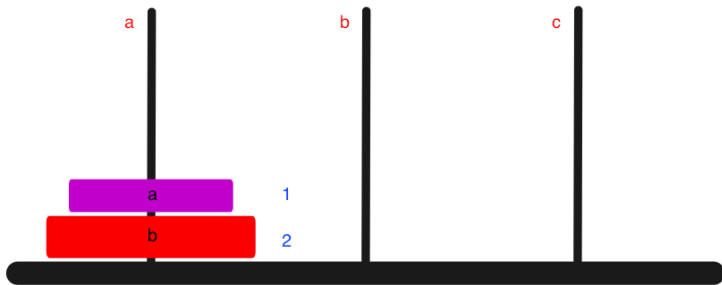
$$b2c3 \wedge a1c4 \wedge \neg b1a3 \wedge \neg b2a3 \wedge \neg b1b3 \wedge \neg b2b3 \wedge \neg b1c3 \wedge \neg a1a4 \wedge \neg a2a4 \wedge \neg a1b4 \wedge \neg a2b4 \wedge \neg a2b4 \wedge \neg a2c4$$

5. No pueden haber discos flotando:

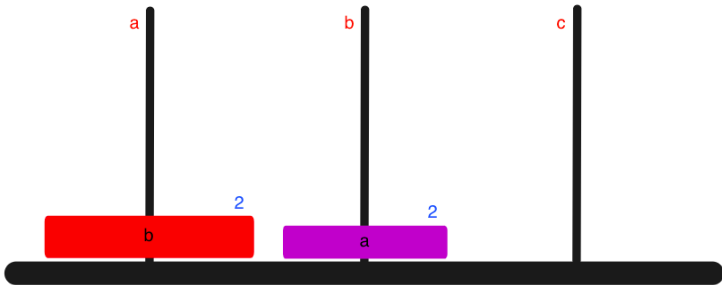
Ejemplo:

$$\neg b2c3 \Rightarrow \neg a1c4$$

Representación gráfica de soluciones.



Representación gráfica de soluciones.



Resolución del problema.

Para solucionar el problema se realizó el siguiente procedimiento:

- Redacción de las reglas en lógica proposicional.
- Uso del algoritmo de Tseitin.
- Uso de DPLL para hallar interpretaciones.
- Decantación de variables generadas por Tseitin.
- Representación gráfica de la solución.

Soluciones.

La solución resultante está dada por:

	a1a2: 0	b1a3: 0	a1a4: 0
	a2a2: 0	b2a3: 0	a2a4: 0
a1a1: 1	a1b2: 0	b1b3: 0	a1b4: 0
b2a1: 1	a2b2: 1	b2b3: 0	a2b4: 0
	a1c2: 0	b1c3: 0	a1c4: 1
	a2c2: 0	b2c3: 1	a2c4: 0

Soluciones.

