



## نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها

### تکلیف پنجم

مهلت تحویل: پنج‌شنبه ۱۶ دی ساعت ۲۳:۵۹

۱. با توجه به خواص بستاری زبان‌ها، بسته بودن یا نبودن دسته زبان‌های زیر را تحت عملگرهای گفته شده مشخص کنید.  
(منظور از معکوس یک زبان وارون آن است یا همان  $W^R$ )

نوع زبان	معکوس	مکمل	بستار کلینی	الحاق	اشتراک	اجتماع
منظم						
خطی						
مستقل از متن						
حساس به متن						
تصمیم پذیر						

۲. بدون استفاده از قضیه Rice ثابت کنید زبان‌های زیر تصمیم ناپذیرند.

$$L1 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a TM and } |L(M)| \leq 3 \}$$

$$L2 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a TM that accepts all even numbers in binary} \}$$

$$L3 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a TM and } L(M) \text{ is finite} \}$$

$$L4 = \{ \langle G1, G2 \rangle \mid G1, G2 \text{ are CFG and } L(G1) \subseteq L(G2) \}$$

۳. ثابت کنید زبان‌های زیر تصمیم پذیرند.

$$L1 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a TM and there exists an input on which } M \text{ halts in less than } |\langle M \rangle| \text{ steps} \}$$

$$L2 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a TM, } M0 \text{ is a TM that halts on all inputs, and } M \in L(M0) \}$$

$$L3 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a TM, and } M \text{ is the only TM that accepts } L(M) \}$$

$$L4 = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ is a TM, and } |M| < 1000 \}$$

۴. فرض کنید زبان‌های  $L1, L2, L3, \dots, Lk$  مجموعه‌ای از زبان‌ها بر روی الفبای  $\Sigma$  باشند به طوری که:

$$\text{الف) برای هر دوتایی از این زبان‌ها مانند } Li, Lj, Li \cap Lj = \emptyset$$

$$\text{ب) } L1 \cup L2 \cup L3 \cup \dots \cup Lk = \Sigma^*$$

ج) هر کدام از این زبان‌ها RE است.

ثابت کنید همه این زبان‌ها Recursive هم هستند.

۵. برای زبان های زیر یک گرامر unrestricted طراحی کنید.

$$L1 = \{ a^i b^{2i} c^{3i} : i \geq 1 \}$$

$$L2 = \{ w c^i d^j \mid w \in \{a, b\}^*, i = n_a(w), j = n_b(w) \}$$

۶. گرامر های unrestricted زیر چه زبان هایی تولید می کنند.

$$L1) \Sigma = \{a, b, c\}$$

$$S \rightarrow aHSc$$

$$S \rightarrow \epsilon$$

$$Ha \rightarrow aH$$

$$Hc \rightarrow bc$$

$$Hb \rightarrow bb$$

$$L2) \Sigma = \{a, b, c\}$$

$$S \rightarrow aXS \mid bYS \mid C$$

$$Yb \rightarrow bY$$

$$Ya \rightarrow aY$$

$$Xa \rightarrow aX$$

$$Xb \rightarrow bX$$

$$YC \rightarrow Cb$$

$$XC \rightarrow Ca$$

$$C \rightarrow \lambda$$