



## طراحی الگوریتم - تکلیف چهارم

موعد تحویل: ۱۲ دی ۱۴۰۰

پیش از حل سؤالات به موارد زیر دقت کنید:

- این سری از تکلیف شامل دو بخش عملی و تئوری می‌باشد که بخش تئوری آن در این فایل آماده شده و بخش عملی آن در سایت کوئرا به آدرس زیر قرار داده شده است.

– [quera.ir/overview/add\\_to\\_course/course/9614](https://quera.ir/overview/add_to_course/course/9614)

– رمز عبور: Autumn1400

- پاسخ تکلیف را به صورت یک فایل PDF آماده کنید و با نام `HW5_{Student Number}` در سامانه آپلود کنید.

- در تحویل تکالیف به زمان مجاز تعیین شده دقت نمایید.

- پاسخ تکالیف را حتماً در سامانه آپلود کنید و از ارسال تکالیف به ایمیل یا تلگرام اکیداً خودداری نمایید.

- از طریق ایمیل زیر با TA مربوط به این تکلیف در ارتباط باشید.

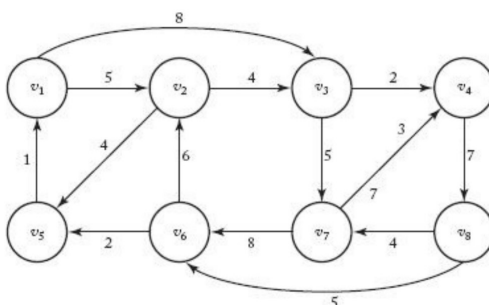
– [ali.mollahoseini@ec.iut.ac.ir](mailto:ali.mollahoseini@ec.iut.ac.ir)

سوال ۱. (۱۵ نمره) با استفاده از روش شاخه و کران این نمونه از مسئله کوله‌پشتی را حل کنید: (درخت فضای حالت آن را رسم کنید).

item	weight	value	$W = 16$
1	10	\$100	
2	7	\$63	
3	8	\$56	
4	4	\$12	

سوال ۲. (۲۰ نمره) تعداد  $n$  مرسوله به یک پیک داده شده است و ارسال هر یک از این مرسوله‌ها یک روز زمان می‌برد. همچنین هر یک از این مرسوله‌ها ددلاین مشخص  $d_i$  برای رسیدن به مقصد دارد، به این معنا که تا روز  $d_i$  مرسوله مهلت دارد و در صورتی که دیرتر از این ددلاین مرسوله به مقصد برسد دستمزدی پیک دریافت نمی‌کند. همانطور که می‌دانید هر مرسوله نیز دستمزد مشخص  $w_i$  دارد. از شما خواسته شده به نحوی برنامه‌ریزی کنید که پیک بیشترین دستمزد را دریافت کند. به عنوان مثال فرض کنید پیک سه مرسوله دارد و  $d = \{1, 1, 3\}$  و  $w = \{5, 10, 20\}$  باشد، در این صورت برای اینکه پیک بیشترین سود را بکند باید در روز اول بسته با  $w_i = 10$  را ارسال کند و در روز دوم بسته با  $w_i = 20$  را ارسال کند. الگوریتم شاخه و کران مناسبی برای این منظور ارائه کنید. (درخت فضای حالت مناسب را ارائه داده و نحوه هرس مناسب ارائه کنید).

سوال ۳. (۱۵ نمره) با استفاده از روش شاخه و کران این نمونه از مسئله فروشنده دوره‌گرد را حل کنید: (درخت فضای حالت آن را رسم کنید).



سوال ۴. می‌خواهیم که نقشه چند کشور همسایه را با فقط ۴ رنگ، رنگ کنیم به نحوی که رنگ هر دو کشور همسایه با هم تفاوت داشته باشد. فرض کنید که هر کشور راسی در گراف  $G$  باشد. بین دو راس در  $G$  یال وجود دارد اگر کشورهای متناظر این دو راس مرز مشترک داشته باشند. فرض کنید  $x_i = 1$  باشد اگر راس  $i$  رنگ ۱ یا ۲ داشته باشد و در غیر اینصورت برابر با ۰ باشد. همچنین، فرض کنید  $y_i = 1$  باشد اگر راس  $i$  رنگ ۱ یا ۳ داشته باشد و در غیر اینصورت برابر با ۰ باشد. با متغیرهای داده شده معادله‌ای بنویسید به نحوی که هر راه‌حل مناسب برای معادله، رنگ‌آمیزی مناسبی برای کشورها ارائه دهد. (راهنمایی: شما باید هم‌رنگ نشدن رئوس مجاور را با استفاده از  $x_i$  و  $y_i$  بیان کنید).

سوال ۵. مسئله بیشینه‌سازی زیر را مشابه آنچه در کلاس حل شده است با روش شاخه و کران، و رسم درخت حالت مرحله به مرحله حل کنید:

$$z = 3x_1 + 3x_2 + x_3$$

با توجه به،

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 4$$

$$-3x_1 + 4x_2 \leq 2$$

$$2x_1 + x_2 - 3x_3 \leq 3$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \text{ and integers only}$$