



دانشکده برق و کامپیوتر

تمرین سوم درس تجزیه و تحلیل سیگنال‌ها و سیستم‌ها

زمان تحویل: یکشنبه 14 آبان ساعت 16

مشترک گروه‌های 1 و 2

1- ضرایب سری فوریه‌ی غیر صفر یک سیگنال متناوب پیوسته زمان حقیقی با دوره تناوب اصلی ۵ به صورت زیر است:

$$a_2 = a_{-2}^* = 2 + 2j, \quad a_3 = a_{-3}^* = 3$$

سیگنال متناوب مربوطه را به صورت زیر بیان نمایید:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_k \cos(\omega_k t + \theta_k)$$

2- ضرایب سری فوریه سیگنال‌های زیر را بدست آورید (در صورت امکان می‌توان از خواص سری فوریه استفاده کرد):

الف) $x(t) = t, \quad -2 < t < 2$ با دوره تناوب اصلی ۴

ب) $x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{j\frac{2\pi}{3}n} \delta(t - 2n)$

ج) $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-2t+6k} u(t - 3k)$

3- $x(t)$ سیگنالی دارای دوره تناوب ۶ و $y(t)$ سیگنالی دارای دوره تناوب ۹ است. ضرایب سری فوریه آنها به ترتیب برابر

a_k و b_k هستند. ضرایب سری فوریه سیگنال‌های زیر را محاسبه کنید:

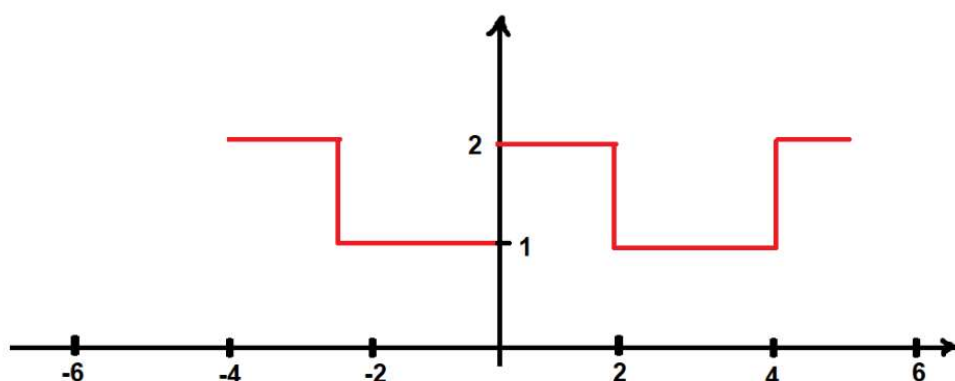
الف) $z(t) = 3x(t) + y(t)$

ب) $z(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k] \delta[t - 2k]$

ج) $z(t) = x^*(t) + x(-t)$

د) $z(t) = x(4t - 2)$

۴- الف) ضرایب سری فوریه سیگنال زیر را به دست آورید:



ب) اگر سیگنال پیوسته زمان $x(t)$ با دوره تناوب T متناوب باشد، ثابت کنید اگر $x(t - \frac{T}{2}) = -x(t)$ باشد، ضرایب زوج سری فوریه سیگنال صفر است.

ج) ثابت کنید که عکس قضیه ی فوق نیز برقرار است، یعنی اگر ضرایب زوج سری فوریه سیگنال صفر باشند آنگاه:

$$x(t - \frac{T}{2}) = -x(t)$$

۵- $x(t)$ یک سیگنال حقیقی با دوره تناوب T و ضرایب سری فوریه a_k است.

الف) نشان دهید که $a_k = a_{-k}^*$ و a_0 حقیقی است.

ب) نشان دهید که در صورت زوج بودن $x(t)$ ، ضرایب سری فوریه آن نیز باید حقیقی و زوج باشد.

ج) نشان دهید که در صورت فرد بودن $x(t)$ ، ضرایب سری فوریه آن نیز باید موهومی خالص و فرد باشد و $a_0 = 0$.

د) نشان دهید که ضرایب سری فوریه بخش زوج $x(t)$ عبارتند از $\Re\{a_k\}$

ه) نشان دهید که ضرایب سری فوریه بخش فرد $x(t)$ عبارتند از $j \Im\{a_k\}$

۶- اطلاعات زیر در مورد سیگنال $x(t)$ داده شده است:

الف) $x(t)$ یک سیگنال حقیقی می باشد.

ب) $x(t)$ متناوب با دوره تناوب اصلی $T=6$ و ضرایب سری فوریه a_k است.

ج) $a_k = 0$ برای $k=0$ و $k>2$.

د) $x(t) = -x(t-3)$

و) $\int_{-3}^3 |x(t)|^2 dt = 3$

ه) a_1 یک عدد حقیقی مثبت است.

سیگنال $x(t)$ را بیابید.

۷- یک فیلتر پیوسته در زمان پایین گذر ایده آل با پاسخ فرکانسی زیر در نظر بگیرید:

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| < 2000\pi \\ 0 & 2000\pi < |\omega| \end{cases}$$

در صورتی که ورودی این فیلتر، یک سیگنال پیوسته در زمان با دوره تناوب اصلی 1.5 میلی ثانیه و ضرایب سری

فوریه زیر باشد، مطلوب است محاسبه ضرایب سری فوریه خروجی فیلتر و سیگنال خروجی.

$$a_k = \begin{cases} 2 & k = 0 \\ j\left(\frac{1}{2}\right)^{|k|} & \text{other} \end{cases}$$

پاسخ های خود را در سامانه یکتا قرار دهید.

موفق باشید