Outils formels de Modélisation TP6 SARDINHA Patrick 11.01.2018

Exercice 2: Dans la peau d'un apollon

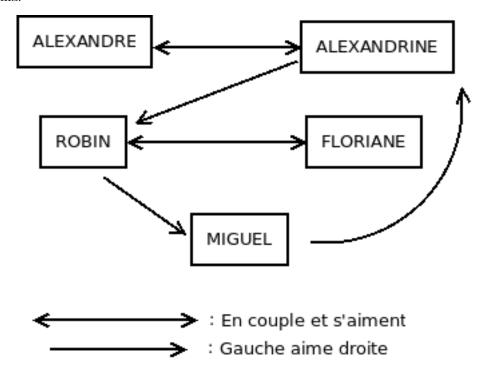
Traduction des informations de l'énoncé en formules logique du premier ordre:

Nous utilisons les prédicats suivants:

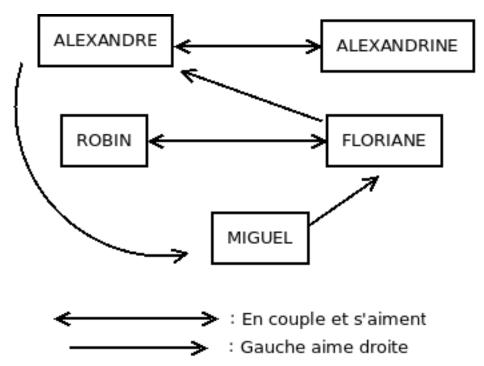
- Couple(x,y) = x et y sont en couple.
- Aime(x,y) = x aime y.
- Femme(x) = x est une femme.
- Homme(x) = x est un homme.
- 1. Alex est en couple avec Alex et Robin est en couple avec Floriane :
- \rightarrow Couple(Alex,Alex) \land Couple(Robin,Floriane)
- 2. Il y a une femme et un homme qui aiment leur partenaire respectif mais qui ont aussi des sentiments pour une autre personne :
- $\rightarrow \exists \ a,b,c,d,e,f, \ (Femme(a) \land Couple(a,c) \land Aime(a,c) \land Aime(a,d)) \land (Homme(b) \land Couple(b,e) \land Aime(b,e) \land Aime(b,f))$
- 3. Il y a une femme et un homme qui n'aiment que leur partenaire respectif:
- $\rightarrow \exists \ a,b,c,d, \ \forall \ u,v, \ Femme(a) \land Homme(b) \land (Couple(a,c) \land Aime(a,c) \land (c \neq u) \land (\neg Aime(a,u))) \land (Couple(b,d) \land Aime(b,d) \land (d \neq v) \land (\neg Aime(b,v)))$
- 4. Miguel commence à éprouver des sentiments pour une personne qui aime une personne qui aime Alexandrine:
- $\rightarrow \exists a,b, Aime(Miguel,a) \land Aime(a,b) \land Aime(b,Alexandrine)$
- 5. C'est un peu sexiste parce que toutes les femmes n'aiment que des hommes:
- $\rightarrow \forall a,b, Femme(a) \land Aime(a,b) \Rightarrow Homme(b)$
- 6. Robin aime une personne dans un triangle amoureux:
- $\rightarrow \exists a,b,c, Aime(Robin,a) \land Aime(a,b) \land Aime(b,c) \land Aime(c,a)$
- ou : $\rightarrow \exists$ a,b, Aime(Robin,a) \land Aime(a,b) \land Aime(b,Robin) (si Robin est dans le triangle).
- 7. Personne ne s'aime soi-même:
- $\rightarrow \forall a, \neg Aime(a,a)$

Solutions de graphe de relations amoureuses possible:

Premier Schéma:



Second Schéma:



Exercice 3: Saison 2

Un des hommes est le frère caché d'Alexandre. On veut prouver que:

- soit il y a une relation incestueuse.
- soit Miguel n'est pas amoureux de Floriane.
- Dans le cas où Miguel est le frère d'Alexandre:

Basons nous sur le second schéma:

Alors Alexandre aime Miguel et Miguel aime Floriane (Inceste / Miguel aime Floriane)

Basons nous sur le premier schéma:

Ou Miguel n'aime pas Floriane (Miguel aime Alexandrine, Robin aime Miguel, Alexandrine aime Robin) nous avons bien toutes les propriétés. (Pas Inceste / Miguel n'aime pas Floriane).

- Dans le cas où Robin est le frère d'Alexandre:

Basons nous sur le second schéma (en changeant Alexandre aime Miguel par Alexandre aime Robin):

Alors Alexandre aime Robin et Miguel aime Floriane (Inceste / Miguel aime Floriane)

Basons nous sur le premier schéma:

Ou Miguel n'aime pas Floriane (Miguel aime Alexandrine, Robin aime Miguel, Alexandrine aime Robin) nous avons bien toutes les propriétés. (Pas Inceste / Miguel n'aime pas Floriane).

Avec les séquents, on a:

 $Frere(Alexandre, Robin) \vdash$

(Séquents en 2 partie (pour lisibilité))

Robin le frère:

Pas inceste:

```
Donc Alexandre fidèle donc \neg Aime(Alexandre,Robin)

\underbrace{\frac{(1 \text{ homme pas fidele})}{Aime(Robin, Miguel)}}_{Aime(Robin, Miguel)} \underbrace{\frac{(1 \text{ femme pas fidele})}{\land Aime(Miguel, Alexandrine)}}_{\land Aime(Alexandrine, Robin)}

\underbrace{\frac{(\text{triangle})}{\land Aime(Miguel, Floriane)}}_{\lor \neg Aime(Miguel, Floriane)}
```

 $\vee \neg Aime(Miguel, Floriane)$

→ Miguel n'aime pas Floriane, pas d'inceste entre Alexandre et Robin (frère).

Inceste:

```
\frac{\text{Donc Aime(Miguel,Floriane)}}{(Or\ Miguel\ aime\ une\ personne\ qui\ aime\ une\ personne\ qui\ aime\ Alexandrine)}{\underbrace{Alexandre\ aime\ Alexandrine}} \\ \frac{Alexandre\ aime\ Alexandrine}{Alexandre\ Alexandre) \wedge Aime(Alexandre,Robin)}}{(\text{triangle})} \\ \frac{(\text{triangle})}{Frere(Alexandre,Robin) \vdash \underbrace{Aime(Alexandre,Robin)}_{Aime(Alexandre,Robin)} \vee \neg \text{Aime(Miguel,Floriane)}}_{\neg Aime(Miguel,Floriane)}}
```

Aime(Alexandre, Robin)

 \rightarrow Il y a inceste entre Alexandre et Robin (frère), Miguel aime Floriane.

Miguel le frère:

Pas inceste:

→ Miguel n'aime pas Floriane, pas d'inceste entre Alexandre et Miguel (frère).

Inceste:

 \rightarrow Il y a inceste entre Alexandre et Miguel (frère), Miguel aime Floriane.

Plus généralement, nous avons donc:

```
\exists x, \, Homme(x) \, \land \, (x \neq Alexandre) \, \land \, Frere(x, Alexandre) \, \vdash \, \frac{(basic)}{Aime(Alexandre, x)} \, \lor \, \frac{(basic)}{\neg Aime(Miguel, Floriane)}
```

Donc il y a toujours soit une relation incestueuse, soit Miguel n'est pas amoureux de Floriane.