

Exercice 2: Dans la peau d'un apollon

Traduction des informations de l'énoncé en formules logique du premier ordre:

Nous utilisons les prédicats suivants:

- Couple(x,y) = x et y sont en couple.
- Aime(x,y) = x aime y.
- Femme(x) = x est une femme.
- Homme(x) = x est un homme.

1. Alex est en couple avec Alex et Robin est en couple avec Floriane :

$\rightarrow \text{Couple}(\text{Alex}, \text{Alex}) \wedge \text{Couple}(\text{Robin}, \text{Floriane})$

2. Il y a une femme et un homme qui aiment leur partenaire respectif mais qui ont aussi des sentiments pour une autre personne :

$\rightarrow \exists a, b, c, d, e, f, (\text{Femme}(a) \wedge \text{Couple}(a, c) \wedge \text{Aime}(a, c) \wedge \text{Aime}(a, d)) \wedge (\text{Homme}(b) \wedge \text{Couple}(b, e) \wedge \text{Aime}(b, e) \wedge \text{Aime}(b, f))$

3. Il y a une femme et un homme qui n'aiment que leur partenaire respectif:

$\rightarrow \exists a, b, c, d, \forall u, v, \text{Femme}(a) \wedge \text{Homme}(b) \wedge (\text{Couple}(a, c) \wedge \text{Aime}(a, c) \wedge (c \neq u) \wedge (\neg \text{Aime}(a, u))) \wedge (\text{Couple}(b, d) \wedge \text{Aime}(b, d) \wedge (d \neq v) \wedge (\neg \text{Aime}(b, v)))$

4. Miguel commence à éprouver des sentiments pour une personne qui aime une personne qui aime Alexandrine:

$\rightarrow \exists a, b, \text{Aime}(\text{Miguel}, a) \wedge \text{Aime}(a, b) \wedge \text{Aime}(b, \text{Alexandrine})$

5. C'est un peu sexiste parce que toutes les femmes n'aiment que des hommes:

$\rightarrow \forall a, b, \text{Femme}(a) \wedge \text{Aime}(a, b) \Rightarrow \text{Homme}(b)$

6. Robin aime une personne dans un triangle amoureux:

$\rightarrow \exists a, b, c, \text{Aime}(\text{Robin}, a) \wedge \text{Aime}(a, b) \wedge \text{Aime}(b, c) \wedge \text{Aime}(c, a)$

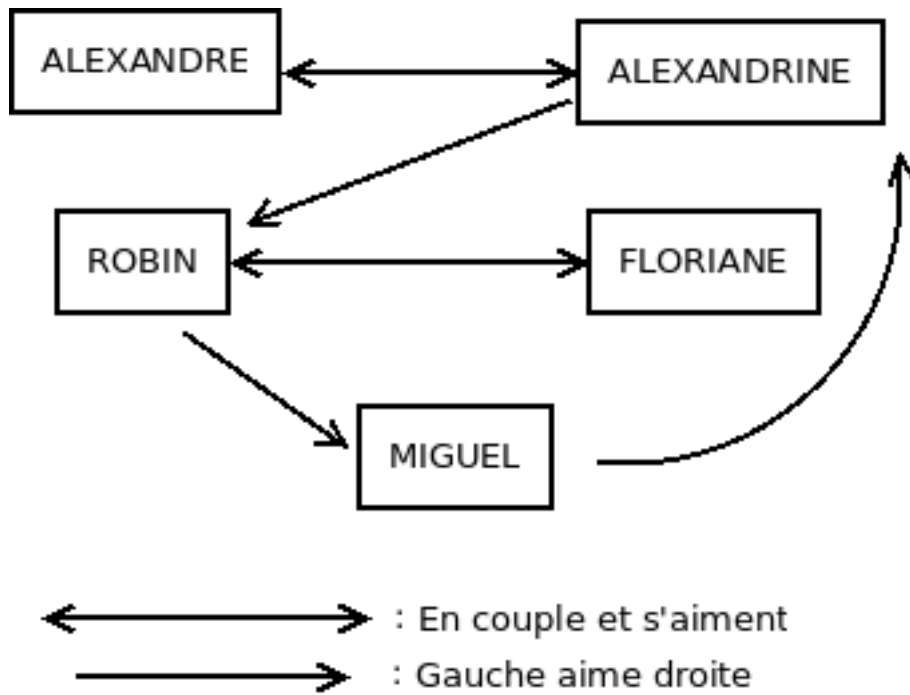
ou : $\rightarrow \exists a, b, \text{Aime}(\text{Robin}, a) \wedge \text{Aime}(a, b) \wedge \text{Aime}(b, \text{Robin})$ (si Robin est dans le triangle).

7. Personne ne s'aime soi-même:

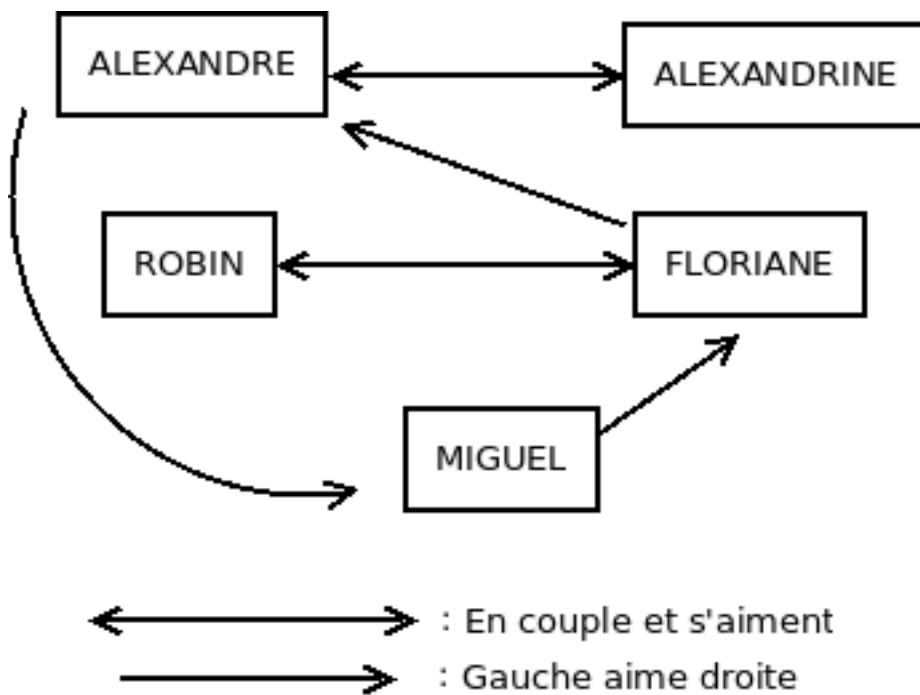
$\rightarrow \forall a, \neg \text{Aime}(a, a)$

Solutions de graphe de relations amoureuses possible:

Premier Schéma:



Second Schéma:



Exercice 3: Saison 2

Un des hommes est le frère caché d'Alexandre. On veut prouver que:

- soit il y a une relation incestueuse.
- soit Miguel n'est pas amoureux de Floriane.

- Dans le cas où Miguel est le frère d'Alexandre:

Basons nous sur le second schéma:

Alors Alexandre aime Miguel et Miguel aime Floriane (Inceste / Miguel aime Floriane)

Basons nous sur le premier schéma:

Où Miguel n'aime pas Floriane (Miguel aime Alexandrine, Robin aime Miguel, Alexandrine aime Robin) nous avons bien toutes les propriétés. (Pas Inceste / Miguel n'aime pas Floriane).

- Dans le cas où Robin est le frère d'Alexandre:

Basons nous sur le second schéma (en changeant Alexandre aime Miguel par Alexandre aime Robin):

Alors Alexandre aime Robin et Miguel aime Floriane (Inceste / Miguel aime Floriane)

Basons nous sur le premier schéma:

Où Miguel n'aime pas Floriane (Miguel aime Alexandrine, Robin aime Miguel, Alexandrine aime Robin) nous avons bien toutes les propriétés. (Pas Inceste / Miguel n'aime pas Floriane).

Avec les séquents, on a:

$\text{Frère}(\text{Alexandre}, \text{Robin}) \vdash \text{Aime}(\text{Alexandre}, \text{Robin}) \vee \neg \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})$

$\rightarrow \text{Aime}(\text{Alexandre}, \text{Robin}) \wedge \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})$ (basic - Inceste)

ou

$\rightarrow \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Alexandrine}) \wedge \text{Aime}(\text{Robin}, \text{Miguel}) \wedge \text{Aime}(\text{Alexandrine}, \text{Robin}) \wedge \neg \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})$
(basic - Miguel n'aime pas Floriane)

et

$\text{Frère}(\text{Alexandre}, \text{Miguel}) \vdash \text{Aime}(\text{Alexandre}, \text{Miguel}) \vee \neg \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})$

$\rightarrow \text{Aime}(\text{Alexandre}, \text{Miguel}) \wedge \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})$ (basic - Inceste)

ou

$\rightarrow \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Alexandrine}) \wedge \text{Aime}(\text{Robin}, \text{Miguel}) \wedge \text{Aime}(\text{Alexandrine}, \text{Robin}) \wedge \neg \text{Aime}(\text{Miguel}, \text{Floriane})$
(basic - Miguel n'aime pas Floriane)

Donc il y a toujours soit une relation incestueuse, soit Miguel n'est pas amoureux de Floriane.