

Exercice 2: Dans la peau d'un apollon

Traduction des informations de l'énoncé en formules logique du premier ordre:

Nous utilisons les prédicats suivants:

- Couple(x,y) = x et y sont en couple.
- Aime(x,y) = x aime y.
- Femme(x) = x est une femme.
- Homme(x) = x est un homme.

1. Alex est en couple avec Alex et Robin est en couple avec Floriane :

$\rightarrow \text{Couple}(\text{Alex}, \text{Alex}) \wedge \text{Couple}(\text{Robin}, \text{Floriane})$

2. Il y a une femme et un homme qui aiment leur partenaire respectif mais qui ont aussi des sentiments pour une autre personne :

$\rightarrow \exists a, b, c, d, e, f, (\text{Femme}(a) \wedge \text{Couple}(a, c) \wedge \text{Aime}(a, c) \wedge \text{Aime}(a, d)) \wedge (\text{Homme}(b) \wedge \text{Couple}(b, e) \wedge \text{Aime}(b, e) \wedge \text{Aime}(b, f))$

3. Il y a une femme et un homme qui n'aiment que leur partenaire respectif:

$\rightarrow \exists a, b, c, d, \forall u, v, \text{Femme}(a) \wedge \text{Homme}(b) \wedge (\text{Couple}(a, c) \wedge \text{Aime}(a, c) \wedge (c \neq u) \wedge (\neg \text{Aime}(a, u))) \wedge (\text{Couple}(b, d) \wedge \text{Aime}(b, d) \wedge (d \neq v) \wedge (\neg \text{Aime}(b, v)))$

4. Miguel commence à éprouver des sentiments pour une personne qui aime une personne qui aime Alexandrine:

$\rightarrow \exists a, b, \text{Aime}(\text{Miguel}, a) \wedge \text{Aime}(a, b) \wedge \text{Aime}(b, \text{Alexandrine})$

5. C'est un peu sexiste parce que toutes les femmes n'aiment que des hommes:

$\rightarrow \forall a, b, \text{Femme}(a) \wedge \text{Aime}(a, b) \Rightarrow \text{Homme}(b)$

6. Robin aime une personne dans un triangle amoureux:

$\rightarrow \exists a, b, c, \text{Aime}(\text{Robin}, a) \wedge \text{Aime}(a, b) \wedge \text{Aime}(b, c) \wedge \text{Aime}(c, a)$

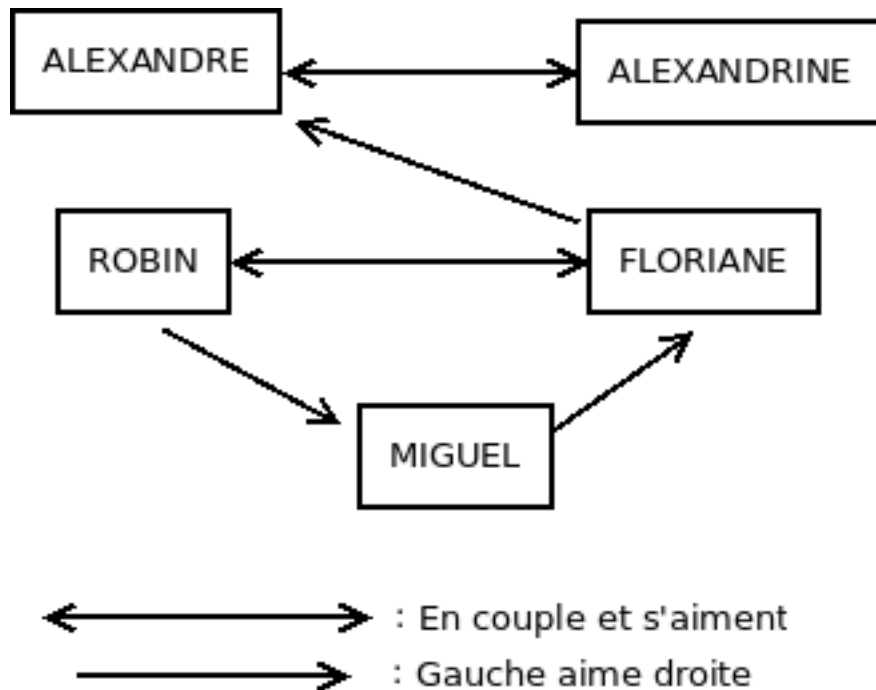
ou : $\rightarrow \exists a, b, \text{Aime}(\text{Robin}, a) \wedge \text{Aime}(a, b) \wedge \text{Aime}(b, \text{Robin})$ (si Robin est dans le triangle).

7. Personne ne s'aime soi-même:

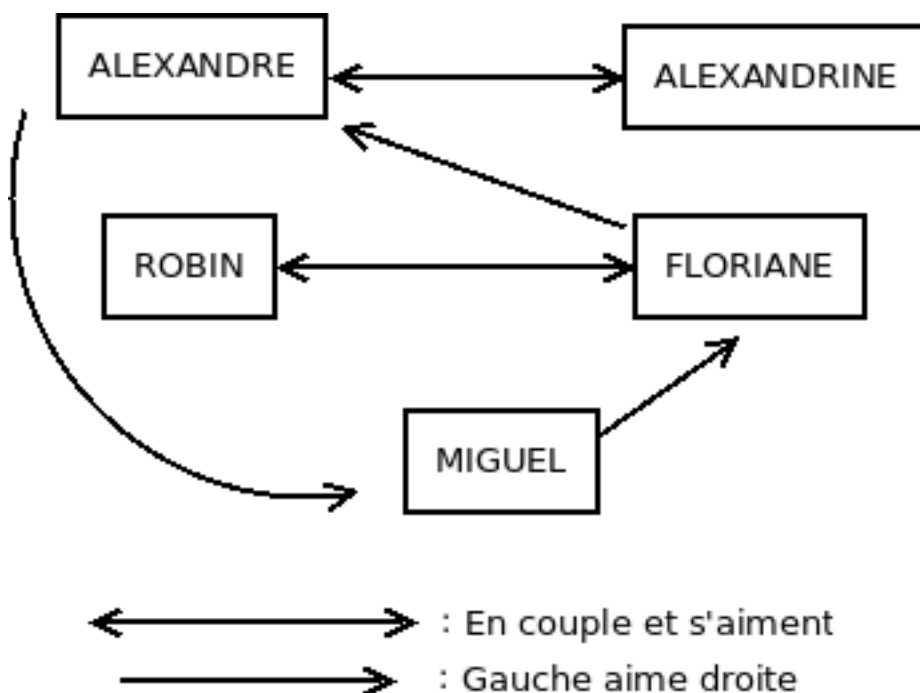
$\rightarrow \forall a, \neg \text{Aime}(a, a)$

Une solution de graphe de relations amoureuses possible:

Robin dans le triangle amoureux:



Une autre solution: Robin en dehors du triangle:



Exercice 3: Saison 2

Un des hommes est le frère caché d'Alexandre. On veut prouver que:

- soit il y a une relation incestueuse.
- soit Miguel n'est pas amoureux de Floriane.

En prenant le premier schéma, nous avons bien que dans le cas où un des hommes (à savoir Robin ou Miguel) est le frère d'Alexandre, alors s'il n'y a pas d'inceste, Miguel aime Floriane.

En prenant le second schéma, on voit bien que si Miguel n'aime pas Floriane, alors:

- Si Robin est le frère d'Alexandre (une des possibilités): alors Miguel doit aimer Alexandrine (car Miguel aime une personne qui aime une personne qui aime Alexandrine), et Alexandre doit aimer Robin (car Robin aime une personne dans un triangle amoureux).

Une autre possibilité pour Robin, frère d'Alexandre.

Avec les séquents, on a:

$\text{Frère}(\text{Alexandre}, \text{Robin}) \vdash \text{Aime}(\text{Alexandre}, \text{Robin}) \vee \neg \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})$

$\rightarrow \text{Aime}(\text{Alexandre}, \text{Robin}) \wedge \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Alexandrine})$ est bien un basic (toutes les propriétés sont OK) \rightarrow Inceste (prouvé dans le paragraphe juste en haut) , Miguel n'aime pas Floriane.

et

$\text{Frère}(\text{Alexandre}, \text{Miguel}) \vdash \text{Aime}(\text{Alexandre}, \text{Miguel}) \vee \neg \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})$

$\rightarrow \text{Aime}(\text{Alexandre}, \text{Miguel}) \wedge \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})$ est le seul cas possible (non basic) \rightarrow Inceste et Miguel aime Floriane.

Donc il y a toujours soit une relation incestueuse, soit Miguel n'est pas amoureux de Floriane avec Robin le frère caché d'Alexandre.