

Exercice 2: Dans la peau d'un apollon

Traduction des informations de l'énoncé en formules logique du premier ordre:

Nous utilisons les prédicats suivants:

- Couple(x,y) = x et y sont en couple.
- Aime(x,y) = x aime y.
- Femme(x) = x est une femme.
- Homme(x) = x est un homme.

1. Alex est en couple avec Alex et Robin est en couple avec Floriane :

$\rightarrow \text{Couple}(\text{Alex}, \text{Alex}) \wedge \text{Couple}(\text{Robin}, \text{Floriane})$

2. Il y a une femme et un homme qui aiment leur partenaire respectif mais qui ont aussi des sentiments pour une autre personne :

$\rightarrow \exists a, b, c, d, e, f, (\text{Femme}(a) \wedge \text{Couple}(a, c) \wedge \text{Aime}(a, c) \wedge \text{Aime}(a, d)) \wedge (\text{Homme}(b) \wedge \text{Couple}(b, e) \wedge \text{Aime}(b, e) \wedge \text{Aime}(b, f))$

3. Il y a une femme et un homme qui n'aiment que leur partenaire respectif:

$\rightarrow \exists a, b, c, d, \forall u, v, \text{Femme}(a) \wedge \text{Homme}(b) \wedge (\text{Couple}(a, c) \wedge \text{Aime}(a, c) \wedge (c \neq u) \wedge (\neg \text{Aime}(a, u))) \wedge (\text{Couple}(b, d) \wedge \text{Aime}(b, d) \wedge (d \neq v) \wedge (\neg \text{Aime}(b, v)))$

4. Miguel commence à éprouver des sentiments pour une personne qui aime une personne qui aime Alexandrine:

$\rightarrow \exists a, b, \text{Aime}(\text{Miguel}, a) \wedge \text{Aime}(a, b) \wedge \text{Aime}(b, \text{Alexandrine})$

5. C'est un peu sexiste parce que toutes les femmes n'aiment que des hommes:

$\rightarrow \forall a, b, \text{Femme}(a) \wedge \text{Aime}(a, b) \Rightarrow \text{Homme}(b)$

6. Robin aime une personne dans un triangle amoureux:

$\rightarrow \exists a, b, c, \text{Aime}(\text{Robin}, a) \wedge \text{Aime}(a, b) \wedge \text{Aime}(b, c) \wedge \text{Aime}(c, a)$

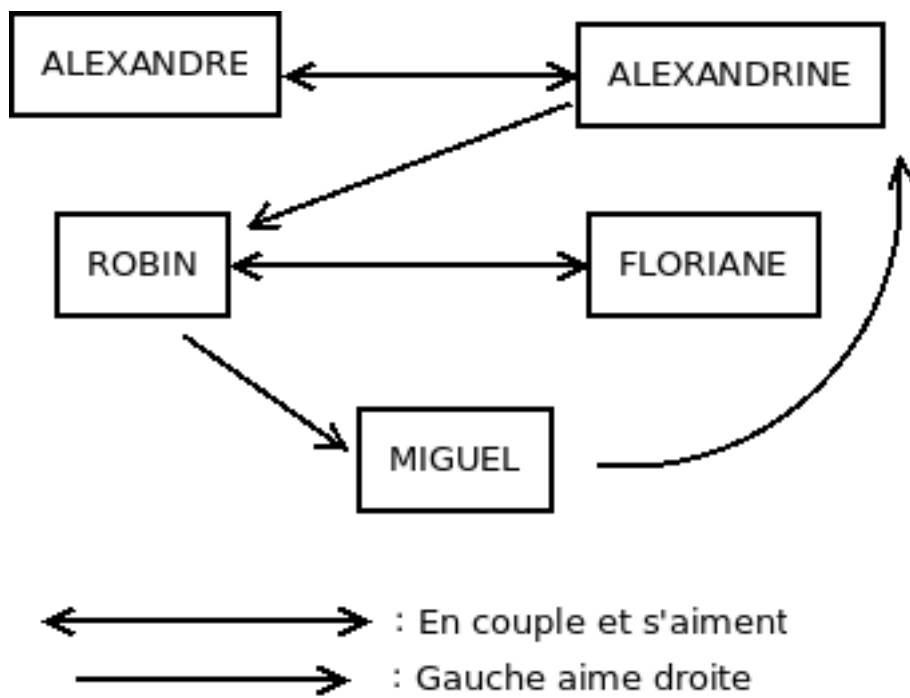
ou : $\rightarrow \exists a, b, \text{Aime}(\text{Robin}, a) \wedge \text{Aime}(a, b) \wedge \text{Aime}(b, \text{Robin})$ (si Robin est dans le triangle).

7. Personne ne s'aime soi-même:

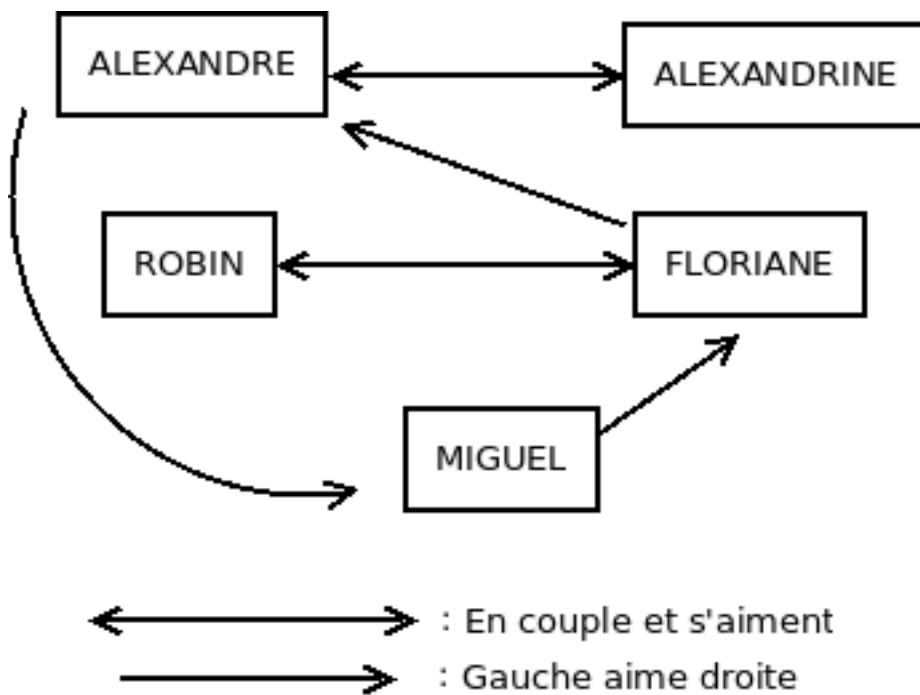
$\rightarrow \forall a, \neg \text{Aime}(a, a)$

Solutions de graphe de relations amoureuses possible:

Premier Schéma:



Second Schéma:



Miguel le frère:

Pas inceste:

$$\begin{array}{c}
\text{Donc Alexandre fidèle donc } \neg \text{Aime}(\text{Alexandre}, \text{Miguel}) \\
\frac{(1 \text{ homme pas fidele})}{\text{Aime}(\text{Robin}, \text{Miguel})} \wedge \frac{(1 \text{ femme pas fidele})}{\text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Alexandrine})} \wedge \frac{(\text{triangle})}{\text{Aime}(\text{Alexandrine}, \text{Robin})} \\
\frac{\text{Frere}(\text{Alexandre}, \text{Miguel}) \vdash}{\text{Frere}(\text{Alexandre}, \text{Miguel}) \vdash} \frac{\text{Aime}(\text{Alexandre}, \text{Miguel})}{\text{Aime}(\text{Alexandre}, \text{Miguel})} \vee \frac{\neg \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})}{\neg \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})}
\end{array}$$

→ Miguel n'aime pas Floriane, pas d'inceste entre Alexandre et Miguel (frère).

Inceste:

$$\begin{array}{c}
\frac{\text{Donc Aime}(\text{Alexandre}, \text{Miguel}) \text{ (triangle)}}{\text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane}) \wedge \text{Robin fidele car Alexandre non}} \\
\frac{(\text{Or Miguel aime une personne qui aime une personne qui aime Alexandrine})}{\text{Alexandre aime Alexandrine}} \\
\frac{\text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane}) \wedge \text{Aime}(\text{Floriane}, \text{Alexandre}) \wedge \text{Aime}(\text{Alexandre}, \text{Miguel})}{(\text{triangle})} \\
\frac{\text{Frere}(\text{Alexandre}, \text{Miguel}) \vdash}{\text{Frere}(\text{Alexandre}, \text{Miguel}) \vdash} \frac{\text{Aime}(\text{Alexandre}, \text{Miguel})}{\text{Aime}(\text{Alexandre}, \text{Miguel})} \vee \frac{\neg \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})}{\neg \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})}
\end{array}$$

→ Il y a inceste entre Alexandre et Miguel (frère), Miguel aime Floriane.

Plus généralement, nous avons donc:

$$\exists x, \text{Homme}(x) \wedge (x \neq \text{Alexandre}) \wedge \text{Frere}(x, \text{Alexandre}) \vdash \frac{(\text{basic})}{\text{Aime}(\text{Alexandre}, x)} \vee \frac{(\text{basic})}{\neg \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})}$$

Donc il y a toujours soit une relation incestueuse, soit Miguel n'est pas amoureux de Floriane.