



طراحی الگوریتم - تکلیف دوم

موعد تحویل: ۱۰ آبان ۱۴۰۰

پیش از حل سؤالات به موارد زیر دقت کنید:

- این سری از تکلیف شامل دو بخش عملی و تئوری می‌باشد که بخش تئوری آن در این فایل آماده شده و بخش عملی آن در سایت کوئرا به آدرس زیر قرار داده شده است.

– quera.ir/overview/add_to_course/course/9614

– رمز عبور: Autumn1400

- پاسخ تکلیف را به صورت یک فایل PDF آماده کنید و با نام `HW2_{Student Number}` در سامانه آپلود کنید.

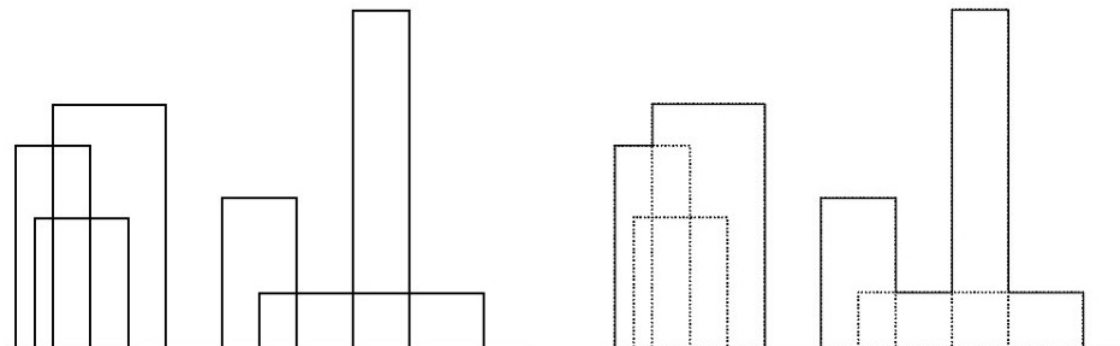
- در تحویل تکالیف به زمان مجاز تعیین شده دقت نمایید.

- پاسخ تکالیف را حتماً در سامانه آپلود کنید و از ارسال تکالیف به ایمیل یا تلگرام اکیداً خودداری نمایید.

- از طریق ایمیل زیر با TA مربوط به این تکلیف در ارتباط باشید.

– ali.mollahoseini@ec.iut.ac.ir

سوال ۱. (۲۰ نمره) شهر متروپولیس دارای n ساختمان می‌باشد. همه این ساختمان‌ها مستطیلی شکل هستند و با سه‌تایی (L, H, R) می‌توان هر ساختمان را نشان داد، که L و R به ترتیب نشان‌دهنده دیوار چپ و راست ساختمان روی محور X ها است، و H نشان‌دهنده ارتفاع ساختمان است. از شما خواسته شده نمای دو بعدی این شهر را خروجی دهید. در صورتی نمره کامل این سوال را اخذ می‌کنید که الگوریتم داده شده بهتر از $O(n^2)$ باشد.



شکل ۱: مثال: شکل سمت چپ ورودی مسئله داده شده و شکل سمت راست خروجی مسئله است.
 ورودی: $(۱, ۱۱, ۵), (۲, ۶, ۷), (۳, ۱۳, ۹), (۱۲, ۷, ۱۶), (۱۴, ۳, ۲۵), (۲۲, ۱۸, ۱۹)$
 خروجی: $(۱, ۱۱), (۳, ۱۳), (۹, ۰), (۱۲, ۷), (۱۶, ۳), (۱۹, ۱۸), (۲۲, ۳), (۲۵, ۰)$

سوال ۲. (۲۰ نمره) آرایه n تایی از اشیاء $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ داده شده است با وزن‌های $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ به طوری که $\sum w_i = 1.0$. میانه وزن دار شیء a_k ایست که شرایط زیر را ارضا کند

$$\sum_{a_i < a_k} w_i < 0.5 \text{ و } \sum_{a_j > a_k} w_j \leq 0.5$$

آ) الگوریتمی ارائه دهید که میانه وزن دار این n شی را در بدترین حالت از $O(n \log n)$ پیدا کند.

ب) الگوریتمی ارائه دهید که میانه وزن دار را در بدترین حالت از $O(n)$ پیدا کند، برای اینکار از الگوریتم‌های یافتن میانه به صورت خطی کمک بگیرید. توضیح دهید که چرا الگوریتم شما در واقع از $O(n)$ است. (امتیازی)

سوال ۳. (۲۰ نمره) رفتار مجانبی توابع زیر را به درست آورید. (می‌توانید از مستر متد استفاده کنید)

آ) $T(2) = 4, T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + 2n \log n$

ب) $T(2) = 1, T(n) = 2T(\lceil \sqrt{n} \rceil) + 2n$

ج) $T(n) = 3T(n/2) + n$

سوال ۴. (۲۰ نمره) n مین عضو دنباله دنباله فیبوناچی را با الگوریتمی از مرتبه $O(\log n)$ بیابید.

سوال ۵. (۲۰ نمره) به دو عضو در یک جایگشت از اعداد p_1, p_2, \dots, p_n که $i < j$ و $p_i > p_j$ باشد یک نابجایی می‌گوییم. به ما جایگشتی داده شده است، الگوریتمی ارائه دهید که تعداد نابجایی‌ها را خروجی دهد. در صورتی نمره کامل این سوال را اخذ می‌کنید که الگوریتم ارائه شده بهتر از $O(n^2)$ باشد.