



طراحی الگوریتم - تکلیف سوم

موعد تحویل: ۳ آذر ۱۴۰۰

پیش از حل سؤالات به موارد زیر دقت کنید:

- این سری از تکلیف شامل دو بخش عملی و تئوری می‌باشد که بخش تئوری آن در این فایل آماده شده و بخش عملی آن در سایت کوئرا به آدرس زیر قرار داده شده است.

– quera.ir/overview/add_to_course/course/9614

– رمز عبور: Autumn1400

- پاسخ تکلیف را به صورت یک فایل PDF آماده کنید و با نام `HW3_{Student Number}` در سامانه آپلود کنید.

- در تحویل تکالیف به زمان مجاز تعیین شده دقت نمایید.

- پاسخ تکالیف را حتماً در سامانه آپلود کنید و از ارسال تکالیف به ایمیل یا تلگرام اکیداً خودداری نمایید.

- از طریق ایمیل زیر با TA مربوط به این تکلیف در ارتباط باشید.

– ali.mollahoseini@ec.iut.ac.ir

سوال ۱. (۲۵ نمره) در یک مزرعه، گاوی وجود دارد که می‌تواند n کیلو علف از دو نوع (یونجه و شبدر) را بخورد. این گاو نمی‌تواند بیشتر از m کیلو از یک نوع بخورد و حتماً باید جنس علفش را عوض کند! اما فقط می‌تواند k بار جنس علفش را عوض کند. گاو ابتدا با یونجه شروع می‌کند. با استفاده از برنامه‌ریزی پویا مشخص کنید که این گاو به چند روش می‌تواند n کیلو علف را بخورد؟

سوال ۲. (۲۵ نمره) یک خرگوش، در خانه‌ی شماره‌ی ۱ قرار دارد و می‌خواهد با تعدادی پرش خود را به خانه‌ی شماره n برساند. بر روی هر خانه یک عدد آمده است که بیانگر این است که این خرگوش هنگامی که در آن خانه قرار دارد ماکسیمم تا چند خانه می‌تواند پرش کند.

برای مثال اگر $n = 5$ باشد و شماره‌های روی خانه‌ها به صورت $\{1, 3, 2, 3, 2\}$ باشد. با توجه به اینکه مقدار خانه اول برابر با ۱ است بنابراین فقط تا یک خانه می‌تواند پرش کند و به خانه‌ی دوم می‌رود. در خانه‌ی دوم عدد ۳ قرار گرفته است، بنابراین خرگوش می‌تواند به هریک از خانه‌های سوم، چهارم یا پنجم بپرد.

هدف این است که کمترین تعداد پرش برای رسیدن به خانه‌ی n را پیدا کنیم. الگوریتمی به شیوه برنامه‌نویسی پویا برای حل این مسئله ارائه کنید.

سوال ۳. (۲۵ نمره) بر روی یک رشته به طول n با استفاده از برنامه‌ریزی پویا الگوریتمی ارائه دهید که طول بزرگترین زیردنباله متقارن آن را محاسبه کند. زیردنباله متقارن، رشته‌ای است که از حذف کردن تعدادی از عناصر رشته‌ی اصلی به دست می‌آید و متقارن نیز هست. توجه کنید که توالی رشته اصلی باید حفظ شود.

برای مثال برای رشته‌ی $BBABBBAB$ خروجی الگوریتم شما باید ۷ باشد چون $BABAB$ بزرگترین زیردنباله متقارن آن است. زیردنباله‌های متقارن دیگری مانند B ، $BBBB$ و $BBBB$ نیز وجود دارد که بزرگترین نیستند.

سوال ۴. (۲۵ نمره) آرایه A به طول 2^N داده شده است، می‌خواهیم به ازای هر $x \leq 2^N$ ، $F(x)$ را حساب کنیم که $F(x)$ به این صورت تعریف می‌شود « $F(x)$ برابر است با جمع همه $A[i]$ هایی که $x \wedge i = i$ ». در این سوال منظور از $y \wedge z$ انجام عملگر اند بر روی فرم باینری این دو عدد است.

به طور مثال اگر $A = [1, 2, 3, 4]$ باشد اگر بخواهیم $F(3)$ را حساب کنیم از آنجایی که $1 \wedge 3 = 1$ و $2 \wedge 3 = 2$ و $3 \wedge 3 = 3$ پس $F(3) = A[1] + A[2] + A[3] = 2 + 3 + 4 = 9$ است

- الگوریتمی از مرتبه $O(4^N)$ ارائه دهید که $F(x)$ را به ازای همه مقادیر $x \leq 2^N$ محاسبه کند و در یک آرایه ذخیره کند. (۲۰ نمره)

- الگوریتمی از مرتبه $O(3^N)$ ارائه دهید که $F(x)$ را به ازای همه مقادیر $x \leq 2^N$ محاسبه کند و در یک آرایه ذخیره کند. (۵ نمره)