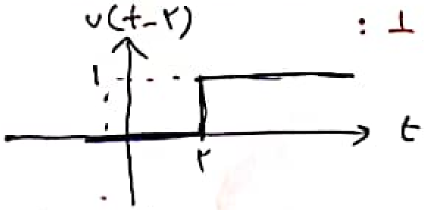
سوال ۱ :

e) $x(\frac{t}{2})$ :

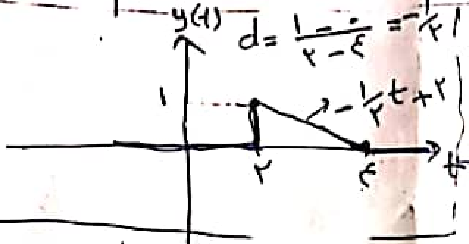
$d = \frac{2-0}{0-4} = -\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2}t + 2$

$u(t-2)$ :



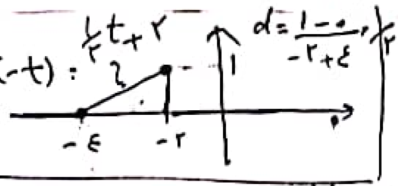
$y(t) = x(\frac{t}{2})\, u(t-2)$ :



$d = \frac{1-0}{2-4} = -\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2}t + 2$

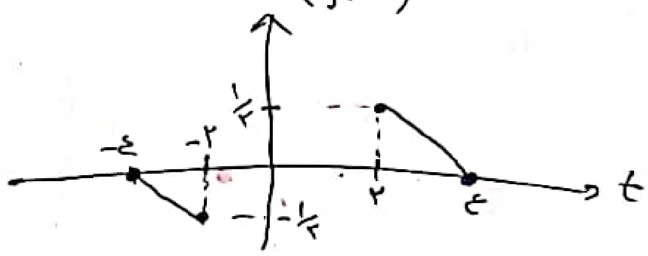
$y(-t)$ : $\frac{1}{2}t + 2$



$d = \frac{1-0}{-2+4} = \frac{1}{2}$

$$odd(y(t)) = \begin{cases} 0 & t \leq -4 \text{ یا } -2 \leq t \leq 2 \\ -\frac{1}{4}t - 1 & -4 < t < -2 \\ -\frac{1}{4}t + 1 & 2 < t < 4 \\ 0 & t \geq 4 \end{cases}$$

odd(y(t))



حل

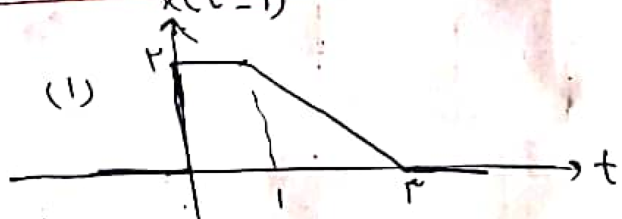
a) $x(-2t-1)$

① انتقال ۱ واحد به راست

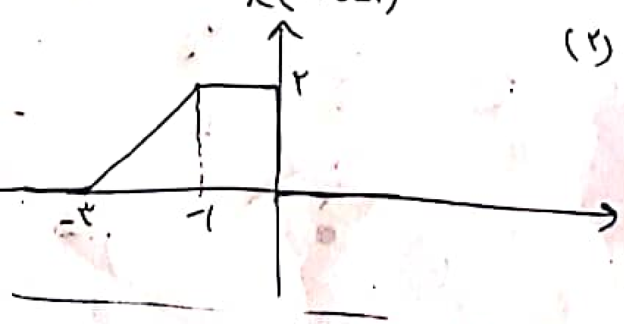
② (تغییر مقیاس با $\frac{1}{2}$ شدن t)

③ وارونگی نسبت به محور عرض ها

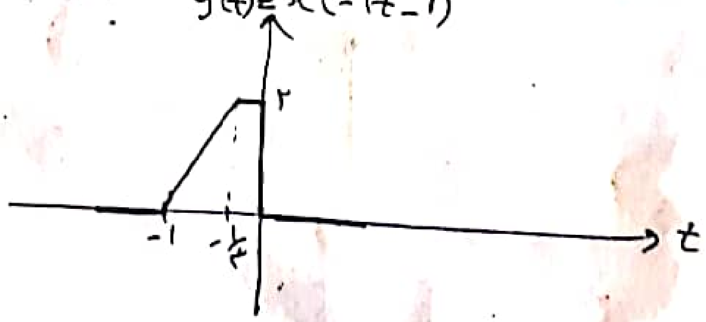
(1) $x(t-1)$



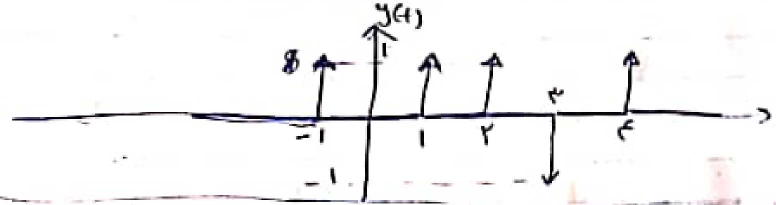
(2) $x(-t-1)$



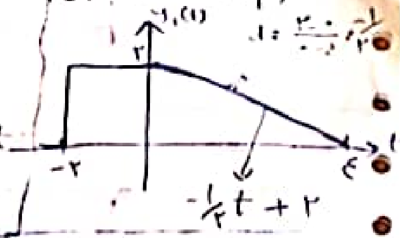
$y(t) = x(-2t-1)$



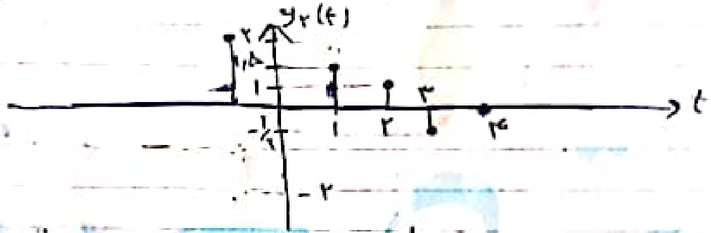
b) $y(t) = \delta(t+1) + \delta(t-1) + \delta(t-2) - \delta(t-3) + \delta(t-4)$




$y_1(t) = x(t/2)$

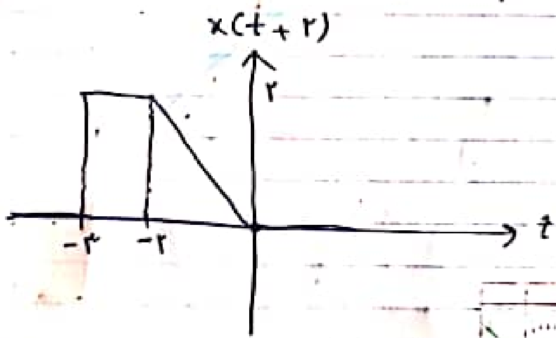


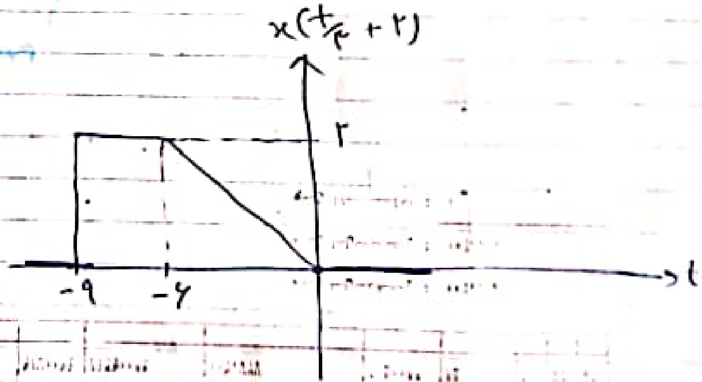

$y_2(t) = x(t/2)\,[\delta(t+1) + \delta(t-1) + \delta(t-2) - \delta(t-3) + \delta(t-4)]$



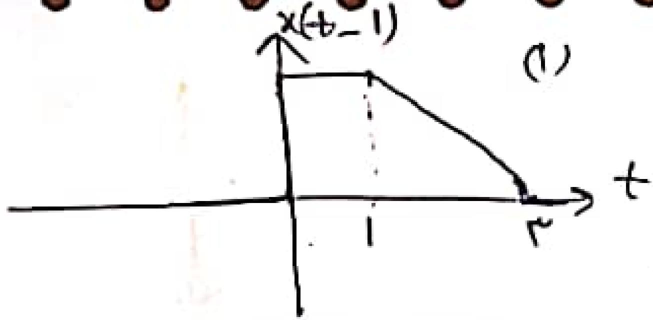

$y_1(1) = -\frac{1}{2}(1) + 2 = \frac{3}{2}$ $\quad y_1(2) = -\frac{1}{2}(2) + 2 = 1$ $\quad y_1(3) = -\frac{3}{2} + 2 = \frac{1}{2}$

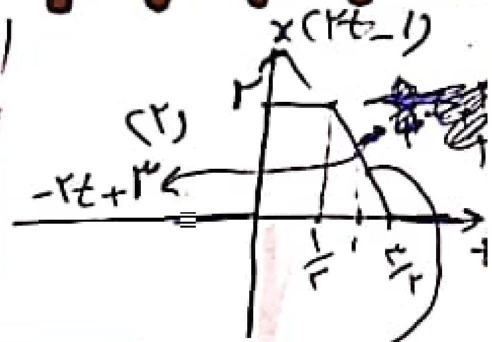
c) $x(t/3 + 2)$
① ۲ واحد انتقال به چپ
② تغییر مقیاس (×۳)



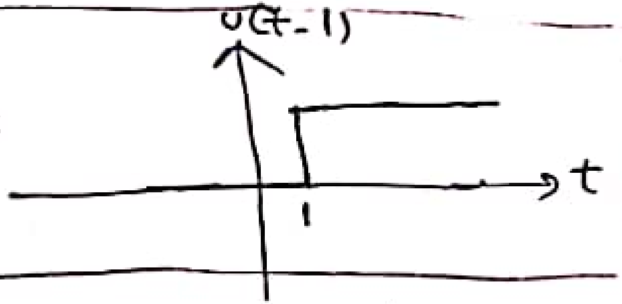
d) $x(2t-1)$ :
① ۱ واحد انتقال به راست
② به اندازه ۲ واحد تغییر مقیاس

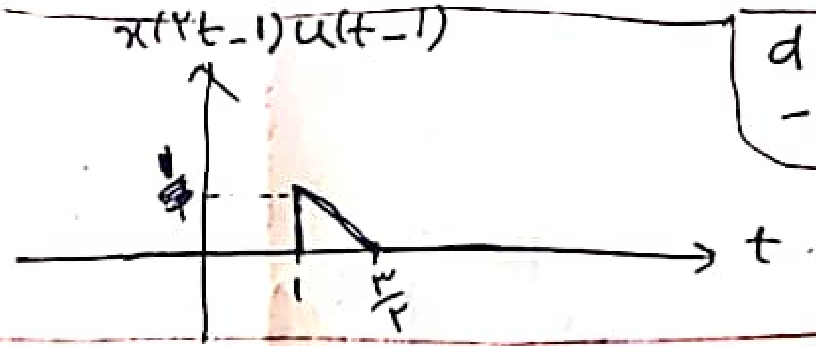



$d = \frac{۲-۰}{\frac{۱}{۲}-\frac{۳}{۲}} = \frac{۱}{-۱} = -۲$

$u(t-1)$ :



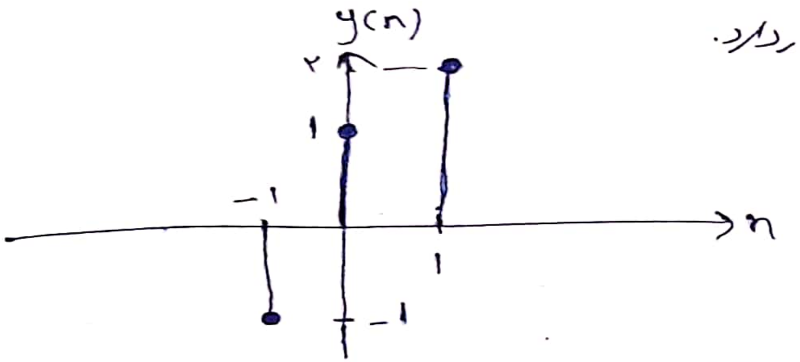



سوال ۲-۹ a):

$y(n) = x(3n) \rightarrow y(0) = x(0) = 1$ و $y(1) = x(3) = 3$ و $y(-1) = x(-3) = -1$

$y(2) = x(6)$ تعریف نشده $\quad y(-2) = x(-6)$ تعریف نشده

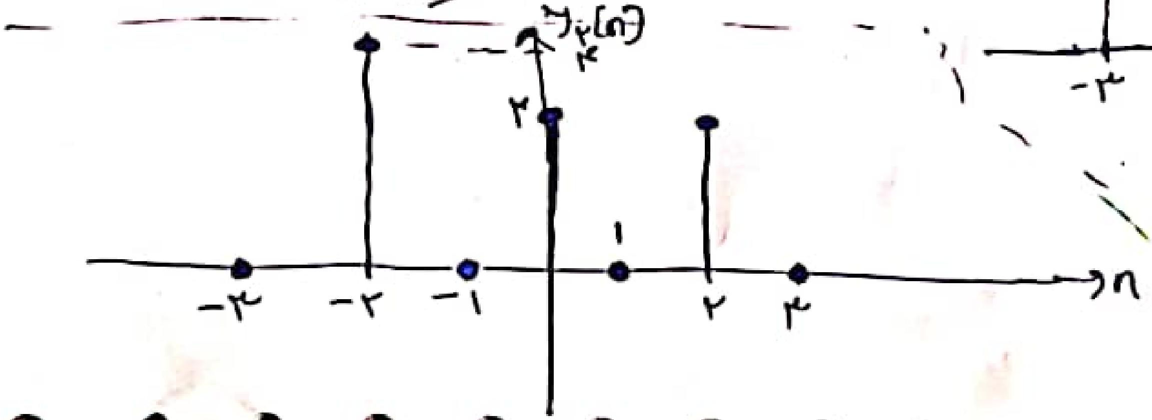
پس سیگنال $y(n)$ فقط در نقاط ۰ و ±۱ تعریف شده و مقدار دارد.

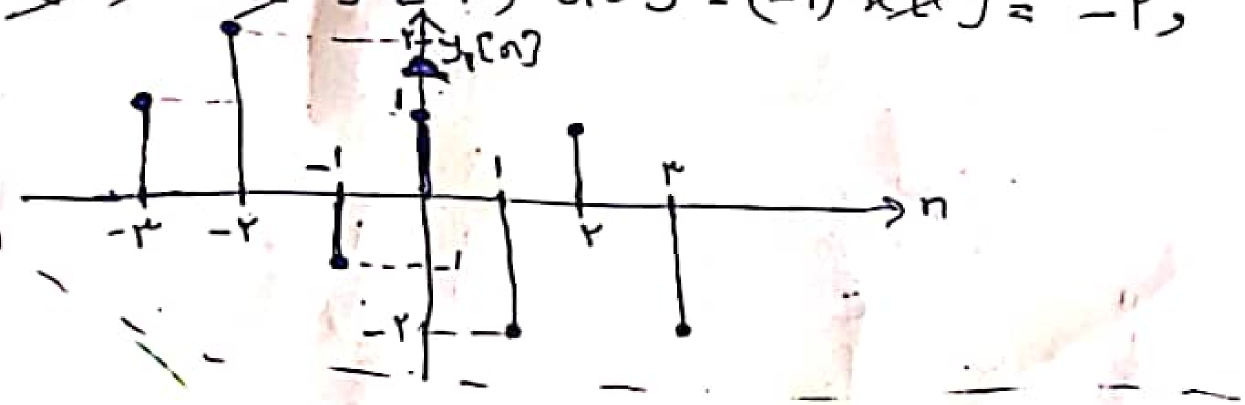


b) $y_1[n] = (-1)^n x[n]$ $\quad$ $y_1[0] = x[0] = 1 \,,\; y_1[1] = (-1)\,\overset{2}{\cancel{x[1]}} = -2 \,,\; y_1[-1] = (-1)\,\overset{1}{\cancel{x[-1]}} = -1$

$y_1[2] = (1)\,\overset{1}{\cancel{x[2]}} = 1 \,,\; y_1[-2] = \cancel{(-1)^{-2}}\,\overset{2}{\cancel{x[-2]}} = 2 \,,\; y_1[3] = (-1)\,\overset{2}{\cancel{x[3]}} = -2 \,,$

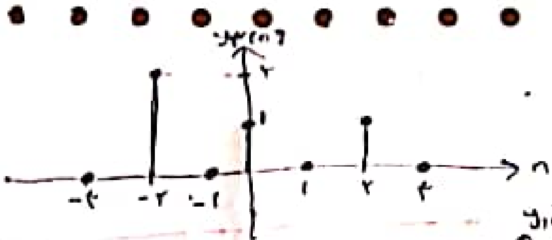
$y_1[-3] = (-1)\,\overset{-1}{\cancel{x[-3]}} = 1 \,,$



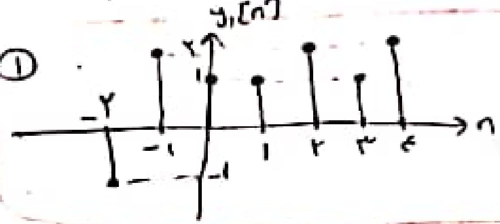



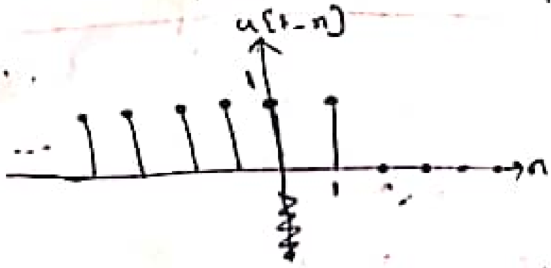

$y_2[n] = x[n] + y_1[n]$

$y_4[n] = \frac{1}{2} y_3[n] \Rightarrow$

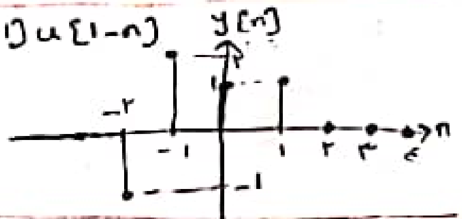


c) $y_1[n] = x[n-1]$ ① را با شکل مراست.

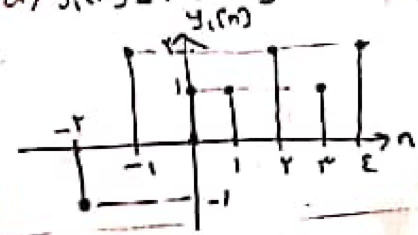




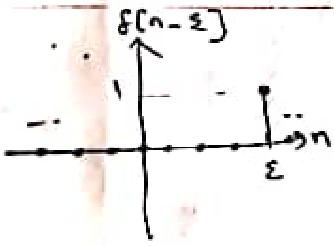
$\Longrightarrow$ $y[n] = x[n-1]\,u[1-n]$



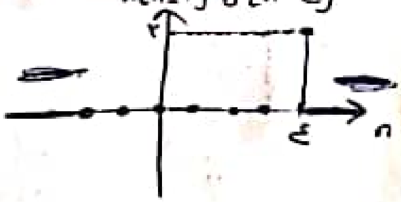
d) $y_1[n] = x[n-1]$



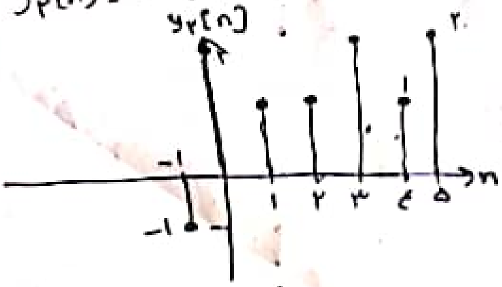
,

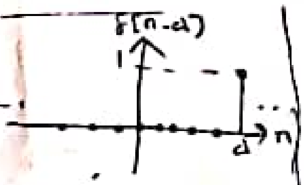


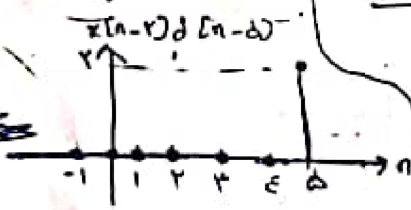
,



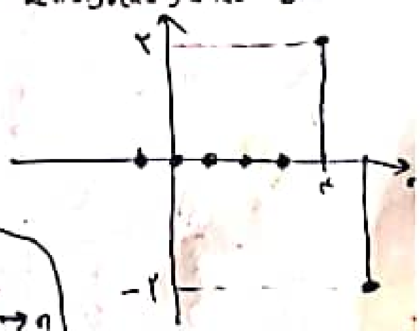
$y_2[n] = x[n-2]$







$x[n-1]\delta[n-4] - x[n-2]\delta[n-5]$



سوال ۳_a) :

$$\sum_n x_e^2(n) = \sum_n \left(\frac{x(n)+x(-n)}{2}\right)^2 = \sum_n \frac{x^2(n)+x^2(-n)+2x(n)x(-n)}{4}$$

$$\sum_n x_o^2(n) = \sum_n \left(\frac{x(n)-x(-n)}{2}\right)^2 = \sum_n \frac{x^2(n)+x^2(-n)-2x(n)x(-n)}{4}$$

$$\sum_n x_e^2(n) + \sum_n x_o^2(n) = \sum_n \frac{x^2(n)+x^2(-n)+\cancel{2x(n)x(-n)}+x^2(n)+x^2(-n)-\cancel{2x(n)x(-n)}}{4}$$

$$= \sum_n \frac{2x^2(n)+2x^2(-n)}{4} = \frac{2}{4}\left(\sum_n x^2(n)+x^2(-n)\right) = \underbrace{\sum_n x^2(n)}$$

به حکم رسیدیم

$$= \sum_n 2x^2(n)$$

---

سوال ۳ ـ b) : از قسمت a می‌دانیم انرژی یک سیگنال در حالت کلی برابر با جمع انرژی بخش زوج سیگنال و بخش فرد سیگنال است.

$$E_{\text{بخش زوج سیگنال}} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_e^2(n) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left(\left(\tfrac{1}{2}\right)^{|n|}\right)^2 = \sum_{n=-\infty}^{+\infty}\left(\tfrac{1}{4}\right)^{|n|} =$$

$$\underbrace{\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\tfrac{1}{4}\right)^n}_{\text{دنباله هندسی با قدر نسبت } \frac{1}{4}} + \underbrace{\sum_{n=-\infty}^{0}\left(\tfrac{1}{4}\right)^{-n}} = \frac{4}{3}\cancel{\frac{1}{1-\frac{1}{4}}} + \cancel{\frac{1}{1-4}}^{\,-\frac{1}{3}} = \frac{4}{3} - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$= \sum_{m=0}^{+\infty} 4^m$$ : دنباله هندسی با قدر نسبت ۴

$$E_{\text{کل سیگنال}} = E_{\text{بخش زوج}} + E_{\text{بخش فرد}} \rightarrow 5 = 1 + E_{\text{بخش فرد}} \Rightarrow E_{\text{بخش فرد}} = 5 - 1 = \boxed{4}$$

سوال ۶:

c) شرط متناوب بودن $\Rightarrow$ $\exists N, \ \forall n$

$$3e^{j\frac{3}{5}(n+N+\frac{1}{2})} = 3e^{j\frac{3}{5}(n+\frac{1}{2})} \Longrightarrow$$

$$\cancel{3}e^{\cancel{j\frac{3}{5}n} + j\frac{3}{5}N + \cancel{j\frac{3}{10}}} = \cancel{3}e^{\cancel{j\frac{3}{5}n + j\frac{3}{10}}} \Longrightarrow e^{j\frac{3}{5}N} = 1 \Rightarrow e^{j\frac{3}{5}N} = e^{j2\pi m}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{3}{5}N = 2\pi m \Longrightarrow \frac{\frac{3}{5}}{2\pi} = \frac{m}{N}$$

پس یعنی حاصل این عبارت باید گویا باشد تا بتواند شرط متناوب بودن را برقرار کند

$\frac{1}{2}(\cos 2\pi n + \cos\frac{4\pi}{3}n)$

ولی $\frac{\frac{3}{5}}{2\pi} = \frac{3}{10\pi}$ می‌شود و گنگ است. پس متناوب نبوده.

b)

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{0} e^{-(2t-n)} = \sum_{n=-\infty}^{0} e^{n-2t} = \dots + e^{-2-2t} + e^{-1-2t} + e^{-2t}$$

چون نسخه های شیفت یافته سیگنال $e^{-2t}$ فقط از سمت چپ با یکدیگر جمع می شوند پس سیگنال متناوب نیست.

سوال ۴ (a: $\sum_n y(t-(n+N)k) \stackrel{?}{=} \sum_n y(t-nk)$ : بیان پریودیک بودن

$$= \sum_n y(t-nk-Nk)$$

$$\text{if } k=1 \Rightarrow \sum_n y(t-nk) = \overbrace{\cdots + y(t-2) + y(t-1) + y(t) + y(t+1) + y(t+2) + \cdots}^{(1)}$$

N باید یک عدد طبیعی باشد

$$\text{if } N=1 \;\; \sum_n y(t-n-N) = \sum_n y(t-n-1) = \cdots + y(t-2-1) + y(t-1-1)$$

$$+ y(t-0-1) + y(t+1-1) + y(t+2-1) + y(t+3-1) + \cdots$$

$$= \overbrace{\cdots + y(t-3) + y(t-2) + y(t-1) + y(t) + y(t+1) + y(t+2) + \cdots}^{(2)}$$

سری ۱ با سری ۲ کاملا برابر است. با توجه به اینکه n از ∞- تا ∞+ است پس متناوب است.
با این مثال مشخص می‌شود که آیا به مقدار NK وابسته است که N را مساوی ۱ (که کوچکترین مقدار ممکن) در نظر گرفتیم پس دوره تناوب اصلی مساوی K است.

$$NK \xrightarrow{N=1} = K$$

سوال ۴ (d:

$$x(t) = \cos\frac{2\pi}{3}t \,\sin\pi t + 2\sin\frac{14\pi}{3}t \cdot \sin\pi t = \left(\cos\frac{2\pi}{3}t + 2\sin\frac{14\pi}{3}t\right)\sin\pi t =$$

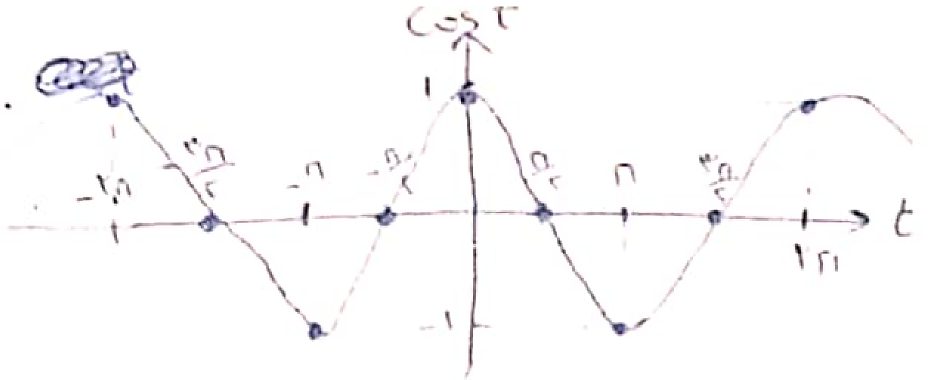
$\cos\frac{2\pi}{3}t$ متناوب ← دوره تناوب $= \dfrac{2\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 3$

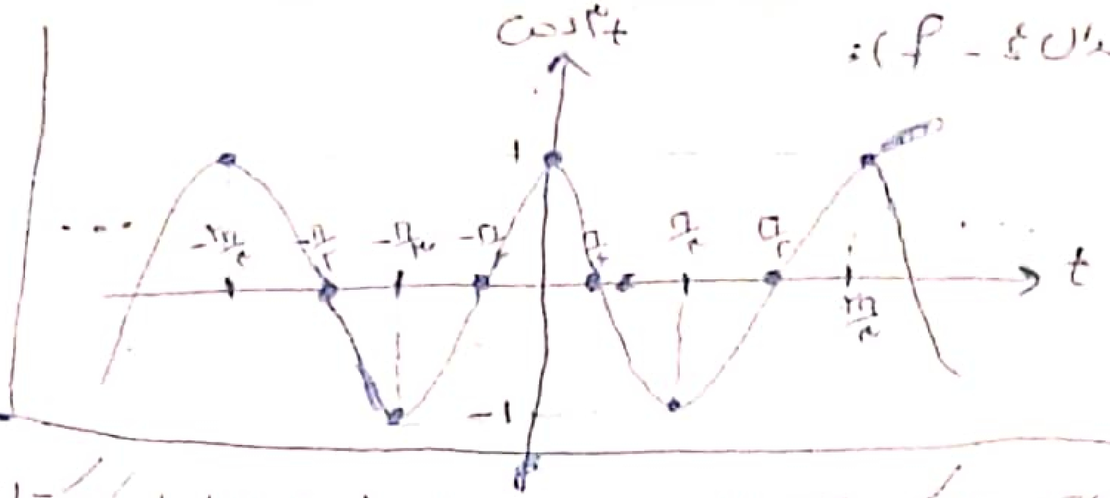
$2\sin\frac{14\pi}{3}t$ متناوب ← دوره تناوب $= \dfrac{2\pi}{\frac{14\pi}{3}} = \dfrac{6}{14} = \dfrac{3}{8}$

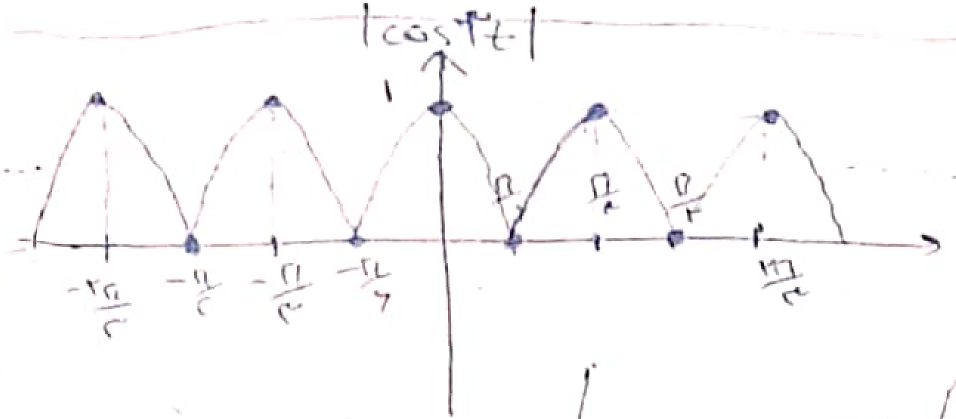
} جمع این دو متناوب است ← دوره تناوب: $= lcm(3, \frac{3}{8}) = 3$

$\sin\pi t$ متناوب ← دوره تناوب $= \dfrac{2\pi}{\pi} = 2$ } ضرب دو تابع متناوب، متناوب است ← $\boxed{T_0 \text{ کلی} = lcm(2,3) = 6}$

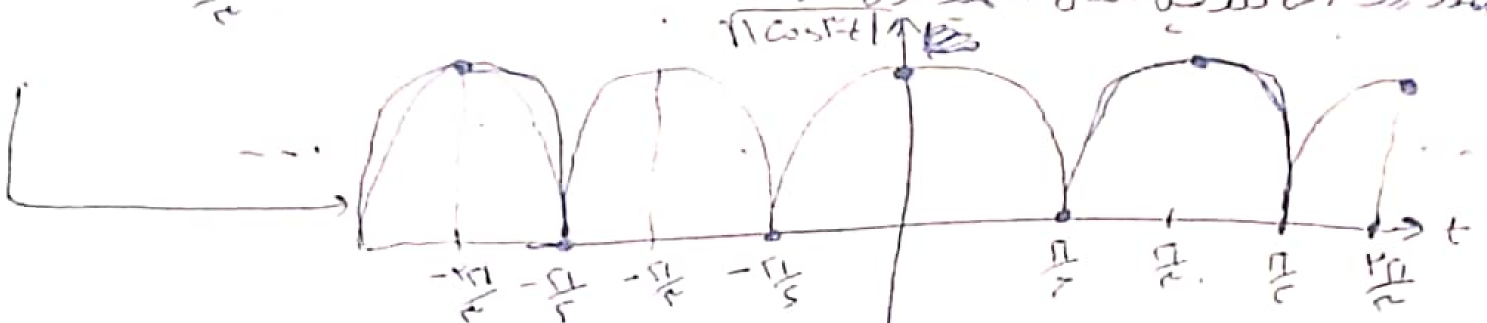
سوال ۴ - f :




باتوجه به اینکه مقادیر [illegible] بصورت ۱ ≥ y ≥ ۰ است پس اعداد [illegible] از
دیگر با رادیکال گرفتن محدب شدن ها که تیز بودند صورتشان بیشتر می‌شود
و مقادیر نزدیک صفر بین منحنی ها خمیده‌تر می‌شوند.




این شکل متناوب با دوره تناوب $\frac{\pi}{3}$ است.

سوال ۴- e):

$x(n) = \frac{1}{2}\{\cos \pi n + \cos \frac{2\pi}{3} n\}$    $\frac{M}{N_1} = \frac{\pi}{2\pi} = \frac{1}{2}$ گویا است ✓

$\cos(\pi(n+N_1)) = \cos \pi n \Rightarrow \pi N_1 = 2\pi m \xrightarrow{m=1} \pi N_1 = 2\pi \rightarrow N_1 = 2$

دوره تناوب اصلی این سیگنال متناوب است.

$\cos\left(\frac{2\pi}{3}(n+N_2)\right) = \cos \frac{2\pi}{3} n \Rightarrow \frac{2\pi}{3} N_2 = 2\pi m \xrightarrow{m=1} N_2 = 3$

دوره تناوب اصلی سیگنال ۱

پریود سیگنال $N_0 = \operatorname{lcm}[N_1, N_2] = \operatorname{lcm}(2,3) = \boxed{6}$

سوال ۵)

a) اگر فرض کنیم $x(2) = -1$ است $\Leftarrow |x(2)| = 1 \Leftarrow \overbrace{|x(2)|}^{1} \leq \overset{2}{t} \Leftarrow \underline{y(2) = x(-2)}$

حافظه دار است چون به ورودی در لحظات قبل نیز وابسته

همچنین می‌دانیم که اگر فرض کنیم ورودی محدود است یعنی $|x(t)| < M$ باشد با توجه به ضابطه اول چون $t < |x(t)|$ می‌باشد پس $t < |x(t)| < M$ برقرار بوده در نتیجه $|t\,x(t)|$ نیز کوچکتر از $M^2$ خواهد شد چون دو مقدار کوچکتر از $M$ در یکدیگر ضرب می‌شوند

همچنین برای ضابطه دوم نیز اگر فرض کنیم $|x(t)| < M$ باشد $\Leftarrow |x(-t)| < M$ خواهد شد. پس سیستم پایدار است.

این سیستم علّی است چون خروجی به ورودی در زمان آینده وابسته نیست و فقط به حال و گذشته وابسته است. در ضابطه اول که خروجی فقط به ورودی در لحظه حال وابسته است با توجه به $x(t)$ در رابطه. در ضابطه دوم نیز با توجه به اینکه $t \geq |x(t)|$ و $|x(t)| \geq 0$ است پس نتیجه می‌گیریم فقط برای $t \geq 0$ این ضابطه جوابگو است که در این صورت مثلاً $y(2) = x(-2)$ یا $y(3) = x(-3)$ خواهد شد و فقط به ورودی در گذشته وابسته است.

اگر $t_0$ مثبت باشد و سیگنال $x(t)$ را به اندازه $t_0$ شیفت به راست دهیم و همچنین $t < |x(t)|$ برقرار باشد و ضابطه اول انجام شود همچنان $t - t_0$ پس از $|x(t)|$ کوچکتر بوده و ضابطه اول برقرار می‌باشد. $t - t_0 < t < |x(t)| \overset{t_0 > 0}{\Longleftarrow} t < |x(t)|$

$$x(t-t_0) \Longrightarrow \underline{y(t) = t\,x(t-t_0)} \quad , \quad y(t-t_0) \rightarrow = \underline{(t-t_0)\,x(t-t_0)}$$

$\neq$

با یکدیگر متفاوتند پس سیستم TI نیست.

برای اثبات خطی بودن سیگنال باید خاصیت همگنی برقرار شود. اگر $x(t)$، $\alpha$ برابر شود $y(t)$ نیز باید $\alpha$ برابر شود. خطی نیست

① ضابطه اول، $t < |x(t)|$

$|x(t)| < |\alpha\,x(t)|$

پس همچنان شرط ضابطه اول برقرار است $\Longrightarrow t < |\alpha\,x(t)| \Longrightarrow y(t) = t\alpha\,x(t) = \alpha\,\overbrace{t\,x(t)}^{y(t)}$ پس خروجی نیز $\alpha$ برابر می‌شود.

② ضابطه دوم، $t \geq |x(t)|$ اتفاق بیفتد ممکن است دو حالت

$|\alpha\,x(t)| > |x(t)|$

① $\overbrace{t \geq |\alpha\,x(t)|}^{\text{یعنی ضابطه دوم همچنان برقرار است.}} \Longrightarrow$ اگر سیگنال $x(t)$، $\alpha$ برابر شود، $x(-t)$ نیز $\alpha$ برابر شده و مشکلی به وجود نمی‌آید.

② $\underbrace{|\alpha\,x(t)| > t}_{\text{ضابطه اول برقرار می‌شده}} \Longrightarrow \overset{\text{نهایی}}{y(t)} = t\alpha\,x(t)$ پس خروجی در نهایت $\alpha$ برابر نشده و خطی نیست سیستم. $y(t) = x(-t)$ اولیه

ادامه سوال ۵ د

c) سیستم فاقد حافظه است. با توجه به بازه $[0, +\infty)$ ای که k فرض شده می توان گفت خروجی به ورودی در لحظات حال و آینده وابسته است.

سیستم علی نیست. چون با توجه به $k \in (0, +\infty]$ می توان نتیجه گرفت خروجی به ورودی در لحظات حال و آینده وابسته بوده و سیستم علی نمی تواند به آینده وابسته باشد.

$$\underbrace{y[n-n_0] = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{3^{n-n_0}}{4^k} x[k]}, \quad \underbrace{x[k-n_0] \rightarrow = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{3^n}{4^k} x[k-n_0]}$$

$$\neq$$

پس سیستم TI نیست.

اگر $x[k]$ محدود باشد یعنی $\exists M : |x[k]| < M$ باشد داریم:

$$y[n] = 3^n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x[k]}{4^k} \Rightarrow \leq 3^n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{M}{4^k} \leq N \rightarrow +\infty \not< M$$

پس سیستم ناپایدار است.

با توجه به بازه موجود برای k، $4^k$ هم مرتبه افزایش می یابد اما با توجه به اینکه در مخرج کسر قرار گرفته پس کل سیگما مرتبه کوچکتر می شود. اما $3^n$ به ازای $n = \infty$ مقدار $\infty$ خواهد داشت و مرتبه در سیگما ضرب می شود پس ~~کل~~ کل $y[n]$ نیز به $+\infty$ میل می کند.

اگر $x[k]$ را $\alpha$ برابر کنیم داریم:

$$y_2[n] = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{3^n \times \alpha}{4^k} x[k] = 3^n \alpha \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x[k]}{4^k} = \alpha\, y_1[n]$$

پس خاصیت همگنی برقرار است.

حال با خاصیت جمع پذیری را بررسی کنیم. اگر ورودی های $x_1[k]$ و $x_2[k]$ را داشته باشیم خروجی باید نیز جمع شود.

$$y_2[n] = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{3^n}{4^k} (x_1[k] + x_2[k]) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{3^n}{4^k} x_1[k] + \frac{3^n}{4^k} x_2[k] =$$

پس سیستم خطی است.

$$\underbrace{\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{3^n}{4^k} x_1[k]}_{y_1[n]} + \underbrace{\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{3^n}{4^k} x_2[k]}_{y_2[n]} = y_1[n] + y_2[n]$$

سوال ۵ - b):

$$y(n) = \sum_{k} x^*(k)\,\delta(n-2k)$$

۱) علی نیست. با توجه به اینکه k می‌تواند مقادیر منفی و مثبت بگیرد پس خروجی می‌تواند به ورودی در زمان آینده نیز وابسته باشد.

$$\underline{y(2)} = \sum_{k} x^*(k)\,\delta(2-2k) = \dots + \underline{x^*(3)}\,\delta(-4) + \dots$$

خروجی در لحظه ۲ به ورودی در لحظه ۳ وابسته شده...

۲) حافظه دار است. چون نشان دادیم به مقادیر آینده و گذشته وابسته است.

۳) پایدار است.

$$\text{if } |x(n)| < M \rightarrow -M < x(n) < M \Rightarrow -m \leq x^*(n) \leq m$$

$$\Rightarrow \underbrace{\sum_{k} -m\,\delta(n-2k)}_{= -\sum_{k} m\,\delta(n-2k)} \leq y(n) \leq \sum_{k} m\,\delta(n-2k) \Rightarrow |y(n)| \leq m$$

۴) TI نیست.

$$x(n-n_0) \Rightarrow y(n) = \sum_{k} x^*(\underbrace{k-n_0}_{=k'})\,\delta(n-2k) =$$

$$= \sum_{k} x^*(k')\,\delta(n-2(k-n_0)) = \sum_{k} x^*(k')\,\delta(n-2k+2n_0)$$

$$\neq \quad y(x(n-n_0)) \neq y(n-n_0)$$

$$y(n-n_0) = \sum_{k} x^*(k)\,\delta(n-n_0-2k)$$

۵) ابتدا خاصیت همگنی بررسی می‌شود

$$\alpha x(n) \Rightarrow y(n) = \sum_{k} \alpha^* x^*(k)\,\delta(n-2k) = \alpha^* \underbrace{\sum_{k} x^*(k)\,\delta(n-2k)}_{y(n)} = \alpha^* y(n)$$

$$\hookrightarrow \alpha y(n) \neq \alpha^* y(n)$$

خاصیت همگنی برقرار نیست پس خطی نیست.

سوال ۵ - b - ادامه: برای برقراری خاصیت خطی بودن همان طور که مشاهده کردیم نباید $\alpha^*$ از $y$ در نهایت حذف شود
این مسئله بعد از complex conjugation که در ازای ... برای همین به جای $x^*(k)$ می‌توان از $x(k)$ استفاده کرد. بنابراین:

پس $y(n)$ خطی است.

if $\underline{y(n) = \sum_k x(k)\,\delta(n-2k)}$ $\Rightarrow$

$$\alpha x(n) \rightarrow y(n) = \sum_k \alpha\, x(k)\,\delta(n-2k) = \alpha \underbrace{\sum_k x(k)\,\delta(n-2k)}_{y(n)} = \alpha y(n) \checkmark$$

برقراری خاصیت همگنی

if $\left.\begin{array}{l} x_1 \rightarrow y_1(n) \\ x_2 \rightarrow y_2(n) \end{array}\right\} \Rightarrow x_1 + x_2 \rightarrow y_1 + y_2$

$$\sum_k \left(x_1(k) + x_2(k)\right)\delta(n-2k) = \underbrace{\sum_k x_1(k)\,\delta(n-2k)}_{y_1(n)} + \underbrace{\sum_k x_2(k)\,\delta(n-2k)}_{y_2(n)}$$

$= y_1(n) + y_2(n)$ $\checkmark$ برقراری خاصیت جمع آثار $\Rightarrow$ خطی است

سوال ۶ : الف)

$$x_2(t) = 2x_1(t+1) + 2x_1(t-1) + 2x_1(t)$$

ب) با توجه به اینکه سیستم LTI است پس هم خطی و هم وارون پذیر با زمان است. یعنی اگر ورودی ها با یکدیگر جمع شوند خروجی ها نیز به همان ترتیب جمع می شوند و اگر ورودی شیفت زمانی یابد خروجی نیز به همان میزان شیفت پیدا می کند ⇐

$$y_2(t) = 2y_1(t+1) + 2y_1(t-1) + 2y_1(t)$$

ج)

نمی توان نتیجه گیری کرد، چون پیشینه خروجی $y_2(t)$ برحسب ورودی نوشته نشده است و نمی توان فهمید چه عملیاتی روی ورودی انجام داده تا به خروجی برسد.

سوال ۷:

الف) وارون پذیر نیست. $y_1[n] = (-5+5)^2 \times 1 = 0$

مثال نقض، ورودی های متفاوت $x_1[n] = \delta[n+5]$ ، $x_2[n] = 0$ $\Longrightarrow$ $y_2[n] = 0$

خروجی های یکسان تولید می کند.

---

ب) وارون پذیر نیست.

مثال نقض ، $x_1(t) = x(t) \Longrightarrow y_1(t) = \begin{cases} x_1^4(t) & t \geq 0 \\ x_1(t) & t < 0 \end{cases}$

$x_2(t) = -x(t) \Longrightarrow y_2(t) = \begin{cases} x_2^4(t) & t \geq 0 \\ -x_2(t) & t < 0 \end{cases}$

$(-x(t))^4 = x^4(t) \longrightarrow$

= خروجی های یکسان تولید می کنند.

سوال ۷ - c) وارون ناپذیر است.

مثال نقض

ورودی های متفاوت :

$$\begin{cases} x_1(t) = \pi & y_1(t) = 3\sin^2 2\pi = 0 \\ x_2(t) = 0 \longrightarrow & y_2(t) = 3\sin^2 0 = 0 \end{cases}$$

خروجی های یکسان تولید کردند.

(d

$$y_1[n] = \overbrace{\delta[n-2]\,\delta[n-4]}^{x_1[n-1]}\;\overbrace{\delta[n-4]\,\delta[n-6]}^{x_1[n-3]}$$

مثال نقض، ورودی های متفاوت

$$\begin{cases} x_1[n] = \delta[n-1]\,\delta[n-3] \Rightarrow y_1[n] = \delta[n-2]\,\delta[n-4]\,\delta[n-4]\,\delta[n-6] = 0 \\ x_2[n] = 0 \Rightarrow y_2[n] = 0 \end{cases}$$

خروجی های یکسان تولید کردند ⇐ وارون پذیر نیست.

(f وارون پذیر است. سیستم دیلی یا شیفت همیشه وارون پذیر بوده چون به ازای ورودی های متفاوت خروجی های متفاوت تولید می کند.

$$y(t) = x(t+a)$$

۸

ادامه سوال ۷ :

ج) ورودی در زمان های جلو به مقادیر ورودی بعدی خروجی منتقل می شوند و شرط لازم پذیرا است. در سیستم های حذف ما به دنبال زمان گذشته اگر شرط ها باید روی مقادیر زمان n باشند شرط لازم و کافی برای معکوس پذیری سیستم این است که بتوان از ورودی ورودی بر حسب خروجی ها به صورت بدون ابهام شرط های به دست آمده بر حسب ورودی ها شکل هم باشند.

$$y[n] = \begin{cases} x[n+3] & n \geq 0 \\ x[n] & n \leq -1 \end{cases}$$

ضابطه اول : $y[n] = x[n+3]$ , $n \geq 0 \xrightarrow{n \to n-3} x[n] = y[n-3]$ $n-3 \geq 0 \Rightarrow n \geq 3$

ضابطه دوم : $y[n] = x[n]$ , $n \leq -1 \Rightarrow x[n] = y[n]$ , $n \leq -1$

$$x[n] = \begin{cases} y[n-3] & n \geq 3 \\ y[n] & n \leq -1 \end{cases}$$

در نتیجه ورودی بر حسب خروجی به صورت بدون ابهام به دست نیامد و شرط های زمانی به دست آمده ممکن هم [illegible] نیستند و کل زمان را پوشش نمی دهند. در واقع نقاط $n = 0, 1, 2$ را پوشش نمی دهند پس سیستم وارون پذیر نیست.

ادامه سوال ۲

ب)