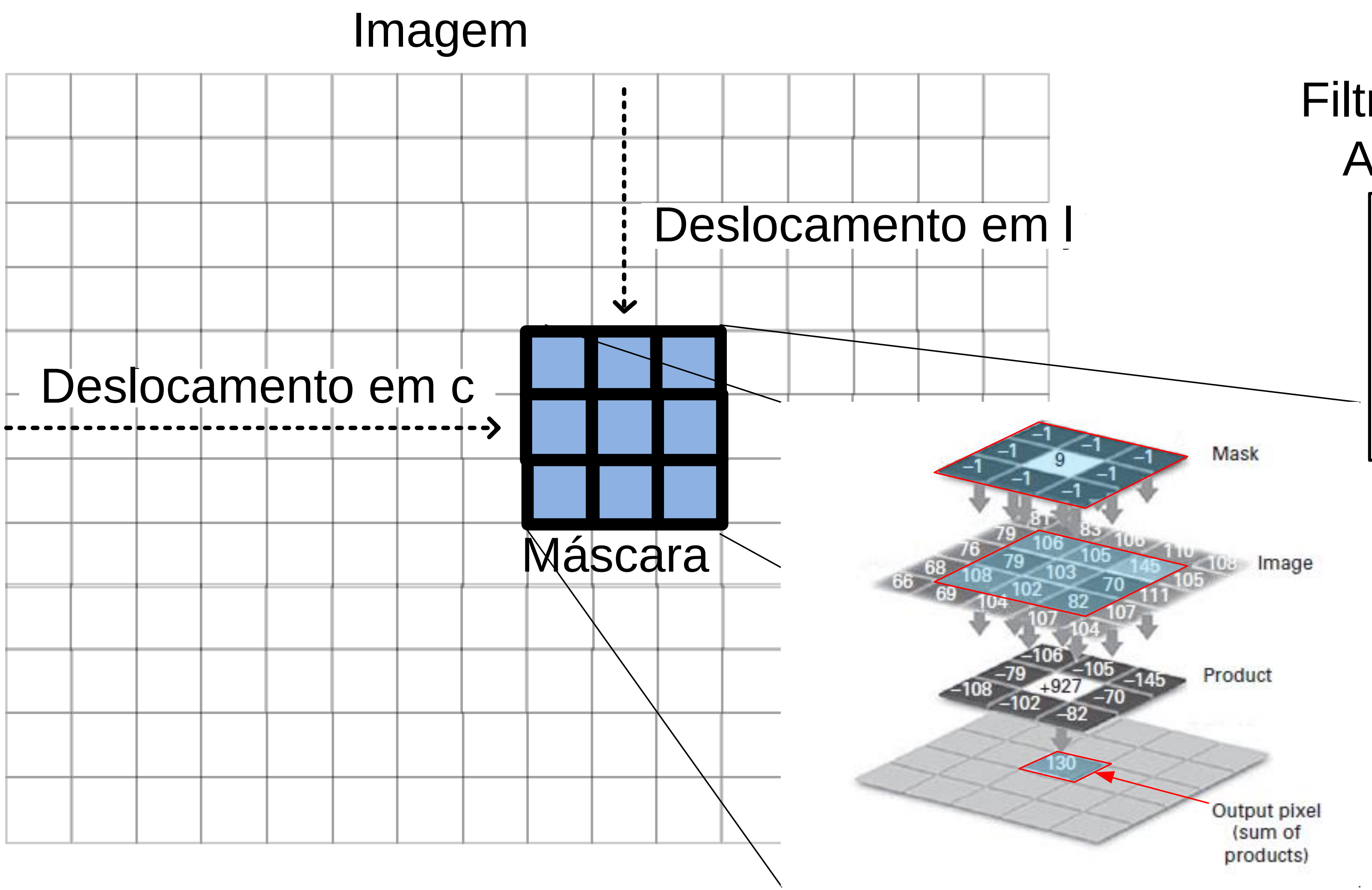
Tópico 04:
Máscaras para Filtragem – (Restauração e aguçamento)

Prof. Dr. Matheus Cardoso Moraes

Máscara

- Matrizes de valores, usadas para filtragem (Correlação ou convolução).
- Os valores e sua disposição indicam a aplicação da operação.



Filtro Laplaciano
Aguçamento

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

Filtro Média
Suavização

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

Máscara

- Ex. máscaras abaixo tem como resultado a média local.
- Para filtros de suavização, aconselhável → $\sum_{i=1}^{n} pesos(i) = 1$

$$\sum_{i=1}^{n} pesos(i) = 1$$

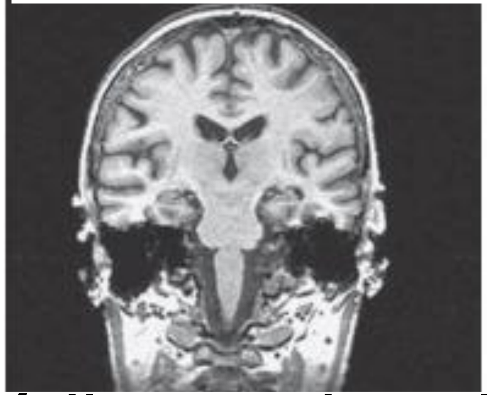
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25

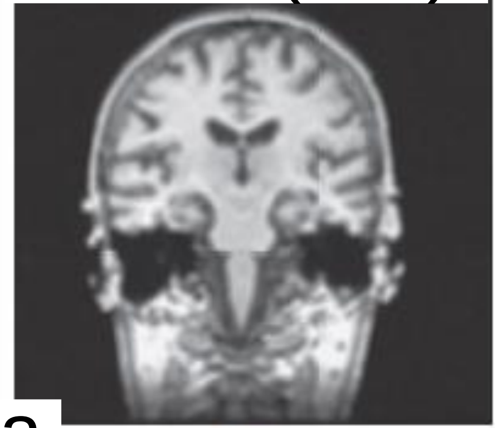
Máscaras para Suavização (Passa Baixas)

– A média e mediana local são as operações mais simples para suavização de imagens.

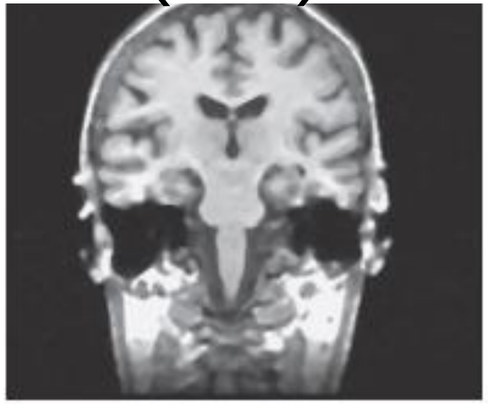
Corte Coronal RMf



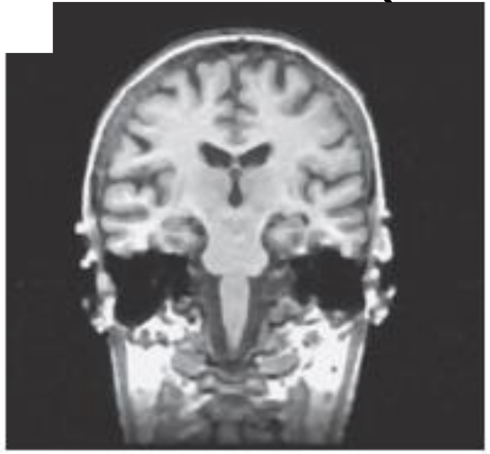
Média (5x5)



Média ponderada (5x5)



Mediana (5x5)



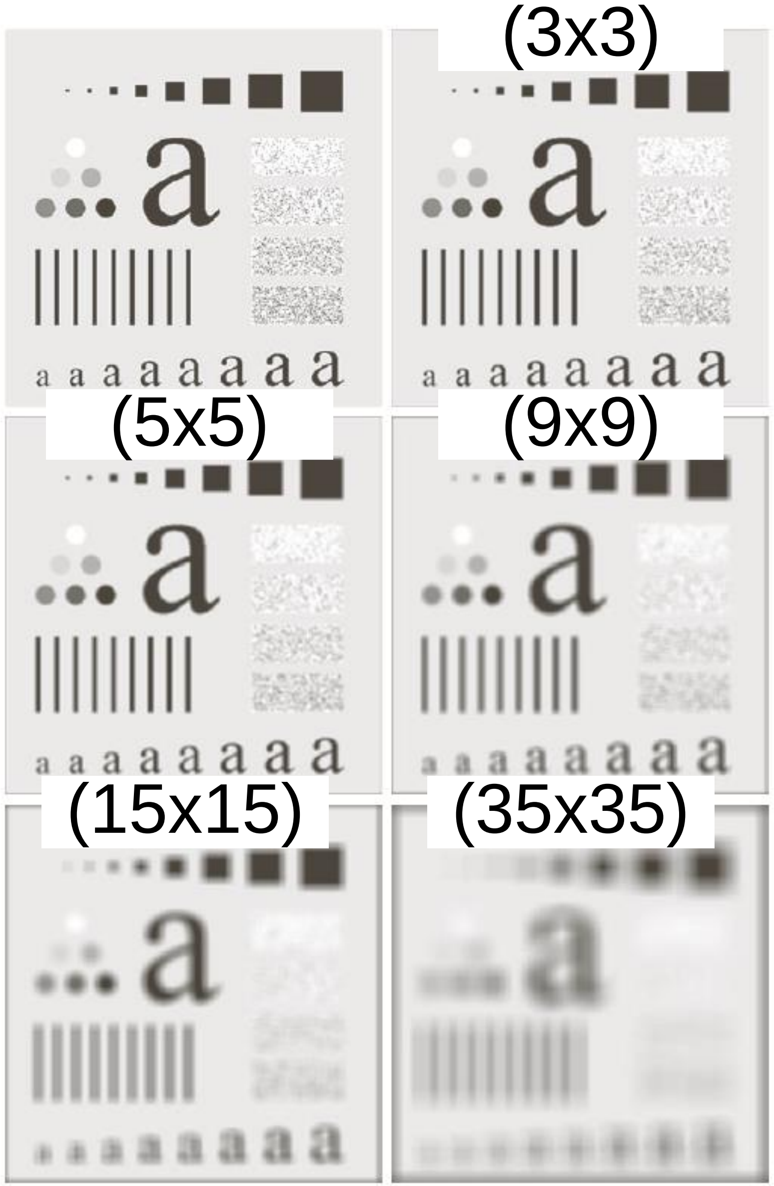
Média com dimensões diferentes

- Quanto maior a máscara, menos o pixel resultante representará seu antecessor e arredores.
- Causa efeito passa baixa, e pode prejudicar as bordas.

$$\sum_{i=1}^{n} pesos(i) = 1$$

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25
1/25	1/25	1/25	1/25	1/25



Média usando diferentes pesos

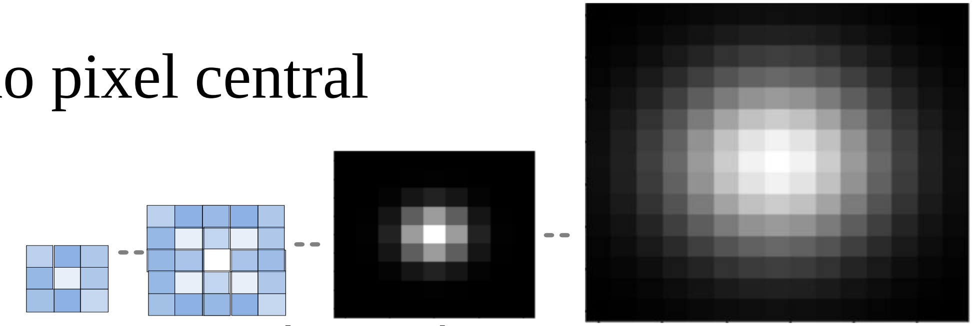
- Para causar efeitos diferentes na imagem, a distribuição de valores pode ser dada de forma diferente.
- A máscara à direita pondera de forma diferente o pixel central da operação e seus vizinhos, dando um peso maior para o pixel central e vizinhos diretos, respectivamente.

$$\sum_{i=1}^{n} pesos(i) = 1$$

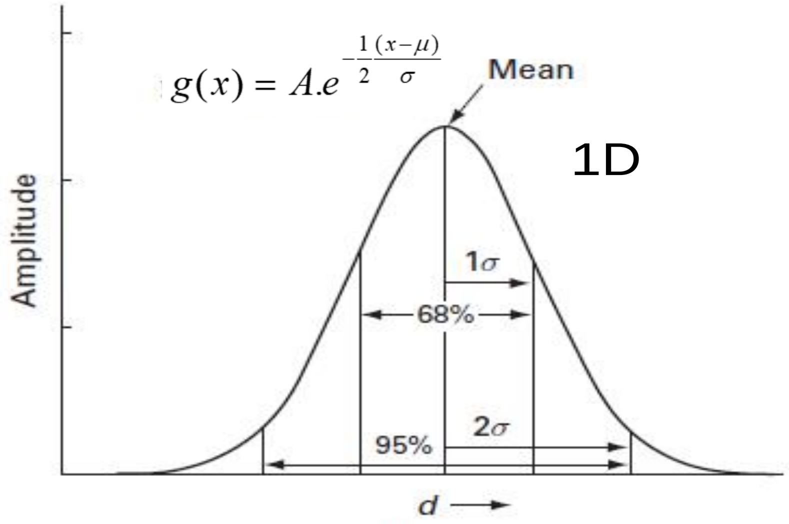
$$\frac{1}{9} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \qquad \frac{1}{16} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Média ponderada por uma função Gaussiana

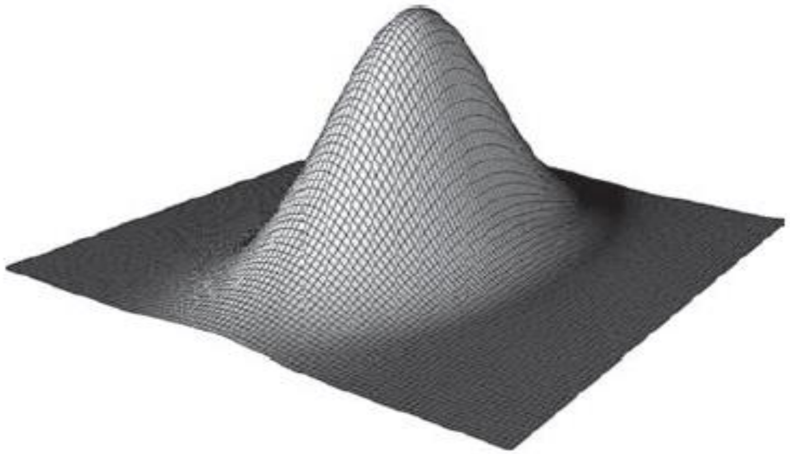
- A distribuição de valores da máscara é computada de forma a representar uma distribuição Gaussiana.
- Maior peso no pixel central



Valores devem ser representados nas máscaras



(i)



(ii)

Remoção de ruídos locais usando mediana

– Mediana→ Valor central que separa metade superior e inferior de uma amostra de dados.

Amostra

[15, 29, 5, 8, 30, 40, 1, 20, 10]

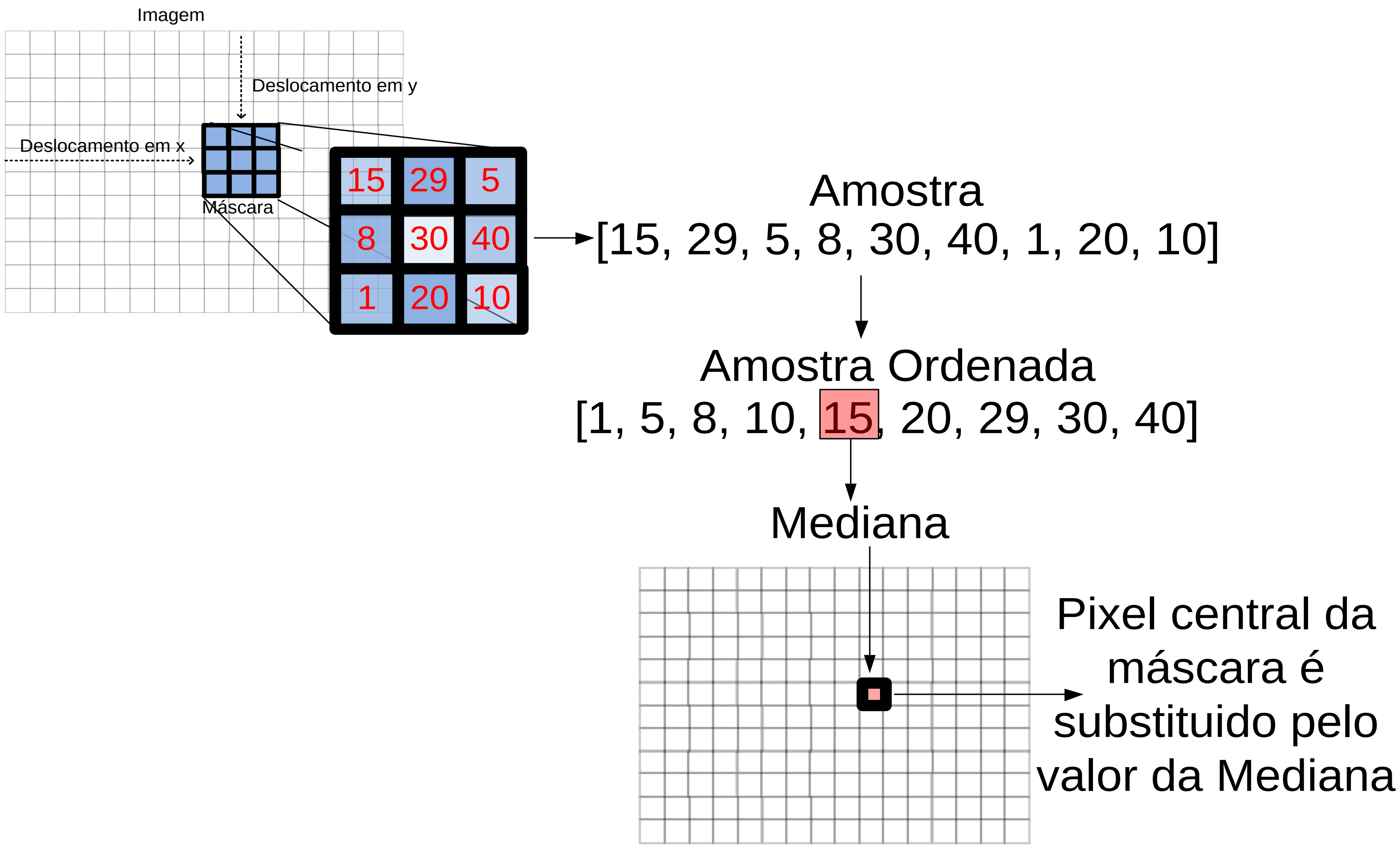
Amostra Ordenada

[1, 5, 8, 10, 15, 20, 29, 30, 40]

Mediana

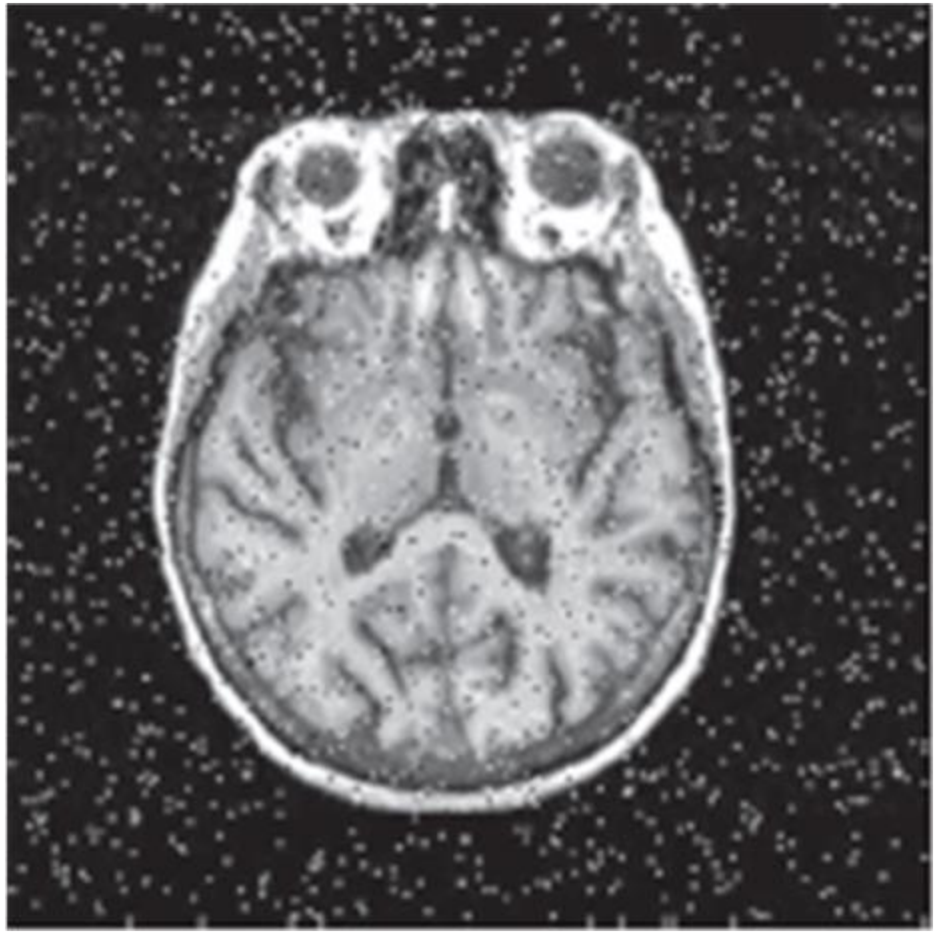
Remoção de ruídos locais usando mediana

– No caso de imagens, valores correspondentes a uma região coberta por uma máscaras são ordenados e a mediana obtida.



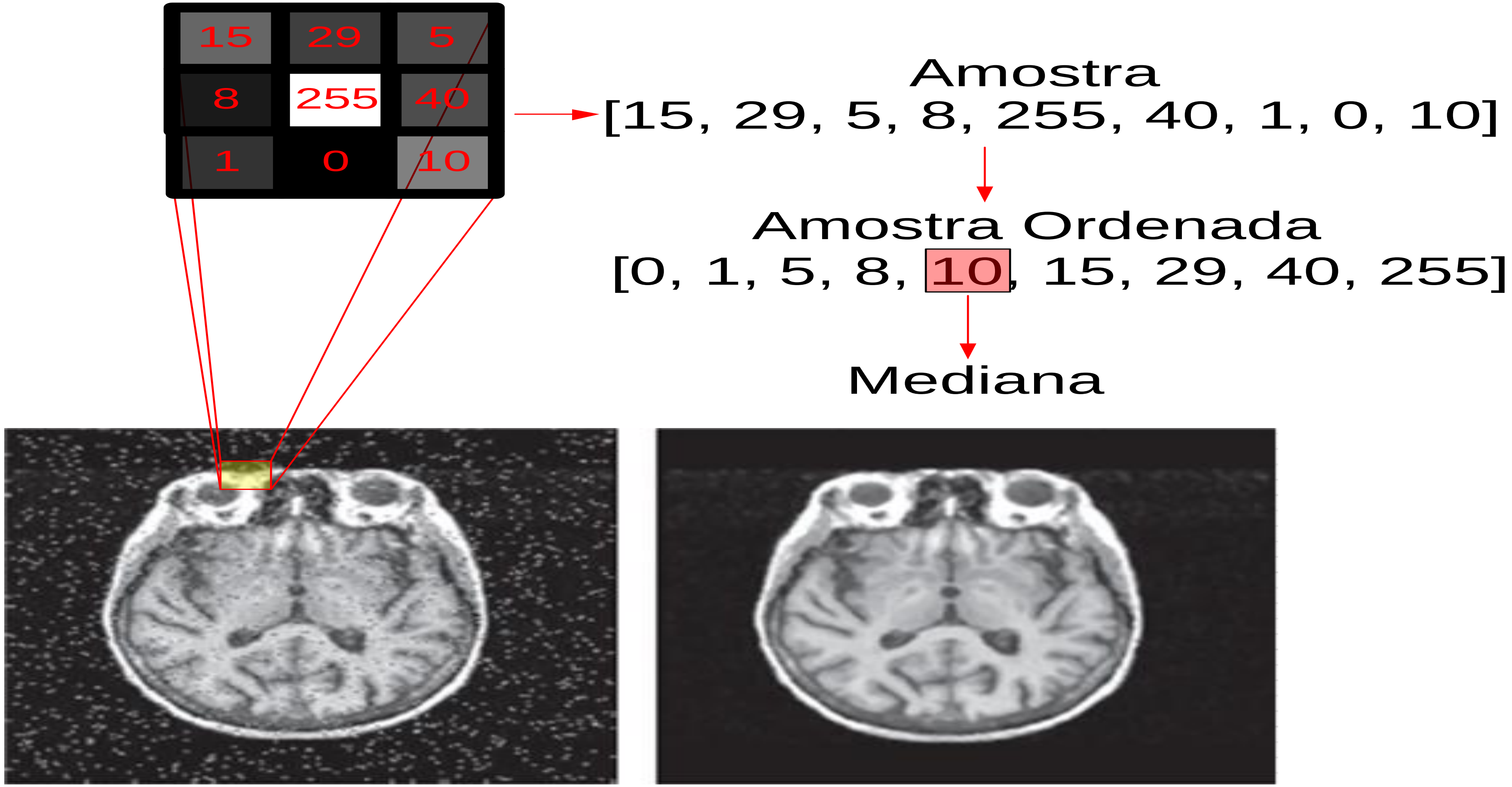
Ruído sal e pimenta

– Ruído Sal e Pimenta → Ruído caracterizado por pontos brancos e pretos



Mediana e remoção de ruído sal e pimenta

– Como este ruído possui intensidades extremas(0 ou 255), eles ficarão nos extremos de valores ordenados, sendo retirados e substituídos pela mediana local



Métodos e Máscaras para Aguçamento (Passa Altas)

- O objetivo do aguçamento é salientar transições de intensidades, indicativos de bordas.

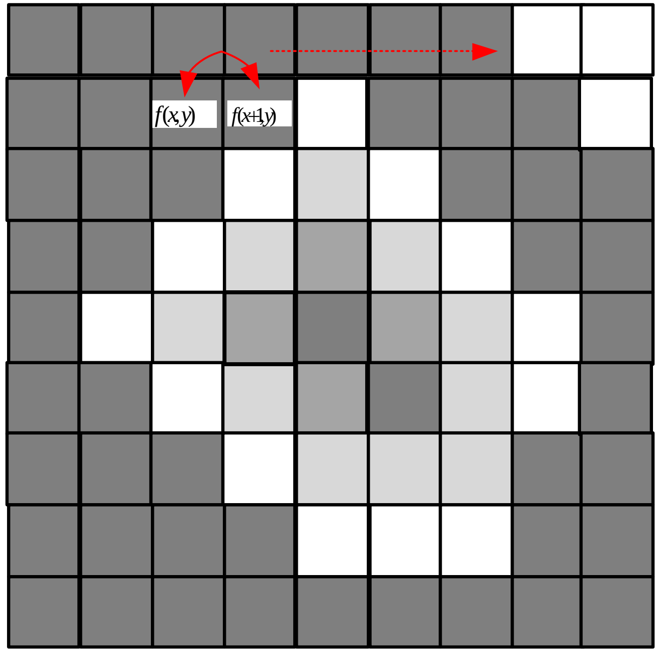
Gradiente

- É a combinação das derivadas nas direções ***x*** e ***y*** da imagem.
- Como em regiões homogenias a variação é pequena, e em bordas a variação é alta, o Gradiente extrai a borda da imagem.

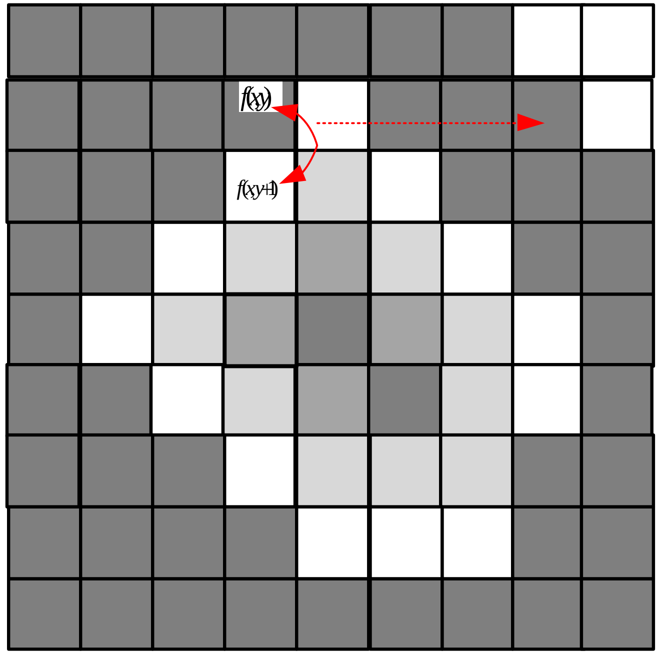
Gradiente Operação

– É computada a taxa de variação de intensidade para cada direção ***x*** e ***y*** (Derivadas parciais em ***x*** e ***y***). Também chamados Gradiente em ***x*** e ***y***.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1, y) - f(x, y)$$



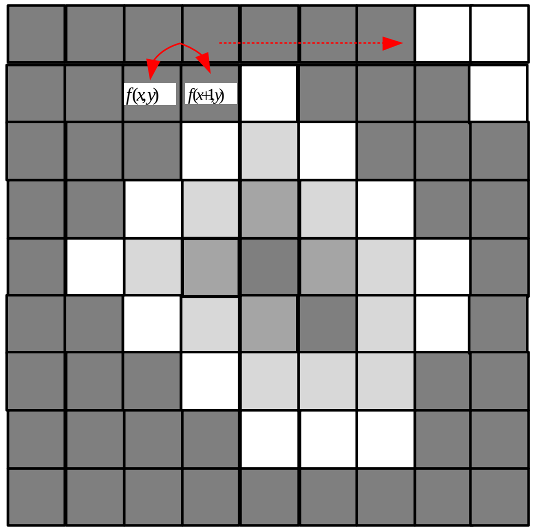
$$\frac{\partial f}{\partial y} = f(x, y+1) - f(x, y)$$



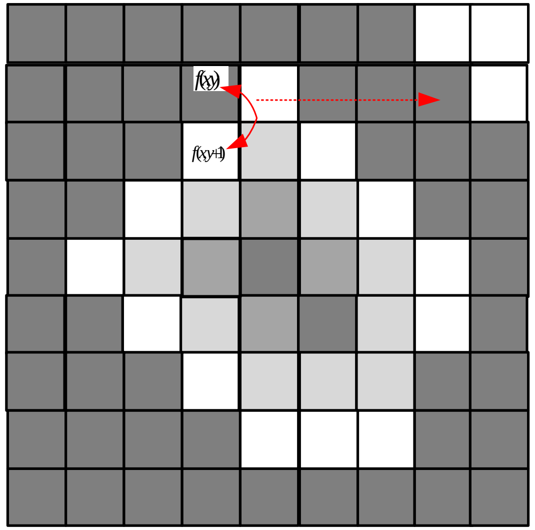
Gradiente Operação

- O gradiente é um vetor com duas componentes, (Derivadas parciais em ***x*** e ***y***)
- Essas componentes podem ser combinadas computando o módulo do Gradiente (módulo de um vetor).

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1, y) - f(x, y)$$



$$\frac{\partial f}{\partial y} = f(x, y+1) - f(x, y)$$



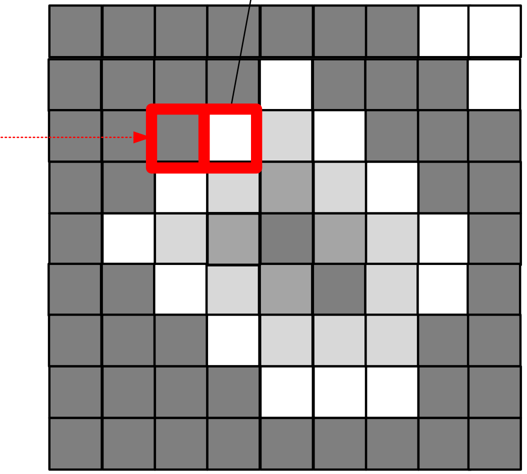
$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right] \quad |\nabla f| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2} \quad \theta = \arctan\left(\frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{\frac{\partial f}{\partial x}}\right)$$

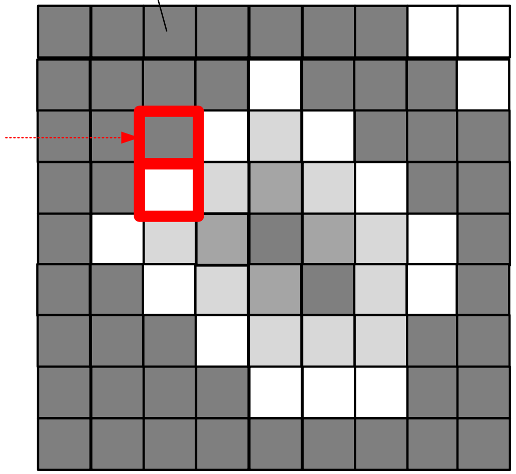
Gradiente usando Máscaras

– Os Gradientes em ***x*** e ***y***. também podem ser obtidos pela correlação da imagem com determinadas máscaras.

$$wy = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$wx = [-1 \quad 1]$$





$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right]$$

$$\left|\nabla f\right| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{\frac{\partial f}{\partial x}}\right)$$

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = \boxed{wx * f} = -1 \times f(x,y) + 1 \times f(x+1,y)$$

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = \boxed{wy * f} = -1 \times f(x,y) + 1 \times f(x,y+1)$$

Gradiente usando Máscaras

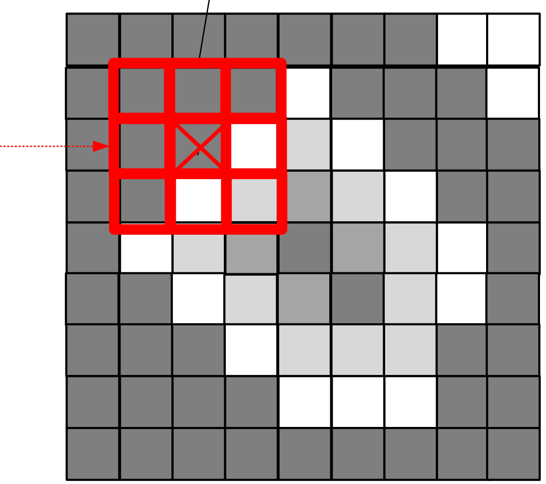
- Autores e pesquisadores propõem máscaras com tamanhos de ponderações diferentes para obter o Gradiente. (menos sensível a ruído)
- Duas conhecidas são: Prewitt e Sobel, duas 3x3 para Gradiente.

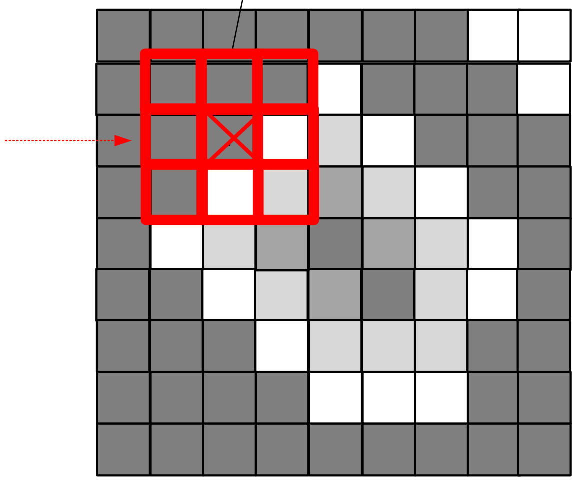
$$w_x\, prewitt = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$w_y\, prewitt = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$w_x sobel = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$w_y sobel = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$





$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right]$$

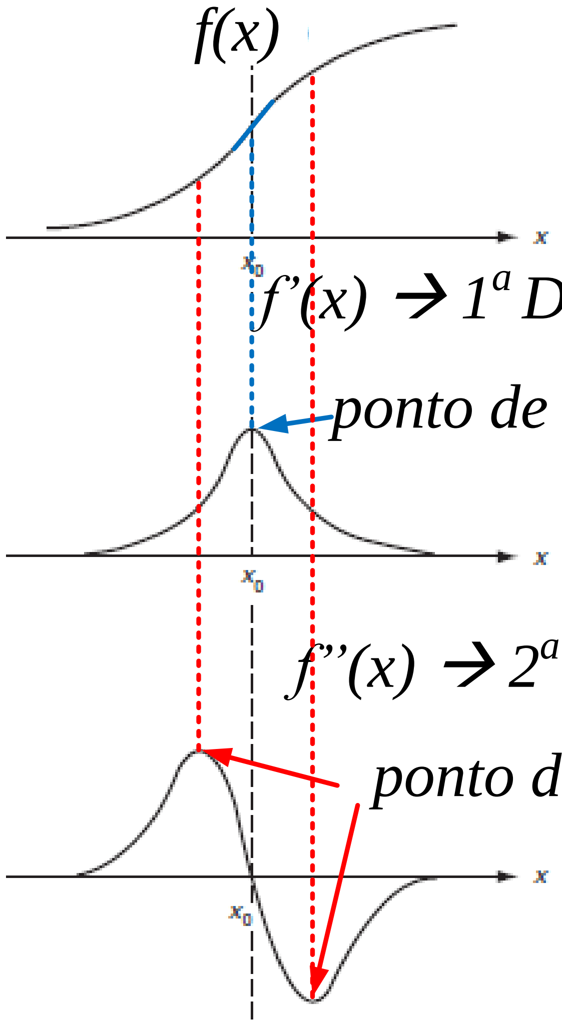
$$|\nabla f| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{\frac{\partial f}{\partial x}} \right)$$

Laplaciano

– Segunda derivada nas direções ***x*** e ***y***.

– Laplaciano procura curvatura



f'(x) → *1ª Derivada fornece inclinação*

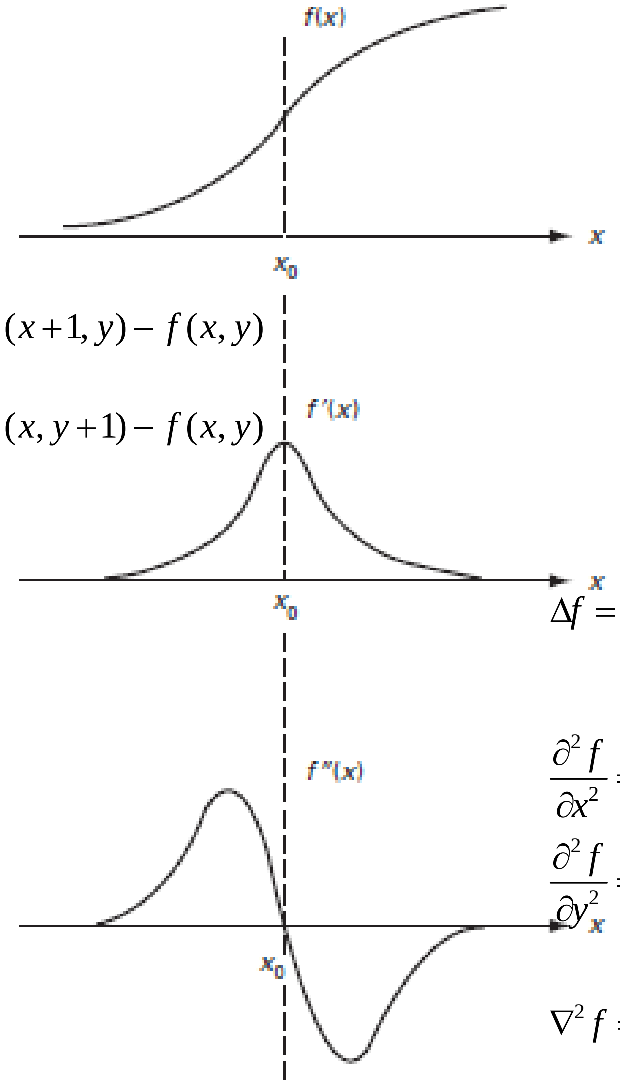
ponto de maior inclinação de f(x)

f''(x) → *2ª Derivada fornece curvatura*

ponto de maior curvatura de f(x)

Laplaciano

– Segunda derivada nas direções ***x*** e ***y***.



$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1, y) - f(x, y)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = f(x, y+1) - f(x, y)$$

$$\Delta f = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

$$\nabla^2 f = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$$

Laplaciano com Máscara

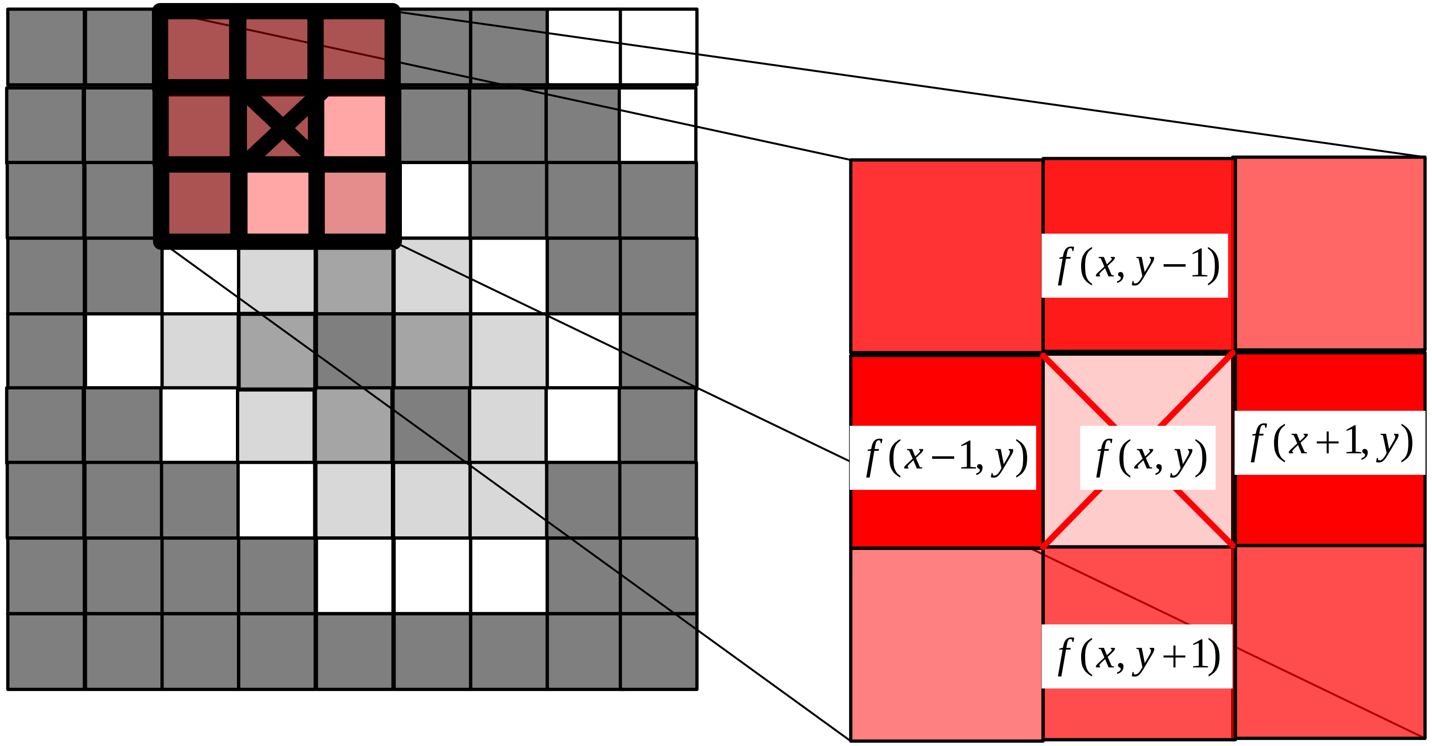
– Duas máscaras podem ser usadas para a operação Laplaciano.

- 1ª Leva em consideração os 4 vizinhos.
- 2ª Leva em consideração os 8 vizinhos, derivadas diagonais.

$$\nabla^2 f = f(x+1,y) + f(x-1,y) + f(x,y+1) + f(x,y-1) - 4f(x,y)$$

$$\nabla^2 f = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\nabla^2 f = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



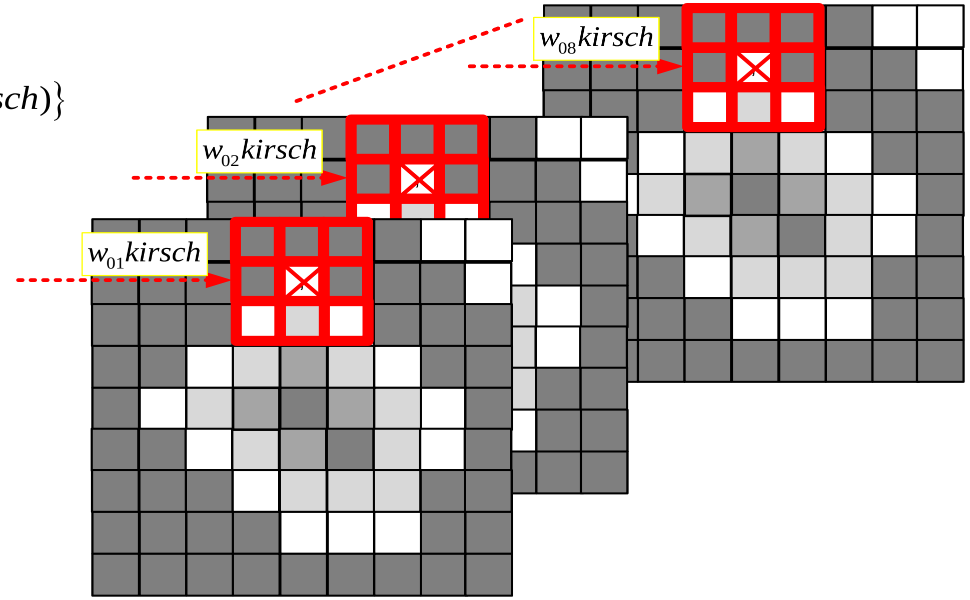
Operador Kirsh

- Operação é feita com 8 máscaras e resultante é o máximo pontualmente entre as 8.
- Cada Mascara procura borda em diferentes direções.
- *i*w....* → Correlação com a Imagem *i*

$$w_{01}kirsch = \begin{bmatrix} 5 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & -3 & -3 \end{bmatrix} \quad w_{02}kirsch = \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & -3 \end{bmatrix} \quad w_{03}kirsch = \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & -3 \\ 5 & 5 & 5 \end{bmatrix} \quad w_{04}kirsch = \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$w_{05}kirsch = \begin{bmatrix} -3 & -3 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & 5 \end{bmatrix} \quad w_{06}kirsch = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & 5 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix} \quad w_{07}kirsch = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 5 \\ -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix} \quad w_{08}kirsch = \begin{bmatrix} 5 & 5 & -3 \\ 5 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$K = \max\left\{(i * w_{01}kirsch), (i * w_{02}kirsch), \ldots, (i * w_{08}kirsch)\right\}$$



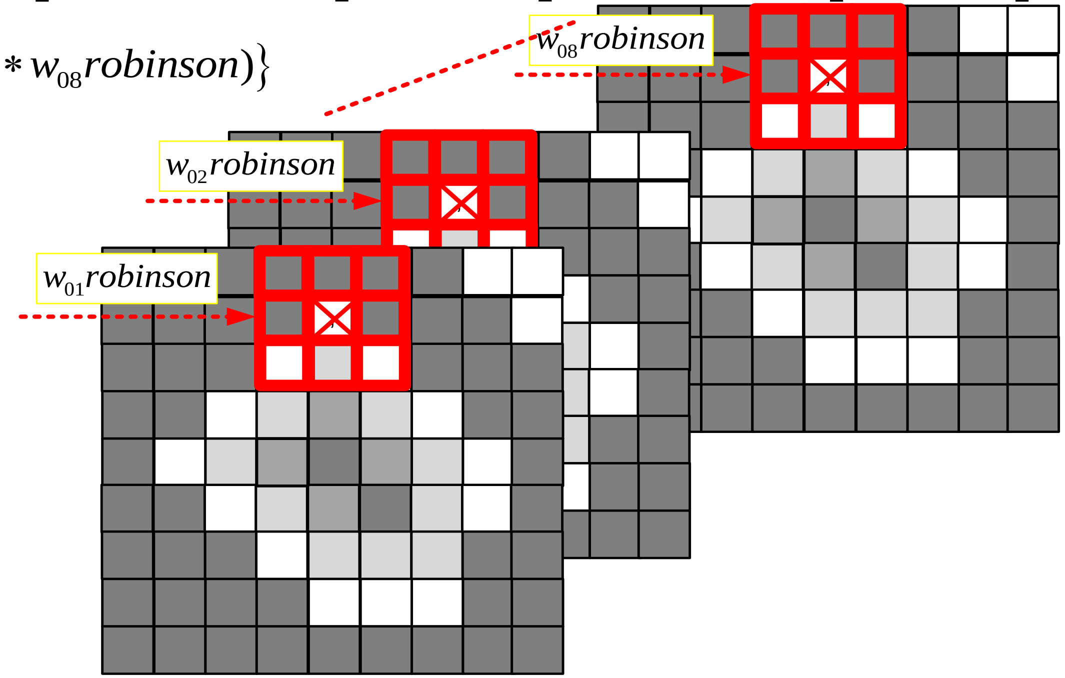
Operador Robison

- Operação é feita com 8 máscaras e resultante é o máximo pontualmente entre as 8.
- Cada Mascara procura borda em diferentes direções.
- *i*w....* → Correlação com a Imagem *i*

$$w_{01}robinson = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad w_{02}robinson = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad w_{03}robinson = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad w_{04}robinson = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$w_{05}robinson = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad w_{06}robinson = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad w_{07}robinson = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \quad w_{08}robinson = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$R = \max\{(i * w_{01}robinson), (i * w_{02}robinson), \ldots, (i * w_{08}robinson)\}$$



Operador Frei-Chen

- Operação é feita com 9 máscaras e resultante é a média ponderada das 9.
- Pesos (*p*) definidos por aplicação
- *w01* – *w04* para bordas, *w05* – *w08* para retas, *w09* média,
- *i*w....* → Correlação com a Imagem *i*

$$w_{01}\,freiChen = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -\sqrt{2} & -1 \end{bmatrix} \quad w_{02}\,freiChen = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad w_{03}\,freiChen = \begin{bmatrix} 0 & -1 & \sqrt{2} \\ 1 & 0 & -1 \\ -\sqrt{2} & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

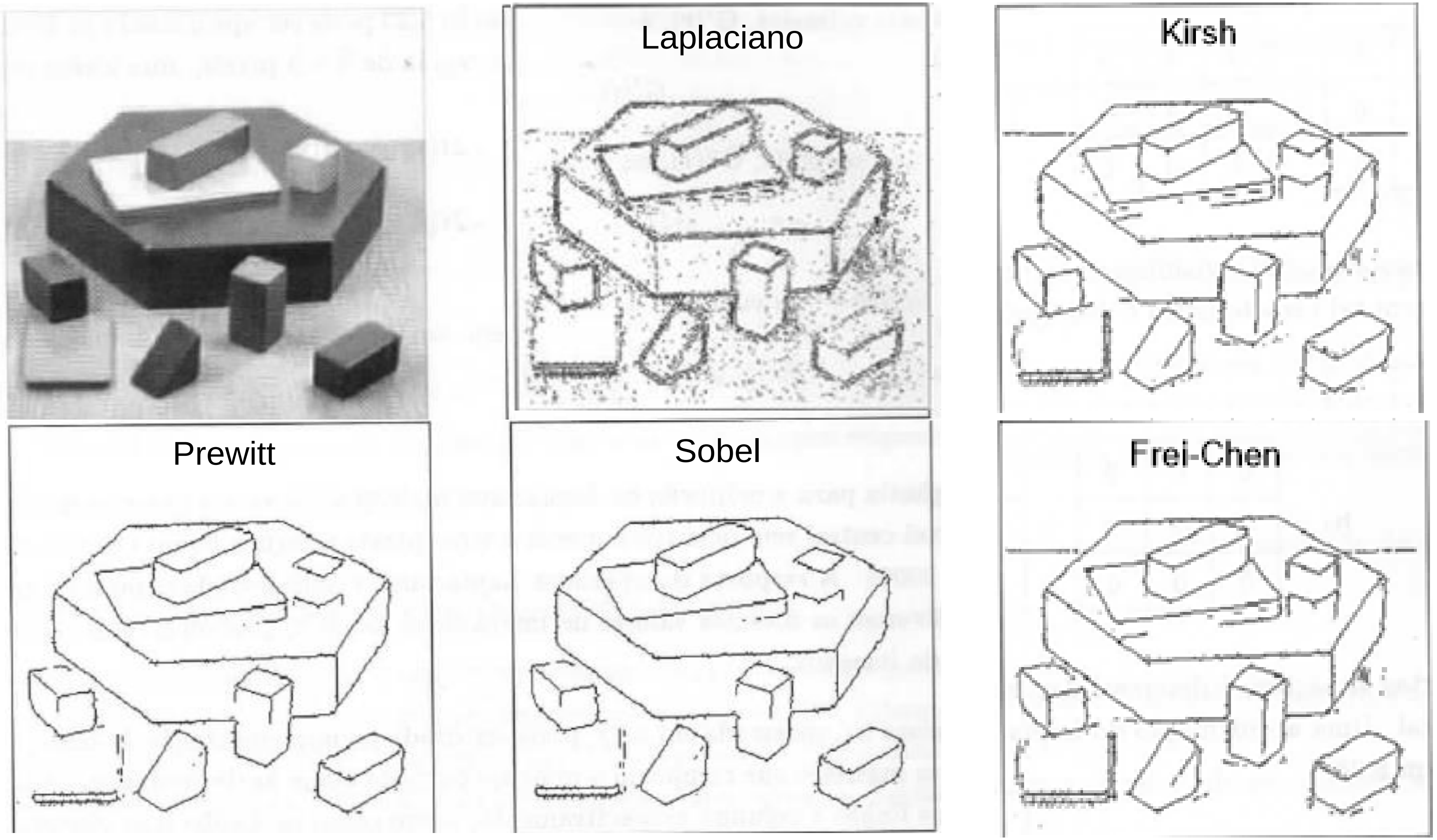
$$w_{04}\,freiChen = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad w_{05}\,freiChen = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad w_{06}\,freiChen = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$w_{07}\,freiChen = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad w_{08}\,freiChen = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad w_{09}\,freiChen = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$FC = \left\{ \left((p_{01}.w_{01}\,freiChen) * i \right) + \ldots + \left((p_{09}.w_{09}\,freiChen) * i \right) \right\}$$

Comparação

- Acurácia
- Sensibilidade a Ruído

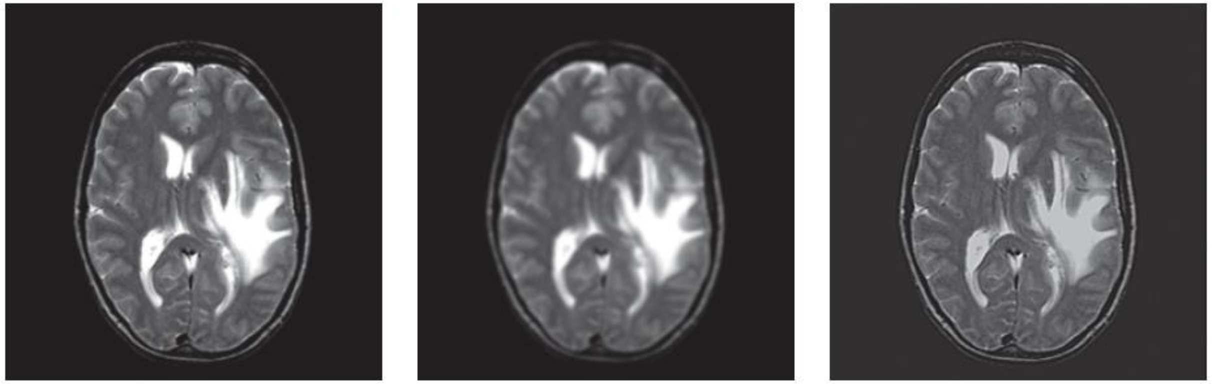


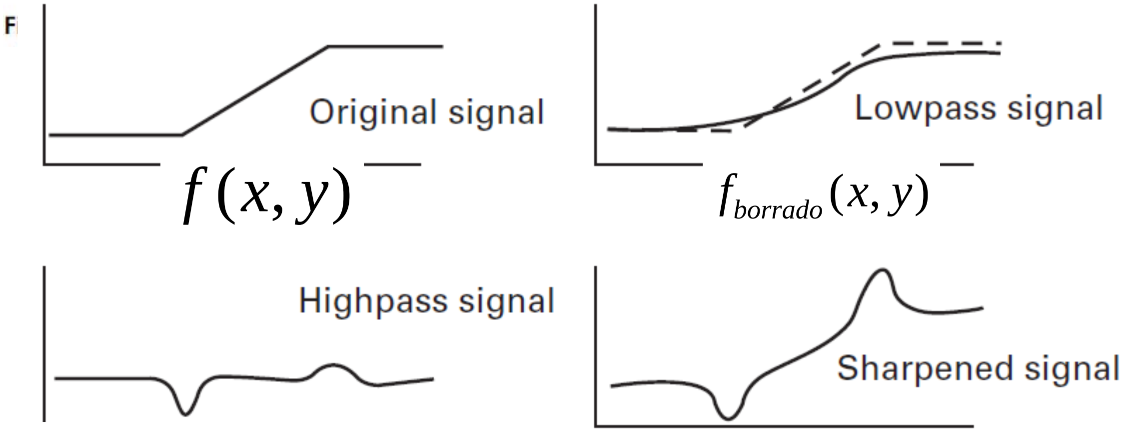
Afiamento de bordas

- Imagem é borrada, assim as bordas serão as áreas mais afetadas.(Passa Baixa)

- Subtrai-se a imagem original da borrada, obtendo com isso as bordas da original.(Alta frequência)

- Soma-se à imagem original a borda obtida, resultando em uma imagem com bordas afiadas



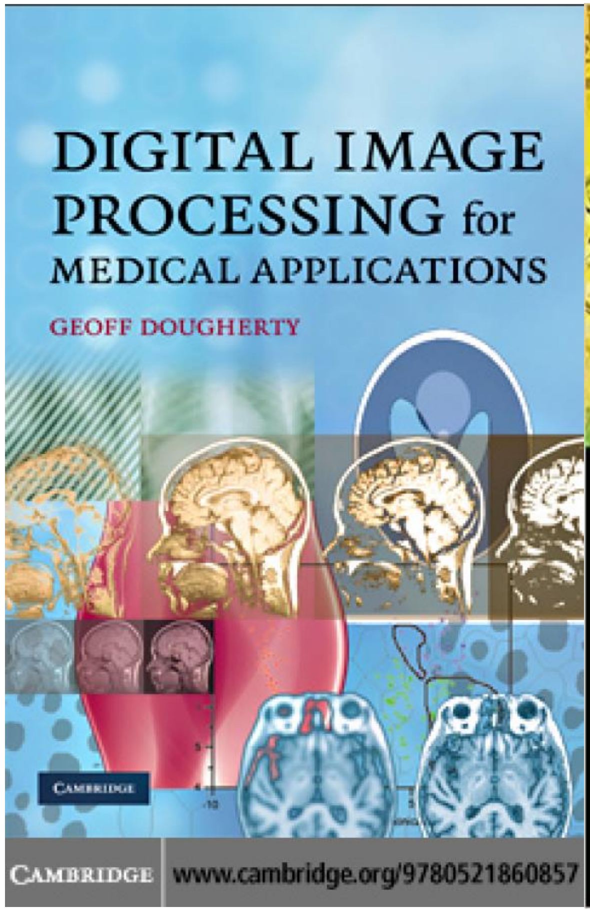


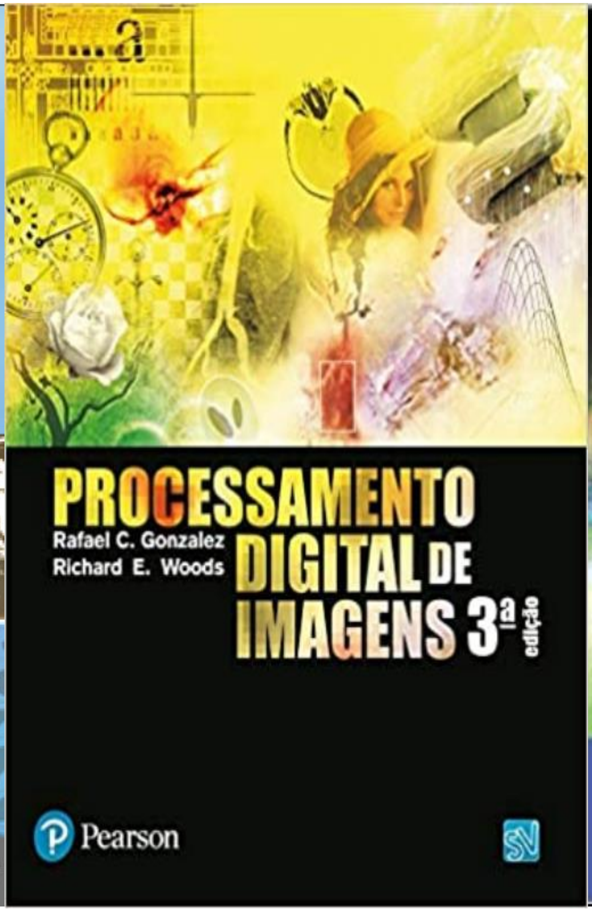
$f(x,y)$ — $f_{borrado}(x,y)$ —

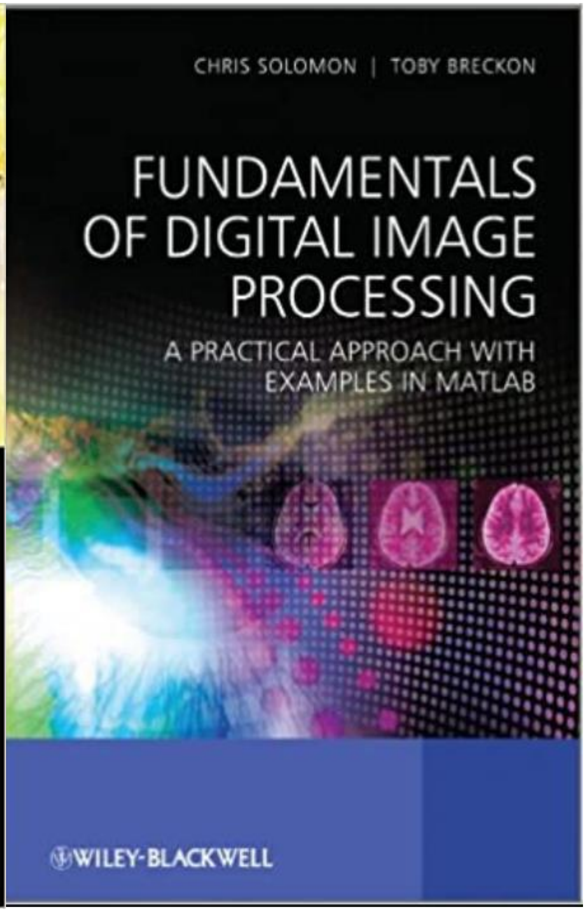
$g(x,y) = f(x,y) - f_{borrado}(x,y)$

$f(x,y) + g(x,y)$

Referências







Lab-04

- Mediana. 3x3, 5x5
- Filtros Média 3x3
- Média Ponderada (Gaussiano)
- Afiamento de Bordas
- Gradiente (Definição, Máscaras 1x2 e 2x1, 3x3 prewitt, sobel)
- Laplaciano (Máscaras 3x3)