

Estrategias mixtas y Equilibrio de Nash

MIRANDA MATEOS Sara Rocío, VINALAY ATAXCA Laudiel

Estudiantes de Ingeniería en Inteligencia de Datos y Ciberseguridad.

Universidad panamericana

Facultad de Ingeniería

0244643@up.edu.mx, 0245560@up.edu.mx

Materia: Probabilidad y Estadística

Profesor: Jose Manuel Rosales

Resumen:

En este artículo de investigación, se profundiza en los conceptos fundamentales de la teoría de juegos y su relación con la probabilidad y la estadística. Se explora en detalle el equilibrio de Nash, sus aplicaciones y extensiones, así como la importancia de las estrategias mixtas y las matrices de pagos.

Palabras clave:

Equilibrio de Nash, estrategias mixtas, dilema del prisionero, estadística, probabilidad

Abstract:

This research article looks into the fundamental concepts of game theory and its relationship with probability and statistics. It provides a comprehensive exploration of the Nash equilibrium, its applications, and extensions, along with the significance of mixed strategies and payoff matrices.

Key words:

Game theory, Nash equilibrium, probability, statistics, mixed strategies, payoff matrices, applications, extensions.

Referencias:

Fudenberg, D., & Tirole, J. (1991). Game Theory. MIT Press.

Binmore, K. (2007). Game Theory: A Very Short Introduction. Oxford University Press.

Tema a abordar: Estrategias mixtas y Equilibrio de Nash

Marco teórico:

La teoría de juegos es una rama de las ciencias económicas y sociales que estudia las decisiones estratégicas tomadas por individuos o grupos en situaciones interactivas. Su objetivo es analizar y predecir los resultados de estas interacciones mediante el modelado matemático de las estrategias y las recompensas asociadas. Tiene aplicaciones en diversos campos, como la economía, la biología, la política y la sociología.

La teoría de juegos se basa en el concepto de juego, que representa una situación en la que dos o más jugadores toman decisiones con el objetivo de maximizar su utilidad o recompensa. Cada

jugador tiene una serie de estrategias posibles para elegir, y el resultado final depende de las acciones tomadas por todos los participantes.

La teoría de juegos utiliza varios elementos para analizar las interacciones estratégicas. Estos elementos incluyen:

- Jugadores
- Estrategias: las opciones disponibles para cada jugador. Cada estrategia representa una acción o una combinación de acciones que un jugador puede tomar.
- Pagos o recompensas: los resultados asociados a cada combinación de estrategias elegidas por los jugadores. Los pagos pueden ser numéricos o representar diferentes resultados, como ganancia o pérdida de recursos.
- Equilibrio: un estado en el que ningún jugador tiene incentivos para cambiar su estrategia dada la elección de estrategias de los demás. El equilibrio de Nash es uno de los conceptos fundamentales de la teoría de juegos y se refiere a una solución en la que ningún jugador puede mejorar su posición unilateralmente.

Equilibrio de Nash

El equilibrio de Nash es un concepto central en la teoría de juegos, propuesto por el matemático John Nash. Se refiere a un conjunto de estrategias en el que ningún jugador puede obtener un beneficio adicional cambiando su estrategia individualmente, considerando las estrategias de los demás jugadores como fijas. Es decir, en un equilibrio de Nash, ninguna desviación unilateral mejora la posición de un jugador.

El equilibrio de Nash puede ser alcanzado en juegos de suma cero y de suma no cero. En un juego de suma cero, los pagos totales de los jugadores se suman a cero, lo que significa que las ganancias de un jugador son exactamente las pérdidas de los demás. En un juego de suma no cero, los pagos totales no necesariamente suman cero, lo que permite que los jugadores obtengan ganancias o pérdidas netas.

Existen diferentes tipos de equilibrio de Nash, como el equilibrio de Nash puro, donde los jugadores eligen una única estrategia, y el equilibrio de Nash mixto, donde los jugadores eligen estrategias con ciertas probabilidades.

Estrategias mixtas

Las estrategias mixtas son un concepto importante en la teoría de juegos y se refieren a la elección de acciones con probabilidades asociadas en lugar de seleccionar una única estrategia

determinista. Las estrategias mixtas permiten modelar situaciones en las que los jugadores toman decisiones aleatorias o basadas en información parcial.

En el contexto de las estrategias mixtas, se utiliza la probabilidad para asignar las probabilidades de elección de cada acción. Los jugadores eligen sus estrategias de acuerdo con las probabilidades establecidas, lo que permite una mayor flexibilidad y adaptabilidad en la toma de decisiones.

Matriz de pagos

La matriz de pagos es una representación tabular de los resultados posibles en un juego. En una matriz de pagos, se muestran las recompensas o penalizaciones que los jugadores obtienen según las combinaciones de estrategias seleccionadas. Cada celda de la matriz representa el pago correspondiente a una combinación específica de elecciones estratégicas.

Las matrices de pagos son fundamentales para el análisis de los equilibrios de Nash y la toma de decisiones estratégicas. Permiten evaluar y comparar las consecuencias de diferentes elecciones estratégicas para cada jugador, lo que ayuda a identificar los equilibrios de Nash y las estrategias óptimas.

El dilema de los prisioneros

El dilema de los prisioneros es un ejemplo clásico en la teoría de juegos que ilustra cómo las decisiones racionales de los individuos pueden conducir a un resultado subóptimo para el conjunto de jugadores. En este escenario, dos prisioneros son arrestados por un crimen y enfrentan la elección de cooperar con el otro prisionero o traicionarlo.

Dependiendo de las acciones conjuntas de ambos prisioneros, se determinan las recompensas y las penas asociadas. El dilema radica en que, aunque la cooperación mutua sería beneficiosa para ambos prisioneros, la elección egoísta de traicionar al otro prisionero suele prevalecer. Esto muestra cómo los incentivos individuales pueden chocar con el interés colectivo.

Ejemplos adicionales de equilibrio de Nash

Además del dilema de los prisioneros, existen numerosos ejemplos de equilibrios de Nash en diferentes contextos. Algunos ejemplos son:

El juego del "Ultimátum": En este juego, un jugador debe proponer una división de una suma de dinero entre él y otro jugador. Si el otro jugador acepta la oferta, se realiza la división propuesta; de lo contrario, ninguno de los jugadores recibe nada. El equilibrio de Nash ocurre cuando la oferta es justa y ambos jugadores aceptan.

El *juego de la "Gallina"* (Chicken game): En este juego, dos jugadores se dirigen hacia el otro a alta velocidad, y el que se desvía primero se considera "gallina" y pierde prestigio. El equilibrio de Nash ocurre cuando ninguno de los jugadores se desvía, lo que lleva a una colisión potencialmente catastrófica.

Objetivo:

El objetivo de nuestro proyecto es realizar un código que permita realizar cálculos relacionados con la teoría de juegos. El programa se utilizará para crear una matriz de *payoffs* y realizar operaciones para encontrar estrategias superiores y equilibrios de Nash.

Explicación de la solución:

Nuestro código implementa una clase llamada "Matriz" que se utiliza para calcular el equilibrio de Nash por estrategia mixta en un juego de matriz 2×2 . El juego se define ingresando los valores de pago para cada estrategia de los jugadores. Luego, se calculan los polinomios de pago para cada jugador, se simplifican y se factorizan. A partir de estos polinomios, se extraen las subexpresiones relevantes y se resuelven utilizando el método de sustitución de símbolos. Finalmente, se muestra el resultado del equilibrio de Nash para estrategias mixtas.

El código también proporciona una función para visualizar la matriz de juego ingresada y otra función para calcular y mostrar los polinomios de pago simplificados y factorizados.

En términos generales, este código permite calcular el equilibrio de Nash por estrategia mixta en un juego de matriz 2×2 dado los valores de pago para cada estrategia.

Conclusiones:

En esta investigación, hemos profundizado en los conceptos fundamentales de la teoría de juegos y su relación con la probabilidad y la estadística. Hemos explorado el equilibrio de Nash, sus aplicaciones y extensiones, así como la importancia de las estrategias mixtas y las matrices de pagos.

La probabilidad y la estadística desempeñan un papel crucial en la teoría de juegos al incorporar la incertidumbre y analizar la distribución de los pagos. Los modelos probabilísticos nos permiten capturar la incertidumbre inherente en escenarios del mundo real, mientras que el análisis estadístico nos ayuda a comprender la probabilidad y variabilidad de los resultados.

En resumen, esta investigación resalta la importancia de la teoría de juegos para comprender la toma de decisiones estratégicas y su conexión con la probabilidad y la estadística. Al explorar el equilibrio de Nash, las estrategias mixtas y las matrices de pagos, los investigadores pueden

obtener ideas valiosas sobre diversos escenarios del mundo real y realizar predicciones informadas sobre el comportamiento de los jugadores racionales.