Métodos Computacionales 2: Taller 1

Transformadas de Fourier

Por Santiago Henao Castellanos

Entrege un cuaderno de jupyter `.ipynb` con su solución, indicado cada ejercicio, su código y sus comentarios.

1. Implemente la transformada de Fourier discreta en Python, de acuerdo a la definición

$$\mathcal{F}\{t_i, y_i\}(f) = \sum_{k=0}^{N} y_k e^{-2\pi i t_k f}$$

2. Genere una señal de prueba $y(t) = \sin\left(2\pi\sqrt{2}t\right)$, con un rango temporal desde $t = 0$ hasta un $t = t_{\max}$, y con N muestras uniformemente distribuídas.

   El $t_{\max}$ y el N son de su elección, pero deben permitir que la frecuencia de la señal sea menor al límite de Nyquist.

   Grafique la norma de la transformada de Fourier para esta señal de prueba, tal que se aprecie todo el espectro.

   ¿Qué sucede si le agrega ruido a la señal en y?

3. Para la señal de prueba del punto anterior, y con el algoritmo de su elección, encuentre el pico principal de la norma de la transformada, y estime el ancho a media altura (FWHM).

   Cambie sólo el número de muestras N. ¿Cambia la posición del pico o su ancho? ¿Por qué?

   Cambie sólo el rango de tiempo $t_{\max}$ ¿Cambia la posición del pico o su ancho? ¿Por qué?

4. Si agregamos ruido en la variable t, podemos superar el límite de Nyquist. Cree una señal de prueba con una frecuencia mucho mayor a la frecuencia de muestreo, evaluada en puntos *ligeramente distintos*, es decir, algo como:

```
N = 80
ts_0 = np.linspace(0,10,N)
ts = ts_0 + np.random.normal(0.,0.01,N)
f = 2*np.pi
ys = np.sin(2*np.pi*ts*f)
```

Evalúe la transformada hasta varias veces la frecuencia de Nyquist. ¿Es posible recuperar la frecuencia original? ¿Por qué?

5. Aplique esto a datos experimentales reales: https://www.astrouw.edu.pl/ogle/ogle4/OCVS/lmc/cep/phot/I/OGLE-LMC-CEP-0001.dat (el archivo contiene las columnas t, y y σ_y)

   Descargue los datos, lea el archivo, y determine la frecuencia principal de la señal. ¿Cuál es la frecuencia de muestreo de los datos?

   Una vez encontrada la frecuencia principal f_p, cree un diagrama de fase de la curva, definiendo

$$\varphi = \mathrm{mod}(y f_p, 1)$$

   Grafique y vs φ y comente.