# Ejercicio de Inducción

Autor : Sara Valentina Restrepo Ramírez
*Risaralda, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia*
Correo-e: sara.restrepo1@utp.edu.co

***Resumen*— Forma de razonamiento que consiste en establecer una ley o conclusión general a partir de la observación de hechos o casos particulares.**
**Se utiliza para probar proposiciones.**

***Abstract*— Form of reasoning that consists in establishing a law or general conclusion from the observation of particular facts or cases.**
**It is used to test propositions.**

## I. INTRODUCCIÓN

En matemáticas, la inducción es un razonamiento que permite demostrar proposiciones que dependen de una variable que toma una infinidad de valores enteros. En términos simples
La inducción matemática demuestra que podemos subir tan alto como queramos en una escalera, si demostramos que podemos subir el primer peldaño (el "caso base") y que desde cada peldaño podemos subir al siguiente (el "paso" inductivo).

## II. CONTENIDO

Consideremos una lista de proposiciones p(1), p(2), p(3), ... con índices en los enteros positivos +. Todas las proposiciones p(n) son verdaderas a condición que:

(B) p(1) sea verdadera.
(I) p(n + 1) es verdadera siempre que p(n) lo sea.

nos referimos a (B), es decir al hecho de p(1) es verdadera, como la base de la inducción y nos referimos a (I) como el paso inductivo. En la notación del calculo proposicional (I) equivale decir que:

La implicación p(n) p(n + 1) es verdadera n +.

Problema 1: Demostrar por Inducción.
$3+7+11+\ldots+(4n-1)=n(2n-1)$

| n | $(4n-1)$ | $n(2n-1)$ | Suma |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 3 | 3 |
| 2 | 7 | 10 | 10 |
| 3 | 11 | 21 | 21 |
| 4 | 15 | 36 | 36 |
| 5 | 19 | 55 | 55 |

## Prueba por Inducción

1. Probar para $n=1$

$$(4n-1)=n(2n-1)$$

$$4*1-1=1(2*1+1)$$

$$3=3$$

2. Hipótesis Inductivo $n=k$

$$3+7+11+\cdots+(4k-1)=k(2k+1)$$

3. Probar que se cumple para $n=k+1$

$$\mathbf{3+7+11}+\cdots+(\boldsymbol{4k-1})+(4(k+1)-1)$$
$$=(k+1)(2(k+1)+1)$$

$$\boldsymbol{k}(\boldsymbol{2k}+\mathbf{1})+(4(k+1)-1)=(k+1)(2(k+1)+1)$$

$$2k^2+k+4k+4-1=(k+1)(2k+2+1)$$

$$2k^2+5k+3=(k+1)(2k+3)$$

$$2k^2+5k+3=2k^2+3k+2k+3$$

$$\boldsymbol{2k^2+5k+3=2k^2+5k+3}$$

Problema 2: Demostrar por inducción

$$3 + 5 + 7 + \cdots + (2n + 1) = n(n + 2)$$

| n | $(2n + 1)$ | $n(n + 2)$ | suma |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 3 | 3 |
| 2 | 5 | 8 | 8 |
| 3 | 7 | 15 | 15 |
| 4 | 9 | 24 | 24 |
| 5 | 11 | 35 | 35 |

## Prueba por Inducción

1. Probar para $n = 1$

$$(2n + 1) = n(n + 2)$$

$$2 * 1 + 1 = 1(1 + 2)$$

$$3 = 3$$

2. Hipótesis inductivo $n = k$

$$3 + 5 + 7 + \cdots + (2k + 1) = k(k + 2)$$

3. Probar que se cumple para $n = k + 1$

$$3 + 5 + 7 + \cdots + (2k + 1) + (2(k + 1) + 1) = (k + 1)\big((k + 1) + 2\big)$$

$$\boldsymbol{k^2 + 2k + 4 = k^2 + 2k + 4}$$