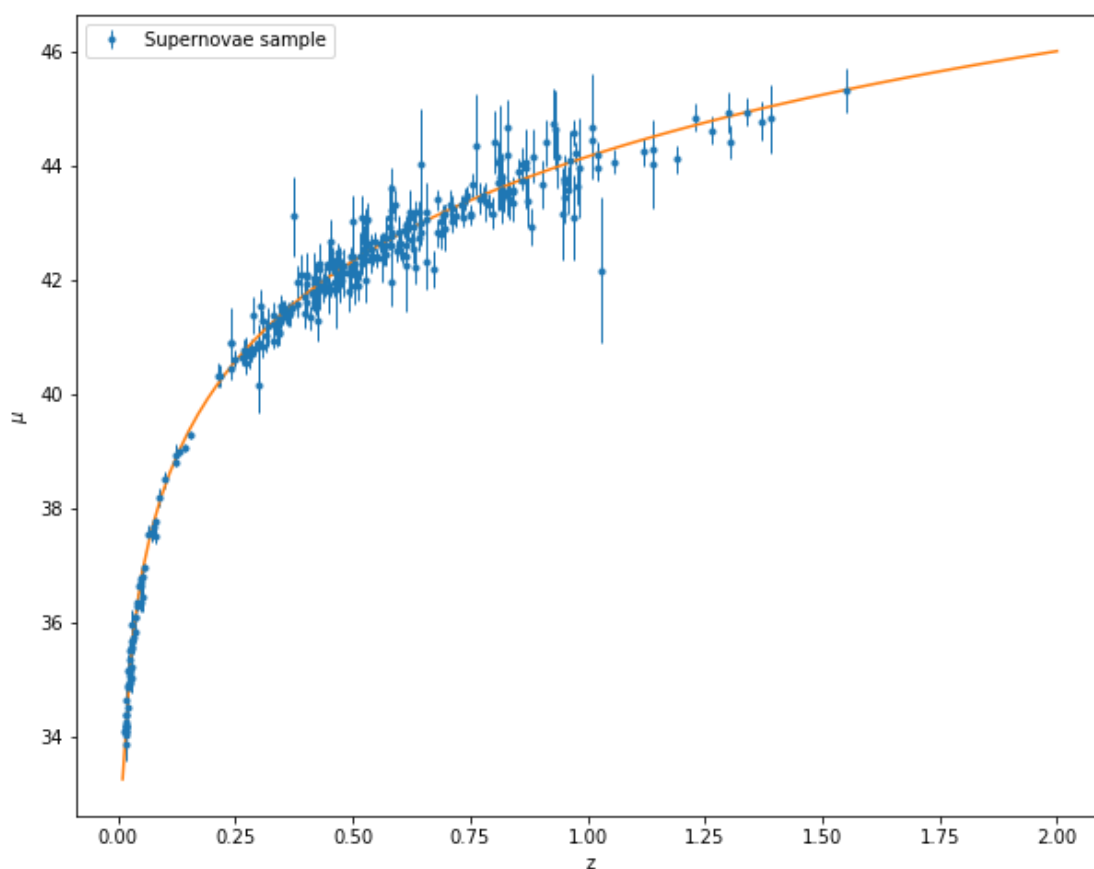


در فایل “supernovas data” داده های تعدادی ابرنواختر را مشاهده می کنید که توسط آزمایشگاه دانشگاه برکلی در گروه (supernova cosmology project) [SCP](#) گردآوری شده است. این داده ها شامل ۴ ستون می شود که ستون اول نام ابرنواختر مورد نظر، ستون دوم انتقال به سرخ مربوطه، ستون سوم مادول فاصله در همان انتقال به سرخ، و ستون چهارم خطای مربوط به اندازه گیری مادول فاصله می باشد. با توجه به دیتایی که در اختیار دارید، به موارد زیر پاسخ دهید (سوال ۴ امتیازی می باشد):

۱. ابتدا فرمول مورد نظر برای مادول فاصله را تعریف کنید. (رابطه ۶.۴۹). دقت کنید که برای تعریف این فرمول شما نیاز به پیدا کردن فاصله درخشندگی دارید! رابطه ای که به دست آوردید را به ازای $0.01 < z < 2$ رسم کنید. سپس مادول فاصله دیتای مربوطه را برحسب انتقال به سرخ و خطای مربوط به آن را رسم کنید. نمونه ای از خروجی مورد نظر:



شکل ۱. مادول فاصله ابرنواخترها بر حسب انتقال به سرخ

۲. اکنون می خواهیم الگوریتم متروپولیس را بر روی دیتای مورد نظر اجرا کنید و سعی کنید با این الگوریتم به نموداری که در سوال ۱ به دست آوردید برسید.

پارامترهای آزاد مسئله را Ω_m و Ω_Λ در نظر بگیرید. بنابراین برای هر کدام از اینها نقطه ای آغازین از یک توزیع نرمال انتخاب کنید که حد بالا و پایین آن حد بالا و پایینی برای هر کدام از پارامترها باشد. (این حد را شما تعیین نمی کنید، بلکه متغیری خواهد بود که تابع الگوریتم بر اساس آن تعریف می شود). اکنون تابعی که برای prior در نظر دارید را تعریف کنید. دقت کنید که این تابع باید برای توزیع اولیه ای که داده های شما داشتند مناسب باشد. به پیشنهاد من می توانید از Jeffrey's prior استفاده کنید که برای آن خواهید داشت:

$$pr(x) = \frac{1}{x} \rightarrow \log(pr(x)) = \log\left(\frac{1}{x}\right)$$

حال نوبت به تعریف تابع likelihood می رسد. این تابع را با توجه به رابطه ای که برای آن در فایل پیوست داشتید تعریف کنید. بعد از تعریف این دو، باید حرکات امتحانی خود برای الگوریتم را انتخاب کنید که در پیوست از آن به عنوان x^{trial} نام برده شد. برای هر دو پارامتر آزاد آن را به صورتی تعریف کنید که از یک توزیع نرمال و به صورت رندوم انتخاب شده باشد. این تابع مقادیر کاندید شده را به شما خواهد داد. اکنون آماده هستید برای تعریف الگوریتم متروپولیس!

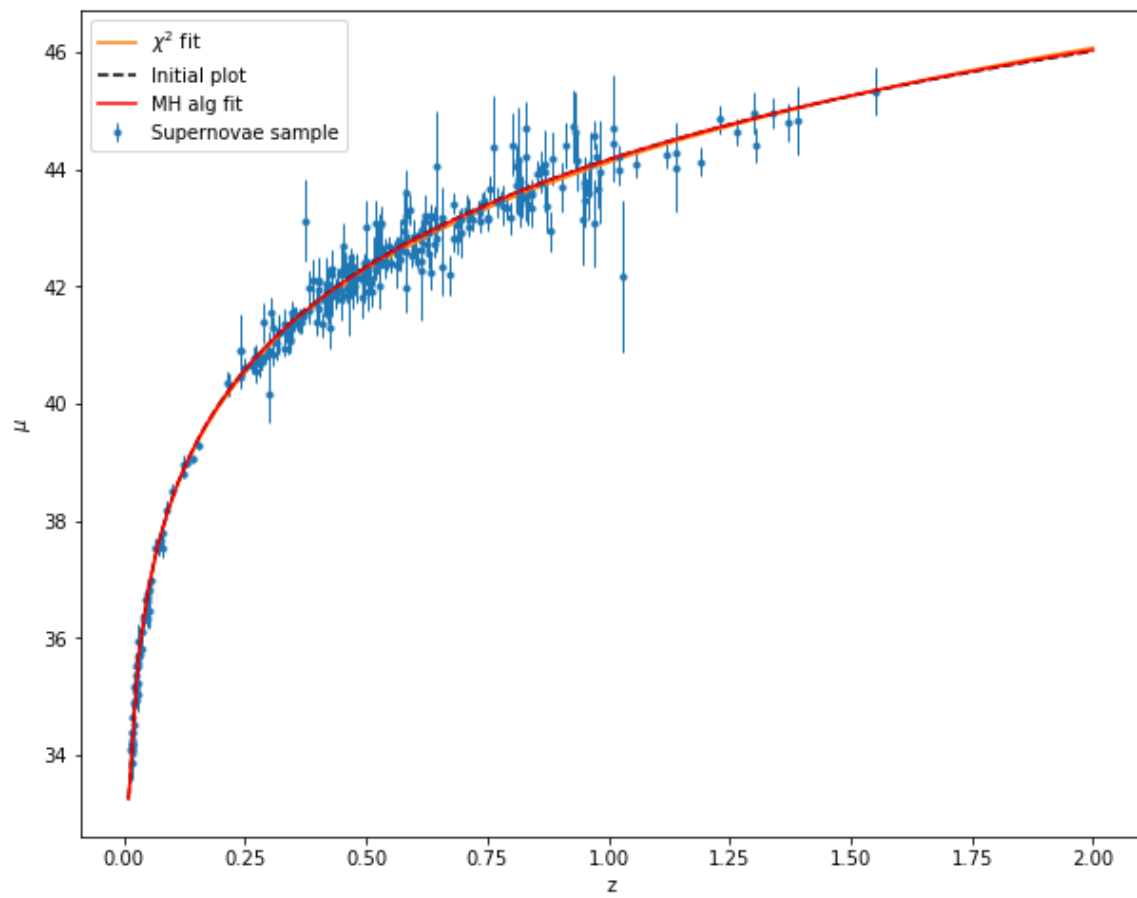
در قدم اول، تابع likelihood تعریف شده را، روی دیتایی که در اختیار دارید و مقادیر کاندید شده ای که تولید کردید اجرا کنید. همین کار را برای تابع prior هم انجام دهید و حال که این دو تابع آماده شده اند، می توانید تابع posterior را بیابید. سپس می توانید احتمال قبولی نقاط کاندید شده را با استفاده از تابع posterior در قسمت قبل بیابید. نقطه ای رندوم از یک تابع توزیع یکنواخت انتخاب کنید و آن را با احتمال قبولی به دست آمده مقایسه کنید، برای قبولی یا رد نقاط مطابق مطالب گفته شده در فایل پیوست عمل کنید. لیستی از تمام نقاط مورد قبول که برای Ω_m و Ω_Λ به دست آوردید درست کنید. اکنون برای بازه ای مشخص یک loop بسازید که این عملیات را تکرار کند. الگوریتم شما آماده است!

تابع توزیع مقادیر به دست آمده برای Ω_m و Ω_Λ را رسم کنید. با توجه به این که از الگوریتم متروپولیس استفاده کرده اید، این تابع توزیع باید گوسی باشد.

۳. با توجه به مقادیر جدیدی که برای پارامترهای آزاد تولید کردید، تابع مادول فاصله را بیابید و آن را بر حسب انتقال به سرخ رسم کنید. آیا با نمودار سوال ۱ همخوانی دارد؟ علت آن را توضیح دهید.

۴. با توجه به تمرین محاسباتی اول، با استفاده از تابع جریمه فیت مناسب را بیابید. همچنین اگر روش دیگری برای پیدا کردن فیت مناسب در نظر دارید اعمال کنید و میزان تطابق آن با نمودار اولیه را بسنجید.

نمونه ای از خروجی مورد نظر:



شکل ۲. مادل فاصله برحسب انتقال به سرخ با استفاده از الگوریتم متروپولیس و آنالیز تابع جریمه.