



تمرین پنجم درس تجزیه و تحلیل سیگنال‌ها و سیستم‌ها تبدیل فوریه

زمان تحویل: یکشنبه 1402/09/19 ساعت 16

مشترک گروه‌های 1 و 2

1- سیگنال $x(t)$ را به صورت یک پالس مستطیلی با دامنه‌ی واحد و متقارن حول مبدا با طول T_1 در نظر بگیرید. الف) اگر سیگنال $\hat{x}(t)$ را به صورت یک سیگنال متناوب ساخته شده از $x(t)$ با دوره تناوب $T_0 = \frac{3T_1}{2}$ در نظر بگیریم، سیگنال $x(t)$ و $\hat{x}(t)$ را رسم کنید.

ب) $X(\omega)$ ، تبدیل فوریه‌ی $x(t)$ را محاسبه کرده و $|X(\omega)|$ را برای $|\omega| \leq \frac{6\pi}{T_1}$ رسم نمایید.

ج) a_k ، ضرایب سری فوریه‌ی $\hat{x}(t)$ را محاسبه کرده و برای $|k| < 4$ رسم نمایید.

د) با توجه به پاسخ بخش ب و ج، صحت رابطه‌ی زیر را در این مثال بررسی کنید.

$$a_k = \frac{1}{T_0} X(\omega) \bigg|_{\omega = \frac{2\pi k}{T_0}}$$

۲- اگر $y(t) = x(t) * h(t)$ و $g(t) = x(3t) * h(3t)$ باشد و تبدیل فوریه $x(t)$ و $h(t)$ به ترتیب $X(j\omega)$ و $H(j\omega)$ باشد، به کمک خواص تبدیل فوریه نشان دهید که تبدیل فوریه $g(t)$ به شکل زیر است:

$$g(t) = Ay(Bt)$$

مقادیر A و B را تعیین کنید.

۳- تبدیل فوریه‌ی سیگنال‌های زیر را به دست آورید.

الف) $e^{-3|t|} \sin 2t$

ب) $\sum_{k=0}^{\infty} a^k \delta(t - kT)$, $|a| < 1$

ج) $x(t) = \frac{1}{\pi(t^2 + 1)}$

۴- فرض کنید $g(t) = x(t) \cos t$ و $g(t)$ دارای تبدیل فوریه زیر است:

$$G(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq 2 \\ 0 & o.w \end{cases}$$

الف) $x(t)$ را بیابید.

ب) تبدیل فوریه $X_1(j\omega)$ سیگنال $x_1(t)$ را به نحوی بیابید که داشته باشیم:

$$g(t) = x_1(t) \cos\left(\frac{2}{3}t\right)$$

5- سیگنال پیوسته در زمان مربوط به هر یک از تبدیل های زیر را بیابید.

الف) $X(j\omega) = \frac{2 \sin[3(\omega-2\pi)]}{(\omega-2\pi)}$

ب) $X(j\omega) = \cos(4\omega + \frac{\pi}{3})$

ج) $X(j\omega) = X^*(\omega + 3)e^{j2\omega}$

6- سیستم LTI با رابطه پاسخ ضربه زیر را در نظر بگیرید:

$$h(t) = \frac{2 \sin t \cos 2t}{\pi t}$$

الف) پاسخ فرکانسی آن را محاسبه کنید.

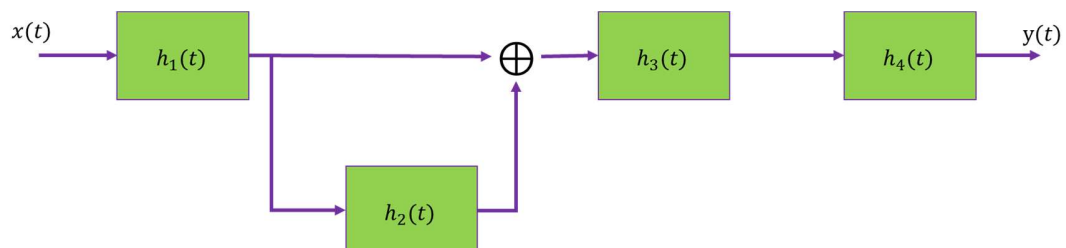
ب) خروجی سیستم به ورودی $x(t) = 3 + \sin^2(\frac{\pi}{2}t)$ را به دست آورید.

ج) اگر ورودی $x(t) = \frac{\sin^4 t}{\pi t}$ را به سیستم اعمال کنیم و خروجی $y(t)$ را به دست آوریم، انرژی هر یک از سیگنال های $x(t)$ و $y(t)$ را محاسبه کنید.

7- اتصال چند سیستم LTI به صورت زیر را در نظر بگیرید:

$$h_1(t) = \frac{d}{dt} \left[\frac{\sin(\omega_c t)}{2\pi t} \right], \quad H_2(j\omega) = e^{\frac{-j2\pi\omega}{\omega_c}}, \quad h_3(t) = \left[\frac{\sin(3\omega_c t)}{\pi t} \right], \quad h_4(t) = u(t)$$

در صورتی که ورودی سیستم $x(t) = \sin(2\omega_c t) + \cos(\frac{1}{2}\omega_c t)$ باشد خروجی $y(t)$ را به دست آورید.



8- ورودی و خروجی یک سیستم پیوسته زمان LTI علی با معادله دیفرانسیل زیر به هم مربوط اند:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 6 \frac{dy(t)}{dt} + 8y(t) = 2x(t)$$

الف) پاسخ ضربه این سیستم را بیابید.

ب) پاسخ این سیستم به ورودی $x(t) = te^{-2t}u(t)$ را بیابید.

پاسخ های خود را در سامانه یکتا قرار دهید.
موفق باشید.